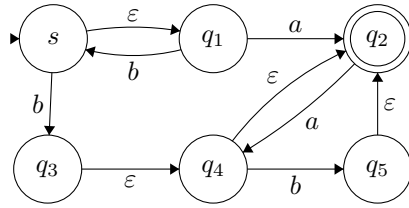


Недетерминированные конечные автоматы. Детерминизация

1.1. Недетерминированный конечный автомат задан диаграммой:

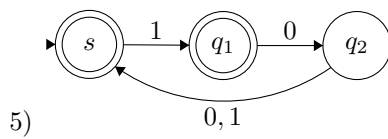
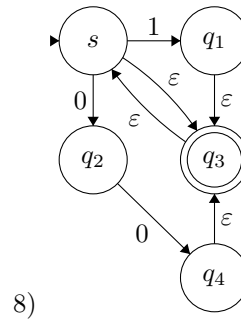
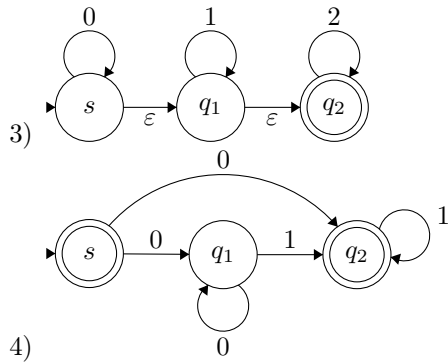
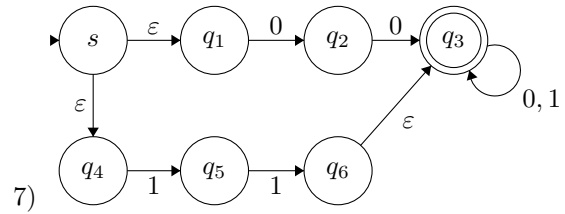
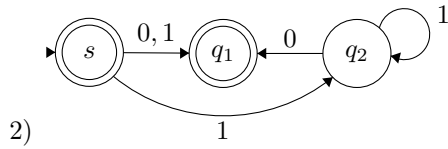
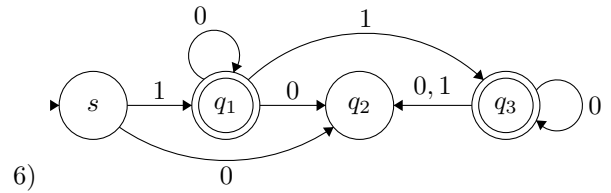
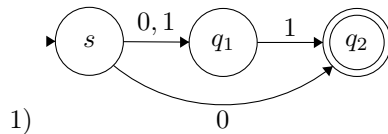


Определить множество состояний, в которые данный автомат может прийти по следующим словам.

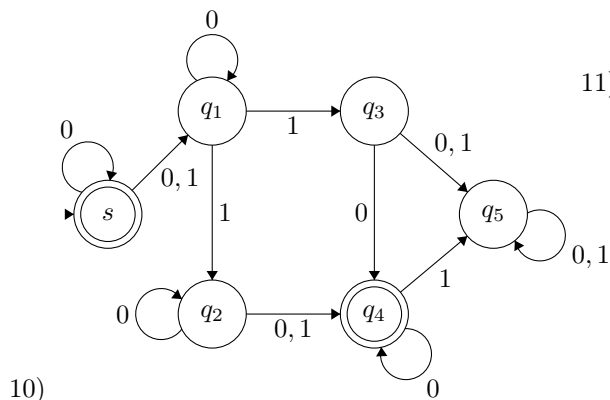
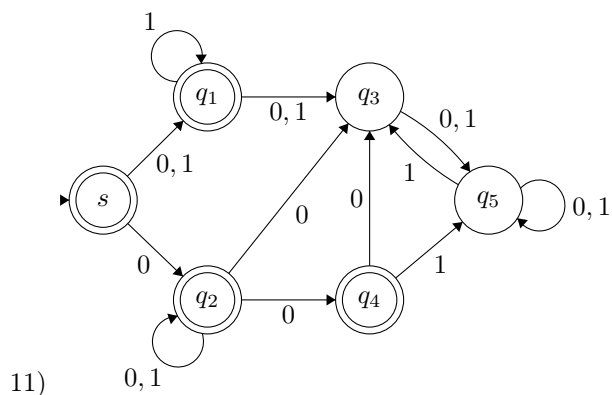
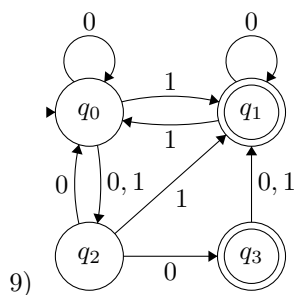
- | | | |
|----------|----------|----------|
| 1) a | 4) b | 7) abb |
| 2) aa | 5) bb | 8) bab |
| 3) aaa | 6) bbb | 9) aab |

Какие из этих слов допускаются данным автоматом?

1.2. Найти языки, распознаваемые следующими недетерминированными конечными автоматами.



8)



1.3. Построить недетерминированные конечные автоматы, распознающие следующие языки.

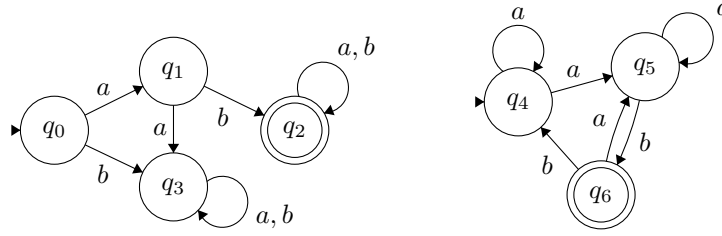
- 1) Все слова, содержащие 1111
- 2) Все слова, заканчивающиеся на 10
- 3) Все слова, начинающиеся на 01
- 4) Все слова, содержащие 101
- 5) Все слова, не содержащие 000
- 6) Все слова, содержащие ровно три 0
- 7) Все слова, содержащие хотя бы три 0
- 8) Все слова, содержащие 111
- 9) Все слова, начинающиеся на 0 или 11
- 10) Все слова, в которых за каждым 0 непосредственно следует 1
- 11) Все слова, содержащие чётное количество 0
- 12) Все слова, содержащие нечётное количество 1
- 13) Пустой язык
- 14) Язык, содержащий только пустое слово

1.4. Построить детерминированные конечные автоматы, эквивалентные автоматам из упр. 1.2.

1.5. Пусть дан алфавит $\Sigma = \{0, 1, 2\}$.

- a) Найти недетерминированный конечный автомат, распознающий язык, состоящий из всех слов w , последний символ в которых не встречается на других позициях слова w . (Например, слова 0102, 1220, 10, 1 принадлежат данному языку, а слово 0120 не принадлежит.)
- b) Построить детерминированный конечный автомат, эквивалентный автомату из п. а).
- c) Построить минимальный детерминированный конечный автомат, эквивалентный автомату из п. b).

1.6. Языки L_1 и L_2 заданы, соответственно, следующими конечными автоматами.



- (a) Найти детерминированный конечный автомат, распознающий пересечение $L_1 \cap L_2$.
 (b) Найти детерминированный конечный автомат, распознающий разность $L_1 \setminus L_2$.
- 1.7. Введём следующее правило допустимости слова недетерминированным конечным автоматом: слово w допускается недетерминированным конечным автоматом M , если любой возможный путь по слову w приводит автомат M в финишное состояние. Показать, что язык, состоящий из всех таких слов, является регулярным.
- 1.8. Пусть $w \in \Sigma^*$ — слово. Определим слово $2w$ следующим образом: 1) $2\varepsilon = \varepsilon$; 2) $2(wa) = (2w)aa$. (Другими словами, слово $2w$ получается из слова w удвоением каждого символа слова w : $2(aab) = aaaabb$.)

Показать, что если L — регулярный язык, то язык $\{2w \mid w \in L\}$ также регулярен.

- 1.9. Пусть $L \subseteq \Sigma^*$ — язык. Зададим язык префиксов языка L следующим образом:

$$\text{pref}(L) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : wv \in L\}.$$

Доказать, что если язык L регулярен, то язык $\text{pref}(L)$ также регулярен.

- 1.10. Пусть $L \subseteq \Sigma^*$ — язык. Определим язык $\min(L)$, состоящий из всех слов $w \in L$, таких, что $v \notin L$ для собственных префиксов $v \prec w$. Доказать, что если язык L регулярен, то язык $\min(L)$ также регулярен.
- 1.11. Пусть $L \subseteq \Sigma^*$ — язык. Определим язык $\max(L)$, состоящий из всех слов $w \in L$, таких, что $wx \notin L$ для любого непустого слова x . Доказать, что если язык L регулярен, то язык $\max(L)$ также регулярен.
- 1.12. Пусть $L \subseteq \Sigma^*$ — язык. Определим язык $\text{half}(L)$, состоящий из всех слов $w \in \Sigma^*$, таких, что существует слово x длины $|w|$, такое, что $wx \in L$. Доказать, что если язык L регулярен, то язык $\text{half}(L)$ регулярен.
- 1.13. С помощью теоремы о накачке показать, что данные языки не являются регулярными.
- 1) $\{0^{2^n}1^n \mid n \geq 0\}$
 - 2) $\{1^{n^2} \mid n \geq 0\}$
 - 3) $\{w \in \Sigma^* \mid w = w^R\}$
 - 4) $\{a^n b^m a^{nm} \mid n, m \geq 0\}$
 - 5) $\{0^n 10^n \mid n \geq 0\}$
 - 6) $\{0^n 1^m \mid n \leq m\}$