

Termodynamik - Slafs

Aron Granberg, Daniel Kempe, Mårten Wiman

Utvidgning

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \text{ [Pa}^{-1}\text{]}$$

Isobar volymutvidgningskoefficient

$$\alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \text{ [K}^{-1}\text{]}$$

Relativa volymändringen

$$\frac{dV}{V} = -\kappa \cdot dp + \alpha_V \cdot dT$$

Kinetisk gasteori

m = massan per partikel [kg]

Molara massan

$$M = mN_A$$

$$\nu R = Nk_B$$

$$n = \frac{N}{V}$$

$$v_p = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

$$\langle E_k \rangle = \frac{3k_B T}{2}$$

Ekvipartitionsprincipen

$$U = Nk_B T \cdot \frac{1}{2} \cdot (\text{\#frihetsgrader}) \text{ [J]}$$

Energi i enatomig gas

$$U = N \frac{m \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} Nk_B T \text{ [J]}$$

Notera $Nk_B T = pV$

$$pV = \frac{2}{3} U$$

Konstanter

Massenhet	u	$1.66054 \cdot 10^{-27}$	kg
Avogadros	N_A	$6.02214 \cdot 10^{23}$	mol ⁻¹
Boltzmanns	k_B	$1.38065 \cdot 10^{-23}$	J K ⁻¹
Gaskonstanten	R	8.3145	J mol ⁻¹ K ⁻¹
Stefan-Boltzmanns	σ	$5.6704 \cdot 10^{-8}$	W m ⁻² K ⁻⁴
Plancks	h	$6.62607 \cdot 10^{-34}$	J s
Ljushastigheten	c	299 792 458	ms ⁻¹

Vettiga värden

Arbete vid sömn	1	W kg ⁻¹
Lätt arbete utvecklar vid 25% eff.	55-75	W
Energibehov människa (3000 kcal)	12	MJ d ⁻¹
Jordens radie	$6.4 \cdot 10^6$	m
Månens radie	$1.7 \cdot 10^6$	m
Solens radie	$7.0 \cdot 10^8$	m
Sveriges area	$4.5 \cdot 10^{11}$	m ²
Solens yttemperatur	5800	K
Värmekapacitet c_{luft}	1.007	kJ kg ⁻¹ K ⁻¹
Energidensitet Li-ion batteri	0.3 – 0.9	MJ kg ⁻¹
Energidensitet trä	16	MJ kg ⁻¹
Energidensitet kol	24	MJ kg ⁻¹
Energidensitet fett	37	MJ kg ⁻¹
Energidensitet bensin	44	MJ kg ⁻¹
Energidensitet uran	$8.1 \cdot 10^7$	MJ kg ⁻¹
Sveriges elkonsumption	$1.5 \cdot 10^{10}$	W
Världens elkonsumption	$2.1 \cdot 10^{12}$	W
Sveriges energikonsumption	$7.4 \cdot 10^{10}$	W
Världens energikonsumption	$1.5 \cdot 10^{13}$	W
Effekt (aktivt) kärnkraftverk	1-10	GW
Effekt (aktivt) vattenkraftverk	0.2-10	GW
Effekt (aktivt) vindkraftverk	1-5	MW

Medelfri väg

$$l = \frac{k_B T}{\sqrt{2\pi m} d^2 p} = \frac{1}{n \sigma \sqrt{2}}$$

Där d = partikelns diameter

Stöttal

$$\nu^* = \frac{p}{\sqrt{2\pi m k_B T}} = \frac{1}{4} n \langle v \rangle \text{ [s}^{-1} \text{ m}^{-2}\text{]}$$

Maxwell-Boltzmanns hastighetsfördelning

$$n(v) = K \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

om $\int n(v) = \frac{N}{V}$, dvs om normaliserat

$$K = 4\pi n \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Värme

Energi för att förändra temp.

$$\Delta Q = mc\Delta T \text{ [J]}$$

Molar isokor värmekapacitet ideal gas

$$C_V = \frac{1}{\nu} \frac{dU}{dT} \text{ [J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{]}$$

Enatomig ideal gas har

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

Molar isobar värmekapacitet ideal gas

$$C_p = C_V + R \text{ [J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{]}$$

Molar värmekapacitet fast kropp

$$C_m = 3R \text{ [J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{]}$$

Adiabatiska processer

C_p = isobara molara värmekapaciteten

C_V = isokora molara värmekapaciteten

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V}$$

$$pV^\gamma = \text{konst.}$$

$$Tp^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{konst.}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$$

Adiabatiskt arbete på en gas

$$W = -\int_0^1 pdV = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{1 - \gamma}$$

Matematik

$$\text{Sfär: } A = 4\pi r^2; V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Värmetransport

λ = Värmeledningskoefficient

α = Värmeövergångskoefficient

Ledning

$$U = \frac{\lambda}{d} \text{ [W K}^{-1} \text{ m}^{-2}\text{]}$$

Konvektion

$$U = \alpha \text{ [W K}^{-1} \text{ m}^{-2}\text{]}$$

Värmemotstånd

$$\frac{1}{U} = \sum \frac{1}{U_i}$$

Värmefflöde

$$\Phi = UA (T_i - T_u)$$

Kom ihåg: Vid jämvikt är värmefflödet

konstant, och i t.ex en vägg är värmefflödet

konstant genom hela väggen.

Första huvudsatsen

Arbete på en gas

$$dW = -pdV$$

Energiutbyte med omgivningen

$$dQ = dU + pdV$$

Derivatan av inre energi

$$dU = dQ + dW = dQ - pdV$$

Vid isokor process

$$dU = \nu C_V dT$$

20 cm

Arbete på en gas

$$W = -\int_1^2 pdV$$

Isotermt kompressionsarbete på en gas

$$W_T = -\nu RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Isobart kompressionsarbete på en gas

$$W_p = -p_2 (V_2 - V_1)$$

Isokort arbete på en gas

$$W_V = 0$$

Andra huvudsatsen

Tillförs dQ reversibelt till ett system så är

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Reversibel process i slutet system $\Delta S = 0$

Irreversibel process i slutet system $\Delta S > 0$

För ideal gas

$$\Delta S = \nu C_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + \nu R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Övrigt om entropi

$$T = 0 \Rightarrow S = 0$$

W = antal möjliga mikroskopiska tillstånd

$$S = k_B \ln W$$

Om S_A är entropi för system A och S_B

entropi för system B så har S_A och S_B sett

som ett enda system entropin

$$S_{A \cup B} = S_A + S_B$$

Entalpi

$$H = U + pV$$

$$dH = dU + pdV + Vdp$$

Fria energin (Helmholtz funktion)

$$F = U - TS$$

$$dF = dU - TdS - SdT$$

Fria entalpin (Gibbs funktion)

$$G = F + pV$$

ska vi kunna detta?

$$dG = -SdT + Vdp + \mu N$$

Vid isoterm process så är

$$dW = dF$$

Vid fasövergång är H ej kontinuerlig (med

avseende på temperatur), G är kontinuerlig

men dess derivata är inte det

$$H = G + TS$$

Carnotprocesser

$$T_H \geq T_C$$

Var noga med tecken

Q_H Värme som reservoaren vid T_H avger

Q_C Värme som reservoaren vid T_C avger

W Arbete som tillförs processen

$$\frac{Q_H}{T_H} = -\frac{Q_C}{T_C} \quad \text{Notera tecken}$$

$$-W = Q_H + Q_C \quad (\text{termer kan vara negativa})$$

$$|W| = |Q_H| - |Q_C|$$

$$\eta = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$

Köldfaktor, värmefaktor

Köldfaktor

$$\varepsilon_C = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{Q_H - Q_C} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

Värmefaktor

$$\varepsilon_H = \frac{Q_H}{W} = 1 + \varepsilon_C$$

Kemi

Atom	Atomnummer	Substans	C_V/R
Kol	6	<i>He</i>	1.52
Kväve	7	<i>H</i> ₂	2.44
Syre	8	<i>N</i> ₂	2.49
Neon	10	<i>O</i> ₂	2.51
		<i>CO</i>	2.53

Glöm inte bort att

molekyler är flera atomer

Ämne	Densitet	[kg m ⁻³]
Kol		1050
Vatten		1000
Järn		7844
Luft		1.275
Helium		0.1785
Väte		0.0899
Nysnö		60
Packad snö		400
Is		850

Tillståndsekvationer för gaser

M = molara massan [kg mol⁻¹]; m = totala massan i systemet [kg]

$$\rho = \frac{m}{V}; p = \frac{\rho RT}{M} = \frac{Nk_B T}{V} = \frac{\nu RT}{V}; \nu = \frac{m}{M}$$

$b \approx$ molekylens volym; $a \approx$ växelverkan mellan partiklar

$$p = \frac{Nk_B T}{V - Nb} - a \left(\frac{N}{V} \right)^2 \quad \text{Van der Waals tillståndsekvation}$$

$$b_0 = bN_A; a_0 = aN_A^2; v = \frac{V}{\nu}$$

$$\left(p + \frac{a_0}{v^2} \right) \cdot (v - b_0) = RT \quad \text{Van der Waals tillståndsekvation}$$

Strålning

ε = emissivitet; α = absorptionsfaktor

ρ = reflexionsfaktor; τ = transmissionsfaktor

$$\nu = \text{frekvens} = \frac{c}{\lambda}$$

$$\text{Svartkropp} \Rightarrow \varepsilon = 1$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3}$$

$$\varepsilon(\nu) + \rho(\nu) + \tau(\nu) = 1$$

$$\varepsilon(\nu) = \alpha(\nu) \quad \text{Kirchoffs lag}$$

$$\varphi = \varepsilon \sigma T^4 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad \text{Strålningstäthet}$$

$$\Phi = A \varepsilon \sigma T^4 \text{ [W]} \quad \text{Strålningsintensitet}$$

$$\frac{h\nu_{max}}{k_B T} = 2.821 \quad \text{Wiens förskjutningslag frekvens}$$

$$\lambda_{max} T = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \quad \text{Wiens förskjutningslag våglängd}$$

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \text{ [J s m}^{-3}\text{]} \quad \text{Planck-fördelningen}$$

$$U(T) = V \frac{\pi^5}{15} \cdot \frac{8h}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^4 \text{ [J]} \quad \text{Total energi hålrumsstrålning}$$

$$\varphi = \frac{1}{4V} U(T) c = \sigma T^4 \quad \text{Strålningstäthet hålrumsstrålning}$$

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \text{ [J]} \quad \text{Fotonenergi}$$