

Convex Optimization

8. Geometric problems

Out line

- Projection on a set
- Distance between sets
- Euclidean distance and angle problems
- Extremal volume ellipsoids
- Centering
- Classification
- Placement and location
- Floor planning

1. Projection on a set

- 基本概念：
 - 点到集合的距离：点到集合中各点的距离的最小值；
 - 点到集合的投影，可能不止一个：只要距离等于最小值就可以；
 - 点到集合的投影唯一的条件：封闭凸集+严格凸范数；
 - 逆命题：如果对于任何一个点，在集合 C 中都有唯一的投影，则该集合为凸集；
- 点到凸集的投影：如果 C 是凸集，则点到 C 的投影可以转化为一个凸优化问题（8.2）；
- 点到凸集的分割：投影点的对偶点定义了分割点和集合的超平面；
- indicator and support function

2. Distance between sets

- 两集合间的距离：两集合内元素间的最小距离
- 利用凸优化方法解两集合间距离：把两个凸集合的限制都加上；
- 分割两个凸集合的超平面：两集合距离的对偶问题；
- Indicator and Support functions

3. Euclidean distance and angle problems

- Configuration and Basis: n 维空间中已知长度的一组向量;
- Gram matrix and Realizability
 - 距离:
 - 相关系数:
 - 角度: 相关系数的反余弦
 - 角度、距离、长度, 正交变换下不变
 - Gram矩阵是对称半正定的;
 - 如果一个 n 维矩阵各元素都大于等于0, 则该矩阵是Gram矩阵
 - 已知一个矩阵, 构造一组configurations (Cholesky分解)
 - 已知一组解, 可以构造所有解; 通过一些限制条件得到一些特解

4. Extremal volume ellipsoids

- 找到最大体积的外切圆和内接圆

5. Centering

- **Chebyshev center:** 距离集合外最远的距离，是集合中最大球体的中心；
- 集合中一点的深度：集合 C 中元素到集合外元素的最小值；
- 集合的深度：集合中各点深度的最大值；

6. Classification

- Linear discrimination: 利用一个超平面分割两类;
 - Linear discrimination alternative
 - Robust linear discrimination
 - Support vector classifier
 - Logistic modeling
- Nonlinear discrimination:
 - Quadratic discrimination
 - Polynomial discrimination

7. Placement and location
8. Floor planning

Thank you