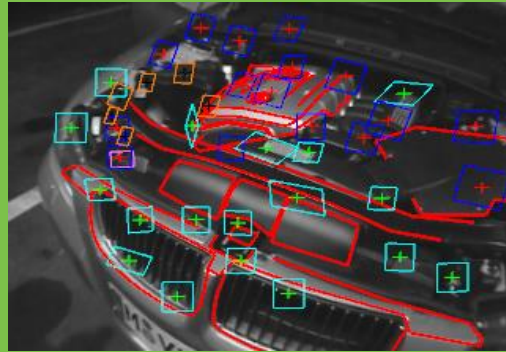


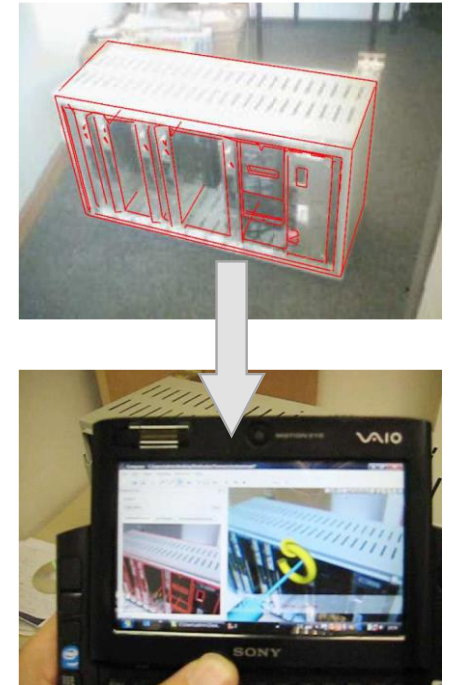
Visual Computing – Bildverarbeitung



E. Hergenröther, Y. Jung, B. Meyer

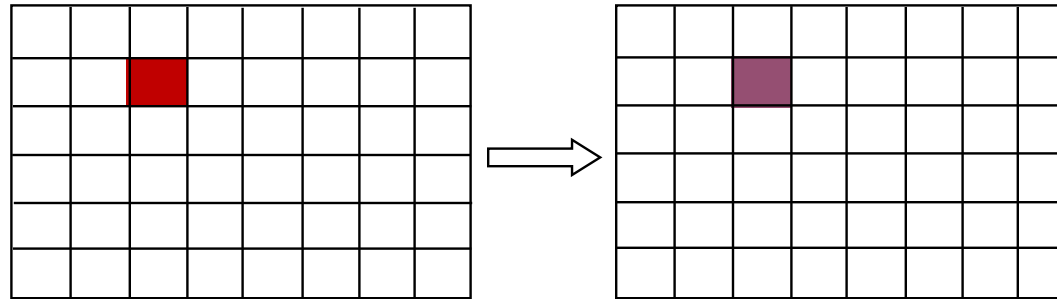
Übersicht

- Punktoperatoren im Vergleich zu lokalen Bildoperatoren
- Lokale Bildoperatoren (betrachten Nachbarschaften)
 - Weichzeichner: Mittelwertoperator, Gauß-Filter
 - Kantendetektoren: Differenzfilter und Sobel-Operator, Laplace-Operator
 - Filter zur Kontrastverbesserung
 - Rangfolgeoperatoren: Erosion, Dilation, Median sowie Opening und Closing
 - Segmentierungsverfahren



Punktoperatoren vs. lokale Bildoperatoren

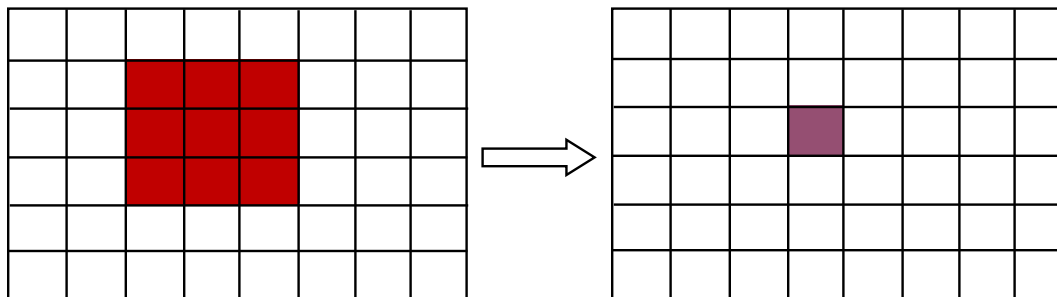
Punktoperator: Pixel werden einzeln transformiert, ohne das Nachbarpixel in Transformation einfließen



Beispiele:

- Helligkeitsänderungen,
- Kontraständerungen,
- Gamma-Korrektur,
- Farbtransformation, ...

Lokale Bildoperatoren: Jeder Pixel wird in Abhängigkeit zu seinen benachbarten Pixel transformiert

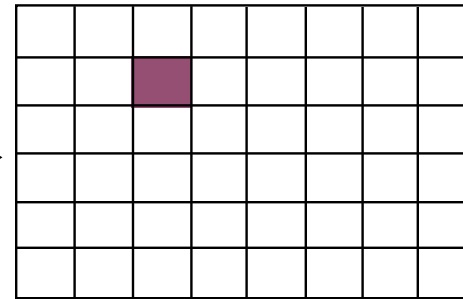
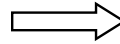
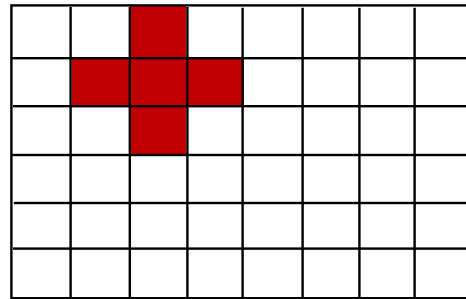


Beispiele:

- Bilder weichzeichnen / verschmieren,
- Kanten detektieren, ...

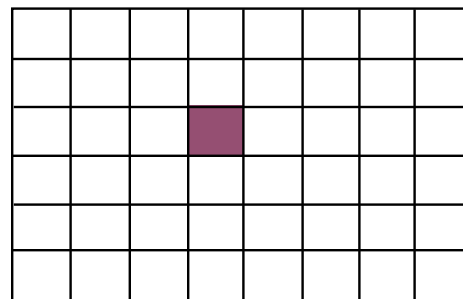
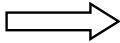
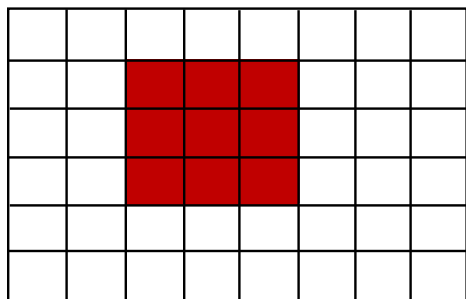
Lokale Bildoperationen

Lokale Bildoperatoren: Lassen Nachbarpixel durch Verwendung unterschiedlicher Kernels in Berechnung einfließen



4er-Nachbarschaft (N4)

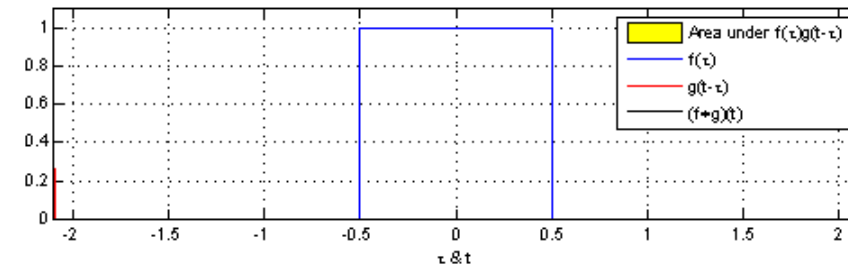
Faltungsmatrix / Kernel



8er-Nachbarschaft (N8)

Faltung (Convolution)

- Unter der Faltung zweier Funktionen $f(t)$, $g(t)$ versteht man folgendes Integral (mit Faltungsoperator „ $*$ “):
 - $y(t) = f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau$
 - Es gelten u.a. Kommutativ- und Assoziativgesetz
 - Bei diskreten Funktionen mit endlichem Definitionsbereich kann man die Faltung durch Multiplikation mit einer Matrix ausdrücken
 - Eine Funktion f kann man glätten, indem man sie mit einem sog. Glättungskern g faltet
- Eng damit verwandt ist die Kreuzkorrelationsfunktion, die die Übereinstimmung zweier Funktionen in Abhängigkeit ihrer Verschiebung um t angibt
 - $r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t + \tau)d\tau = f(-t) * g(t)$
 - Im Unterschied zur Faltung wird Funktion g hier nicht gespiegelt entlang von f verschoben



<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=11003835>

Diskrete Faltung am Beispiel

Bild: <https://i.stack.imgur.com/9OZKF.gif>

0	0	0	0	0	0
0	105	102	100	97	96
0	103	99	103	101	102
0	101	98	104	102	100
0	99	101	106	104	99
0	104	104	104	100	98

Image Matrix

Kernel Matrix

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

320				

Output Matrix

$$\begin{aligned}
 &0 * 0 + 0 * -1 + 0 * 0 \\
 &+ 0 * -1 + 105 * 5 + 102 * -1 \\
 &+ 0 * 0 + 103 * -1 + 99 * 0 = 320
 \end{aligned}$$

Array-/ Bildgrenzen
beachten: meist wird
mit 0, 255 oder dem
Wert des Randpixels
„aufgefüllt“

Faltung mit einem lokalen Bildoperator, der die sog. N8-Nachbarschaft nutzt

Diskrete Faltung am Beispiel

Bild: <https://i.stack.imgur.com/9OZKF.gif>

0	0	0	0	0	0
0	105	102	100	97	96
0	103	99	103	101	102
0	101	98	104	102	100
0	99	101	106	104	99
0	104	104	104	100	98

Image Matrix

Kernel Matrix		
0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

e[y][x]					
320					

Output Matrix

Kernel **g** oft als
eindimensionales
Array gegeben –
Zugriff auf $g(l, k)$:
 $g[l * 3 + k]$;

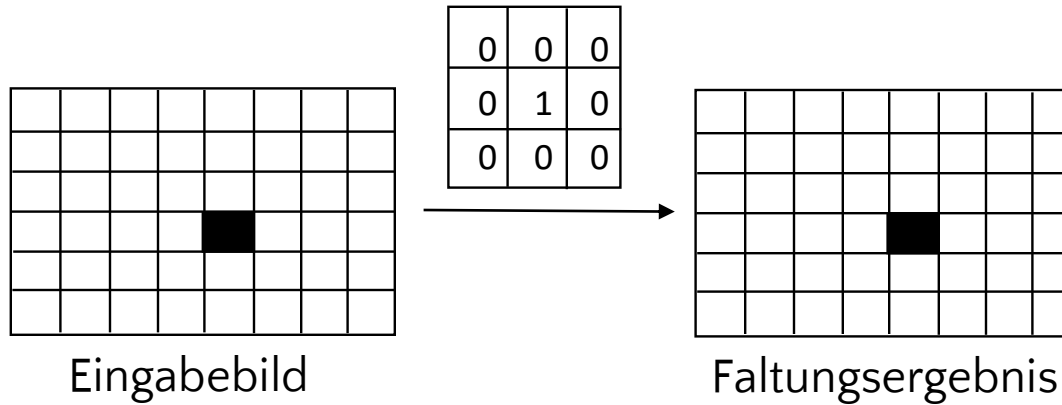
Allgemeine Formulierung der Faltungsoperation:

$$e(y, x) = \sum_{l=0}^2 \sum_{k=0}^2 \{f(y + (l - 1), x + (k - 1)) \cdot g(l, k)\}$$

Faltung: Identitätsoperator

Eingabebild und
Faltungsergebnis
sind identisch

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(Filter-)Kernel / Faltungsmatrix}$$



Faltung: Mittelwertoperator

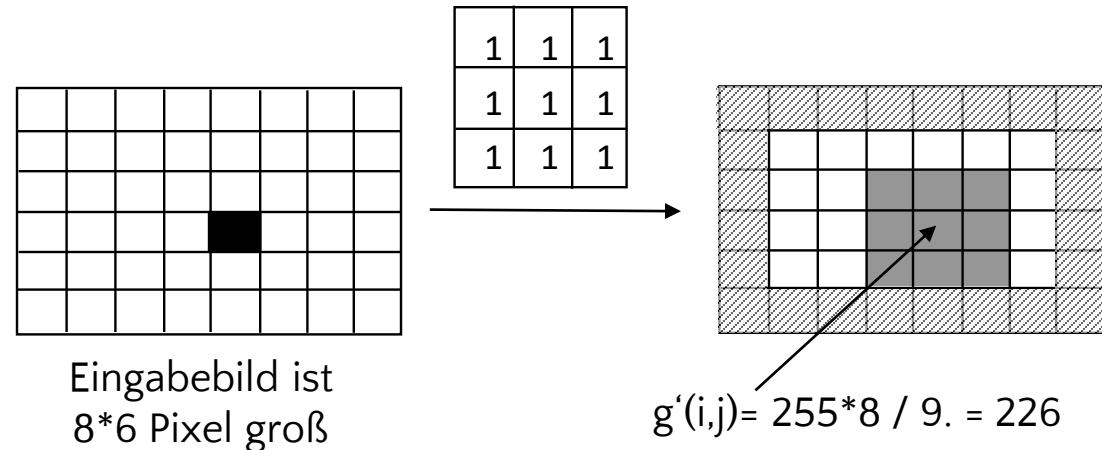
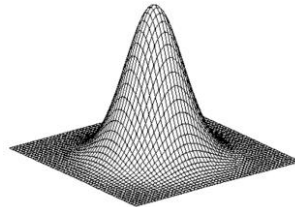
- Bildet Mittelwert bzw. Durchschnittswert aus benachbarten Pixelwerten

$$F_{\text{Mittelwert}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Filter-})\text{Kernel / Faltungsmatrix}$$

- Unterschiedliche Weichzeichner möglich

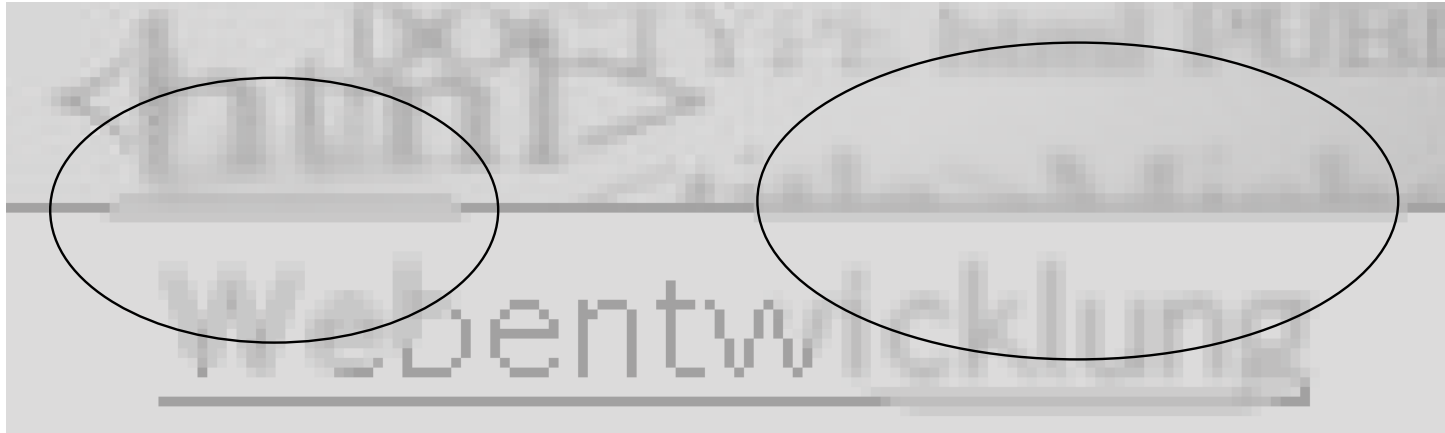
- Gauß-Filter:

$$F_{\text{Gauß}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



Zurück in Wertebereich abbilden

Mittelwertoperator



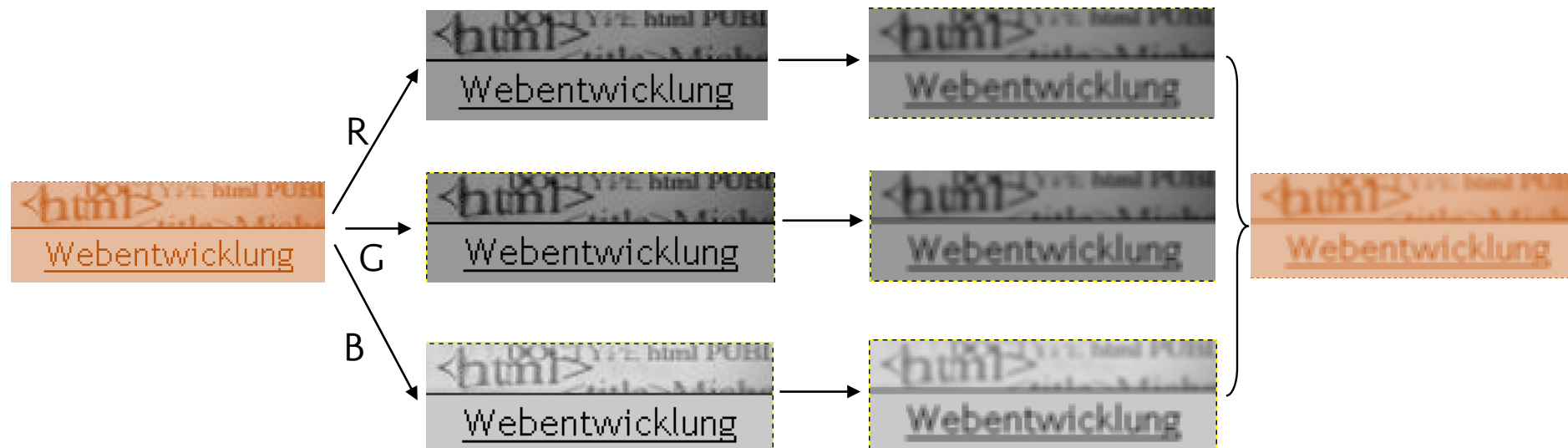
Gauß-Filter

- Durch die Berechnung mit dem Mittelwertoperator bzw. dem Gauß-Filter ergeben sich Faltungsergebnisse $\mathbf{e(i, j)}$, die außerhalb des Grauwertbereich $\{0, 1, \dots, 255\}$ liegen
- Um die Faltungsergebnisse zur Anzeige wieder in den Grauwertbereich zu transformieren, muss eine lineare Abbildung auf den Wertebereich $\{0, 1, \dots, 255\}$ durchgeführt werden:
 - Transformation nach Faltung mit dem Mittelwertoperator: $g'(i, j) = 1/9 \cdot e(i, j) + 0$
 - Transformation nach Faltung mit dem Gauß-Filter: $g'(i, j) = 1/16 \cdot e(i, j) + 0$

Farb-/RGB-Bilder falten

1. Trennen der unterschiedlichen RGB-Farbkanäle
2. Für jeden Farbkanal: entsprechendes Grauwertbild filtern
3. Gefilterte Bilder der Farbkanäle zum Farbbild kombinieren

Je nach Anwendungszweck (z.B. für Kantenerkennung) Bild ggfs. erst in Graustufen umwandeln und dann Graustufenbild falten



Unterschiedliche Filtergrößen

- Verwendete Kernelgröße ist abhängig von Auflösung des Eingabebilds und gewünschtem Effekt

Bsp. Gauß-Filter:

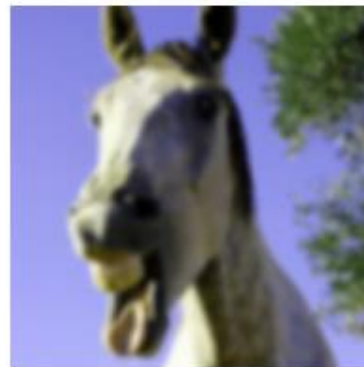
$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{256} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots$$



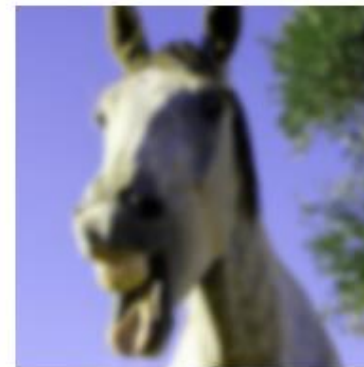
Original



3 x 3



5 x 5



7 x 7



21 x 21

Beispiel für weitere Filter

- Welchen Effekt haben die folgenden Filterkerne?

Mittelwertfilter in y -Richtung

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Mittelwertfilter in x -Richtung

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Kantenerkennung

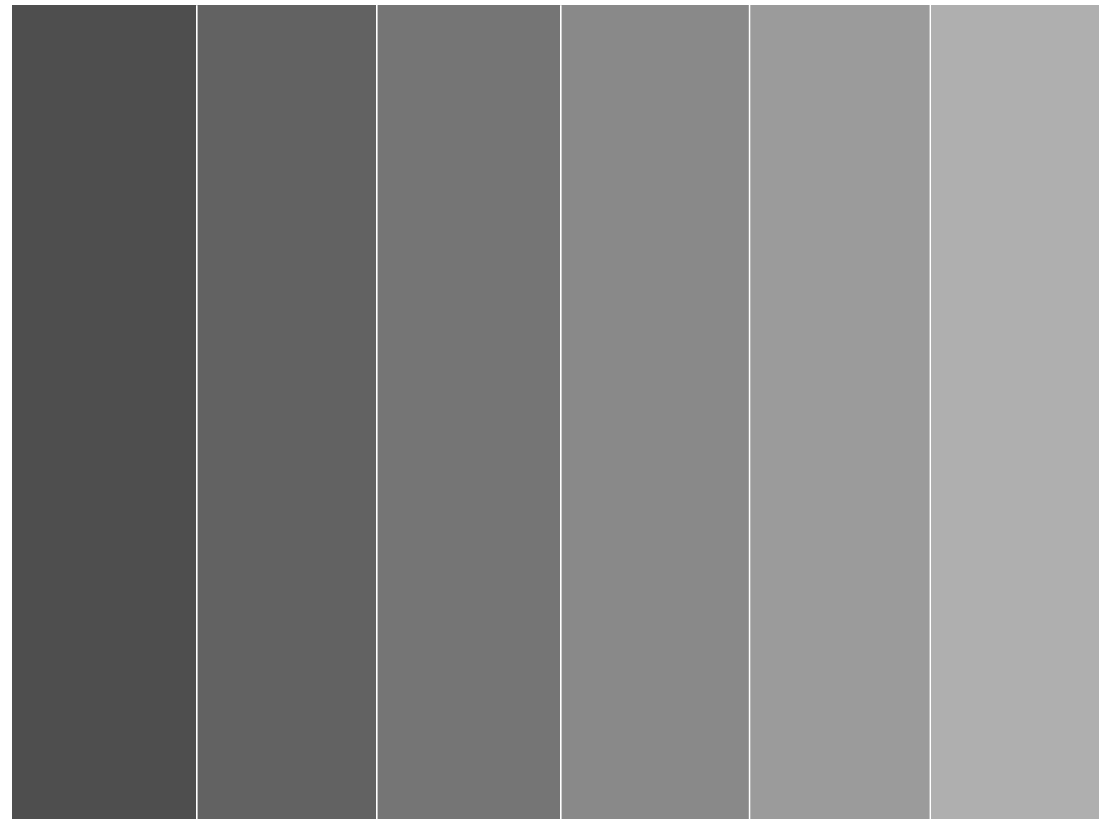
Weitere Nachbarschaftsoperationen



Mach-Band-Effekt

- Menschliches Wahrnehmungssystem ist auf „Kantenerkennung“ optimiert

Die gleichbleibende
Reize der Flächen
werden gedämpft und
Kontraste werden
überzeichnet



Effekt wurde 1865 von
Ernst Mach entdeckt

Bild aus:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/97/Bandes_de_mach.PNG

Mach-Band-Effekt

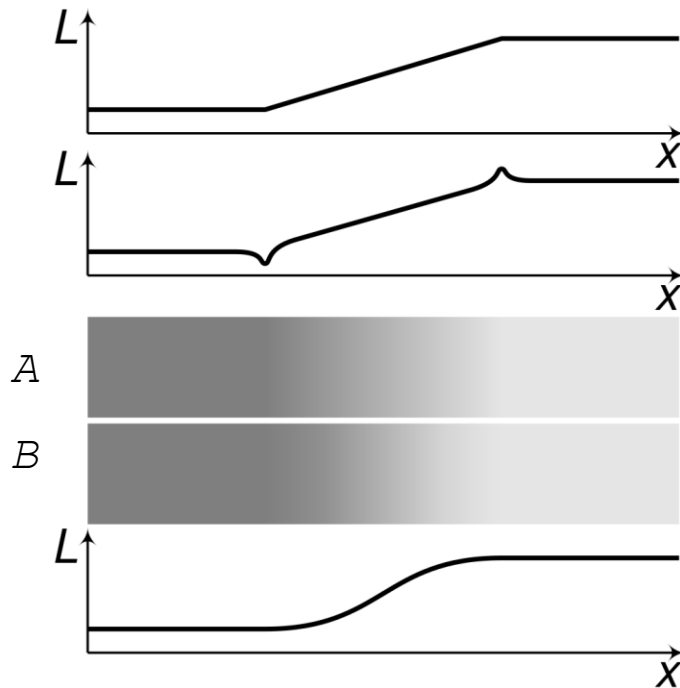
Effekt kann z.B. zu Fehlinterpretationen bei radiologischer Befundung führen: Hell-Dunkel-Kontraste werden verstärkt und bspw. als Karies interpretiert



Hier zeichnet sich ein dunkler Fleck ab, der ggfs. als Karies interpretiert werden könnte

Bild aus: Radiografische Projektionen der Objekte, Folie 11
<https://slideplayer.org/slide/1330107/>

Mach-Band-Effekt



https://en.wikipedia.org/wiki/Mach_bands

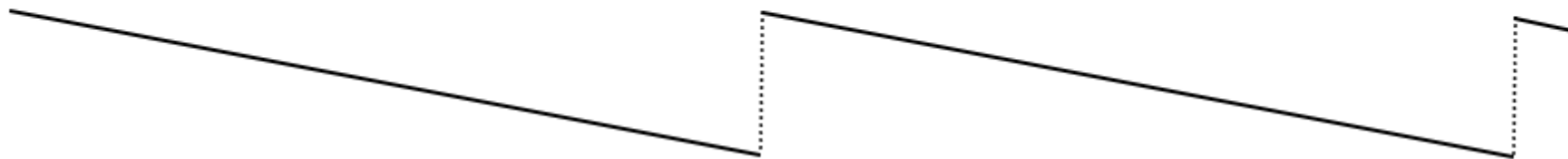
- Helligkeitsübergänge werden mit höheren Kontrast wahrgenommen, als tatsächlich vorhanden ist
 - Abbildung beschreibt Effekt als Funktion der Leuchtdichte L
 1. Leuchtdichtenprofil sich abrupt ändernder Grauwerte (A)
 2. Von A wahrgenommenes Helligkeitsprofil
 3. Zum Vergleich Leuchtdichtenprofil sich kontinuierlich ändernder Grauwerte (B)
- Ähnlich, wie wir es von unserer Wahrnehmung gewohnt sind, arbeitet ein Faltungsoperator zur Kontrastverstärkung

Herleitung Kantenerkennung

- Differenzoperator erkennt Kanten
- 1. Schritt zur Herleitung:
 - Statt eines ganzen Bildes wird nur eine Bildzeile betrachtet



Grauwertprofil der
Bildzeile



Funktion $s(x)$, die den
Grauwertverlauf entlang
dieser Bildzeile darstellt

Herleitung Kantenerkennung

- 2. Schritt zur Herleitung:

- Ableiten einer Funktion $g(x)$, um Kante zu finden
- Die 1. Ableitung (Steigung) ist definiert durch:

- $$g'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

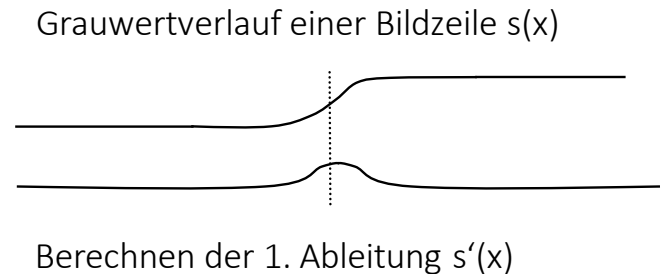
- Mit $g(x)$ = Grauwert des Pixel an Position x

- Übertragen auf Bilder, die durch Pixel-Darstellung diskreten Raum bilden, heißt das, der Abstand Δx zwischen zwei Pixeln wird nicht unendlich klein, sondern ist mindestens 1

- 1. Ableitung entspricht also der Differenz zweier benachbarter Grauwerte:

- $$\frac{g(x+1) - g(x)}{1} = g(x+1) - g(x)$$

- In 1. Ableitung zeigen Werte ungleich 0 die Positionen von Kanten in Bildzeile an



Gradienten

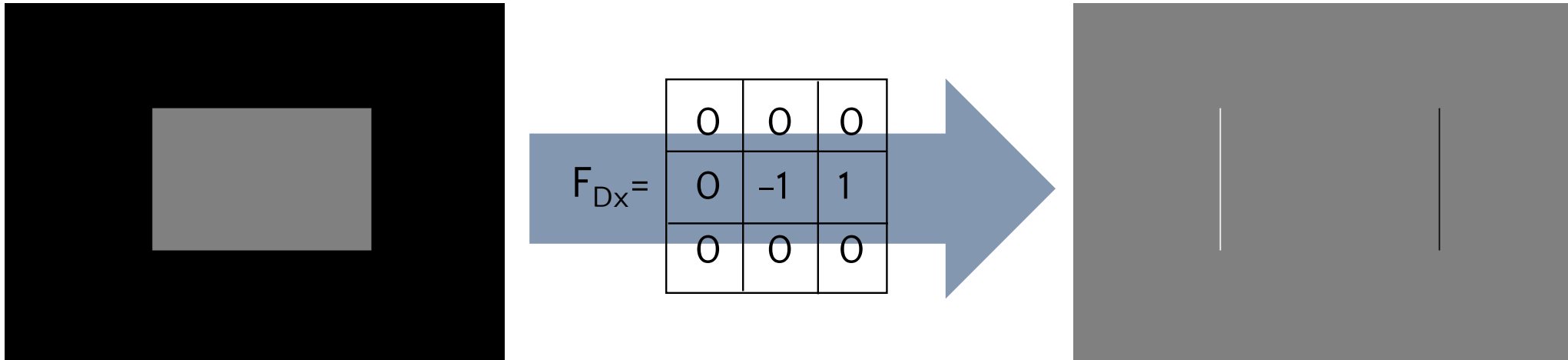
- Betrachte Bild als (nach x und y) differenzierbare Funktion $f(x, y)$
 - Der Wert von f an der Position (x, y) ist damit die Farbe oder Graustufe des Bildes
 - Da Bild jedoch diskrete Funktion von benachbarten Pixeln ist, müssen partielle Ableitungen (in horizontale und vertikale Richtung) approximiert werden
- Gradientenvektor ∇f an jedem Pixel bestimmen (i.d.R. durch Faltung des Bildes)

$$\bullet \nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} \\ \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} \end{pmatrix} \xrightarrow[\Delta y=1]{\Delta x=1} \begin{pmatrix} f(x+1, y) - f(x, y) \\ f(x, y+1) - f(x, y) \end{pmatrix}$$

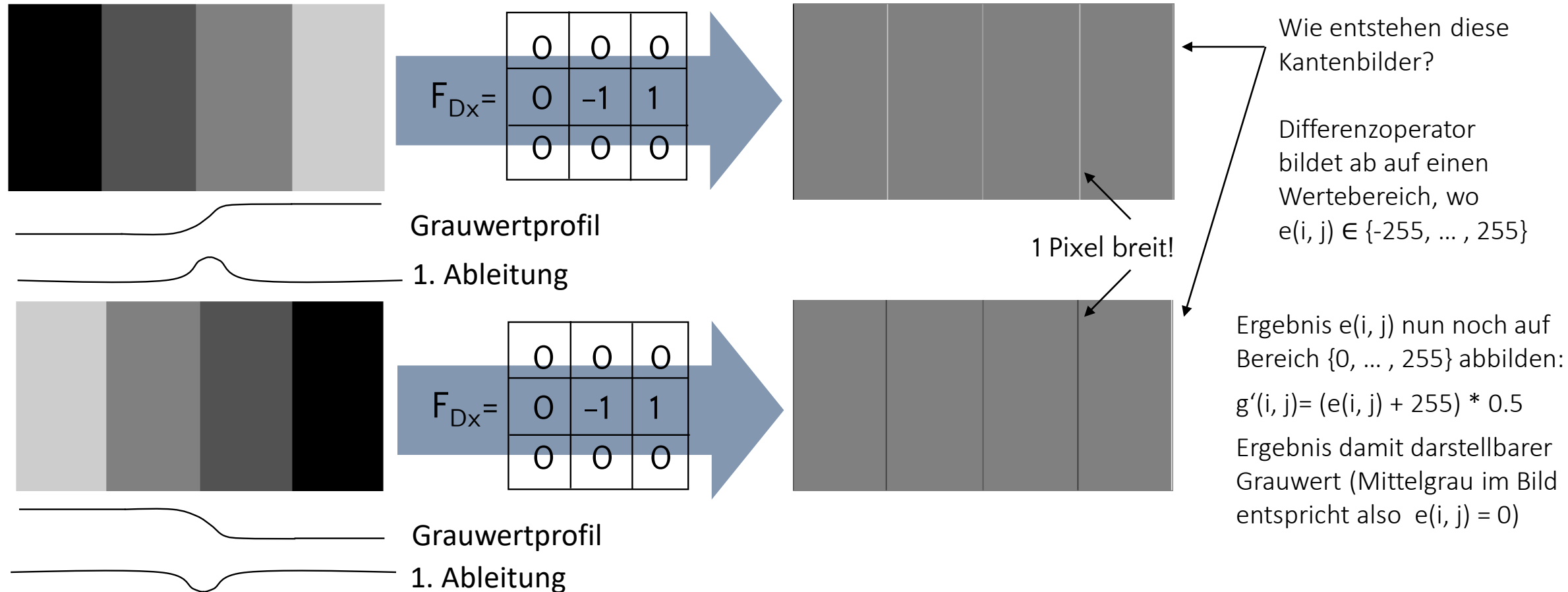
- ∇f zeigt als Vektor in Richtung des stärksten Anstiegs von f
- Eine Kante ist eine „Kurve“, entlang derer der Gradient des Bildes f stets in Normalenrichtung zeigt
- Kantenpixel bei lokalen Extremstellen (Maximum oder Minimum) des Gradientenbetrags

Differenzoperator

- Erkennt Kanten, indem Differenz der Grauwerte zweier benachbarter Pixel berechnet wird (d.h. Gradientenbetrag)



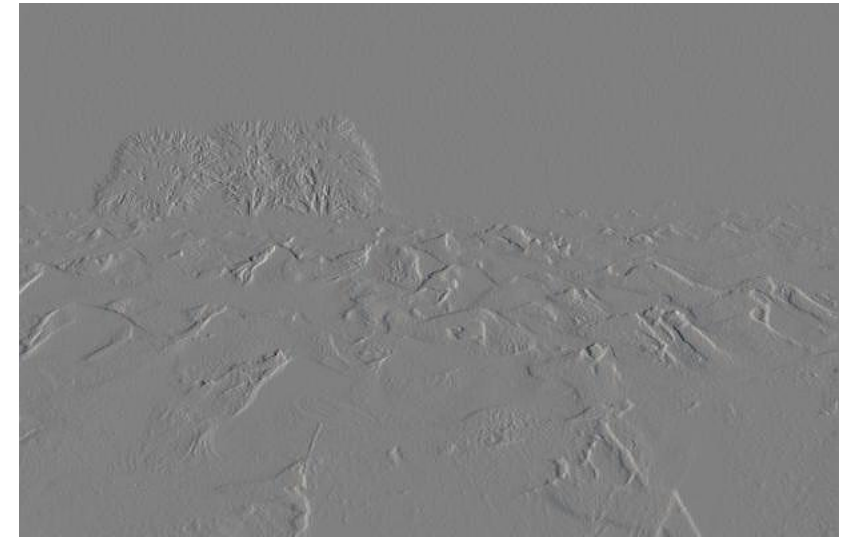
Differenzoperator



Differenzoperator



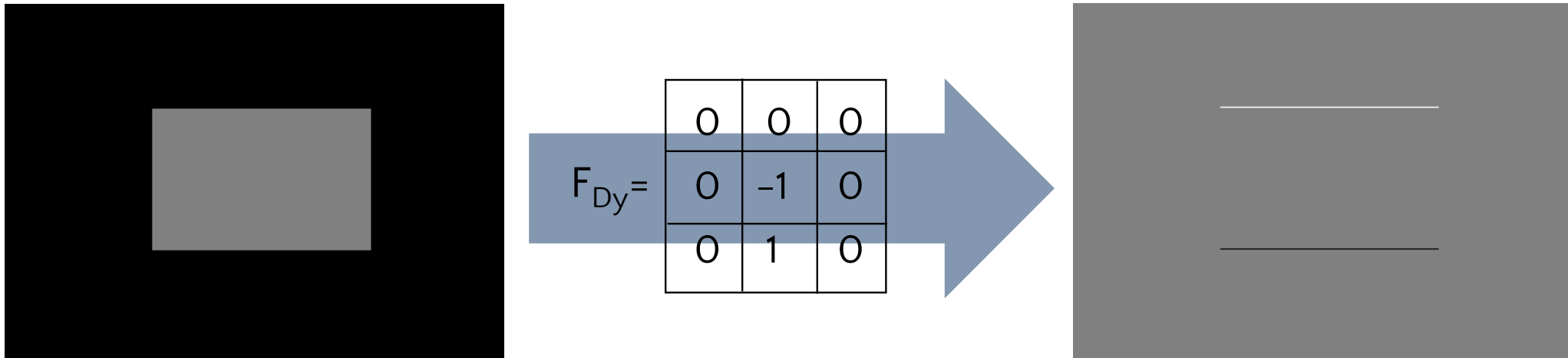
$$F_{Dx} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$



- In diesem Beispiel wurden nur die vertikal verlaufenden Kanten angezeigt
- Wie muss ein Differenzoperator aussehen, der die horizontal verlaufenden Kanten findet?

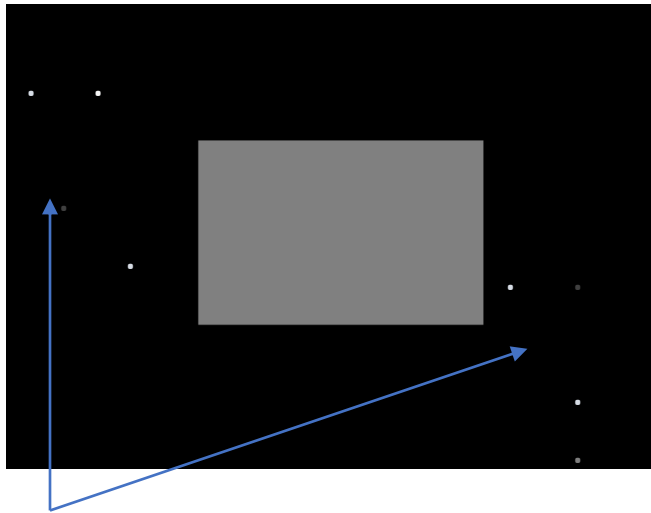
Differenzoperator

- Erkennt horizontal verlaufende Kanten, indem er die Differenz der Werte zweier benachbarter Pixel in einer Bildspalte berechnet

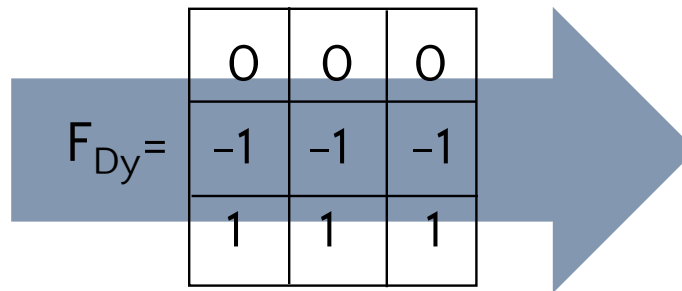


Differenzoperator

- Um Kantenerkennung robust zu machen und nicht bei jedem „fehlerhaften“ Pixel eine Kante anzuzeigen, werden benachbarte Pixel in Berechnung mit einbezogen



Fehlerhafte Pixel machen sich
durch Rauschen im Bild bemerkbar



Weitere Differenzoperatoren

- Um Kantenerkennung noch robuster zu machen, wird „Puffer“-Zeile oder -Spalte in Operator eingefügt: Diese Differenzoperatoren heißen Prewitt-Operatoren

Faltungsergebnisse der unterschiedlichen Operatoren

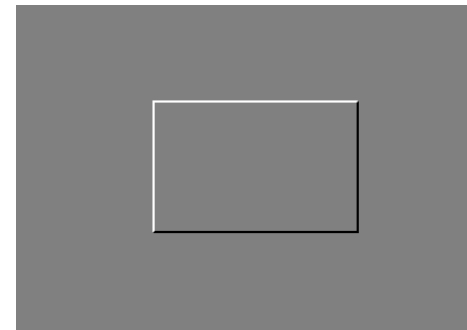
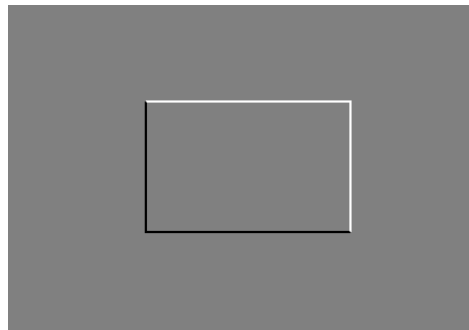
-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1



-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

Prewitt-Operator

0	-1	-1
1	0	-1
1	1	0



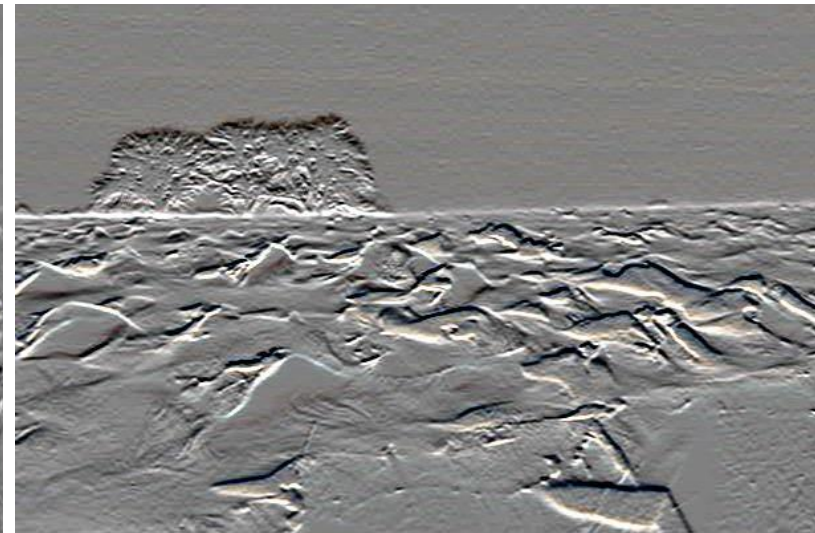
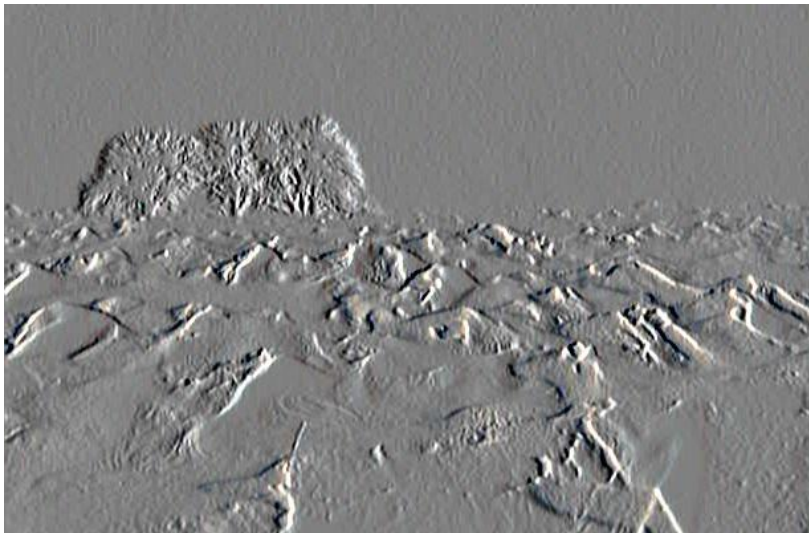
-1	-1	0
-1	0	1
0	1	1

Compass Edge
Detection (45°)

Prewitt-Operator

- Durch „Puffer“-Spalte bzw. -Zeile markiert Sobel-Operator die Kanten mit mehreren Pixeln (Bild grau durch Umrechnung in $\{0, 1, \dots, 255\}$)
 - Filter separierbar, dadurch performantere Berechnung möglich

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1



-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

Sobel-Operator

- Verwendet ebenfalls zwei 3×3-Filter, die mit Originalbild gefaltet werden
- Kombination zentraler Differenzen (Prewitt-Filter) mit Gauß-Filter
 - Berechnet ebenfalls diskrete Ableitung in x und y (d.h. vertikal u. horizontal)
- Nutzt dazu nacheinander zwei Filter
→ Ausnutzen der Separierbarkeit
 - D.h. nacheinander in x- u. y-Richtung ausgeführte Operationen führen hier zum gleichen Ergebnis, als wären sie auf einmal erfolgt (dadurch schneller)

Horizontaler Filter:

1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

=

Blur

1
2
1

*

1D-Ableitungsfiler

1	0	-1
---	---	----

Vertikaler Filter:

1	2	1
0	0	0
-1	-2	-1

=

1D-Ableitungsfiler

1
0
-1

*

Blur

1	2	1
---	---	---

Kanten in Originalbild hervorheben

- Ergebnis eines Differenzoperators zur Bildverbesserung ins Eingabebild einfügen

- Nach Anwendung des Kantenoperators sind im Ergebnisbild nur Kanten sichtbar

$$F = n \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & n & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Durch Addition des Originalbildes erhält man Filter F, der im Eingabebild Kanten erzeugt

$$F = n \cdot \left(\text{Originalbild} + \text{Kantenoperator} \right)$$

Vereinfachte Darstellung ohne Berücksichtigung der linearen Transformation



Kanten in Originalbild hervorheben

Zur Bildverbesserung
das Ergebnis eines
Differenzoperators
noch in Eingabebild
einfügen (Addieren
von $n \cdot \text{Pixelfarbe}$)



$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & n & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$F = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & n & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Kombinationsfilter für mehr Kontrast



Anwendung des Filters F mit
je unterschiedlichem n :

$$F =$$

-1	-1	0
-1	n	1
0	1	1

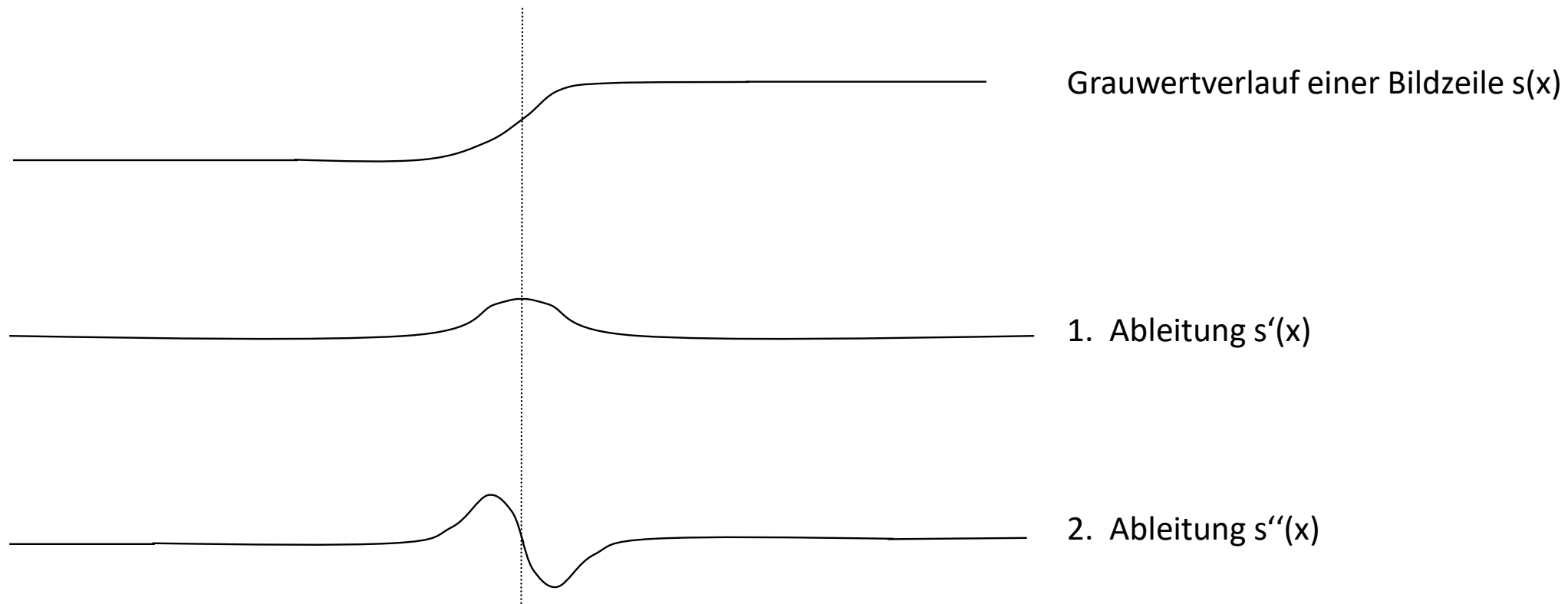
Berechnung Kontrast zweier Objekte

- Differenz heller u. dunkler Leuchtdichte (L) geteilt durch Summe beider:
$$K = (L_{\max} - L_{\min}) / (L_{\max} + L_{\min})$$



Laplace-Operator

- Erkennt Kanten anhand der 2. Ableitung



Laplace-Operator

- Die 2. Ableitung einer Funktion $g(x)$ ist definiert durch:

- $$g''(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(g(x+\Delta x) - g(x)) - (g(x) - g(x-\Delta x))}{\Delta x}$$

- Mit $g(x)$ = Grauwert des Pixel an Position x

- Für Rasterbilder gilt: Δx nimmt im minimalen Fall Wert 1 an

- Für die 2. Ableitung in einer Bildzeile oder -spalte gilt damit:

- $$g''(x) = g(x + 1) - 2 \cdot g(x) + g(x - 1)$$

0	0	0
1	-2	1
0	0	0

+

0	1	0
0	-2	0
0	1	0

=

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

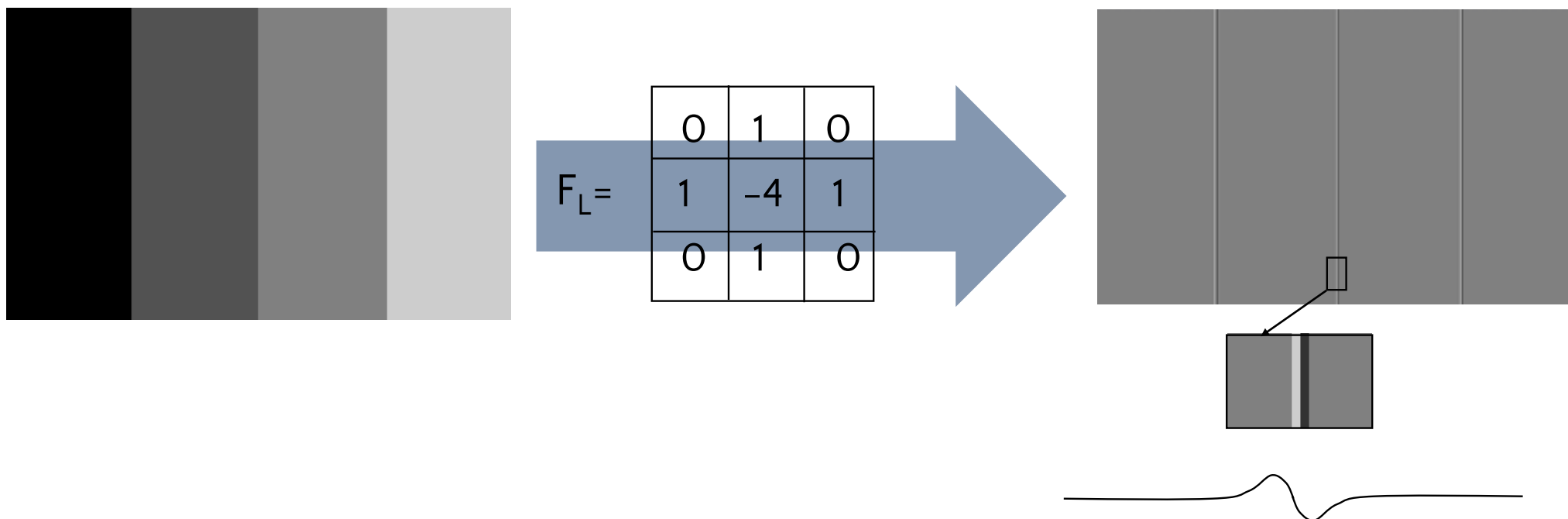
Laplace-Operator

Kantendetektion in Bildzeile

Kantendetektion in Bildspalte

Kantendetektion in Spalte u. Zeile

Laplace-Operator



Entspricht dem Verlauf der 2. Ableitung

Laplace-Operator am Beispiel



$F_L =$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

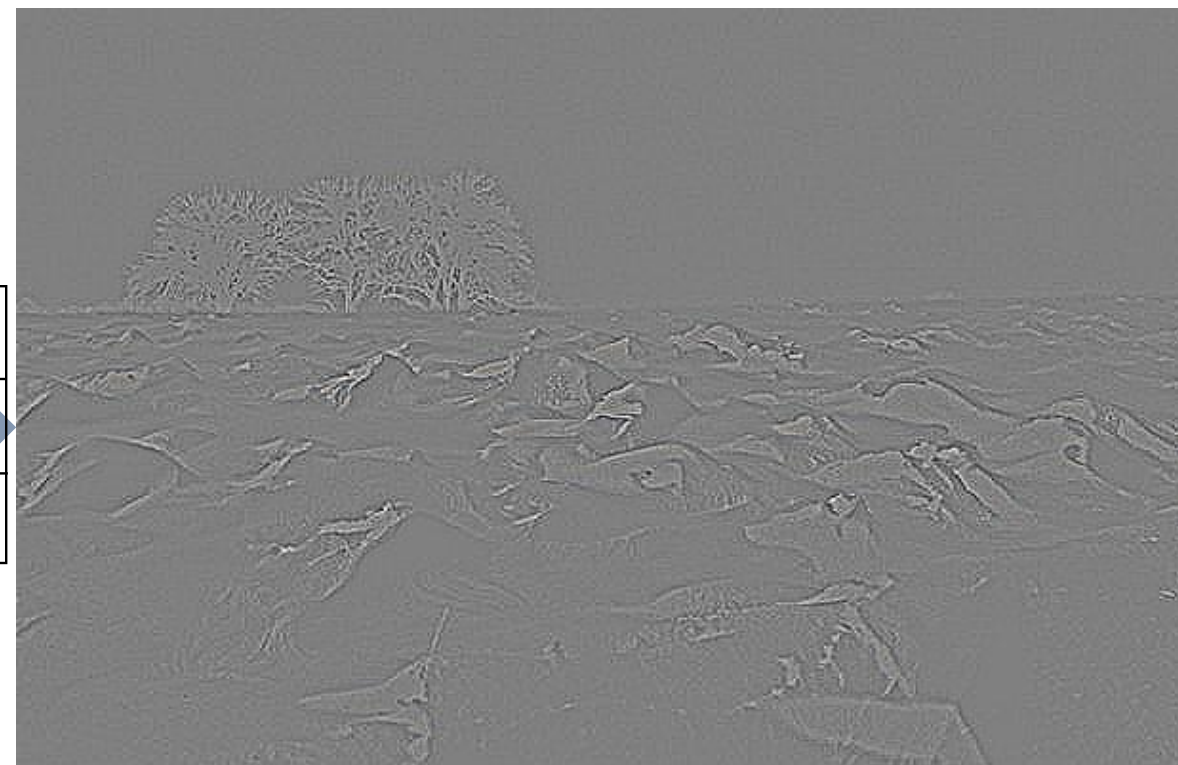
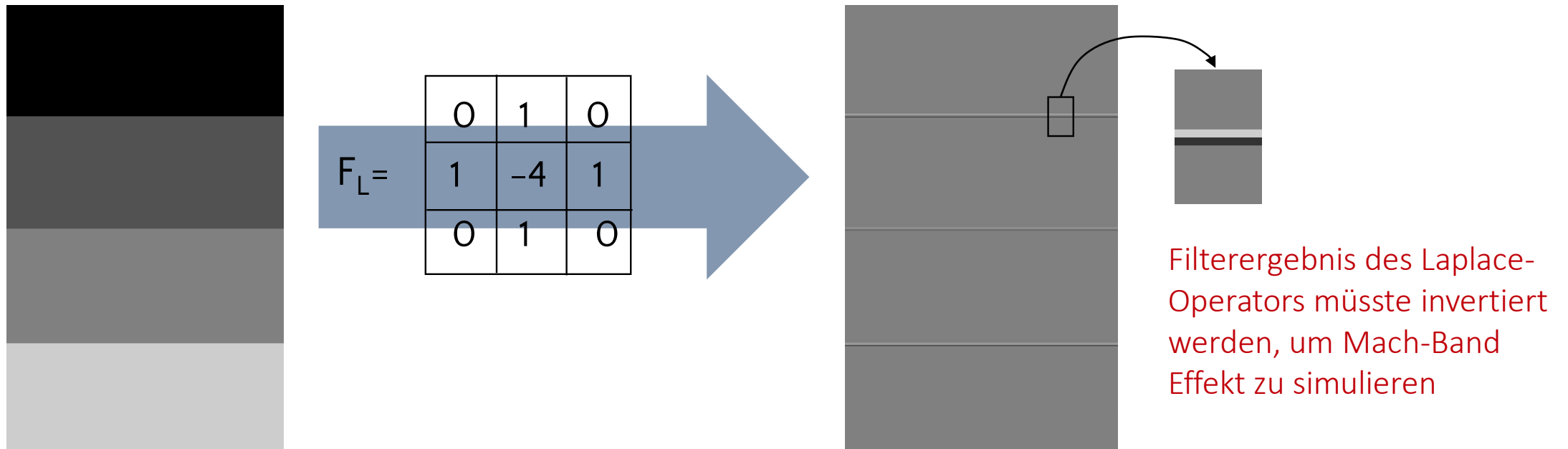


Bild vergrößert, um Kanten besser sichtbar zu machen

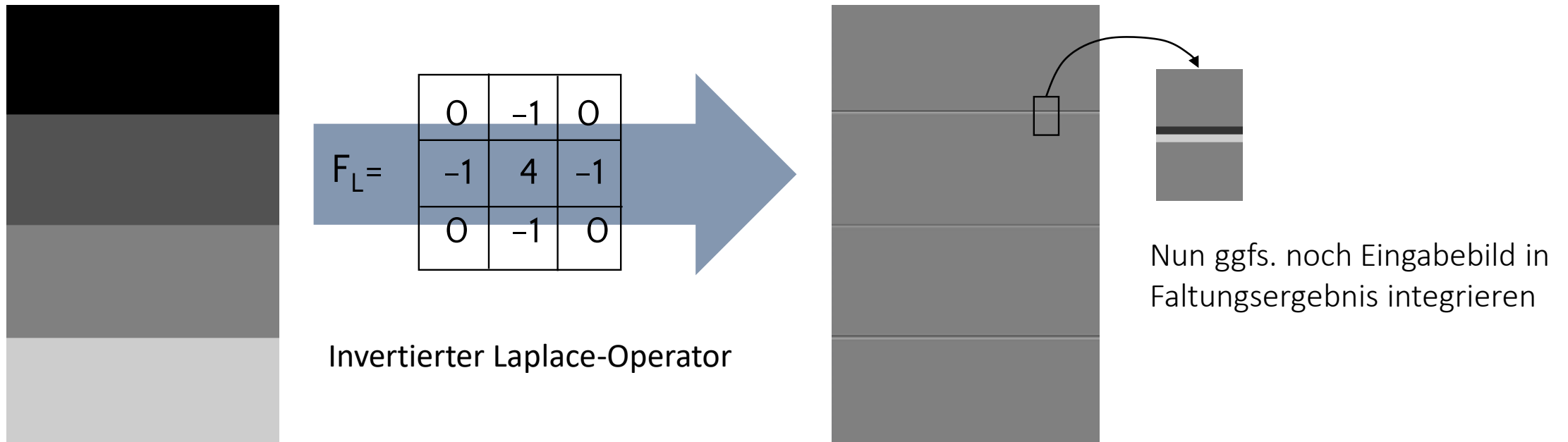
Kontrastverbesserungsfilter

- Betont die Kante auf der hellen Seite der Kante durch hellere und auf der dunklen Seite der Kante durch dunklere Pixel
 - Entspricht damit dem Mach-Band Effekt



Kontrastverbesserungsfilter

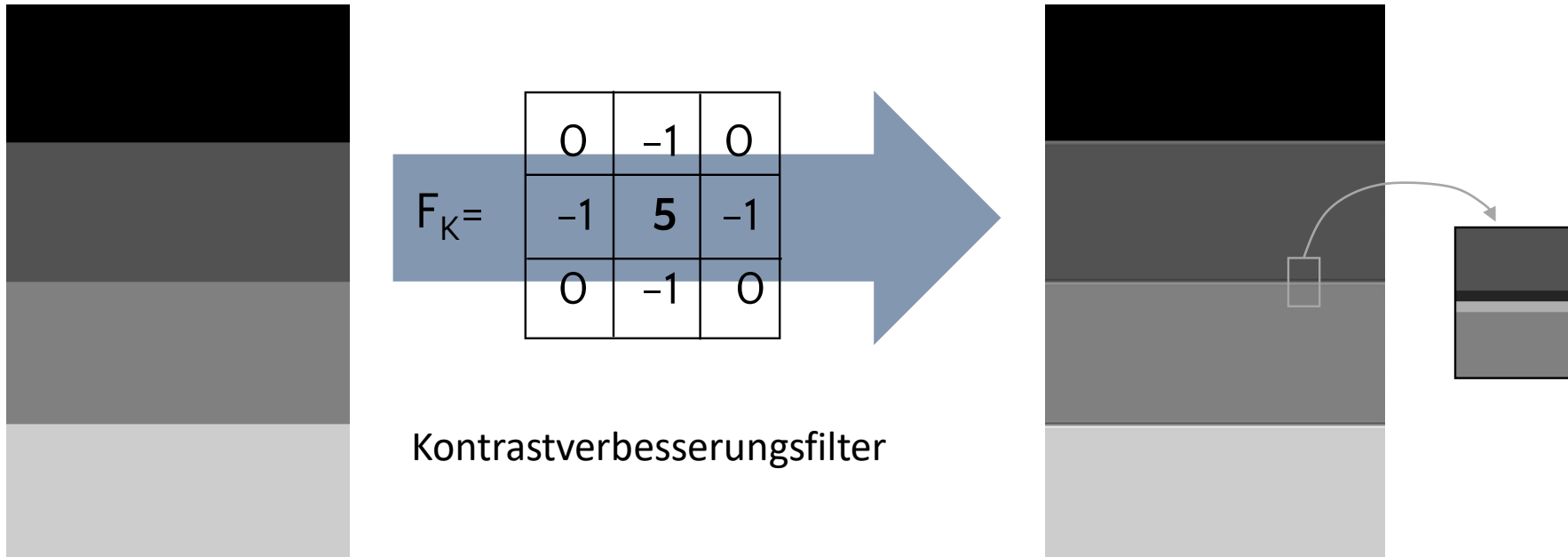
- Betont die Kante auf der hellen Seite der Kante durch hellere und auf der dunklen Seite der Kante durch dunklere Pixel
 - Entspricht damit dem Mach-Band Effekt



Kontrastverbesserungsfilter

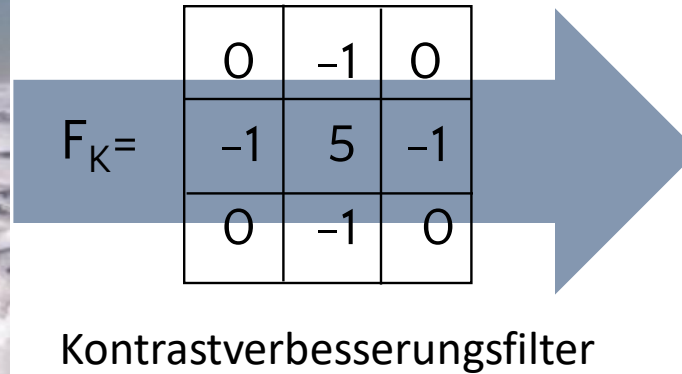
- Integration des Eingabebildes in das Faltungsergebnis:

$$F_K = n \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & n+4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



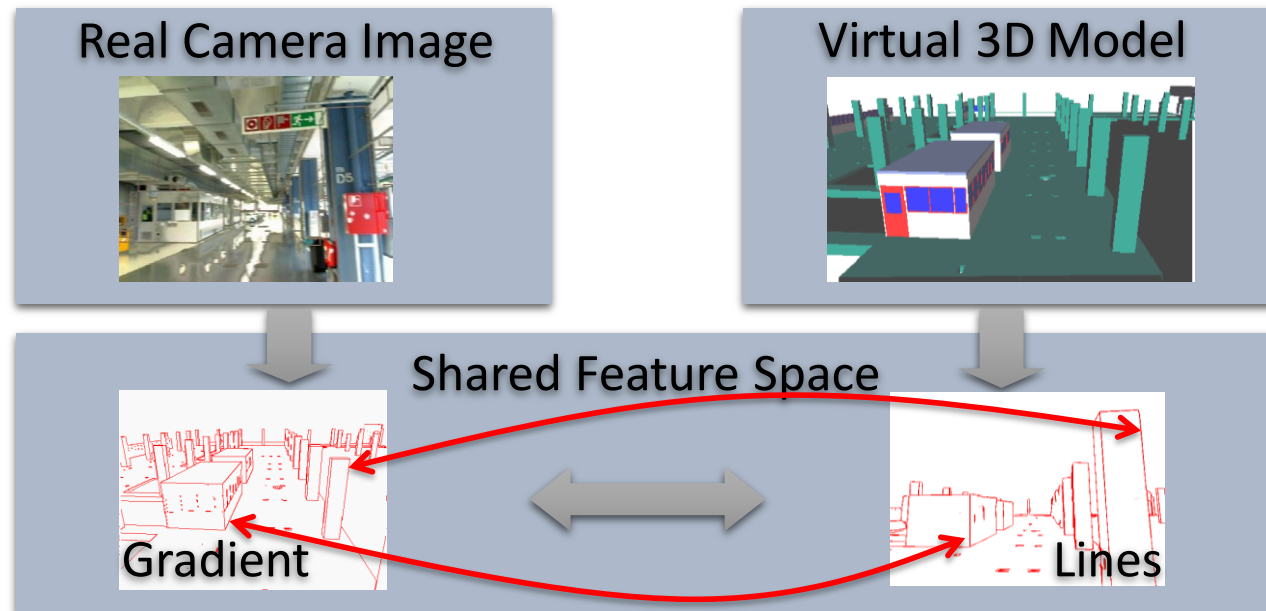
Beispiel Kontrastverbesserungsfilter

- Filter betont Kanten



Anwendung in Computer Vision

- Kantenerkennung ist oft Anfangsschritt eines Tracking-Algorithmus für Augmented Reality (AR)
- Kann u.a. zur Bestimmung der extrinsischen Kameraparameter dienen (sog. Kamera-Pose), d.h. Position und Orientierung der realen Kamera (sowohl initial als auch Frame-to-Frame Tracking)
 - Intrinsische Parameter (Projektionsmatrix, ggfs. Verzerrungen) mittels initialer einmaliger Kalibrierung



Rangfolgeoperatoren

Median, Dilatation, Erosion



Rangfolgeoperatoren

- Aktuell betrachtete Bildposition: $g(i, j)$
 - Bei N8-Nachbarschaft:

	○	○	○
	○	●	○
	○	○	○

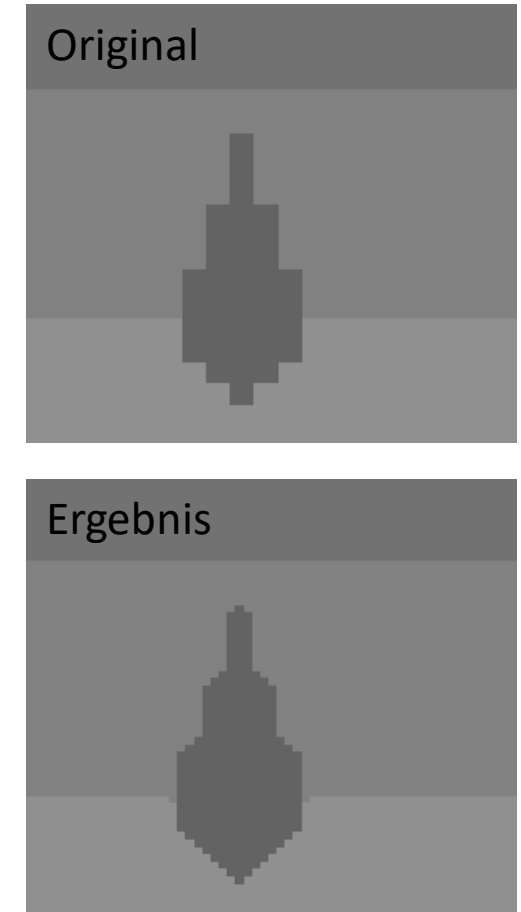
 - Bezugspunkt: ●
 - Nachbarpunkt: ○
 - N4-Nachbarschaft:

		○	
	○	●	○
		○	

 - Analog
- $g(i, j)$ und die Grauwerte der Nachbarschaft werden größenabhängig sortiert: $g_0 \leq g_1 \leq \dots \leq g_n$
- Rangfolgeoperatoren wählen nun Wert an bestimmter Positionen dieser Sortierung aus...

Medianfilter

- Bezugspunkt nimmt *mittleren* Grauwert der Rangfolge an:
 1. Sortieren: $g_0 \leq g_1 \leq \dots \leq g_8$
 2. Für eine N8-Nachbarschaft gilt: $g'(i,j) = g_4$
 - Nach Sortierung wird also mittlerer Wert ausgewählt
- Verbesserung von verrauschten Bildern
 - Eliminiert isolierte, fehlerhafte Bildpunkte
- Kanten werden jedoch nicht verwaschen
 - Anders als bei Mittelwertoperator

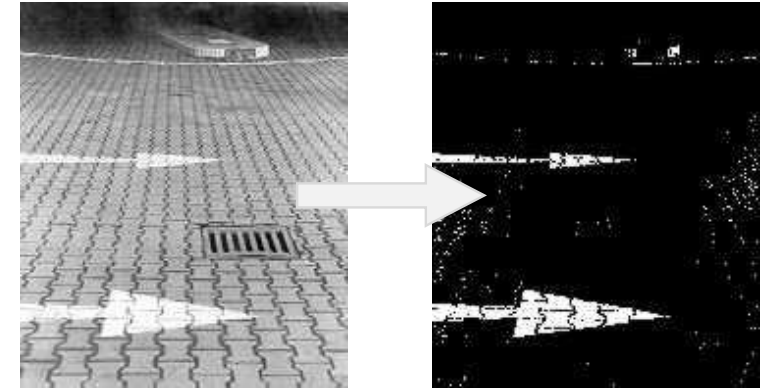


Dilatation & Erosion

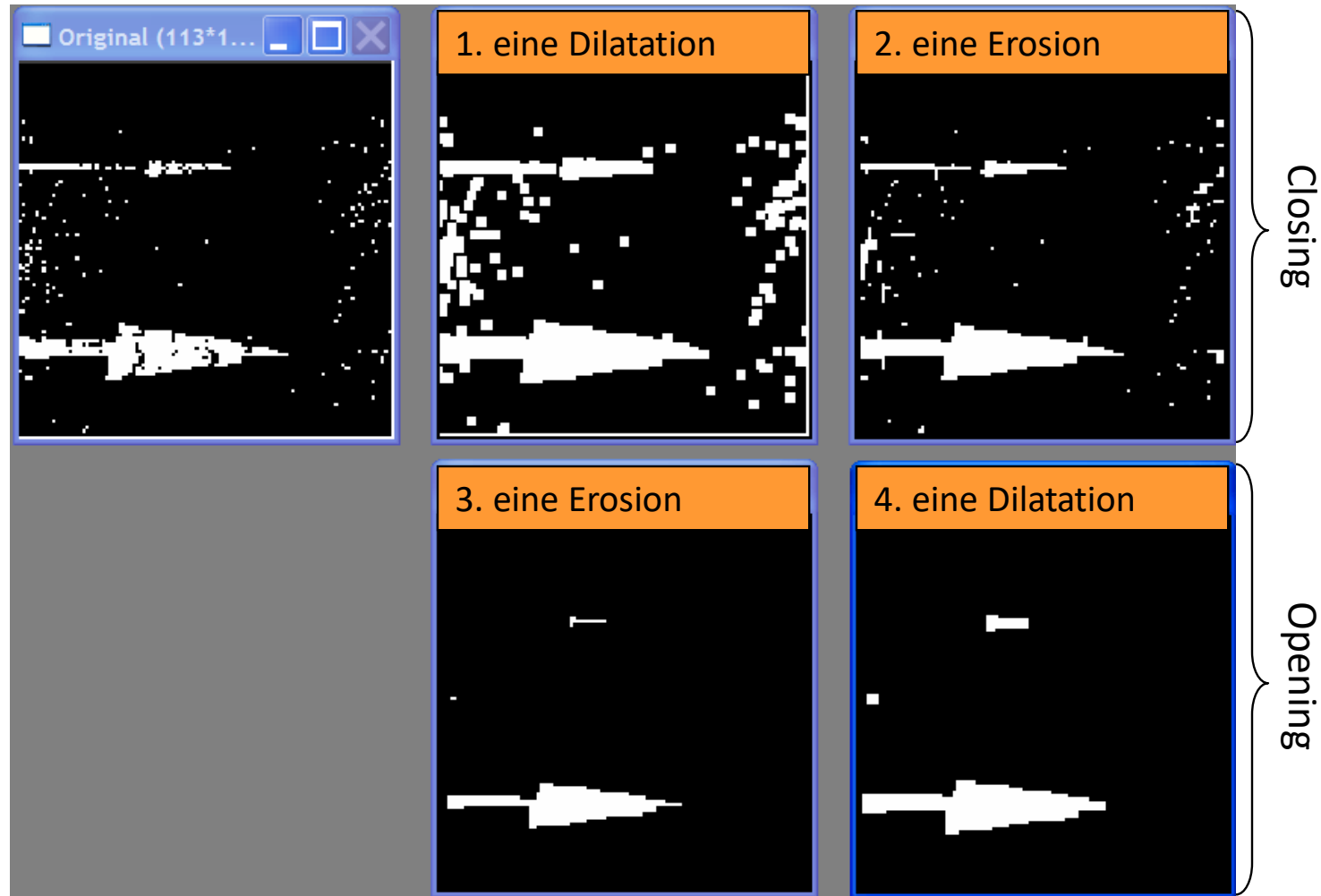
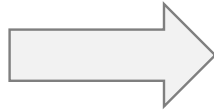
- Dilatation: Bezugspunkt nimmt *maximalen* Grauwert der Rangfolge an
 1. Sortieren: $g_0 \leq g_1 \leq \dots \leq g_8$
 2. Für eine N8-Nachbarschaft gilt: $g'(i,j) = g_8$
- Folge: Ausdehnung der „helleren“ Bereiche (i.d.R. Bildvordergrund)
- Erosion: Bezugspunkt nimmt *minimalen* Grauwert der Rangfolge an
 1. Sortieren: $g_0 \leq g_1 \leq \dots \leq g_8$
 2. Für eine N8-Nachbarschaft gilt: $g'(i,j) = g_0$
- Folge: Ausdehnung der „dunkleren“ Bereiche (i.d.R. Bildhintergrund)

Opening & Closing

- Ziel: Segmentierung des Bildes
 - Zur Unterscheidung einzelner Objekte
- Originalbild erst geeignet binarisieren
 - Danach Rauschen eliminieren
 - Dann Lücken innerhalb der Objekte schließen
- Lösung zur Bildaufbereitung
 - Opening (erst Erosion, dann Dilatation, um Rauschen zu entfernen) gefolgt von Closing (erst Dilatation, dann Erosion)
 - Alternativ umgekehrt zuerst Closing (erst Dilatation, dann Erosion) gefolgt von Opening (erst Erosion, dann Dilatation)



Beispiel



Fazit und Ausblick

- Bildverarbeitung geht davon aus, dass in einem Bild Informationen stecken, die man daraus extrahieren will
 - Es werden keine Bilder manipuliert, sondern auf darin enthaltene Informationen überprüft
- In Computer Vision werden Bilder analysiert, um deren Bildinhalte zu verstehen und ggfs. geometrische Informationen zu extrahieren (z.B. für Tracking)
 - Nutzt i.d.R. auch Verfahren des maschinellen Lernens (Machine Learning)
 - Statt Regeln aufzustellen, um Antworten zu erhalten, werden bekannte Antworten genutzt, um generalisierte Regeln zu erhalten, die auch für unbekannte Daten Antworten liefern sollen
 - Computer Vision Anwendungen können mit Bildverarbeitungsverfahren und ML-Verfahren, z.B. Convolutional Neural Networks (CNN), realisiert werden
 - Bekannte Techniken aus Bildverarbeitung, wie z.B. Faltungsmatrizen zur Merkmalsdetektion, werden auch in CNNs verwendet
 - Objekte, die sich algorithmisch schwer definieren lassen, können so durch CNN erkannt werden

Vielen Dank!

Noch Fragen?

