3.5 设 $x_1(t)$ 为连续时间周期信号，其基波频率为 ω_1，傅里叶系数为 a_k，已知

$$x_2(t) = x_1(1-t) + x_1(t-1)$$

问 $x_2(t)$ 的基波频率 ω_2 与 ω_1 是什么关系？求 $x_2(t)$ 的傅里叶级数系数 b_k 与系数 a_k 之间的关系。可以使用列于表 3.1 中的性质。

3.8 现对一个信号 $x(t)$ 给出如下信息：

1. $x(t)$ 是实奇函数。
2. $x(t)$ 是周期的，周期 $T=2$，傅里叶系数为 a_k。
3. 对 $|k|>1$，$a_k=0$。
4. $\frac{1}{2}\int_0^2 |x(t)|^2\mathrm{d}t = 1$。

试确定两个不同的信号都满足这些条件。

3.26 设 $x(t)$ 是一个周期信号，其傅里叶级数系数是

$$a_k = \begin{cases} 2, & k=0 \\ \mathrm{j}(\frac{1}{2})^{|k|}, & \text{其他} \end{cases}$$

利用傅里叶级数性质回答下列问题：

(a) $x(t)$ 是实的吗？

(b) $x(t)$ 是偶的吗？

(c) $\mathrm{d}x(t)/\mathrm{d}t$ 是偶的吗？

3.40 令 $x(t)$ 为一个周期信号，基波周期为 T，傅里叶级数系数为 a_k，利用 a_k 导出下列各信号的傅里叶级数系数：

(a) $x(t-t_0)+x(t+t_0)$　(b) $\mathcal{Ev}\{x(t)\}$　(c) $\mathcal{Re}\{x(t)\}$　(d) $\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2}$

(e) $x(3t-1)$［先确定 $x(3t-1)$ 的周期］

3.61 正如已经看到的，由于周期性复指数函数是线性时不变系统的特征函数，因此在研究连续时间线性时不变系统时，傅里叶分析方法是很有价值的。在本题中，希望证实下列论述：尽管某些线性时不变系统可能有另外的特征函数，但复指数函数是**唯一能够成为一切**线性时不变系统特征函数的信号。

(a) 单位冲激响应为 $h(t)=\delta(t)$ 的线性时不变系统的特征函数是什么？其相应的特征值是什么？

(b) 考虑单位冲激响应 $h(t)=\delta(t-T)$ 的线性时不变系统，试找到一个信号，它不具有 e^{st} 的形式，但却是该系统的特征函数，且特征值为 1。与此类似，找出两个特征函数，它们的特征值分别是 1/2 和 2，但都不是复指数函数。［**提示**：能够找到满足这些要求的冲激串。］

(c) 考虑一个稳定线性时不变系统，其单位冲激响应 $h(t)$ 是实偶函数，证明：$\cos\omega t$ 和 $\sin\omega t$ 都是该系统的特征函数。

(d) 考虑单位冲激响应 $h(t)=u(t)$ 的线性时不变系统，假如 $\phi(t)$ 是该系统的特征函数，其特征值为 λ。找出 $\phi(t)$ 必须满足的微分方程，并解出这个微分方程。此结果连同 (a) 至 (c) 的结果能证明本题最初论述的正确性