

## Utvidgning

$$\kappa = -\tfrac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T\text{ [Pa}^{-1}\text{]}$$

Isobar volymutvidgningskoefficient

$$\alpha_V = \tfrac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\text{ [K}^{-1}\text{]}$$

Relativa volymändringen

$$\frac{dV}{V} = -\kappa \cdot dp + \alpha_V \cdot dT$$

## Kinetisk gasteori

*m* = massan per partikel [kg]

Molara massan

$$M = mN_A$$

$$\nu R = Nk_B$$

$$n = \frac{N}{V}$$

$$v_p = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{k_BT}{m}}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{k_BT}{m}}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{k_BT}{m}}$$

$$\langle E_k \rangle = \frac{3k_BT}{2}$$

Ekvipartitionsprincipen

$$U = Nk_BT \cdot \tfrac{1}{2} \cdot (\text{\#frihetsgrader})\text{ [J]}$$

Energi i enatomig gas

$$U = N \frac{m\langle v^2 \rangle}{2} = \tfrac{3}{2}Nk_BT\text{ [J]}$$

Notera *Nk<sub>B</sub>T* = *pV*

$$pV = \tfrac{2}{3}U$$

Medelfri väg

$$l = \frac{k_BT}{\sqrt{2}\pi d^2p} = \frac{1}{n\sigma\sqrt{2}}$$

Där *d* = partikelns diameter

Stöttal

$$\nu^* = \frac{p}{\sqrt{2m}k_BT} = \tfrac{1}{4}n\langle v \rangle\text{ [s}^{-1}\text{ m}^{-2}\text{]}$$

Maxwell-Boltzmanns hastighetsfördelning

$$n(v) = K \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_BT}}$$

om *f* *n*(*v*) = *N*/*V*, dvs om normaliserat

$$K = 4\pi n \left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{3}{2}}$$

## Värme

Energi för att förändra temp.

$$\Delta Q = mc\Delta T\text{ [J]}$$

Molar isokor värmekapacitet ideal gas

$$C_V = \tfrac{1}{\nu}\frac{dU}{dT}\text{ [J mol}^{-1}\text{ K}^{-1}\text{]}$$

Enatomig ideal gas har

$$C_V = \tfrac{3}{2}R$$

Molar isobar värmekapacitet ideal gas

$$C_p = C_V + R\text{ [J mol}^{-1}\text{ K}^{-1}\text{]}$$

Molar värmekapacitet fast kropp

$$C_m = 3R\text{ [J mol}^{-1}\text{ K}^{-1}\text{]}$$

## Adiabatiska processer

*C<sub>p</sub>* = isobara molara värmekapaciteten

*C<sub>v</sub>* = isokora molara värmekapaciteten

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V}$$

$$pV^\gamma = \text{konst.}$$

$$Tp^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{konst.}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$$

Adiabatiskt arbete på en gas

$$W = -\int_0^1 p dV = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{1-\gamma}$$

## Matematik

$$\text{Sfär: } A = 4\pi r^2; V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

## Värmetransport

λ = Värmekonduktivitet

α = Värmeövergångskoefficient

Ledning

$$U = \tfrac{\lambda}{d}\text{ [W K}^{-1}\text{ m}^{-2}\text{]}$$

Konvektion

$$U = \alpha\text{ [W K}^{-1}\text{ m}^{-2}\text{]}$$

Värmemotstånd

$$\tfrac{1}{\mathcal{C}} = \sum \tfrac{1}{\mathcal{C}_i}$$

Värmefflöde

$$\Phi = UA\left(T_i - T_u\right)$$

Kom ihåg: Vid jämvikt är värmeflödet

konstant, och i t.ex en vägg är värmeflödet konstant genom hela väggen.

## Första huvudsatsen

Arbete på en gas

$$dW = -pdV$$

Energiutbyte med omgivningen

$$dQ = dU + pdV$$

Derivatan av inre energi

$$dU = dQ + dW = dQ - pdV$$

Vid isokor process

$$dU = \nu C_V dT$$

Arbete på en gas

$$W = -\int_1^2 p dV$$

Isotermt kompressionsarbete på en gas

$$W_T = -\nu RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Isobart kompressionsarbete på en gas

$$W_p = -p_2(V_2 - V_1)$$

Isokort arbete på en gas

$$W_V = 0$$

## Andra huvudsatsen

Tillförs *dQ* reversibelt till ett system så är

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Reversibel process i slutet system *ΔS* = 0

Irreversibel process i slutet system *ΔS* > 0

$$\Delta S = \nu C_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + \nu R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

## Övrigt om entropi

$$T = 0 \Rightarrow S = 0$$

*W* = antal möjliga mikroskopiska tillstånd

$$S = k_B \ln W$$

Om *S<sub>A</sub>* är entropi för system A och *S<sub>B</sub>*

entropi för system B så har *S<sub>A</sub>* och *S<sub>B</sub>* sett

som ett enda system entropin

$$S_{A\cup B} = S_A + S_B$$

Entalpi

$$H = U + pV$$

$$dH = dU + pdV + Vdp$$

Fria energin (Helmholtz funktion)

$$F = U - TS$$

$$dF = dU - TdS - SdT$$

Fria entalpin (Gibbs funktion)

$$G = F + pV$$

**ska vi kunna detta?**

$$dG = -SdT + Vdp + \mu N$$

Vid isoterm process så är

$$dW = dF$$

Vid fasövergång är *H* ej kontinuerlig (med avseende på temperatur), *G* är kontinuerlig men dess derivata är inte det

$$H = G + TS$$

## Carnotprocesser

$$T_H \geq T_C$$

Var noga med tecken

*Q<sub>H</sub>* Värme som reservoaren vid *T<sub>H</sub>* avger

*Q<sub>C</sub>* Värme som reservoaren vid *T<sub>C</sub>* avger

*W* Arbete som tillförs processen

$$\frac{Q_H}{T_H} = -\frac{Q_C}{T_C}$$

Notera tecken

$$-W = Q_H + Q_C\text{ (termer kan vara negativa)}$$

$$|W| = |Q_H| - |Q_C|$$

$$\eta = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$

$$\left(p + \frac{a_0}{v^2}\right) \cdot (v - b_0) = RT$$

Van der Waals tillståndsekvation

## Strålning

ε = emissivitet; α = absorptionsfaktor

ρ = reflexionsfaktor; τ = transmissionsfaktor

$$\nu = \text{frekvens} = \frac{c}{\lambda}$$

$$\text{Svartkropp} \Rightarrow \varepsilon = 1$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3}$$

$$\varepsilon(\nu) + \rho(\nu) + \tau(\nu) = 1$$

$$\varepsilon(\nu) = \alpha(\nu)$$

$$\varphi = \varepsilon \sigma T^4\text{ [W/m}^2\text{]}$$

$$\Phi = A\varepsilon \sigma T^4\text{ [W]}$$

$$\frac{h\nu_{max}}{k_BT} = 2.821$$

$$\lambda_{max}T = 2.898 \cdot 10^{-3}\text{ m K}$$

$$u(\nu,T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1}\text{ [J s m}^{-3}\text{]}$$

Planck-fördelningen

$$U(T) = V \frac{\pi^5}{15} \cdot \frac{8h}{c^3} \left(\frac{k_BT}{h}\right)^4\text{ [J]}$$

Total energi hålrumsstrålning

$$\varphi = \tfrac{1}{4V}U(T)c = \sigma T^4$$

Strålningstäthet hålrumsstrålning

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}\text{ [J]}$$

Fotonenergi

## Konstanter

Massenhet	u	1.66054 · 10 <sup>-27</sup>	kg
Avogadros	<i>N<sub>A</sub></i>	6.02214 · 10 <sup>23</sup>	mol <sup>-1</sup>
Boltzmanns	<i>k<sub>B</sub></i>	1.38065 · 10 <sup>-23</sup>	J K <sup>-1</sup>
Gaskonstanten	R	8.3145	J mol <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
Stefan-Boltzmanns	σ	5.6704 · 10 <sup>-8</sup>	W m <sup>-2</sup> K <sup>-4</sup>
Plancks	<i>h</i>	6.62607 · 10 <sup>-34</sup>	J s
Ljushastigheten	<i>c</i>	299 792 458	m s <sup>-1</sup>

## Vettiga värden

Arbete vid sömn		1	W kg <sup>-1</sup>
Lätt arbete utvecklar vid 25% eff.	55-75		W
Energibehov människa (3000 kcal)	12		MJ d <sup>-1</sup>
Jordens radie	6.4 · 10 <sup>6</sup>		m
Månens radie	1.7 · 10 <sup>6</sup>		m
Sveriges area	4.5 · 10 <sup>11</sup>		m <sup>2</sup>
Värmekapacitet <i>c<sub>luft</sub></i>	1.007		kJ kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
Energidensitet Li-ion batteri	0.3 – 0.9		MJ kg <sup>-1</sup>
Energidensitet trä	16		MJ kg <sup>-1</sup>
Energidensitet kol	24		MJ kg <sup>-1</sup>
Energidensitet fett	37		MJ kg <sup>-1</sup>
Energidensitet bensin	44		MJ kg <sup>-1</sup>
Energidensitet uran	8.1 · 10 <sup>7</sup>		MJ kg <sup>-1</sup>
Sveriges elkonsumption	1.5 · 10 <sup>10</sup>		W
Världens elkonsumption	2.1 · 10 <sup>12</sup>		W
Sveriges energikonsumption	7.4 · 10 <sup>10</sup>		W
Världens energikonsumption	1.5 · 10 <sup>13</sup>		W

### Kemi

Atom	Atomnummer	Substans	<i>C<sub>V</sub></i> / <i>R</i>
Kol	6	<i>He</i>	1.52
Kväve	7	<i>H<sub>2</sub></i>	2.44
Syre	8	<i>N<sub>2</sub></i>	2.49
Neon	10	<i>O<sub>2</sub></i>	2.51
Glöm inte bort att molekyler är flera atomer		<i>CO</i>	2.53

Ämne	Densitet	[kg m <sup>-3</sup> ]
Kol		1050
Vatten		1000
Järn		7844
Luft		1.275
Helium		0.1785
Väte		0.0899
Nysnö		60
Packad snö		400
Is		850

## Tillståndsekvationer för gaser

*M* = molara massan [kg mol<sup>-1</sup>]; *m* = totala massan i systemet [kg]

$$\rho = \frac{m}{V}; p = \frac{\rho RT}{M} = \frac{Nk_BT}{V} = \frac{\nu RT}{V}; \nu = \frac{m}{M}$$

*b* ≈ molekylens volym; *a* ≈ växelverkan mellan partiklar

$$p = \frac{Nk_BT}{V - Nb} - a \left(\frac{N}{V}\right)^2$$

Van der Waals tillståndsekvation

$$b_0 = bN_A; a_0 = aN_A^2; v = \tfrac{V}{\nu}$$