$N \subset Z \subset Q$

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$

Conjuntos Numéricos

N= {0,1, 2, 3, 4, ...}: conjunto dos números naturais.

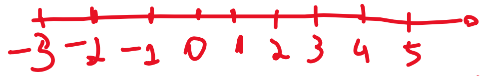
Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1 ,2 , 3, ...}: conjunto dos números inteiros

$2 = \frac{2}{1}$

Q = $\left\{x/x = \frac{m}{n}, m, n \in Z, n \neq 0\right\}$: conjunto dos números racionais

$0 \; \frac{1}{4} \; \frac{1}{3} \; \frac{1}{2}$ 0 . .

$\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\frac{2}{5} = 0{,}4$



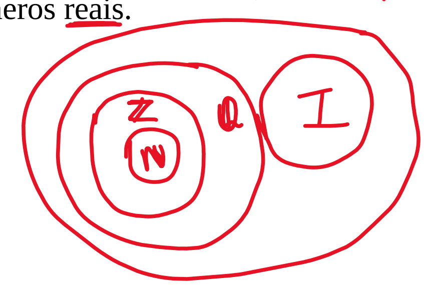
$\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ dízima periódica

Encontramos números que não podem ser representados na forma $\frac{m}{n}, n \neq 0, m, n \in Z$, tais como $\boxed{\sqrt{2}}$e $\boxed{\pi = 3{,}14.}$ Estes números são conhecidos como conjunto dos números irracionais que denotaremos por I.

$\pi = 3{,}1416\ldots$ $\sqrt{2} = 1{,}259921049894873\ldots$

$\sqrt{5}, \sqrt{7} \ldots$ $\sqrt{3} = 1{,}\ldots$

$\boxed{R = Q \cup I}$: conjunto dos números reais.



Reais

Axioma do fechamento: Se a e b$\in R$, então existe um e somente um número real denotado por a + b, chamado de soma e existe um e somente um número real denotado por ab (a x b, a.b), chamado produto.

Dados a, b e $c \in R$, temos que eles satisfazem as seguintes propriedades:

Comutativa: a + b = b + a e a . b = b . a

Associativa: a + (b + c) = (a + b) + c e a . (b . c) = (a . b) .c

Distributiva: a. (b + c) = a.b + a . c

$\frac{1}{2} . 2 = 1$

$3 . \frac{1}{3} = 1$

Existência do elemento neutro: 0 e 1 $\in R$ tais que $\boxed{0 + a = a}$ e $\boxed{a . 1 = a}$ para qualquer a $\in R$.

= oposto

Existência de simétricos: - a é simétrico de a $\in R$ pois $\boxed{a + (-a)}$ = 0. $2 + (-2) = 0$

Existência de inversos: para todo a$\in R$, a≠0, existe um inverso denotado por $\frac{1}{a}$, tal que $\boxed{\frac{1}{a}}$.a = 1. $\frac{2}{5} . \frac{5}{2} = 1$

Subtração: Se $a, b \in R$, a diferença entre eles denotada por a – b é definida por a + (- b). $2 - 3 = -1$

Divisão: Se $a, b \in R$ e b$\neq$0, o quociente de a e b é definido por $\frac{a}{b} = a.\frac{1}{b}$.

Desigualdades:

Axioma da ordem. No conjunto dos números reais existe um subconjunto denominado de números positivos, tal que:

a) se $a \in R$ então $\boxed{a = 0}$ ou $\boxed{\text{a é positivo}}$ ou –a é positivo.

b) a soma de dois números positivos é positiva;

c) o produto de dois números positivos é positivo.

Dizemos que $a \in R$ é negativo se –a for positivo.

$5 \quad -(-5) = 5$

$+5 = 5 = -(-5)$

1 $10 - 5 = 5$

2 $15 + 5 = 20$

3 $-5 - (0 - 5) =$

$-5 + 5 = 0$

4 $-6 - 3 = -9$

5 $+2 \cdot (-5) = -10$

6 $(-2) \cdot (-5) = 10$

multiplicação

$+ \cdot + = +$ $\quad + \cdot - = -$

$- \cdot - = +$ $\quad - \cdot + = -$

7 $\frac{2}{3} = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{3}$

8 $-\frac{2}{3} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$

9 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$

$$\begin{array}{r|l} 8,4 & 2 \\ 4,2 & 2 \\ 2,1 & 2 \\ \hline 1,1 & 8 \end{array}$$

10 $\frac{3}{8} + \frac{5}{4} = \frac{3}{8} + \frac{10}{8} = \frac{13}{8} = 1,625$

$\frac{12}{32} + \frac{40}{32} = \frac{52 : 4}{32 : 4} = 1,625 = \frac{13}{8}$

11 $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$

12 $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{3}$

Os símbolos < (menor que) , > (maior que) , ≤ (menor ou igual) e ≥ (maior que) são definidos:

a) a < b⇔b – a é positivo;
b) a > b ⇔a – b é positivo;
c) a≤b⇔a < b ou a = b
d) a≥b⇔a > b ou a = b.

Valor absoluto (módulo)

Definimos valor absoluto de a, denotado por $|a|$, como :

$$|a| = \begin{cases} a & \text{se } a \geq 0 \\ -a & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

$|5| = 5$

$|-5| = -(-5) = 5$

$-5 \quad 0 \quad 5$

Obs: geometricamente $|a|$, também chamando módulo de a, representa a distância de a e 0.

Propriedades:

a) $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$,onde $a > 0$
b) $|x| > a \Leftrightarrow x > a \;\; ou \;\; x < -a$,onde $a > 0$
c) $a, b \in R \Rightarrow |a.b| = |a|.|b|$
d) $a, b \in R, b \neq 0 \Rightarrow \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

$-a \quad a$

$-a \quad a$

$= \{x \in \mathbb{N} \mid x > 3\} = \{4, 5, 6, \ldots\}$

Intervalos

Intervalos são conjuntos infinitos de números reais.

Intervalo aberto:$\{x/a < x < b\}$, denota-se (a,b) ou]a,b[;

$a \quad b$

$1 \quad 3$

$1 < x < 3$

Intervalo fechado: $\{x/a \leq x \leq b\}$, denota-se [a,b]

$1 \quad 3$

$1 \leq x \leq 3$

Intervalo fechado à direita e aberto à esquerda:$\{x/a < x \leq b\}$, denota-se (a,b] ou]a,b]

Intervalo aberto à direita e fechado à esquerda: $\{x/a \leq x < b\}$, denota-se [a,b) ou [a,b[

Intervalos infinitos

a) $\{x/x > a\}$ denota-se $(a, +\infty)$ ou $]a, +\infty[$;

a

$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$

3

b) $\{x/x \geq a\}$ denota-se $[a, +\infty)$ ou $[a, +\infty[$;

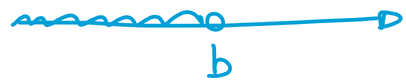
a

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$

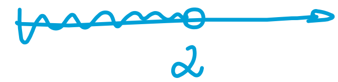
3

a

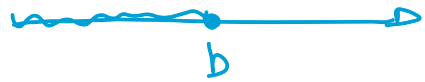
c) $\{x / x < b\}$ denota-se $(-\infty, b)$ ou $]-\infty, b[$;



$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$



d) $\{x/x \leq b\}$ denota-se $(-\infty, b]$ ou $]-\infty, b]$.



$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 2\}$