3.3 二叉树的遍历

二叉树的遍历

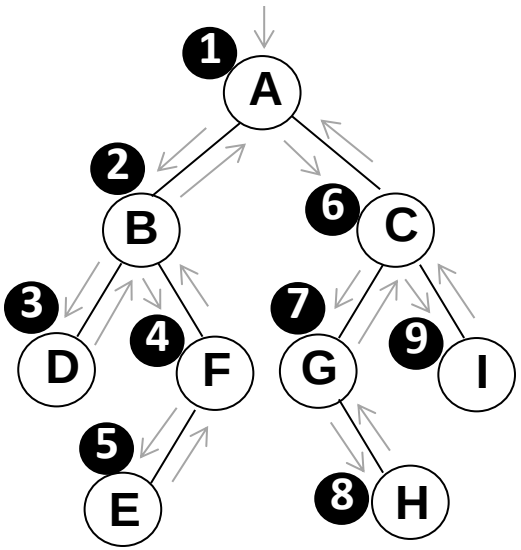
（1）先序遍历

遍历过程为：
① 访问根结点；
② 先序遍历其左子树；
③ 先序遍历其右子树。

A（B D F E）（C G H I）

先序遍历=>　A B D F E C G H I

```
void PreOrderTraversal( BinTree BT )
{
    if( BT ) {
        printf("%d", BT->Data);
        PreOrderTraversal( BT->Left );
        PreOrderTraversal( BT->Right );
    }
}
```



（2）中序遍历

遍历过程为：

① 中序遍历其左子树；

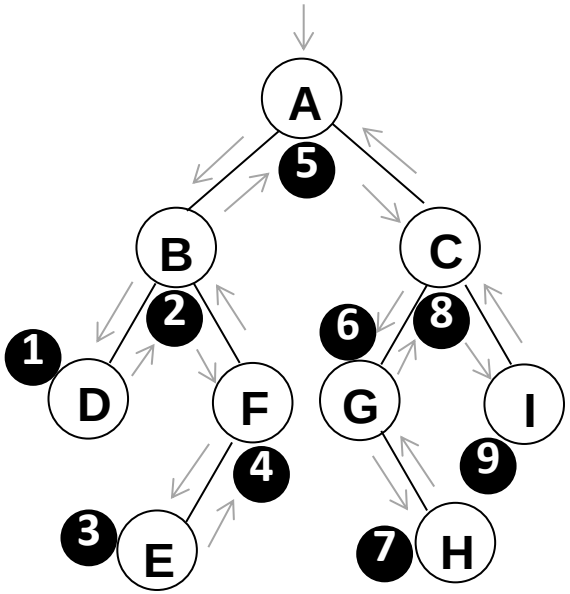
② 访问根结点；

③ 中序遍历其右子树。

（D B E F） A （G H C I）

中序遍历=> D B E F A G H C I

```
void InOrderTraversal( BinTree BT )
{
    if( BT ) {
        InOrderTraversal( BT->Left );
        printf("%d", BT->Data);
        InOrderTraversal( BT->Right );
    }
}
```



（3）后序遍历

遍历过程为：

① 后序遍历其左子树；

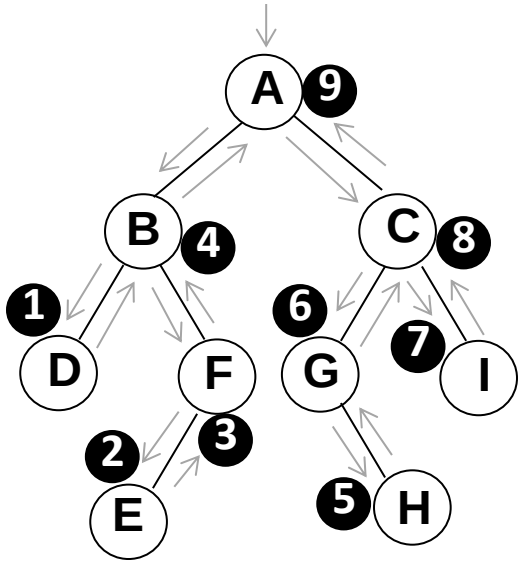
② 后序遍历其右子树；

③ 访问根结点。

（D E F B）（H G I C）A

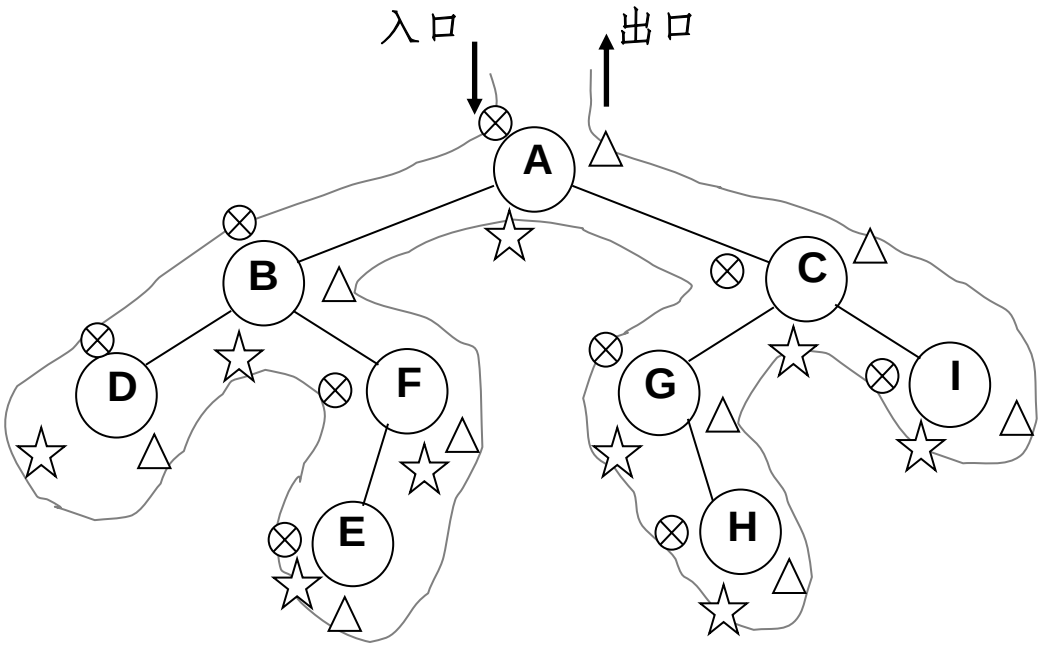
后序遍历=> D E F B H G I C A

```
void PostOrderTraversal( BinTree BT )
{
    if( BT ) {
        PostOrderTraversal( BT->Left );
        PostOrderTraversal( BT->Right);
        printf("%d", BT->Data);
    }
}
```



❖ 先序、中序和后序遍历过程：遍历过程中经过结点的路线一样，只是访问各结点的时机不同。

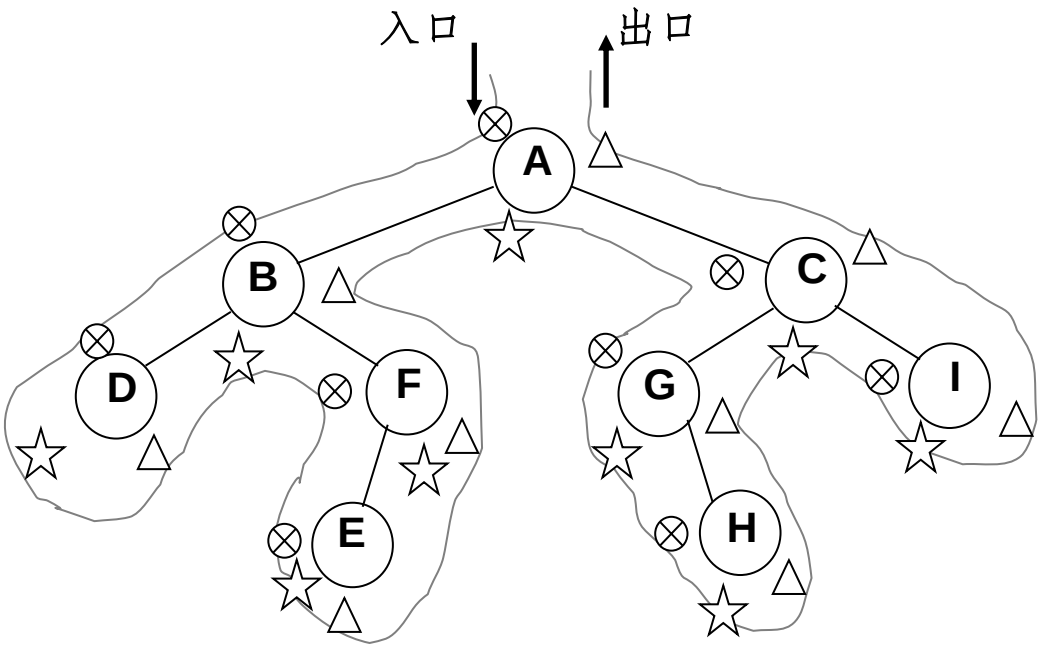
❖ 图中在从入口到出口的曲线上用⊗、☆ 和△三种符号分别标记出了先序、中序和后序访问各结点的时刻



二叉树的非递归遍历

❖中序遍历非递归遍历算法

非递归算法实现的基本思路：使用堆栈



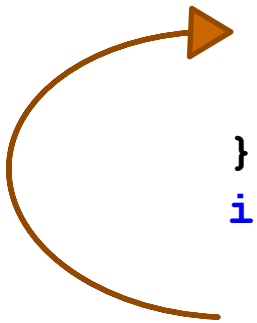
❖中序遍历非递归遍历算法

- 遇到一个结点，就把它压栈，并去遍历它的左子树；
- 当左子树遍历结束后，从栈顶弹出这个结点并访问它；
- 然后按其右指针再去中序遍历该结点的右子树。

```
void InOrderTraversal( BinTree BT )
{   BinTree T=BT;
    Stack S = CreatStack( MaxSize ); /*创建并初始化堆栈S*/
    while( T || !IsEmpty(S) ){
        while(T){    /*一直向左并将沿途结点压入堆栈*/
            Push(S,T);
            T = T->Left;
        }
        if(!IsEmpty(S)){
            T = Pop(S); /*结点弹出堆栈*/
            printf("%5d", T->Data); /*（访问）打印结点*/
            T = T->Right; /*转向右子树*/
        }
    }
}
```

❖先序遍历的非递归遍历算法？

```
void InOrderTraversal( BinTree BT )
{    BinTree T BT;
     Stack S = CreatStack( MaxSize ); /*创建并初始化堆栈S*/
     while( T || !IsEmpty(S) ){
          while(T){    /*一直向左并将沿途结点压入堆栈*/
               Push(S,T);
               T = T->Left;
          }
          if(!IsEmpty(S)){
               T = Pop(S); /*结点弹出堆栈*/
               printf("%5d", T->Data); /*（访问）打印结点*/
               T = T->Right; /*转向右子树*/
          }
     }
}
```



❖后序遍历非递归遍历算法？

层序遍历

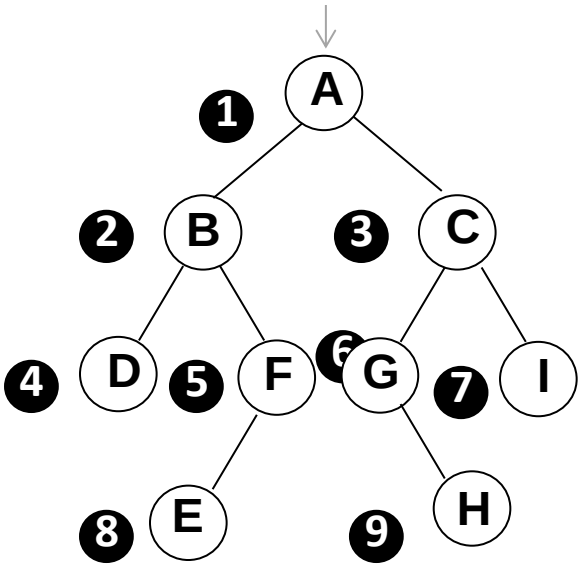
二叉树遍历的核心问题：二维结构的线性化

- 从结点访问其左、右儿子结点
- 访问左儿子后，右儿子结点怎么办？
  - 需要一个存储结构保存暂时不访问的结点
  - 存储结构：堆栈、队列

层序遍历

❖ 队列实现：遍历从根结点开始，首先将根结点入队，然后开始执行循环：结点出队、访问该结点、其左右儿子入队

层序遍历 => A B C D F G I E H



层序基本过程：先根结点入队，然后：

① 从队列中取出一个元素；
② 访问该元素所指结点；
③ 若该元素所指结点的左、右孩子结点非空，
则将其左、右孩子的指针顺序入队。

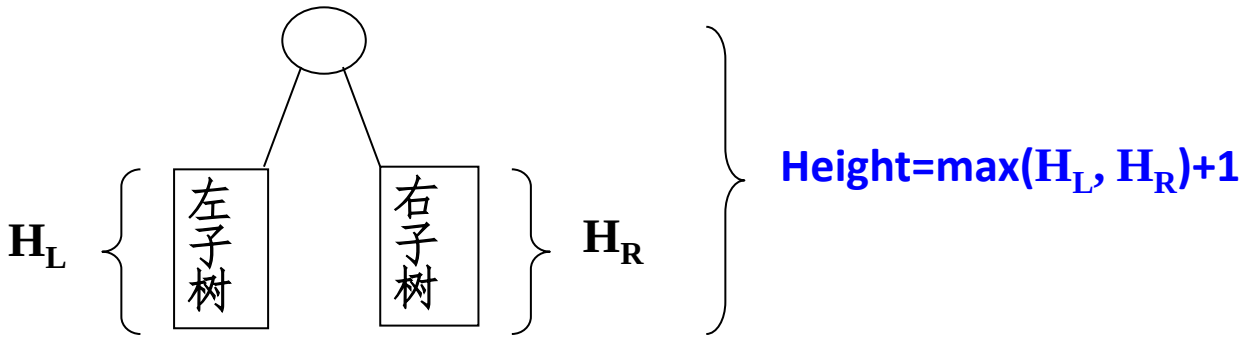
```
void LevelOrderTraversal ( BinTree BT )
{   Queue Q;  BinTree T;
    if ( !BT ) return; /* 若是空树则直接返回 */
    Q = CreatQueue( MaxSize ); /*创建并初始化队列Q*/
    AddQ( Q, BT );
    while ( !IsEmptyQ( Q ) ) {
        T = DeleteQ( Q );
        printf("%d\n", T->Data); /*访问取出队列的结点*/
        if ( T->Left )  AddQ( Q, T->Left );
        if ( T->Right )  AddQ( Q, T->Right );
    }
}
```

【例】遍历二叉树的应用：输出二叉树中的叶子结点。

- 在二叉树的遍历算法中增加检测结点的“左右子树是否都为空”。

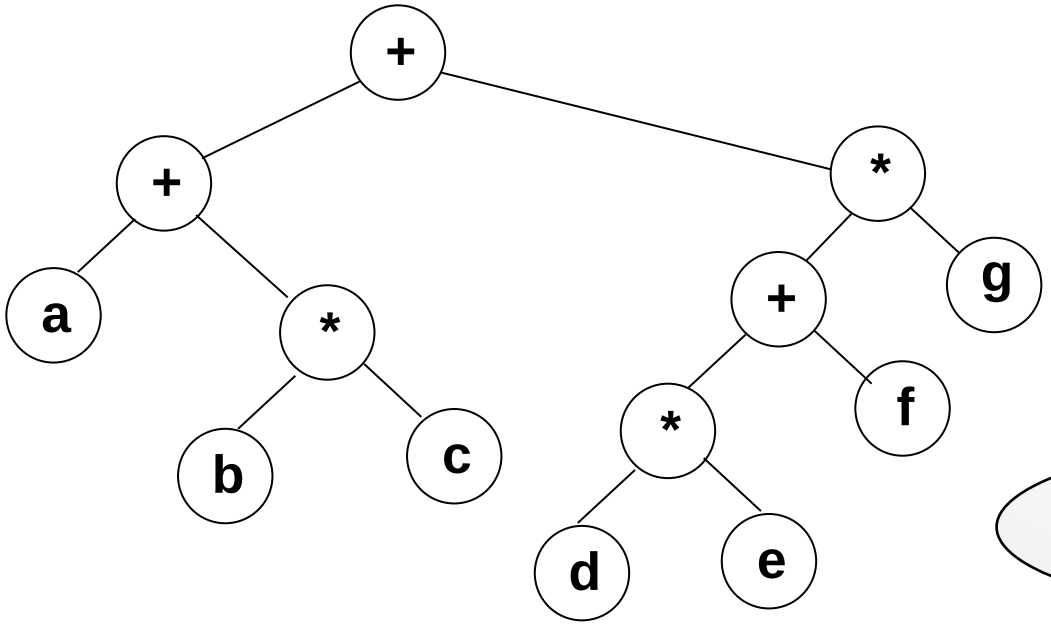
```
void PreOrderPrintLeaves( BinTree BT )
{
    if( BT ) {
        if ( !BT-Left && !BT->Right )
            printf("%d", BT->Data );
        PreOrderPrintLeaves ( BT->Left );
        PreOrderPrintLeaves ( BT->Right );
    }
}
```

【例】求二叉树的高度。




```
int PostOrderGetHeight( BinTree BT )
{    int HL, HR, MaxH;
     if( BT ) {
          HL = PostOrderGetHeight(BT->Left);   /*求左子树的深度*/
          HR = PostOrderGetHeight(BT->Right); /*求右子树的深度*/
          MaxH = （HL > HR）? HL : HR; /*取左右子树较大的深度*/
          return ( MaxH + 1 ); /*返回树的深度*/
     }
     else  return 0; /* 空树深度为0 */
}
```

【例】 二元运算表达式树及其遍历



中缀表达式会受到运算符优先级的影响

- 三种遍历可以得到三种不同的访问结果：
  - 先序遍历得到前缀表达式：**+ + a * b c * + * d e f g**
  - 中序遍历得到中缀表达式：**a + b * c + d * e + f * g**
  - 后序遍历得到后缀表达式：**a b c * + d e * f + g * +**

【例】 由两种遍历序列确定二叉树

答案是：
必须要有中序遍历才行！

已知三种遍历中的任意两种遍历序列，
能否唯一确定一棵二叉树呢？

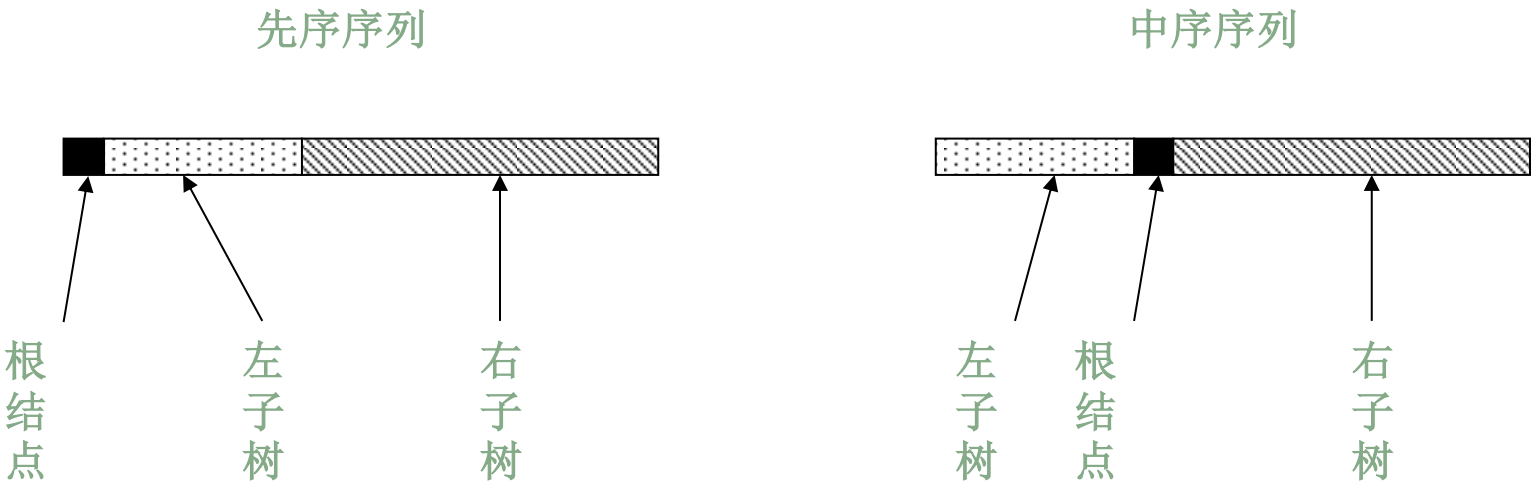
没有中序的困扰：

- 先序遍历序列：A B
- 后序遍历序列：B A

❖ 先序和中序遍历序列来确定一棵二叉树

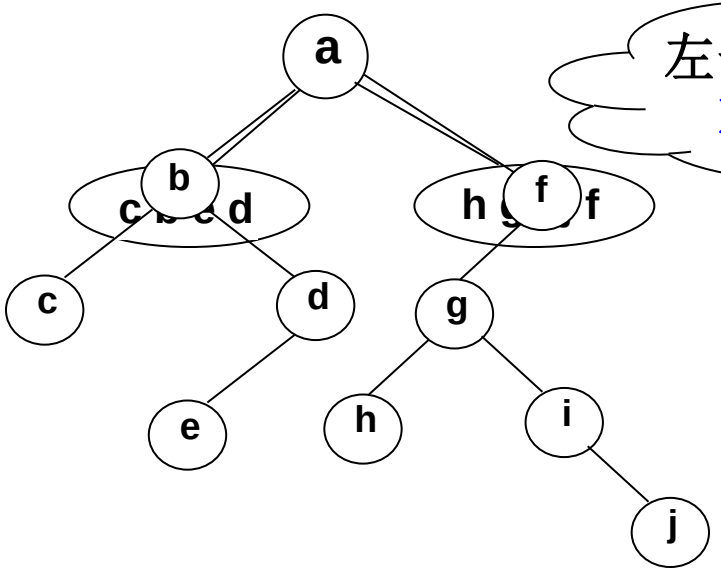
〖分析〗

- ◆ 根据先序遍历序列第一个结点确定根结点；
- ◆ 根据根结点在中序遍历序列中分割出左右两个子序列
- ◆ 对左子树和右子树分别递归使用相同的方法继续分解。



〖例〗 先序序列： a b c d e f g h i j

中序序列： c b e d a h g i j f



左子树（或右子树）序列不配套意味着什么？

- 类似地，后序和中序遍历序列也可以确定一棵二叉树。