Hw7 电信提高2101班 杨[illegible]

3.11 证明: $x[n]$ 是实偶信号 则有 $a_k=a_{-k}$ 且 $x[n]$ 的周期 $N=10$, $a_{11}=5$

从而有 $a_1=a_{11}=5$, $a_{-1}=a_1=5$ 而 $\frac{1}{10}\sum_{n=0}^{9}|x[n]|^2=50$ 由帕斯瓦尔定理

$\frac{1}{N}\sum_{k=\langle N\rangle}|x[k]|^2=\sum_{k=\langle N\rangle}|a_k|^2 \Rightarrow a_k=0,\ k\neq\pm1,\ k\in[-4,5]$ 即 $x[n]=5e^{-j\omega_0 n}+5e^{j\omega_0 n}$

其中 $\omega_0=\frac{2\pi}{N}=\frac{2}{10}\pi=\frac{\pi}{5}$ 则 $x[n]=5(e^{j\omega_0 n}+e^{-j\omega_0 n})=5\cdot 2\cos\omega_0 n=10\cos\frac{\pi}{5}n$

即 $A=10$, $B=\frac{1}{5}\pi$ $C=0$

3.14 $x[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[n-4k] \Rightarrow x[n]$ 是以 $N=4$ 为周期的信号 $x[0]=1$, $x[k]=0\ (k=1,2,3)$

而 $y[n]=\sum_{k=0}^{3}H(e^{jk\omega_0})a_k e^{jk\omega_0 n}$ 其中 $a_0=\frac{1}{4}\sum_{n=\langle 4\rangle}x[n]e^{-j0\omega_0 n}=\frac{1}{4}$

$a_1=\frac{1}{4}$, $a_2=a_3=\frac{1}{4}$ 则 $y[n]=\frac{1}{4}[H(1)+H(e^{j\omega_0})e^{j\omega_0 n}+H(e^{j2\omega_0})e^{j2\omega_0 n}+H(e^{j3\omega_0})e^{j3\omega_0 n}]$

且 $y[n]=\cos(\frac{5\pi}{2}n+\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}[e^{j(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{4})}+e^{-j(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{4})}]$

$=\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{\pi}{2}n}+\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{3}{2}\pi n} \Rightarrow H(e^{jk\omega_0})$ 当 $k=1$ 时为 $2e^{j\frac{\pi}{4}}$, $k=3$ 时为 $2e^{-j\frac{\pi}{4}}$ 其余为0

3.48 解. $x[n] \xleftrightarrow{FS} a_k$

(a) $x[n-n_0] \xleftrightarrow{FS} a_k e^{-jk\omega_0 n_0} \Rightarrow x[n-n_0]=\sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{-jk\omega_0 n_0}e^{jk\omega_0 n}$

(b) $x[n]-x[n-1] \xleftrightarrow{FS} (1-e^{jk\omega_0})a_k \Rightarrow x[n]-x[n-1]=\sum_{k=\langle N\rangle}(1-e^{jk\omega_0})a_k e^{jk\omega_0 n}$

(c) $x[n]-x[n-\frac{N}{2}] \xleftrightarrow{FS} (1-e^{jk\omega_0\frac{N}{2}})a_k \Rightarrow x[n]-x[n-\frac{N}{2}]=\sum_{k=\langle N\rangle}(1-(-1)^k)a_k e^{jk\omega_0 n}$

(d) $x[n]+x[n+\frac{N}{2}] \xleftrightarrow{FS} (1+e^{jk\omega_0\frac{N}{2}})a_k \Rightarrow x[n]+x[n+\frac{N}{2}]=\sum_{k=\langle N\rangle}[1+(-1)^k]a_k e^{jk\omega_0 n}$

$k=2n,\ n\in\mathbb{Z}$ 时 $1+(-1)^k=2 \Rightarrow m=2n$ 则 原式 $=\sum_{k=\langle\frac{N}{2}\rangle}2a_{2k}e^{j2k\omega_0 n}$

(e) $x^*[-n] \xleftrightarrow{FS} a_{-k}^* \Rightarrow x^*[-n]=\sum_{k=\langle N\rangle}a_{-k}^* e^{-jk\omega_0 n}$

(f) $(-1)^n x[n] \xleftrightarrow{FS} a_{k+\frac{N}{2}} \Rightarrow (-1)^n x[n]=\sum_{k=\langle N\rangle}e^{j\pi n}a_k e^{jk\omega_0 n}=\sum_{k=\langle N\rangle}a_k e^{j(k+\frac{N}{2})\omega_0 n}$

(g) $(-1)^n x[n]$ (N为奇数) $\Rightarrow (-1)^n x[n]=\sum_{k=\langle N\rangle}e^{j\pi n}a_k e^{jk\omega_0 n}=\sum_{k=0}^{N-1}e^{j\frac{\omega_0}{2}[(N-1)+(N+1)]}a_k e^{jk\omega_0 n}$

令 $y[n]=(-1)^n x[n]$ 则有 $g_k=\frac{1}{2N}\sum_{n=\langle 2N\rangle}y[n]e^{-jk\omega_0 n}=\frac{1}{2N}\sum_{n=\langle 2N\rangle}(-1)^n x[n]e^{-jk\omega_0 n}$

$= \frac{1}{2N}\left[\sum_{p=0}^{N-1} x[p] e^{-j(k-\frac{N}{2})w_0 p} + \sum_{p=0}^{N-1} x[p] e^{-j(k-\frac{N}{2})w_0 p} e^{-jw(k-M)}\right] = \begin{cases} a_{k-\frac{N}{2}}, & k为odd \\ 0, & k为even \end{cases}$

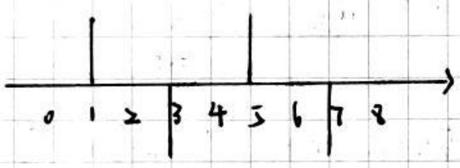
(d) $y[n] = \frac{1}{2}[x[n] + (-1)^n x[n]] \Rightarrow b_k = \begin{cases} \frac{1}{2}[a_k + a_{k-\frac{N}{2}}], & N为偶 \\ \frac{3}{2}[a_k + a_{k-\frac{N}{2}}], & N奇, k偶 \\ \frac{3}{2} a_k, & N奇\ k奇 \end{cases}$

3.50 $a_k = -a_{k-4}$ 且 $N=8$ 则 $a_1 = -a_{-3} = -a_5$, $a_2 = -a_{-2} = -a_6$

$a_3 = -a_{-1} = -a_7$ $a_4 = -a_0 = -a_8$ 并且 $x[2n+1] = (-1)^n$

$x[1] = 1$, $x[3] = -1$, $x[5] = 1$, $x[7] = -1$ 且 $a_k = -a_{k-4} \Rightarrow x[n] = (-1)^n(-1)x[n]$

$\Rightarrow x[2k] = 0$, $k \in Z$ 则 $x[n]$ 图象如下



HW8

3.38 解. $H(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n] e^{-jwn} = -e^{2jw} - e^{jw} + 1 + e^{-jw} + e^{-j2w}$

$= 1 - 2j\sin w - 2j\sin 2w$

而 $x[n] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta[n-4k] \Rightarrow N=4.\ w_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{\pi}{2}$ $a_k = \frac{1}{4}$ 从而 $y[n]$ 傅里叶级数为

$b_k = a_k H(e^{jkw_0}) = \frac{1}{4}[1 - 2j\sin(k\pi/2)]$

3.39 $x[n] \xrightarrow{FS} a_k$, $a_k \neq 0$, $k=0,1,2$, $w_0 = \frac{2}{3}\pi$

则 $y[n] \xrightarrow{FS} b_k$, $b_k = H(e^{jkw_0}) a_k = \begin{cases} a_0, & k=0 \\ 0, & k=1,2 \end{cases}$