



UNIVERSITETET I BERGEN

KANDIDAT

123

PRØVE

INFO102 0 Formelle metoder for  
informasjonsvitenskap

Emnekode	INFO102
Vurderingsform	Skriftlig eksamen
Starttid	14.05.2020 07:00
Sluttid	14.05.2020 09:00
Sensurfrist	--
PDF opprettet	14.05.2020 09:05

Seksjon 1

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
i	Introduksjon	Dokument
1	Mengdelære	Flervalg (flere svar)
2	Relasjoner og funksjoner	Flervalg (flere svar)
3	Utsagnslogikk	Langsvar
4	Utsagnslogikk	Sant/usant
5	Utsagnslogikk	Sant/usant
6	Utsagnslogikk	Flervalg (flere svar)
7	Utsagnslogikk	Flervalg (flere svar)
8	Logisk ekvivalens	Langsvar
9	Logisk konsekvens	Sant/usant
10	Logisk konsekvens	Sant/usant
11	Førsteordens logikk	Langsvar

1 Mengdelære

La  $\mathbb{N}$  være mengden av de naturlige tallene og la:

$A = \{3, 1, 4\}$

$B = \{2, 3\}$

$C = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ og } x \text{ er et oddetall}\}$

$D = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ og } x \leq 100\}$

$E = \{8\}$

Kryss av for hvilke (hvis noen) av følgende påstander som er riktige (se nederst for poeng):

- ☒  $\langle 3, 3 \rangle \in (A \times A) \cap (B \times B)$
- ☒  $4 \subseteq A$
- ☐  $A \cup B \subseteq C$
- ☒  $\emptyset \in A \cap E$
- ☒  $A = D \cap A$
- ☒  $\langle 1, 3 \rangle \in A \times B$
- ☒  $4 \in A$
- ☐  $B \subseteq A$
- ☒  $B = \{3, 2\}$
- ☐  $8 \in \mathbb{N} \setminus C$
- ☐  $|A \times A| = 9$
- ☒  $A \cap B \subseteq C \cap D$
- ☐  $\{3\} \in \{A, B\}$
- ☐  $A \times A \subseteq A$
- ☐  $B \subseteq \{\{A\}, B\}$
- ☐  $\langle 3, 1 \rangle \in A \times B$
- ☒  $B \setminus \mathbb{N} \subseteq \emptyset$
- ☐  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- ☒  $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$
- ☐  $\{\emptyset\} \subseteq A \cap E$
- ☐  $A \in \{\{A\}, B\}$
- ☐  $B \in \{\{A\}, B\}$
- ☐  $D$  er lukket under addisjon
- ☐  $B \in A$
- ☒  $\emptyset \subseteq A \cap E$
- ☐  $\{\emptyset\} \in A \cap E$
- ☐  $A \cap B = \emptyset$
- ☒  $|A \cup B| = 4$
- ☒  $A \cup B \subseteq D$
- ☐  $5 \in B$

Maksimum **15 poeng**, minimum 0 poeng. Trekk for gale kryss.

Gitt følgende induktive definisjon av mengden  $M$ :

- $0 \in M$  og  $1 \in M$
- Hvis  $x \in M$  så er  $x0 \in M$  og  $x1 \in M$

Her er  $x0$  ( $x1$ ) strengen som består av strengen  $x$  etterfulgt av symbolet  $0$  ( $1$ ).

Gitt følgende rekursive definisjon av funksjonen  $f : M \rightarrow \mathbb{N}$ :

- $f(0) = 1$
- $f(1) = 1$
- $f(x0) = f(x) + 1$
- $f(x1) = f(x) + 1$

La  $R, P, Q$  være binære relasjoner på  $M$  definert som følger:

- $xRy \Leftrightarrow y = 0x$
- $xPy \Leftrightarrow f(x) = f(y)$
- $Q$  er den symmetriske og transitive tillukningen av  $R$

Kryss av for de av følgende utsagn som er sanne (hvis noen) (se under for poeng):

Velg null eller flere alternativer

☒ Q er refleksiv

☐ R er bijektiv

☐ P er transitiv

☐ R er refleksiv

☐ R er transitiv

☐ P er refleksiv

☐ Q er irrefleksiv

☒ Q er transitiv

☒ Q er en ekvivalensrelasjon

☐ R er en ekvivalensrelasjon

☐ P er symmetrisk

☐ R er symmetrisk

☐ R er injektiv

☒ Q er symmetrisk

☐ R er surjektiv

☐ Q er antisymmetrisk

☐ R er irrefleksiv

☐ P er irrefleksiv

☐ f er injektiv

☐ P er antisymmetrisk

☐ P er en funksjon fra M til M

☐ R er antisymmetrisk

☐ R er en funksjon fra M til M

☐ P er en ekvivalensrelasjon

Maksimum **12 poeng**, minimum 0 poeng. Trekk for gale kryss.

3    **Utsagnslogikk**

Oversett hver av de følgende setningene til en formel i utsagnslogikk. Velg selv naturlige utsagnsvariable.

For at det skal bli enklere å skrive kan du godt bruke følgende symboler:

- $\vee$  for  $\vee$
- $\wedge$  for  $\wedge$
- $\sim$  eller - for  $\neg$
- $\rightarrow$  for  $\rightarrow$

- a) Det regner og jeg er våt, eller det er sol.
- b) Hvis du er gjerrig og kjedelig, så er du akademisk.
- c) Hvis det er lørdag så blir det pizza eller taco.
- d) Det hverken regner eller snør.
- e) Enten har du ikke lest nok eller så har du lest feil.
- f) Det er nødvendig å bestå obligatoriske aktiviteter for å bestå kurset.
- g) Med mindre det er sol er du våt.
- h) Det er forelesning hvis det er mandag.

Maksimum 12 **poeng**, minimum 0 poeng.

**Skriv ditt svar her...**

- a.  $((R \wedge V) \vee S)$
- b.  $((G \wedge K) \rightarrow A)$
- c.  $(L \rightarrow (P \vee T)).$
- d.  $\neg(R \wedge S)$
- e.  $(\neg LN \vee LF)$
- f.  $((B \rightarrow O) \rightarrow K)$
- g.  $(V \vee S).$
- h.  $(M \rightarrow F).$

4    **Utsagnslogikk**

Dersom sannhetsverdien til A er 0 (usann) og sannhetsverdien til B er 1 (sann), hva er sannhetsverdien til  $\neg(A \rightarrow (B \rightarrow \neg A))$  ?

Velg ett alternativ:

☐ 1

☒ 0

2 poeng for riktig svar, -2 poeng for galt svar, 0 poeng for ubesvart.

5    **Utsagnslogikk**

Dersom sannhetsverdien til A er 1 (sann), sannhetsverdien til B er 0 (usann) og sannhetsverdien til C er 1 (sann), hva er sannhetsverdien til  $\neg(\neg A \wedge \neg(B \rightarrow \neg C))$  ?

Velg ett alternativ:

☐ 0

☒ 1

2 poeng for riktig svar, -2 poeng for galt svar, 0 poeng for ubesvart.

6    **Utsagnslogikk**

Kryss av for (null eller flere) riktig(e) svar. Formelen  $((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$  er:

Velg ett eller flere alternativer

☐ Gyldig (tautologi)

☒ Falsifiserbar

☒ Oppfylldbar

☐ Kontradiktorisk

Maksimum 2 poeng, minimum 0 poeng. Trekk for gale kryss.

7    **Utsagnslogikk**

Kryss av for (null eller flere) riktige svar. Formelen  $((\neg P \rightarrow Q) \wedge \neg(P \vee Q))$  er:  
**Velg ett eller flere alternativer**

☐ Gyldig (tautologi)

☒ Kontradiktorisk

☐ Oppfylldbar

☒ Falsifiserbar

Maksimum **2 poeng**, minimum 0 poeng. Trekk for gale kryss.

8    **Logisk ekvivalens**

Se på følgende utsagnslogiske formler:

$F = \neg(\neg P \wedge \neg Q)$

$G = ((P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \wedge Q))$

Er F og G logisk ekvivalente? Hvis svaret er nei må du vise et moteksempel i form av en tilordning av sannhetsverdier.

**Skriv ditt svar her...**

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$(\neg P \wedge \neg Q)$	$\neg(\neg P \wedge \neg Q)$	$(P \rightarrow Q)$	$(\neg P \wedge Q)$	$((P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \wedge Q))$
1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	0

F og G er ikke logisk ekvivalente, og dette kan vi se på rad 1, hvor F er true og G er false, og fordi de har ulike sannhetsverdier er de ikke logisk ekvivalente.

F	G
1	0
1	1
1	1
0	0

Maksimum **4 poeng**, minimum 0 poeng.



9    **Logisk konsekvens**

Se på følgende utsagnslogiske formler:

$$F = \neg P$$

$$G = (P \rightarrow Q)$$

Er G en logisk konsekvens av F?

**Velg ett alternativ:**

☒ Ja

☐ Nei

4 **poeng** for riktig svar, -4 **poeng** for galt svar, 0 poeng for ubesvart.

10    **Logisk konsekvens**

Se på følgende utsagnslogiske formler:

$$F = (K \rightarrow P)$$

$$G = (\neg P \wedge Q)$$

$$H = \neg(\neg K \rightarrow \neg Q)$$

Er H en logisk konsekvens av F og G?

**Velg et alternativ**

☐ Ja

☒ Nei

4 **poeng** for riktig svar, -4 **poeng** for galt svar, 0 poeng for ubesvart.

11 Førsteordens logikk

Oversett hver av de følgende setningene til en formel i førsteordens logikk. Velg selv naturlig signatur (det er ikke nødvendig å skrive ned signaturen eksplisitt).

Du kan bruke samme symboler som i utsagnslogikk-oppgaven, i tillegg til

- E for  $\exists$
- A for  $\forall$

- a) Alle studenter er uredde.
- b) Det finnes en snill svenske.
- c) Alle smarte studenter er nervøse.
- d) Ingen dumme studenter er nervøse.
- e) Alle er ikke snille studenter.
- f) Ikke alle politikere er ærlige.
- g) Det finnes ingen kannibaler.
- h) Ingen studenter er rike.
- i) Enten er alle dumme eller så er alle geniale.
- j) Hvis ingen er onde så er alle glade.

Skriv ditt svar her...

- a.  $\forall x (S(x) \rightarrow U(x)).$
- b.  $\exists x (Svenske(x) \wedge Snill(x)).$
- c.  $\forall x ((Smarte(x) \wedge Studenter(x)) \rightarrow Nervøse(x)).$
- d.  $\neg \exists x ((D(x) \wedge S(x)) \rightarrow N(x)).$
- e.  $\forall x (\neg Snille(x) \wedge Studenter(x)).$
- f.  $\neg \forall x (P(x) \rightarrow \neg E(x)).$
- g.  $\neg \exists x K(x)$
- h.  $\neg \exists x (S(x) \rightarrow R(x)).$
- i.  $\forall x (D(x) \vee G(x)).$
- j.  $\neg \exists x \forall y (O(x) \rightarrow G(y)).$

Maksimum **12 poeng**, minimum 0 poeng.

