1. **Grafer |** Grafteori kapittel 21 og 22.

a.

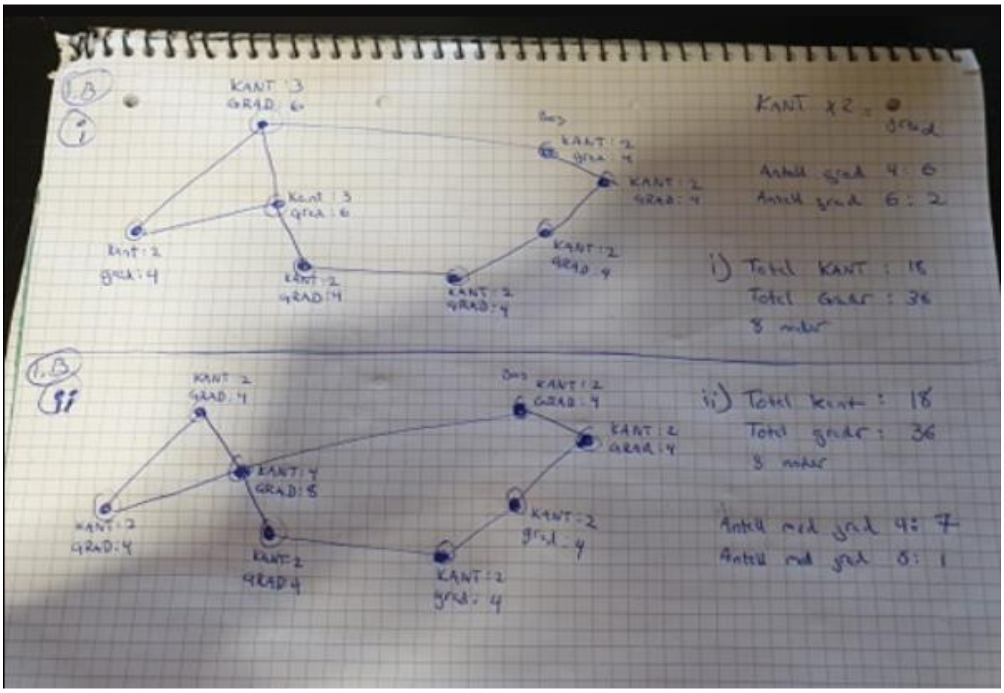
i)

- Det finnes ingen løsninger som oppfyller både kravene til *Postbudet* og *Turistsjefen* samtidg. Dersom man bygger en bro mellom **Berg** og **Skipperhavn** så vil *postbudet* bli nødt til å kjøre gjennom tettstedet **Skipperhavn** to ganger, som fører til at kravet hans blir brutt, selv om det tilfredstiller kravet til *Turistsjefen*.
Dersom man bygger en bro mellom **Berg og Solvik**, blir kravet til *Postbudet* tilfredstilt, ettersom han kun trenger å kjøre gjennom tettstedet en gang. Men dette fører til at veien mellom (Skipperhavn, Solvik), (Solvik, Skipperhavn) ikke blir tatt i bruk og dermed brytes kravet til *Turistsjefen*.
(Utregning kan sees i «ii»).

ii)

- Løsningen som opfyller kravene til *Postbudet* er å ha en bro mellom **Berg** og **Solvik**, ettersom da trenger Postbudet kun å kjøre gjennom alle tettstedene bare én gang: ((Solvik, Dal), (Dal, Skipperhavn), (Skipperhavn, Oddeneset), (Oddeneset, Lillegrend), (Lillegrend, Storøyhavn), (Storøyhavn, Yttervika), (Yttervika, Berg), (Berg, Solvik)).
- Løsningene som oppfyller kravene til *Turistsjefen* er å ha en bro **Berg** og **Skipperhavn**, ettersom det tillater folk å starte og slutte i samme tettsted og kjøre langs alle veiene uten å måtte kjøre samme vei to ganger: ((Skipperhavn, Solvik), (Solvik, Dal), (Dal, Skipperhavn), (Skipperhavn, Oddeneset), (Oddeneset, Lillegrend), (Lillegrend, Storøyhavn), (Storøyhavn, Yttervika), (Yttervika, Berg), (Berg, Skipperhavn).

b. Selv om begge grafene har lik mengde kanter (18) og grader (36) så er de ikke isomorfe, fordi. graf(i) har **6 noder** med **graden 4** og **2 noder** med **graden 6**, mens graf (ii) har **7 noder** med graden **4**, og **1** node med graden **8**.



2. Relasjoner

Sted = {Li, Yt, Be, St, Od, Sk, So, Da}

Asfaltertvei = {<Sk, Da>, <Sk, So>, <Sk, Od>, <Da, So>, <Yt, Be>, <Yt, St>}.

Ferge = {<Od, Li>, <Li, St>, <St, Od>}.

Sted x sted =
{<Li, Li>, <Li, Yt>, <Li, Be>, <Li, St>, <Li, Od>, <Li, Sk>, <Li, So>, <Li, Da>
<Yt, Yt>, <Yt, Be>, <Yt, St>, <Yt, Od>, <Yt, Sk>, <Yt, So>, <Yt, Da>
<Be, Be>, <Be, St>, <Be, Od>, <Be, Sk>, <Be, So>, <Be, Da>
<St, St>, <St, Od>, <St, Sk>, <St, So>, <St, Da>
<Od, Od>, <Od, Sk>, <Od, So>, <Od, Da>
<Sk, sk>, <Sk, So>, <Sk, Da>
<So, So>, <So, Da>
<Da, Da>

UTREGNING OPPGAVE 2 er vist under.

a. Asfaltvei er ikke en sted x sted, ettersom skipperhavn har flere utganger.
b. Ferge er en funksjon fordi den har et en til en forhold. Den er injektiv fordi ingen av y siden har mer enn en koblig og rusjektiv fordi alle på y siden har én koblig. Disse to tingene fører til at den er Bijektiv.
c. Den transitive tillukningen av ferge er: {<Od, Li>, <Li, St>, <St, Od>, <Od, St>, <Od, Od>, <Li, Li>, <St, St>. Dette fører til at den er refleksiv, symmetrisk og er en ekvivalensrelasjon. Ekvivalensklassen er (Oddegrend, LilleGrend, Storøyhavn).
d. Siden den ikke er transitiv er den ikke en partiell ordning.
e. Asfalt vei er refleksiv, transitiv og anti-symmetrisk og derfor en partiell ordning.
f. Ikke en total ordning, fordi vi mangler <So, Od>, <Od, Yt>, <Be, St>.

Oppgave i.

Man tar alltid kurs med seg selv
Den er symetrisk fordi, hvis du tar kurs med en som heter Jens, tar Jens også kurs med deg.
Den er ikke transitiv fordi, om man tar matte med Jens, så kan også Jens ta samfunnsfag med KariPer uten at du tar Samfunnsfag.
Ikke antisymetrisk fordi jeg er min egen person
Ikke irrefleksiv fordi den er refleksiv

OBLIG 2, INFO 102

OPPGAVE 2

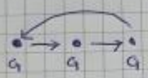
Ferse = {<Oddeneset, Lillegrend>, <Likegrend, storøyhavn>, <Storøyhavn, Oddeneset>}

Asfaltvei = {<Skipperhavn, Del><Skipperhavn, Selvik>, <Skipperhavn, Oddeneset>, <Del, Selvik>, <Yttervika, Berg>, <Yttervika, storøyhavn>}

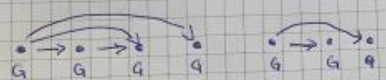
c) 

ekvivalensrelasjon

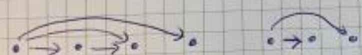
[1] = {1, 2, 3}, [3] = {1, 2, 3}, [2] = {1, 2, 3}

d) 

Den er ikke en partiell ordning, fordi den ikke er transitiv

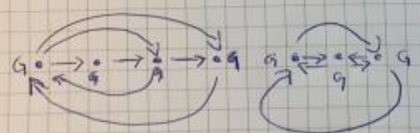
e) 

Dette er en partiell ordning

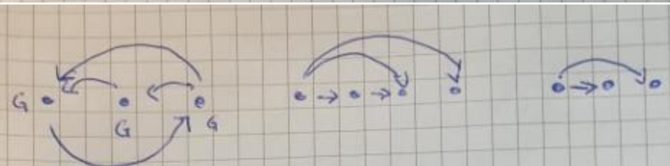
f) 

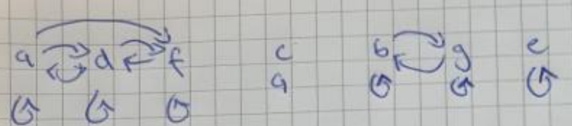
~~Den refleksive ordningen~~

Den refleksive tillukningen er ikke en total ordning

g) 

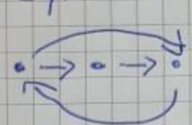
ekvivalensene : {{1, 2, 3, 4}, {5, 6, 7}}

H) 

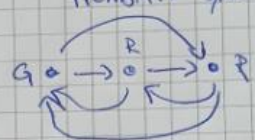
j) 

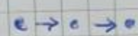
{{a, d, f}, {c}, {b, g}, {e}}

k) Sym til trans



transitiv sym av





3. **Tellbarhet, induksjon og rekursjon |** ∃ ∄ ∀↔ ⇔ ⇒ ¬ ^∨

a. Vi lar f(p) være definert på følgende måte.

F(P) = 1 for alle utsagnsvariabler i P

F(¬P) = f(P) for alle utsagnslogiske formler P

F(P^Q) = f(P) + f(Q) for alle utsagnslogiske formler P og Q.

F(P ∨ R) = f(P) + f(R) for alle utsagnslogiske formler P og R.

F(P ⇒Q) = f(P) + f(R) for alle utsagnslogiske formler P og R

Vi får med disse definisjonene da:

f(((P ^Q) ⇒ (P ∨ R))) = f(P) + f(Q) + f(P) + f(R)

= 1 + 1 + 1 + 1

= 4

b. Svar:
En kan bevise at alle utsagnslogiske formler som bruker binære konnektiver har flere utsagnsvaribler enn binære konnektiver, dette vil si at npr man bygger med kun bruk av binære konnektiver vil det være flere binære konnektiver enn utsagnsvariabler. Alle de binære konniktivene må ha en utsagnsvariabel på hver sin side. Dette betyr at utsagnsvariablene ikke er gyldige, fordi de er nødt til å ha en av konnektivene på hver side. (P ∨ Q).

c. **Svar:**
f: B impliserer N.
- B = mangde alle bitstrenger som starter med 1.
- N = mengde av alle naturlige tall.

Ø = tom mengde..
B = Bitstreng.
f(Ø) = 0.
f(1) = 1.
Om B er en bitstreng. f(b0)=f(B)*2, ^ f(B1) = f(B)* 2+1.

Med dette ser vi at den rekursive funksjonen til f er bijektiv. At den er bijektiv betyr at den har en en til en korrespondanse mellom alle elementene i mengden B til alle de naturlige tallene (N). Utifra dette har vi det at B er tellbar.

d. **Svar**:
Dersom vi antar at alle bitstrenger ikke er evig lange, og vi sammenligner dette med en hypotetisk mengde av alle naturlige tall + mengden med alle ikke evige bitstrenger, så kan en finne en bijektiv relasjon, dette antyder at mengden {0,1}* av alle bitstrenger er tellbar.

4. Førsteordens logikk

Noen er snille eller rene
a. $\exists x\ (f(x) \lor g(x))$
f = snille, g = rene
Aritet = 1.

Ikke alle elektrikere er rike
b. $\neg\forall x\ (f(x) \rightarrow g(x))$
f = elektrikere, g=rike.
Aritet = 1.

Det er ikke slik at alle ikke er studenter.
c. $\neg\forall x\ \neg f(x)$
f = studenter
Aritet = 1.

Det er ikke slik at noen professorer er usmarte.
d. $\neg\exists x\ (f(x) \rightarrow \neg g(x))$.
f = prosessorer, g = smart.
Aritet = 1.

Enten er alle kjedelige eller så er alle uærlige.
e. $\forall x\ f(x) \lor \neg g(x)$
f = kjedelige, g = ærlige.
Aritet = 1.

Hvis alle dommere er høye, så finnes det noen som er berømte.
f. $\forall x\ \exists y\ ((f(x) \rightarrow g(x)) \rightarrow i(y))$
f = dommere, g = høye, i = berømte.
Aritet = 2.

Hvis Anne er en journalist, så er noen journalister tøffe.
g. $\exists x\ \exists y\ f(x) \rightarrow (f(y) \rightarrow g(y))$.
x = Anne og f = journalist, g = tøffe.
Aritet = 1.

Ingen er en kjedelig republikaner.
h. $\neg\exists x\ f(x) \rightarrow g(x)$
f = kjedelig, g = republikaner.
Aritet = 1.

Alle kjedelige professorer er høye.
i. $\forall x\ (f(x)\ \hat{}\, g(x) \rightarrow i(x))$.
f = kjedelig, g = professorer og i i = høye
Aritet = 1.

Alle sårer noen.
j. $\forall x\ \exists y\ f(x, y)$.
Aritet = 2.

Anne hjelper noen.
k. $\exists x\ \forall y\ f(x, y)$
f = hjelper, x = anne, noen = y
Aritet = 2.

Det er noen som alle forstår.
l. $\exists x\ \forall y$
f = forstår og g = alle.
Aritet = 1.

Ingen studenter liker noen som er dumme.
m. $\neg\exists x\ \exists y\ ((f(x) \rightarrow g(y)) \rightarrow h(y))$.
f = student, g = liker og h = dumme
Aritet = 1.