قسم هندسة البرمجيات ونظم المعلومات | 50 S.P | 1/11/2017

هندسة برمجيات 3 | المحاضرة:4 | د. باسم قصيبة | عدد الصفحات: 9

## ❖ شبكات بتري (petri nets)

ابتكرت شبكات بتري عن طريق كارل آدم بتري في أطروحة دكتوراه في أوائل الستينات كأداة رياضية لنمذجة الأنظمة الموزعة، وأظهرت بشكل خاص أفكار التزامن وعدم الحتمية والاتصالات.

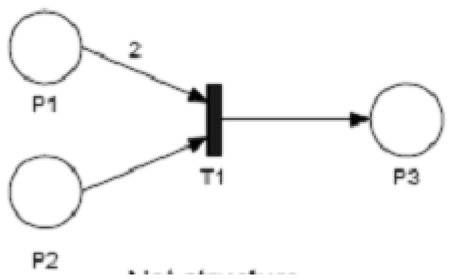
استخدمت شبكات بتري بنجاح في نمذجة وتحليل الأنظمة الموزعة والمتوازية كما تم استخدامها بشكل ناجح في بروتوكولات الاتصال وتقييم الأداء وأنظمة تحمل الاعطال.

تسمح بنمذجة النظم مرئياً والتحقق من سلوكها رياضياً (النظم المتوازية، التسايرية، تقاسم الموارد ...).

أنواع شبكات بتري:

1. العادية
2. الزمنية
3. المتزامنة
4. المفسرة
5. الملونة.

العناصر الأساسية لنموذج شبكة بتري هي: "الأماكن" places و"الانتقالات" transitions (الممثلة بخطوط عريضة او صناديق) و"الأقواس الموجهة" directed arcs و"رموز" tokens.

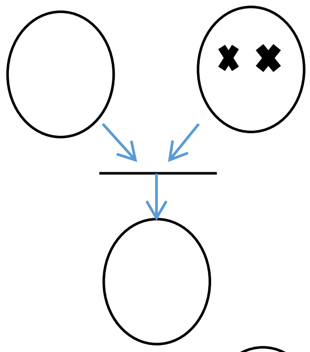



يكون الممر قابل للعبور إذا كان في كل مكان دخل له على الأقل علامة واحدة.

<u>**عبور ممر:**</u> نحذف علامة من كل مكان دخل لهذا الممر ونضيف علامة في كل مكان خرج لهذا الممر.

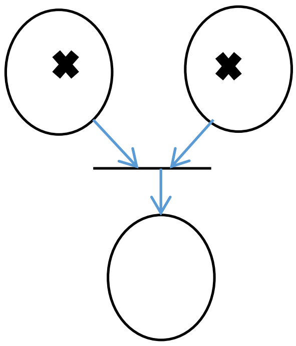
**مثال:**

هذا الممر غير قابل للعبور لأنه يوجد مكان دخل لا يحوي علاقة



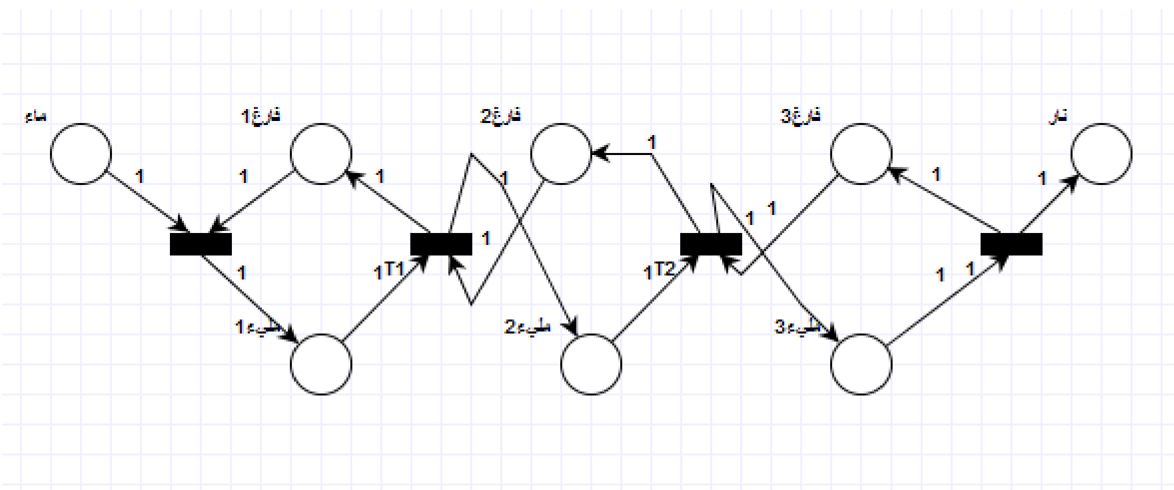
**مثال:**

هذا الممر قابل للعبور لأنه يوجد علامة في كل مكان دخل.



**مثال:**

- سلسلة من رجال الإطفاء لإطفاء حريق، بفرض لدينا دلو (عدد 3)

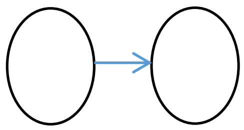


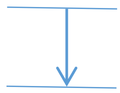
- ✓ **ملاحظة 1:** سهم داخل بدون مكان فهو منبع مستمر للعلامات وسهم خارج هو مصرف دائم.
- ✓ **ملاحظة 2:** لا يوجد أولوية لعبور الممرات ضمن شبكات بتري عدا الشبكات الاحتمالية.
- ✓ **ملاحظة 3:** لا يمكن عبور ممرين معاً.
- ✓ **ملاحظة 4:** الحالة الابتدائية مهمة في كل نظام.

سير العمل: الحالة الابتدائية هي أن جميع الأماكن فارغة.

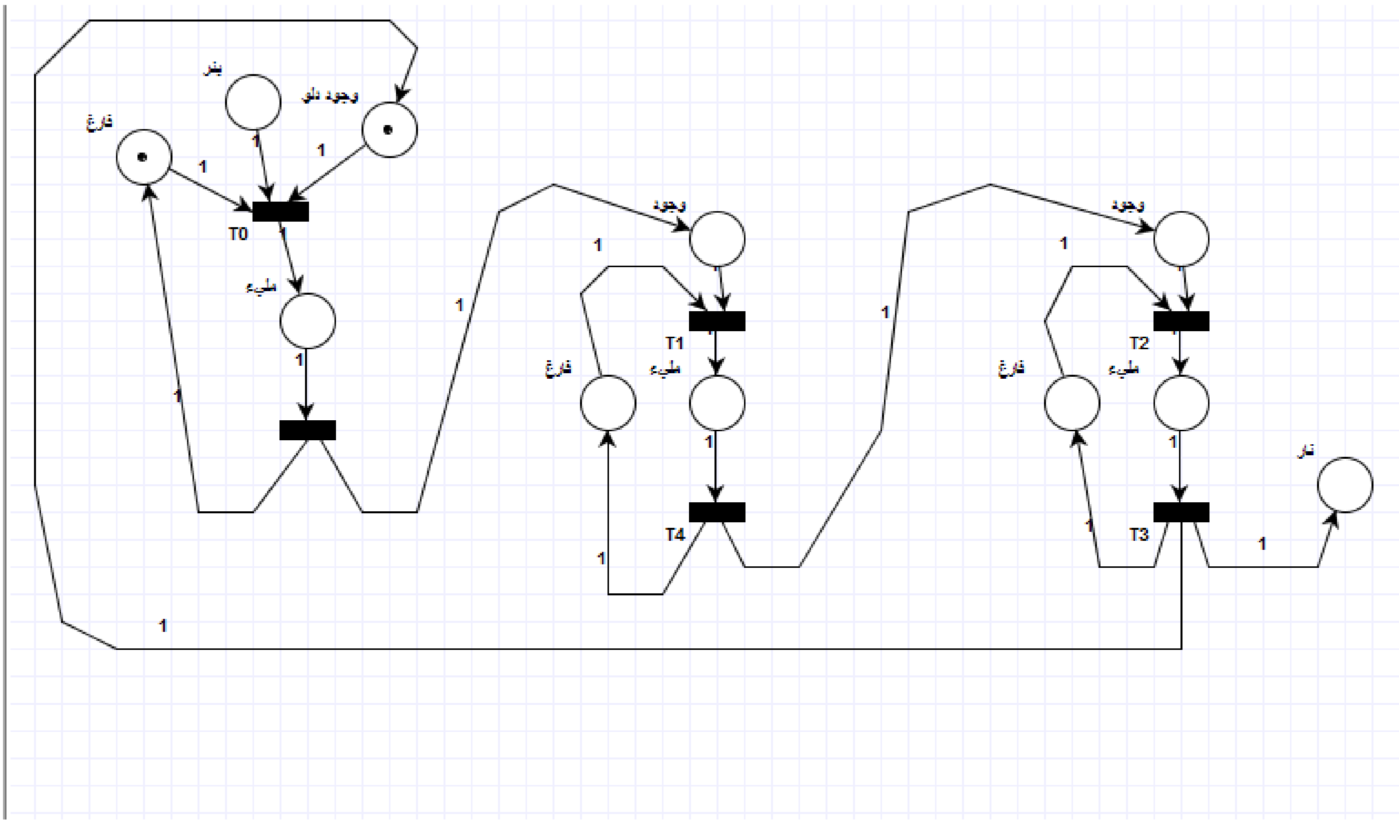
بدايةً دلو (فارغ1) وماء ينتقل لحالة (مليء1)، يتفرغ في الدلو2 حتى يتم الانتقال يفترض أن يكون الدلو الأول مليء والدلو الثاني فارغ وهكذا حتى أفرغ على النار.

✓ **ملاحظة:** لا يمكن وصل مكانين بقوس، أو ممرين بقوس.





➢ نفس المثال السابق لكن بفرض وجود دلو واحد فقط:

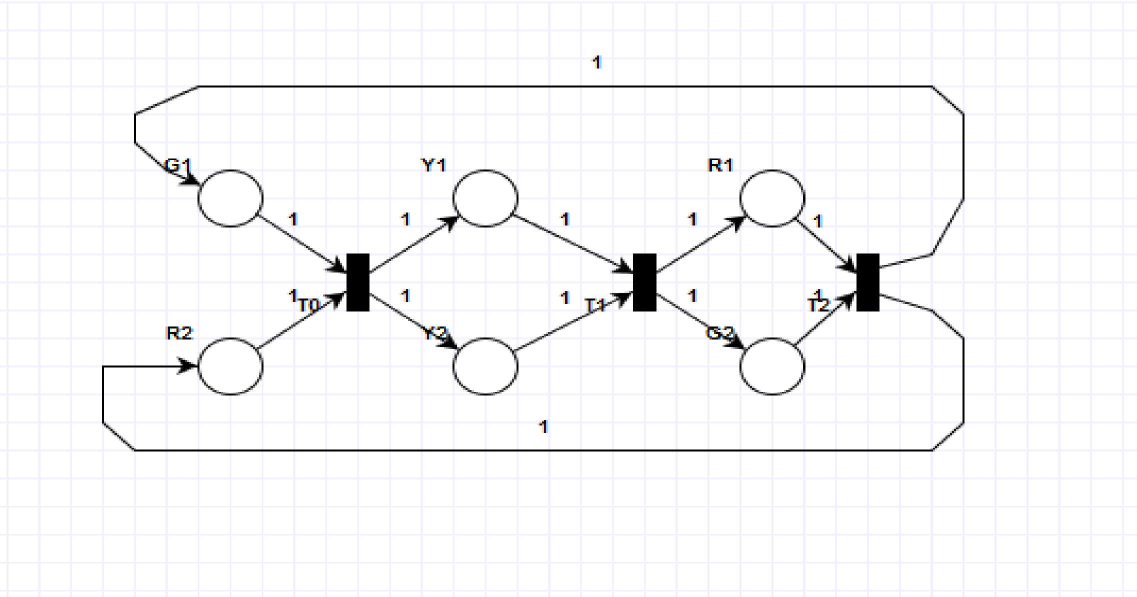



يكون الشخص الأول عند البئر ويكون الدلو فارغ فيمتلئ الدلو، ويكون في هذه الأثناء الشخص الثاني ليس لديه دلو ثم ينتقل الشخص الأول والدلو مليء للشخص الثاني وهكذا...

بغض النظر عن التسميات هي فقط للتعبير عن حالة معينة، وهي ليست الحالة الحقيقية.

نلاحظ أنه في الحالة السابقة عندما أفرغ الدلو الأول في الثاني كان من الممكن تعبئة الدلو الأول أو الثالث ولكن هنا سننتظر إلى أن يتفرغ الدلو على النار وأعيد علامة للبداية.

**مثال:** نظام إشارة المرور



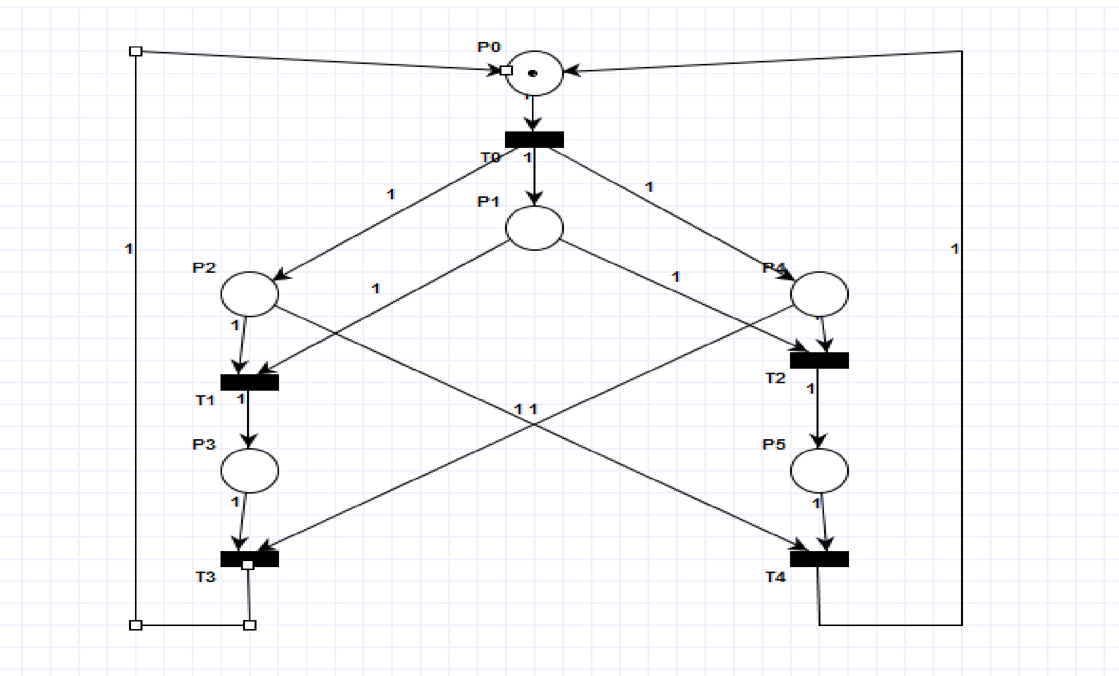

عندما أوجه عدة أسهم على نفس الممر هذا يعني مزامنة أي أزامن الأحداث، فمن الممكن أن ننسى المزامنة2 فيؤدي ذلك إلى احتمال حدوث الحدث R1,R2 بالتالي وجدت حالة مرفوضة ضمن النظام، بالمقابل لا يوجد مانع من الانتقال من G2 إلى R2 مباشرةً حالة مقبولة.

ملاحظة:

شبكات بتري المفسّرة مرتبطة مع كل حالة للحدث (token) ومن المفترض أن تكون الشبكة المفسّرة أسرع من النظام أي أن عمليات تفسير الشبكة والتي هي عمليات زمنية حسابية يجب أن تكون أسرع مما يطلبه النظام من عمليات.

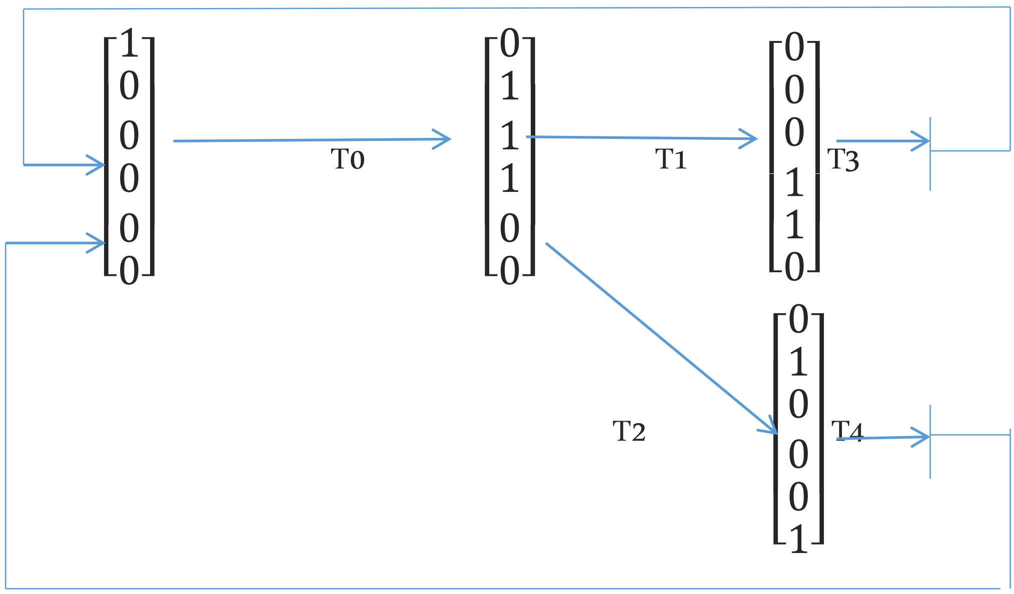
الموديل الرياضي لشبكة بتري نت:

- **أشعة الترقيم وأشجار التغطية (Mark Vectors && Rechability Graphs)**
  - بفرض لدينا الشبكة التالية :



$$\begin{bmatrix} p0 \\ p2 \\ p1 \\ p4 \\ p3 \\ p5 \end{bmatrix}$$

شجرة التغطية للشبكة السابقة:




- بكل مكان من الأماكن أضع عدد العلامات الموجودة.
- النظام السابق هو نظام حي لأنه يعيد نفسه (لا يوجد فيه توقف)، ممكن أن يكون حي جزئياً بتوقف أحدى الحالات ولكن يكون هناك إحدى الحلقات تستمر.
- الشرط المرفوض لا يمكن للنظام أن يمر فيه.
- الشرط المطلوب من النظام لا يمكن تجاوزه.

شبكات بتري تساعد في معرفة إن كان هناك توقف في النظام أم لا، وتساعد في كيفية استثمار الموارد بشكل أمثل وسرعة قصوى.

❖ **خوارزمية بناء شجرة بتري:**

✓ الخطوة 1 : بدءاً من شعاع الترقيم الابتدائي M0 (جذر شجرة التغطية) نشير إلى كل الممرات القابلة للعبور وأشعة الترقيم الموافقة لكل عبور إذا وصلنا إلى شعاع ترقيم $M_i$ أكبر تماماً من M0 فإننا في كل مكان أكبر من المكان المطابق له في M0 نضع W.

✓ الخطوة 2: لكل شعاع ترقيم $M_i$

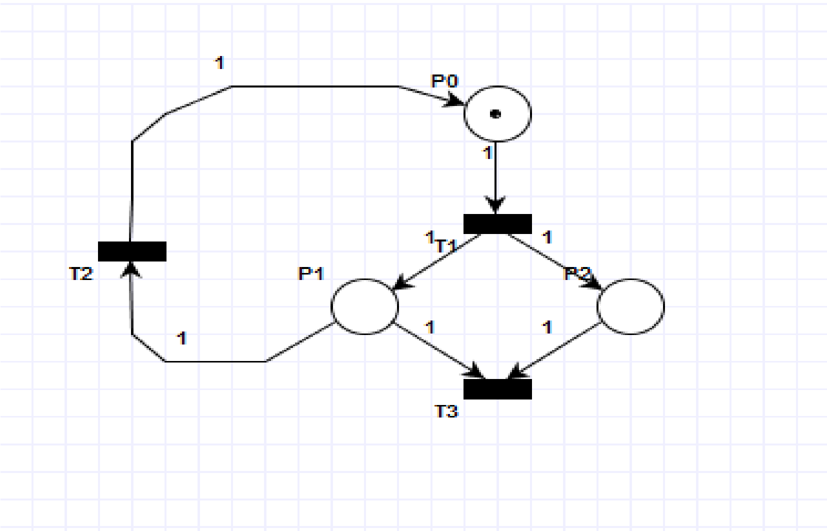
إذا وجد على الطريق بين M0 و $M_i$ شعاع ترقيم Mj = $M_i$ فإن هذا الشعاع Mi لا لاحقة له.

وإلا إذا لم يوجد الشعاع Mj = Mi على الطريق بين M0 و $M_i$ فإننا نمدد الشجرة بإضافة كل أشعة الترقيم اللاحقة لـ Mi وكل مكان W في $M_i$ يبقى W.

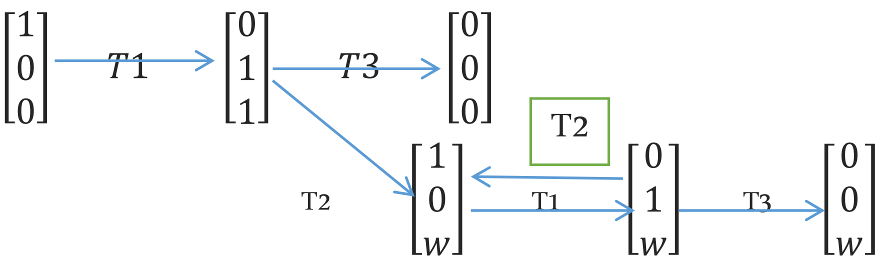
وإذا وجد شعاع ترقيم Mj على الطريق بين M0 و Mk حيث Mj < Mk فإننا نضع W من أجل كل مكان في Mj أكبر من المكان المماثل له في Mk.

أطبق الخوارزمية على أشعة الترقيم مباشرة.

**مثال :**




شجرة التغطية للشبكة السابقة:




في شبكات بتري من الممكن أن تنفجر شجرة التغطية أي يصبح حجمها هائل لا يمكن دراستها، هذه الخوارزمية تحل المشكلة وذلك بوضع w لكيلا ينفجر المكان فأعبر بذلك عن ان هذا المكان امتلئ وفي تزايد دون أن أعلم ما هو هذا التزايد لكيلا أستمر بالزيادة حتى اللانهاية. هنا شعاع الترقيم Mi أكبر من شعاع الترقيم الابتدائي تماماً لأن كل الأماكن متساوية بين الشعاعين إلا مكان أو أكثر يكون أكبر من المكان المقابل له في M0 فنضع في هذا المكان W حسب الخطوة 1.

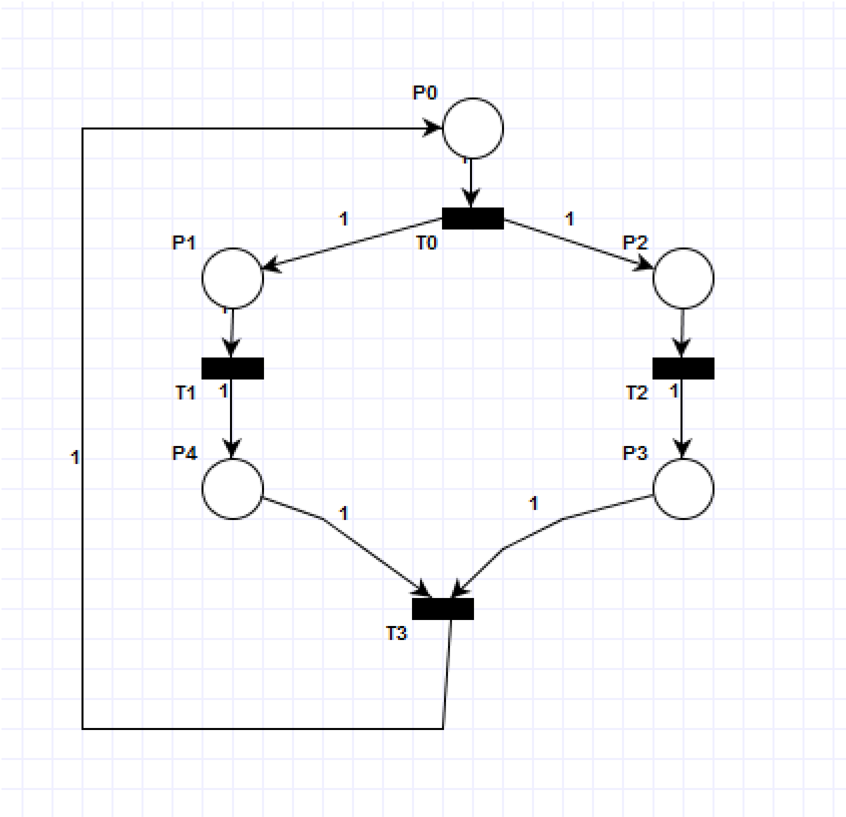
- **الجبر الخطي:** شجرة التغطية تتعلق بالحالة الابتدائية بغض النظر عن العلامات الموجودة بالشجرة.

❖ **مفهوم تابعي الـ pre والـ post**

ليكن p هو المكان وTهو الممر فيكون:

Pre (T, P): وزن السهم الذي يصل P بـ T ويسبق T.

Post (T, P): وزن السهم الذي يصل T بـ P ويلي T.




السهم يكون وزنه 1 إذا لم أزنه.

لا يوجد أسهم تسبق T0 ترتبط بـ P1,P2,P3,P4 لذلك الـ Pre = 0 في حين أن الـ1=pre(T0 ,P0).

Post(T0,P0) = 0

Post(T0,P1) = 1

Post(T0,P2) = 1

Post(T0,P3) = 0

Post(T0,P4) = 0

وزن القوس هو عدد العلامات التي تنتقل عند كل انتقال.

عدم وجود قوس هو 0.

❖ **مصفوفة الإسقاط الأمامية ( $W^-$ ) :** تستخدم التابع pre.

| | T0 | T1 | T2 | T3 |
|---|---|---|---|---|
| P0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| P1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| P2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| P3 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| P4 | 0 | 0 | 0 | 1 |

الذي يسبق T0 هو P0 فأضع 1 والباقي أصفار.

الذي يسبق T3 هو P4,P3 فأضع 1 عند كل منهما والباقي أصفار وهكذا.

### ❖ مصفوفة الإسقاط الخلفية ($W^+$)

تستخدم التابع Post

| | T0 | T1 | T2 | T3 |
|---|---|---|---|---|
| P0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| P1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| P2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| P3 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| P4 | 0 | 1 | 0 | 0 |

وهنا أيضاً الذي يلي T0 هو P2,P1 أضع 1 عند كل منهما والباقي أصفار .

الذي يلي T2 هو P3 أضع 1 والباقي أصفار وهكذا.

### ❖ مصفوفة الاسقاط (W)

$$W = W^+ - W^-$$

| | T0 | T1 | T2 | T3 |
|---|---|---|---|---|
| P0 | -1 | 0 | 0 | 1 |
| P1 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| P2 | 1 | 0 | -1 | 0 |
| P3 | 0 | 0 | 1 | -1 |
| P4 | 0 | 1 | 0 | -1 |

مصفوفة الاسقاط تعبر عن طوبولوجيا الشبكة، حيث أنه عندما أريد أن أعبر ممر وليكن T0 (دون الرجوع للشجرة) أزيل علامة من P0 وأضيف علامة في P1 وعلامة في P2 (وذلك من مصفوفة الاسقاط).

عند عبور T1 أزيل علامة من P1 وأضيف علامة في P4.

عند عبور T2 أزيل علامة من P2 وأضيف علامة في P3.

عند عبور T3 أزيل علامة من P3 وعلامة من P4 وأضيف علامة في P0.

## ❖ المعادلة الأساسية للانتقال

$$Mk = Mi + W.S$$

حيث:

S: هي سلسلة العبور

حيث S=T0->T1->T2->T3->T0 سلسلة عبور صحيحة يجب أن تكون السلسلة valid.

2: تواتر ورود T0

1: تواتر ورود T1 وهكذا.

MI: شعاع الترقيم من حيث أبدأ.

$$S=\begin{bmatrix}2\\1\\1\\1\end{bmatrix} \qquad MI=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$Mk=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & -1\end{bmatrix}*\begin{bmatrix}2\\1\\1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\1\\1\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\1\\1\\0\\0\end{bmatrix}$$

MK معادلة الانتقال من حالة إلى حالة أخرى في شبكة بتري (شجرة التغطية) نتيجة عبور سلسلة ممرات صحيحة.

- ✓ القيم النهائية يجب أن تكون موجبة.
- ✓ Mi ليس بالضرورة أن يكون الشعاع الجذر.
- ✓ كل توزع للعلامات داخل شبكة بتري يعبر عن انتقال من انتقالات الاوتومات.

**Word press and preparation:**
*Enas Alhalabi*
**Reviewed by:** *Eman Zyadeh*

انتهت المحاضرة