

Termodynamik - Slafs

Aron Granberg, Daniel Kempe, Mårten Wiman

Utvidgning

κ
=
−

1

V

⎡

∂
V

∂
p

⎣

T

{\displaystyle \kappa =-{\frac {1}{V}}\left[{\frac {\partial V}{\partial p}}\right]_{T}}

 [Pa^{−1}]

Isobar volymutvidgningskoefficient

α

V

=

1

V

⎡

∂
V

∂
T

⎣

p

{\displaystyle \alpha _{V}={\frac {1}{V}}\left[{\frac {\partial V}{\partial T}}\right]_{p}}

 [K^{−1}]

Relativa volymändringen

d
V

V

=
−
κ
⋅
d
p
+

α

V

⋅
d
T

{\displaystyle {\frac {dV}{V}}=-\kappa \cdot dp+\alpha _{V}\cdot dT}

Kinetisk gasteori

m = massan per partikel [kg]

Molara massan

M = *m**N**A*

*ν**R* = *N**k**B*

n =

N

V

{\displaystyle n={\frac {N}{V}}}

v

p

=

√
2
⋅

k

B

T

m

{\displaystyle v_{p}={\sqrt {2\cdot {\frac {k_{B}T}{m}}}}}

⟨
v
⟩
=

√

8
π

⋅

k

B

T

m

{\displaystyle \langle v\rangle ={\sqrt {\frac {8}{\pi }}}\cdot {\frac {k_{B}T}{m}}}

v

r
m
s

=

√
(

v

2

)
=

√
3
⋅

k

B

T

m

{\displaystyle v_{rms}={\sqrt {v^{2}}}= {\sqrt {3}}\cdot {\frac {k_{B}T}{m}}}

⟨

E

k

⟩
=

3

k

B

T

2

{\displaystyle \langle E_{k}\rangle ={\frac {3k_{B}T}{2}}}

Ekvipartitionsprincipen

U = *N**k**B**T* ·

1
2

⋅
(
#fritetsgrader
)

{\displaystyle U=Nk_{B}T\cdot {\frac {1}{2}}\cdot (\#fritetsgrader)}

 [J]

Energi i enatomig gas

U = *N*

m

(

v

2

)

2

=

3
2

N

k

B

T

{\displaystyle U=N{\frac {m(v^{2})}{2}}={\frac {3}{2}}Nk_{B}T}

 [J]

Notera *N**k**B**T* = *p**V*

*p**V* =

2
3

U

{\displaystyle pV={\frac {2}{3}}U}

U =

3
2

p
V

{\displaystyle U={\frac {3}{2}}pV}

*p**V*^γ = konst.

Konstanter

Massenhet	u	1.66054 · 10 ^{−27}	kg
Avogadros	<i>N</i> <i>A</i>	6.02214 · 10 ²³	mol ^{−1}
Boltzmanns	<i>k</i> <i>B</i>	1.38065 · 10 ^{−23}	J K ^{−1}
Gaskonstanten	R	8.3145	J mol ^{−1} K ^{−1}
Stefan-Boltzmanns	<i>σ</i>	5.6704 · 10 ^{−8}	W m ^{−2} K ^{−4}
Plancks	<i>h</i>	6.62607 · 10 ^{−34}	J s
Ljushastigheten	<i>c</i>	299 792 458	m s ^{−1}

Vettiga värden

Arbete vid sömn	1	W kg ^{−1}
Lätt arbete utvecklar vid 25% eff.	55-75	W
Energibehov människa (3000 kcal)	12	MJ d ^{−1}
Jordens radie	6.4 · 10 ⁶	m
Månens radie	1.7 · 10 ⁶	m
Solens radie	7.0 · 10 ⁸	m
Sveriges area	4.5 · 10 ¹¹	m ²
Solens yttemperatur	5800	K
Värmekapacitet <i>c</i> <i>luf</i> <i>t</i>	1.007	kJ kg ^{−1} K ^{−1}
Energidensitet Li-ion batteri	0.3 – 0.9	MJ kg ^{−1}
Energidensitet trä	16	MJ kg ^{−1}
Energidensitet kol	24	MJ kg ^{−1}
Energidensitet fett	37	MJ kg ^{−1}
Energidensitet bensin	44	MJ kg ^{−1}
Energidensitet uran	8.1 · 10 ⁷	MJ kg ^{−1}
Sveriges elkonsumption	1.5 · 10 ¹⁰	W
Världens elkonsumption	2.1 · 10 ¹²	W
Sveriges energikonsumption	7.4 · 10 ¹⁰	W
Världens energikonsumption	1.5 · 10 ¹³	W
Effekt (aktivt) kärnkraftverk	1-10	GW
Effekt (aktivt) vattenkraftverk	0.2-10	GW
Effekt (aktivt) vindkraftverk	1-5	MW

Medelfri väg

l
=

k

B

T

p
π

d

2

√
2

=

1

n
π

d

2

√
2

{\displaystyle l={\frac {k_{B}T}{p\pi d^{2}{\sqrt {2}}}}={\frac {1}{n\pi d^{2}{\sqrt {2}}}}}

 [m]

Där *d* = partikelns diameter

Stöttal

ν

∗

=

p

√
2
π
m

k

B

T

=

1
4

n
(
v
)

[

s

−
1

m

−
2

]

{\displaystyle \nu ^{*}={\frac {p}{\sqrt {2\pi mk_{B}T}}}}={\frac {1}{4}}n(v)\left[{\mathrm {s^{-1}\,m^{-2}} }\right]}

Maxwell-Boltzmanns hastighetsfördelning

n(*v*) = K · *v*² · *e*<sup>−

m

v

2

2

k

B

T

{\displaystyle -{\frac {mv^{2}}{2k_{B}T}}}</sup>

om

∫
n
(
v
)
d
v
=

N

V

,

{\displaystyle \int n(v)dv={\frac {N}{V}},}

 dvs om normaliserat

K
=
4
π
n
⎡

m

2
π

k

B

T

⎣

⎣

2

{\displaystyle K=4\pi n\left({\frac {m}{2\pi k_{B}T}}\right)^{\frac {3}{2}}}

Värme

Energi för att förändra temp.

*Δ**Q* = *mcΔ**T* [J]

Molar isokor värmekapacitet ideal gas

*C**V* =

1
2

⎡

∂
U

∂
T

⎣

V

{\displaystyle C_{V}={\frac {1}{2}}\left[{\frac {\partial U}{\partial T}}\right]_{V}}

 [J mol^{−1} K^{−1}]

Enatomig ideal gas har

*C**V* =

3
2

R

{\displaystyle C_{V}={\frac {3}{2}}R}

Molar isobar värmekapacitet ideal gas

*C**p* = *C**v* + *R* [J mol^{−1} K^{−1}]

Molar isobar värmekapacitet ideal gas

*C**p* =

1
ν

⎡

∂
U

∂
T

⎣

p

{\displaystyle C_{p}={\frac {1}{\nu }}\left[{\frac {\partial U}{\partial T}}\right]_{p}}

 [J mol^{−1} K^{−1}]

Molar värmekapacitet fast kropp

*C**m* = 3*R* [J mol^{−1} K^{−1}]

Adiabatiska processer

*C**p* = isobara molar värmekapaciteten

*C**v* = isokora molar värmekapaciteten

γ
=

C

p

C

v

=

c

p

c

v

{\displaystyle \gamma ={\frac {C_{p}}{C_{v}}}={\frac {c_{p}}{c_{v}}}}

*p**V*^γ = konst.

*T**p*^{(1−γ)/γ} = konst.

*T**V*^{γ−1} = konst.

Adiabatiskt arbete på en gas

W
=
−

∫

1

2

p
d
V
=

p

1

V

1

−

p

2

V

2

1
−
γ

{\displaystyle W=-\int _{1}^{2}pdV={\frac {p_{1}V_{1}-p_{2}V_{2}}{1-\gamma }}}

Matematik

Sfär: *A* = 4π*r*²; *V* =

4
π

r

3

3

{\displaystyle A=4\pi r^{2};V={\frac {4\pi r^{3}}{3}}}

Värmetransport

λ = Värmekonduktivitet

α = Värmeövergångskoefficient

Ledning

U =

λ

2

[
W

K

−
1

m

−
2

]

{\displaystyle U={\frac {\lambda }{2}}\left[{\mathrm {W\,K^{-1}\,m^{-2}} }]\right]}

Konvektion

U = α [W K^{−1} m^{−2}]

Värmemotstånd

1

ℓ

=
∑

i

ℓ

i

{\displaystyle {\frac {1}{\ell }}=\sum _{i}{\frac {1}{\ell _{i}}}}

Värmeflöde

Φ = *U**A* (*T**i* − *T**u*)

Kom ihåg: Vid jämvikt är värmeflödet

konstant, och i t.ex en vägg är värmeflödet konstant genom hela väggen.

Första huvudsatsen

Arbete på en gas

*d**W* = −*p**d**V*

Energiutbyte med omgivningen

*d**Q* = *d**U* + *p**d**V*

Derivatn av inre energi

*d**U* = *d**Q* + *d**W* = *d**Q* − *p**d**V*

Vid isokor process

*d**U* = *ν**C**v**d**T*

Arbete på en gas

W
=
−

∫

1

2

p
d
V

{\displaystyle W=-\int _{1}^{2}pdV}

Isotermt kompressionsarbete på en gas

W

T

=
−
ν
R
T
ln
⁡
⎡

V

2

V

1

⎣

{\displaystyle W_{T}=-\nu RT\ln \left({\frac {V_{2}}{V_{1}}}\right)}

Isobart kompressionsarbete på en gas

*W**p* = −*p**2*(*V**2* − *V**1*)

Isokort arbete på en gas

*W**V* = 0

Andra huvudsatsen

Tillförs *d**Q* reversibelt till ett system så är

*d**S* =

d
Q

T

{\displaystyle dS={\frac {dQ}{T}}}

Reversibel process i slutet system *Δ**S* = 0

Irreversibel process i slutet system *Δ**S* > 0

För ideal gas

*Δ**S* = *ν**C**V* · ln

T

2

T

1

 + *ν**R* · ln

V

2

V

1

Övrigt om entropi

T = 0 ⇒ *S* = 0

W = antal möjliga mikroskopiska tillstånd

S = *k**B* ln *W*

Om *S**A* är entropi för system A och *S**B*

entropi för system B så har *S**A* och *S**B* sett

som ett enda system entropin

*S**A*∪*B* = *S**A* + *S**B*

Entalpi

H = *U* + *p**V*

*d**H* = *d**U* + *p**d**V* + *V**dp*

Fria energin (Helmholtz funktion)

F = *U* − *T**S*

*d**F* = *d**U* − *T**d**S* − *S**d**T*

Fria entalpin (Gibbs funktion)

G = *F* + *p**V*

μ är en ämneskonstant

*d**U* = *T**d**S* − *p**d**V* + *μ**d**N*

*d**F* = −*S**d**T* − *p**d**V* + *μ**d**N*

*d**H* = *T**d**S* + *V**dp* + *μ**d**N*

*d**G* = −*S**d**T* + *V**dp* + *μ**d**N*

*d**G* = −*S**d**T* + *V**dp* + *μ**d**N*

*d**G* = −*S**d**T* + *V**dp* + *μ**d**N*

Vid isoterm process så är

*d**W* = *d**F*

Vid fasövergång är *H* ej kontinuerlig (med

avseende på temperatur), *G* är kontinuerlig

men dess derivata är inte det

H = *G* + *T**S*

Carnotprocesser

*T**H* ≥ *T**C*

Var noga med tecken

*Q**H* Värme som reservoaren vid *T**H* avger

*Q**C* Värme som reservoaren vid *T**C* avger

W Arbete som tillförs processen

Q

H

T

H

=
−

Q

C

T

C

{\displaystyle {\frac {Q_{H}}{T_{H}}}=-{\frac {Q_{C}}{T_{C}}}}

 Notera tecken

−*W* = *Q**H* + *Q**C* (termer kan vara negativa)

|*W*| = |*Q**H*| − |*Q**C*|

η
=

Q

H

−

Q

C

Q

H

=

T

H

−

T

C

T

H

{\displaystyle \eta ={\frac {Q_{H}-Q_{C}}{Q_{H}}}={\frac {T_{H}-T_{C}}{T_{H}}}}

Köldfaktor, värmefaktor

Köldfaktor

ε

C

=

Q

C

W

=

Q

C

Q

H

−

Q

C

=

T

C

T

H

−

T

C

{\displaystyle \varepsilon _{C}={\frac {Q_{C}}{W}}={\frac {Q_{C}}{Q_{H}-Q_{C}}}={\frac {T_{C}}{T_{H}-T_{C}}}}

Värmefaktor

ε

H

=

Q

H

W

=
1
+

ε

C

{\displaystyle \varepsilon _{H}={\frac {Q_{H}}{W}}=1+\varepsilon _{C}}

ρ = reflexionsfaktor; *τ* = transmissionsfaktor

ν = frekvens =

c

λ

{\displaystyle \nu ={\frac {c}{\lambda }}}

ν = frekvens =

c

λ

{\displaystyle \nu ={\frac {c}{\lambda }}}

Svartkropp ⇒ *ε* = 1

ν = frekvens =

c

λ

{\displaystyle \nu ={\frac {c}{\lambda }}}

σ
=

2

π

5

k

B

4

15

c

2

h

3

{\displaystyle \sigma ={\frac {2\pi ^{5}k_{B}^{4}}{15c^{2}h^{3}}}}

ν = frekvens =

c

λ

{\displaystyle \nu ={\frac {c}{\lambda }}}

ν = frekvens =

c

λ

{\displaystyle \nu ={\frac {c}{\lambda }}}

ε(*ν*) + *ρ*(*ν*) + *τ*(*ν*) = 1

ε(*ν*) = α(*ν*)

ε(*ν*) = α(*ν*) Kirchoffs lag

φ = *εσT*⁴ [W/m²] Strålningstäthet

Φ = *AεσT*⁴ [W] Strålningsintensitet

h
ν

m
a
x

k

B

T

=
2.821

{\displaystyle {\frac {h\nu _{max}}{k_{B}T}}=2.821}

 Wiens förskjut