1. Mengder

a. False
b. True
c. False
d. False
e. True
f. Usann
g. Usann
h. False
i. False
j. False
k. True
l. False
m. True
n. False
o. True

2. Oversetting

a. R ^ (G ∨ B).
b. ¬(T ^ ¬G)
c. S ^ (K ∨ T)
d. (K ^ S) → M
e. R → S.
f. (S → ¬B)
g. (H → G)
h. (G → N ^ T)) → E.
i. (E ^ J) → F.

3. FORMLER OG SANNHETSVERDIER.

a. Usann
$(\neg A \rightarrow B)$
F T

b. Sann
$(A \lor \neg B)$.
F T

c. Sann
$(\neg A \lor (\neg B \hat{}\ \neg B))$
T F F

d. Usann
$(A \land (B \lor \neg C))$
T T F

e. Sann
$((A \land B) \rightarrow \neg C)$
F F T

f. Sann
$(A \lor (B \rightarrow \neg C))$
F F T

g. Usann
$(\neg A \lor \neg(\neg B \rightarrow C))$
F F T

h. Sann
$(A \leftrightarrow (B \rightarrow C))$
T T T

4. Sannhetsverdi tabeller

4.A:

4. a) $\neg(\neg A \lor B)$

A	B	$\neg A$	$(\neg A \lor B)$	$\neg(\neg A \lor B)$
1	1	0	1	0
1	0	0	0	1
0	1	1	1	0
0	0	1	1	0

4.B:

4. b) $(A \rightarrow \neg B)$

A	B	$\neg B$	$(A \rightarrow \neg B)$
1	1	0	0
1	0	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1

4.C:

4.c $\neg(A \land (B \lor \neg C)$

A	B	C	$\neg(A$	$\neg C$	$(B \lor \neg C)$	$(A \land (B \lor \neg C)$	$\neg(A \land (B \lor \neg C)$
1	1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	1

4.D:

4. d) $\neg(A \rightarrow (\neg B \rightarrow C))$

A	B	C	$\neg B$	$(\neg B \rightarrow C)$	$(A \rightarrow (\neg B \rightarrow C))$	$\neg(A \rightarrow (\neg B \rightarrow C))$
1	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	0

LOGISK EKVIVALENS:
To formler F og G er logisk ekvivalente, hvis de har samme sannhetsverdi for enhver tilordning av sannhetsverdier til utsagnsvariablene. Sagt på en annen måte: alle valuasjoner som gjør F sann, må gjøre G sann. Og vice versa.

Logisk konsekvens:
La M være en mengde av utsagnslogiske formler, og la F være en utsagnslogisk formel. Hvis F er sann for alle valuasjoner som gjør alle formlene i M saanne samtidig, er F en **logisk konsekvens** av formlene i M. Vi skriver M |= F når F er en logisk konsekvens av M.

5.A: ((P ∧ Q) ∨ R) ⇔ (P ∧ (Q ∨ R))
- Formelen «((P ∧ Q) ∨ R) ⇔ (P ∧ (Q ∨ R))» er ikke ekvivalente, ettersom de ikke alltid har samme sannhetsverdi som man kan se på rad 7 og rad 9, og er derfor **USANN**.

	A	B	C	D	E
1	P	Q	R	((P ∧ Q) ∨ R)	(P ∧ (Q ∨ R))
2					
3	1	1	1	1	1
4	1	1	0	1	1
5	1	0	1	1	1
6	1	0	0	0	0
7	0	1	1	1	0
8	0	1	0	0	0
9	0	0	1	1	0
10	0	0	0	0	0

5.B: (P → (Q → R)) ⇔ (Q → (P → R))
- Formelen «(P → (Q → R)) ⇔ (Q → (P → R))» er ekvivalent, ettersom de alltid har samme sannhetsverdi, og er derfor **SANN**.

	A	B	C	D	E
1	P	Q	R	(P → (Q → R))	(Q → (P → R))
2					
3	1	1	1	1	1
4	1	1	0	0	0
5	1	0	1	1	1
6	1	0	0	1	1
7	0	1	1	1	1
8	0	1	0	1	1
9	0	0	1	1	1
10	0	0	0	1	1

5.C: (P → (Q → R)) ⇔ (¬R → (¬P ∨ ¬Q))
- Formelen «(P → (Q → R)) ⇔ (¬R → (¬P ∨ ¬Q))» er ekvivalent ettersom begge formlene alltid har samme sannhetsverdi, og er derfor **SANN**.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	P	Q	R	¬P	¬Q	¬R	(P → (Q → R))	(¬R → (¬P ∨ ¬Q))
2	1	1	1	0	0	0	1	1
3	1	1	0	0	0	1	0	0
4	1	0	1	0	1	0	1	1
5	1	0	0	0	1	1	1	1
6	0	1	1	1	0	0	1	1
7	0	1	0	1	0	1	1	1
8	0	0	1	1	1	0	1	1
9	0	0	0	1	1	1	1	1

5.D: ((P ∨ Q) → R) ⇔ ((¬P ∨ ¬Q) ∨ R)

- Formelen «((P ∨ Q) → R) ⇔ ((¬P ∨ ¬Q) ∨ R)» er ikke ekvivalent, ettersom de ikke alltid har samme sannhetsverdi som man kan se på rad 5 og 7, og er derfor **USANN**.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	P	Q	R	¬P	¬Q	¬R	((P ∨ Q) → R)	((¬P ∨ ¬Q) ∨ R)
2	1	1	1	0	0	0	1	1
3	1	1	0	0	0	1	0	0
4	1	0	1	0	1	0	1	1
5	1	0	0	0	1	1	0	1
6	0	1	1	1	0	0	1	1
7	0	1	0	1	0	1	0	1
8	0	0	1	1	1	0	1	1
9	0	0	0	1	1	1	1	1

5.E: ((P ∧ Q) → P) ⇔ (R ∨ ¬R)

- Formelen «((P ∧ Q) → P) ⇔ (R ∨ ¬R)» er ekvivalent, ettersom den alltid har samme sannhetsverdi og er derfor **SANN**.

	A	B	C	D	E	F
1	P	Q	R	¬R	((P ∧ Q) → P)	(R ∨ ¬R)
2	1	1	1	0	1	1
3	1	1	0	1	1	1
4	1	0	1	0	1	1
5	1	0	0	1	1	1
6	0	1	1	0	1	1
7	0	1	0	1	1	1
8	0	0	1	0	1	1
9	0	0	0	1	1	1

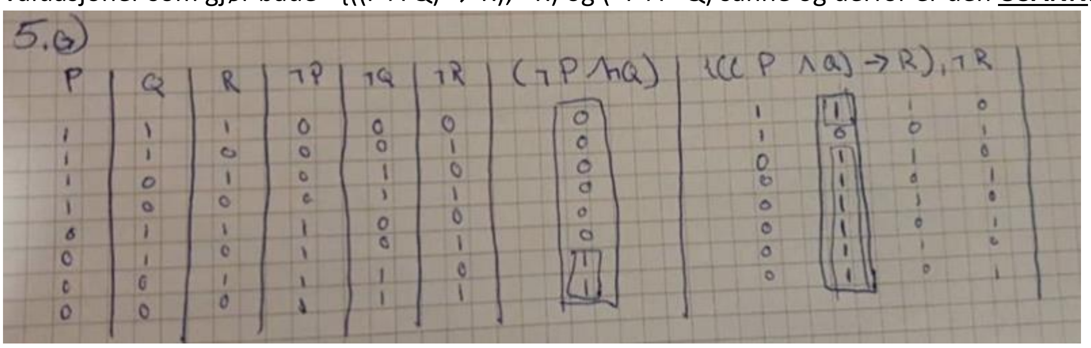
5.F: {¬(¬P ∨ Q)} |= P

- Formelen «{¬(¬P ∨ Q)} |= P» er en logisk konsekvens ettersom P er sann for alle valuasjonene som gjør alle formlene i {¬(¬P ∨ Q) sanne samtidig. **SANN**. Man kan se dette på rad 1 og 2.

1	P	Q	¬P	¬Q	¬(¬P ∨ Q)
2	1	1	0	0	1
3	1	0	0	1	1
4	0	1	1	0	0
5	0	0	1	1	1

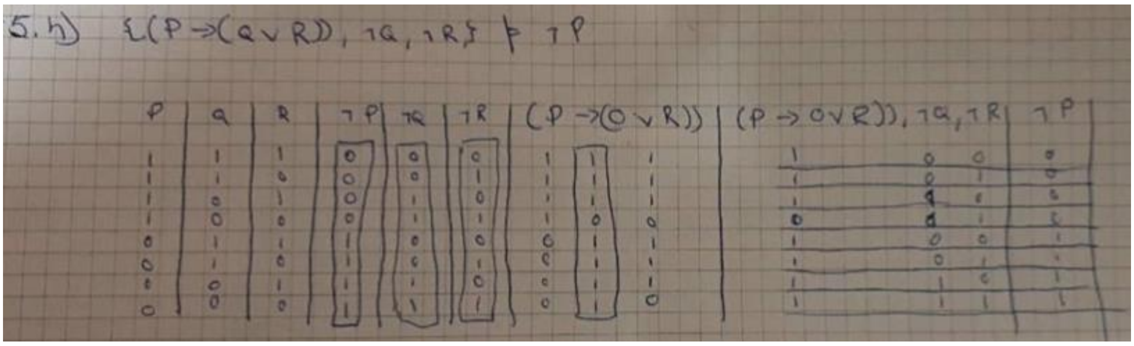
5.G: {((P ∧ Q) → R), ¬R} |= (¬P ∧ ¬Q)

- Formelen «{((P ∧ Q) → R), ¬R} |= (¬P ∧ ¬Q)» er ikke logisk konsekvente ettesom det ikke er noen valuasjoner som gjør både «{((P ∧ Q) → R), ¬R) og (¬P ∧ ¬Q) sanne og derfor er den **USANN**.



5.H: {(P → (Q V R)), ¬Q, ¬R} |= ¬P

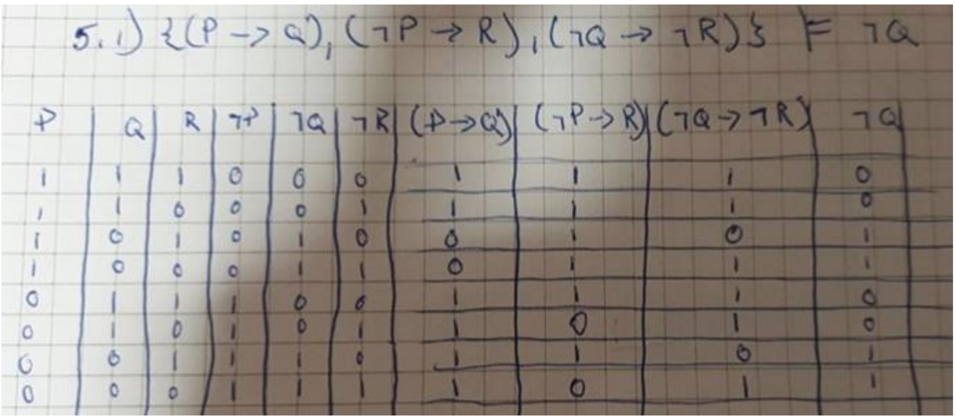
- Formelen «{(P → (Q V R)), ¬Q, ¬R} |= ¬P» er logisk ekvivalente, dette kan vi se i den nederste raden når alle tre funksjonene inne i settet er sanne, er også ¬P sann. Derfor er funksjonen **SANN**.



P	Q	R	¬P	¬Q	¬R	(P →(Q v R))			(P → Q v R)), ¬Q, ¬R			¬P
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	[illegible]	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	[illegible]	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1

5.I: {(P → Q),(¬P → R),(¬Q → ¬R)} |= ¬Q

- Formelen «{(P → Q),(¬P → R),(¬Q → ¬R)} |= ¬Q» er **USANN,** fordi i de tilfellene hvor (P → Q),(¬P → R),(¬Q → ¬R) er sann (1) er ¬Q usann (0), dette kan vi se på radene: 1, 2 og 5..



P	Q	R	¬P	¬Q	¬R	(P->Q)	(¬P->R)	(¬Q->¬R)	¬Q
1	1	1	0	0	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1	0	1	1

5. **Egenskaper ved Formler**

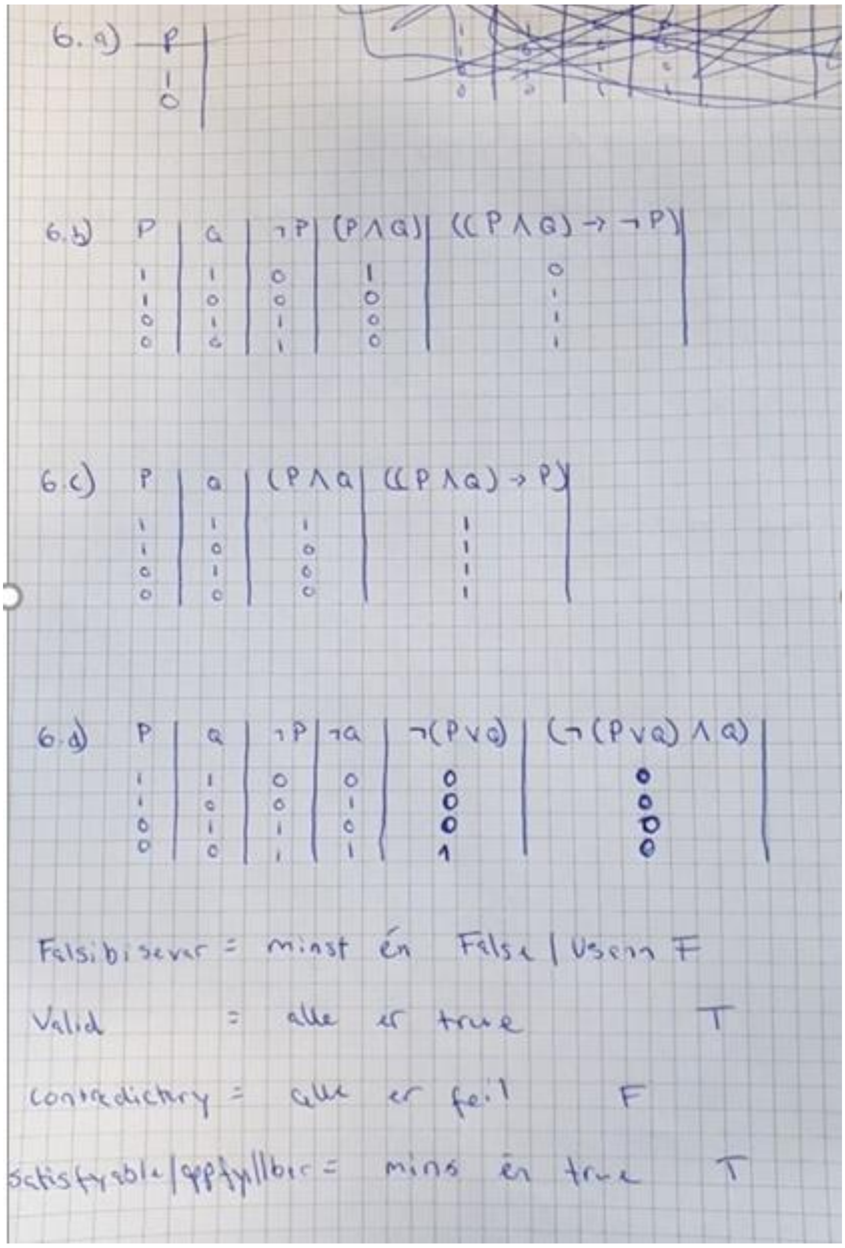
a. Falsifiable + Satisfiable.

b. Falsifiable + Satisfiable.

c. Satisfiable + Valid

d. Falsifiable + Contradictory.

UTREGNING:



6. a)

P
1
0

6. b)

P	Q	¬P	(P ∧ Q)	((P ∧ Q) → ¬P)
1	1	0	1	0
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

6. c)

P	Q	(P ∧ Q	((P ∧ Q) → P)
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

6. d)

P	Q	¬P	¬Q	¬(P ∨ Q)	(¬(P ∨ Q) ∧ Q)
1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0

Falsibisevar = minst én False | Usann F

Valid = alle er true T

contradictory = alle er feil F

Satisfyable | oppfyllbar = mins én true T