

4.2. Реализовать метод стрельбы и конечно-разностный метод решения краевой задачи для ОДУ в виде программ. С использованием разработанного программного обеспечения решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка на указанном отрезке. Оценить погрешность численного решения с использованием метода Рунге – Ромберга и путем сравнения с точным решением.

№	Краевая задача	Точное решение
1	$xy^2+2y\varphi-xy=0,$ $y\varphi(1)=0,$ $1.5y(2)+y\varphi(2)=e^2$	$y(x) = \frac{e^x}{x}$
2	$xy^2+2y\varphi-xy=0,$ $y(1)=e^{-1},$ $y(2)=0,5e^{-2}$	$y(x) = \frac{e^{-x}}{x}$
3	$x^2(x+1)y^2-2y=0,$ $y\varphi(1)=-1,$ $2y(2)-4y\varphi(2)=4$	$y(x) = \frac{1}{x} + 1$
4	$x^2(x+1)y^2-2y=0,$ $y(1)=1+4\ln 2,$ $y(2)=-1+3\ln 2$	$y(x) = -1 + \frac{2}{x} + \frac{2(x+1)}{x} \ln x+1 $
5	$y^2-2(1+(\operatorname{tg} x)^2)y=0,$ $y'(\frac{p}{4}) = 3 + \frac{p}{2},$ $y'(\frac{p}{3}) - y(\frac{p}{3}) = 3 + \frac{p(4-\sqrt{3})}{3}$	$y(x) = 1 + \operatorname{tg}(x(x+1))$
6	$y^2-2(1+(\operatorname{tg} x)^2)y=0,$ $y(0)=0,$ $y(\frac{p}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$	$y(x) = -\operatorname{tg} x$
7	$(2x+1)y^2+4xy\varphi-4y=0,$ $y\varphi(0)=-1,$ $y\varphi(1)+2y(1)=3$	$y(x) = x + e^{-2x}$
8	$(2x+1)y^2+4xy\varphi-4y=0,$ $y\varphi(-2)+2y(-2)=-9,$ $y\varphi(0)=1$	$y(x) = 3x + e^{-2x}$
9	$xy^2-(2x+1)y\varphi+(x+1)y=0,$ $y\varphi(0)=1,$ $y\varphi(1)-2y(1)=0$	$y(x) = e^x(x^2+1)$
10	$xy^2-(2x+1)y\varphi+(x+1)y=0,$ $y\varphi(1)=3e,$ $y\varphi(2)-2y(2)=0$	$y(x) = e^x x^2$
11	$x(x-1)y^2-xy\varphi+y=0,$ $y\varphi(1)=2,$ $2y\varphi(2)-y(2)=1$	$y(x) = 1+x+x\ln x $
12	$x(x-1)y^2-xy\varphi+y=0$ $y\varphi(1)=3$	$y(x) = 2+x+2x\ln x $

	$y(3)-3y'(3)=-4$	
№	Краяевая задача	Точное решение
13	$(e^x + 1) y^2 - 2y y' - e^x y = 0,$ $y'(0) = \frac{3}{4},$ $y'(1) = \frac{e^2(e+2)}{(e+1)^2}$	$y(x) = e^x - 1 + \frac{1}{e^x + 1}$
14	$(e^x + 1) y^2 - 2y y' - e^x y = 0,$ $y'(0) = 1,$ $y'(1) - y(1) = 1$	$y(x) = e^x - 1$
15	$x^2 \ln x y^2 - x y y' + y = 0,$ $y'(-1) = 0,$ $y'(1) - y(1) = 0$	$y(x) = 1 + x + \ln x$
16	$y^2 - \tan x y y' + 2y = 0,$ $y(0) = 2,$ $y(\frac{\pi}{6}) = 2.5 - 0.5 \ln 3$	$y(x) = \sin x + 2 - \sin x \ln \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$
17	$(x^2 - 1) y^2 + (x - 3) y y' - y = 0,$ $y'(0) = 0,$ $y'(1) + y(1) = -0.75$	$y(x) = x - 3 + \frac{1}{x + 1}$
18	$x y^2 - (x + 1) y y' - 2(x - 1) y = 0,$ $y'(0) = 4,$ $y'(1) - 2y(1) = -9e^{-1}$	$y(x) = e^{2x} + (3x + 1) e^{-x}$
19	$y^2 + 4x y y' + (4x^2 + 2) y = 0,$ $y'(0) = 1,$ $4y(2) - y'(2) = 23e^{-4}$	$y(x) = (1 + x) e^{-x^2}$
20	$x y^2 - (2x + 1) y y' + 2y = 0,$ $y'(0) = 4,$ $y'(1) - 2y(1) = -4$	$y(x) = 2x + 1 + e^{2x}$
21	$x(2x + 1) y^2 + 2(x + 1) y y' - 2y = 0,$ $y'(1) = 0,$ $y(3) - y'(3) = \frac{31}{9}$	$y(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$
22	$x(x + 4) y^2 - (2x + 4) y y' + 2y = 0,$ $y'(0) = 1,$ $y(2) - y'(2) = 3$	$y(x) = x^2 + x + 2$

23	$x(x^2+6)y^2-4(x^2+3)y\phi +6xy=0,$ $y\phi(0)=0,$ $y(4)-y\phi(4)=26$	$y(x)=x^3+x^2+2$
24	$(x^2+1)y^2-2y=0$ $y\phi(0)=2$ $y(1)= 3 + \frac{p}{2}$	$y(x)=x^2+x+1+$ $+(x^2+1)\arctg(x)$
25	$2x(x+2)y^2+(2-x)y\phi +y=0,$ $y\phi(4)+y(4)= \frac{21}{4},$	$y(x) = \sqrt{ x } + x - 2$
№	Краевая задача	Точное решение
26	$x(x+1)y^2+(x+2)y\phi -y = x + \frac{1}{x},$ $y\phi(1)= \frac{3}{2},$ $4y\phi(2)+y(2)= 13+4\ln 2$	$y(x) = x + \frac{7}{2} + \frac{1}{x} + \frac{3x}{e^2} + 1 \frac{\ddot{0}}{\emptyset} \ln x $
27	$(2x+1)y^2+(2x-1)y\phi -2y=x^2+x,$ $y\phi(0)=1,$ $y\phi(1)+y(1)=5$	$y(x) = 2x - 1 + e^{-x} + \frac{x^2 + 1}{2}$
28	$xy^2-(2x+1)y\phi + 2y=0,$ $y\phi(0)=2,$ $y(1)=e^2$	$y(x) = e^{2x}$
29	$(x^2-1)y^2+(x-3)y\phi -y=0,$ $y(0)=-18,$ $y(3)= 0$	$y(x)=6x-18$
30	$(x^2+1)y^2-2y=0,$ $y\phi(0)=0,$ $y(2)-y\phi(2)=1$	$y(x)=x^2+1$