به نام خدا

دانشگاه
خواجه نصیرالدین طوسی
K. N. Toosi University
of Technology

سیستمهای کنترل خطی

دکتر تقی راد

حامد باغستانی (40116143)

پاییز 1403

(Q1

برای رســـم نمودار بود، ابتدا کافی اســـت داده های فایل (Data.mat) را به روش زیر استخراج کنیم :

load('G:\پروژه\سیستمهای کنترل خطی\دانشگاه\Data (1).mat');

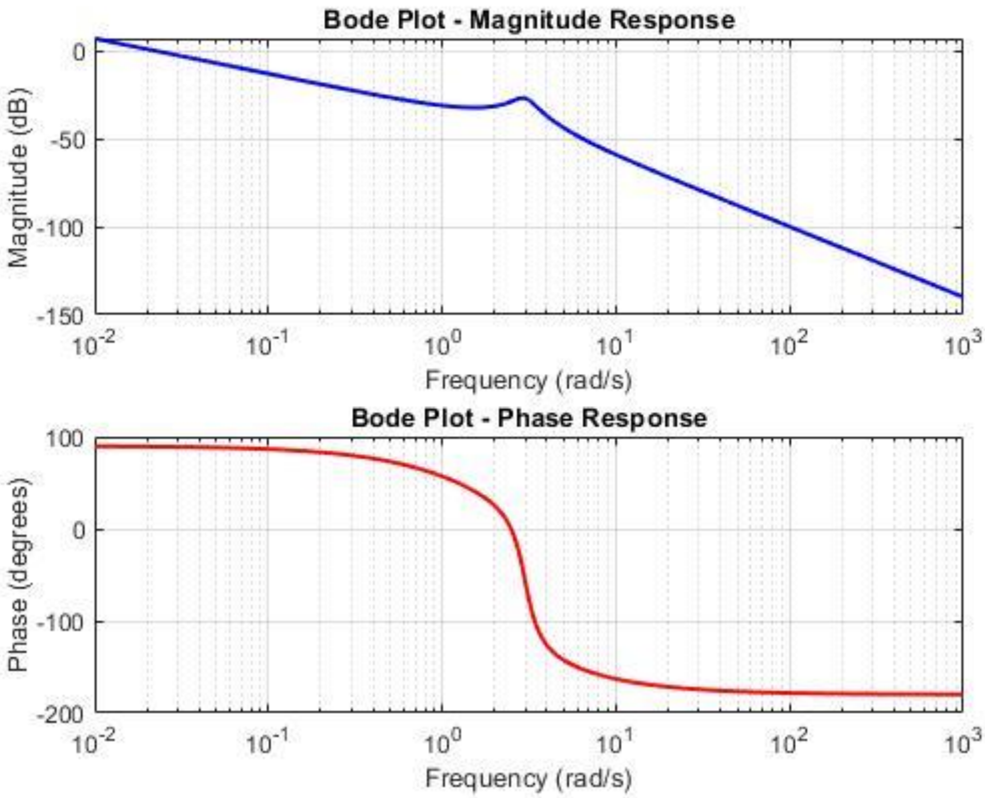
پس از اسـتخراج آن هر یک از بخش ها را در متغیر به خصـوص خود میریزیم (مثال : my_frequency , my_magnitude , my_phase)

سپس با اسـتفاده از دسـتورات ارائه شده در ادامه، نمودار بود را رسـم می کنیم :

```
my_phase=Data.phase;
my_magnitude=Data.magnitude;
my_frequency=Data.omega;

figure;
subplot(2,1,1);
semilogx(my_frequency, 20*log10(my_magnitude), 'b', 'LineWidth', 1.5);
grid on;
xlabel('Frequency (rad/s)');
ylabel('Magnitude (dB)');
```

```
title('Bode Plot - Magnitude Response');

subplot(2,1,2);
semilogx(my_frequency, my_phase, 'r', 'LineWidth', 1.5);
grid on;
xlabel('Frequency (rad/s)');
ylabel('Phase (degrees)');
title('Bode Plot - Phase Response');
```

- خروجی سوال ۱ به صورت زیر خواهد بود :



Q2)

نوع ســیســتم : میدانیم نوع ســیســتم با توجه به توان عامل انتگرال گیر در ســیســتم حلقه باز تعیین می شــود، باتوجه به نمودار اندازه که با شــیب ۲۰ دســیبل کاهش یافته اســت، نتیجه میگیریم یک عامل انتگرال گیر($\frac{1}{s}$) در ســیســتم وجود دارد لذا تیپ سیستم یک می باشد.

مرتبه ســیســتم : می دانیم مرتبه ســیســتم از درجه چندجمله ای مخرج تابع تبدیل محاســبه می گردد، در قســمت قبل اشــاره شــد که یک عامل انتگرال گیر در ســیســتم موجود اســت. از طریف دیگر باتوجه به نمودار یک فرکانس تشــدید داریم که این خود بیانگر این اســت که دوقطب مختلط درســیســتم وجود دارد. از طرف دیگر در فاز -۴۵ درجه بین فرکانس های ۲.۹۰۰۴۳ و ۲.۸۳۴۰۶، فرکانس گوشه دارد و رفتار نمودار درآن نقطه تغییر میکند؛ درواقع شــیب نمودار در فرکانش گوشــه به اندازه ۴۰ دســیبل به صــورت کاهشــی تغییر می یابد درصــورتی که مشــاهده میکنیم در این فرکانس، شیب نمودار به اندازه ۲۰ دسیبل کاهشی تغییر کرده که این موضوع بیانگر وجود یک صفر در ســیســتم می باشــد. در نهایت بدلیل وجود یک عامل انتگرال گیر و دوقطب مختلط در ســیســتم، متوجه می شــویم درجه چند جمله ای مخرج برابر ۳ بوده و درمجموع ۳ قطب خواهیم داشت لذا مرتبه سیستم برابر ۳ می باشد.

میزان تاخیر سیستم : میدانیم وجود عامل تاخیر(e^{-Ts}) در سیستم حلقه باز موجب میشــود نمودار فاز بود همواره با شــیب Ts- به صــورت کاهشــی شــود، حال که درنمودار فاز بود چنین اتفاقی رخ نداده لذا سیستم تاخیر ندارد.

کمینه فاز بودن سیستم : از قبل بحث شد که سیستم دارای صفر می باشد. از طرفی می دانیم سیستم PD با صفر کمینه فاز، فاز نمودار بود را افزایشی میکند. اما در نمودار فاز نمایش داده شده درصورت سوال، فاز همواره کاهشی بوده است که این امر زمانی محقق می شود که یک صفر غیر کمینه فاز در سیستم موجود باشد، لذا سیستم یک صفر غیرکمینه فاز دارد.

(Q3

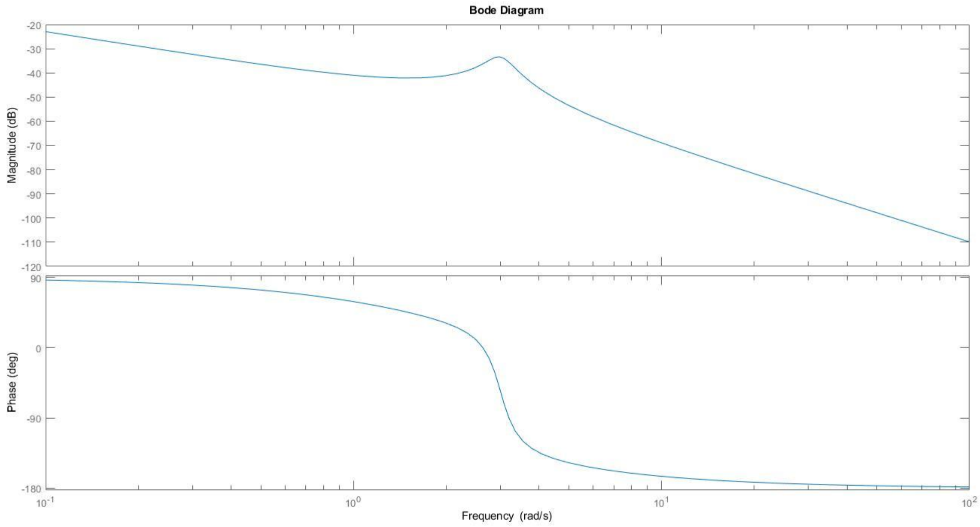
- با توجه به نمودار اندازه بود که در ابتدا با شیب ۲۰ دسیبل شروع با کاهش پیدا کرده است، متوجه می شویم سیستم دارای یک عامل انتگرال گیر می باشد.
- همچنین با دقت در نمودار، متوجه می شویم که فراجهش در نمودار داریم که این بدان معناست که ضریب استهلاک (ζ) کوچک تر از ۰.۷ می باشد. (مقدار ضریب استهلاک را ۰.۱ فرض می کنیم)
- باتوجه به نمودار در می یابیم که نمودار لندازه در نقطه ۲ کمی افزایش یافته که این می تواند ناشی از وجود صفر در سیستم باشد اما از آنجا که هیچ روند افزایشی در نمودار فاز دیده نمی شود، لذا این صفر از نوع غیر کمینه فاز می باشد. بنابراین عامل صفر صورت عبارت است از : *(s-2)*
- شیب نمودار اندازه از نقطه *w = 3* دو برابر شده است در صورتی که ما تنها یک نقطه شکست داریم، با در نظر گرفتن نمودار فاز پس یک سیستم مرتبه دو پایدار داریم.
- با توجه به مقدار نقطه *w = 0* که از صفر شروع نشده بلکه از مقدار تقریبی منفی ۳۰ دسیبل شروع شده پس یک عامل *K* نیز در صورت وجود خواهد داشت.

$$20\, log\, k = -30 \Rightarrow k \approx 0{,}032$$

جمع بندی :

$$G(s) = 0.032 * \frac{(s-2)}{s(s^2+2\zeta\omega s+\omega^2)} = \frac{(0.032s-0.064)}{s(s^2+0.6s+9)} = \frac{(0.032s-0.064)}{s^3+0.6s^2+9s}$$

بررسی حدس :



برای رسم نمودار بالا کد زیر در متلب وارد شده است :

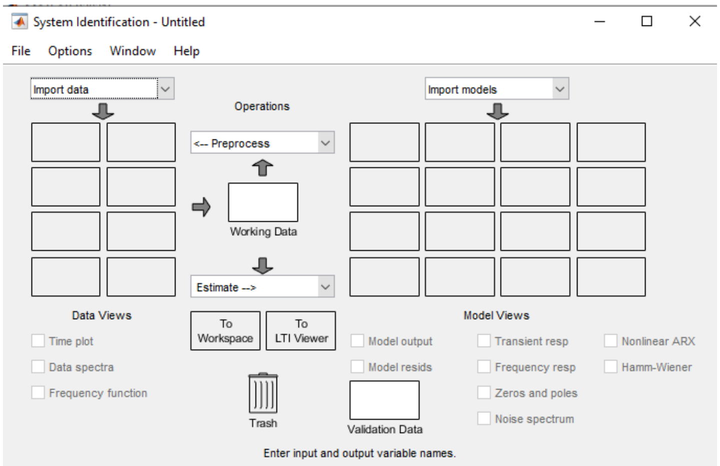
```
s=tf('s');
num=0.032*s-0.064;
den=s^3+0.6*s^2+9*s;
sys=num/den;
figure;
bode(sys);
```

با مقایسه این نمودار با نمودار داده شده در صورت سوال، متوجه می شویم، جواب ما تقریبا مطابقت دارد.

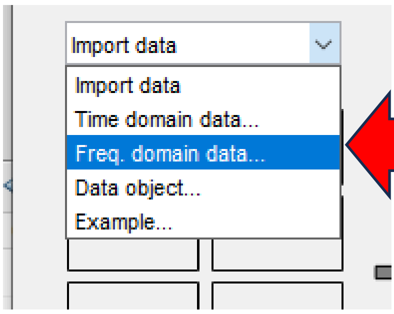
3.1 : استفاده از SystemIdentification

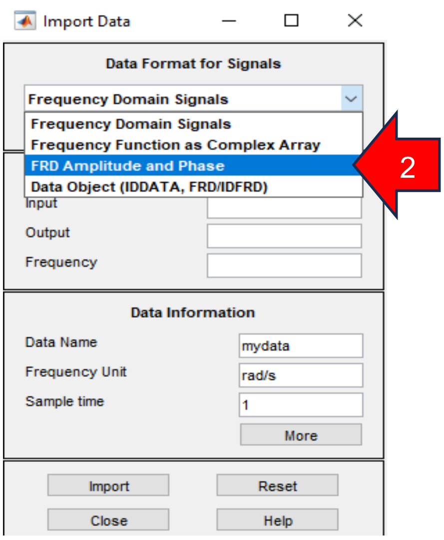
توضیح روند کار :

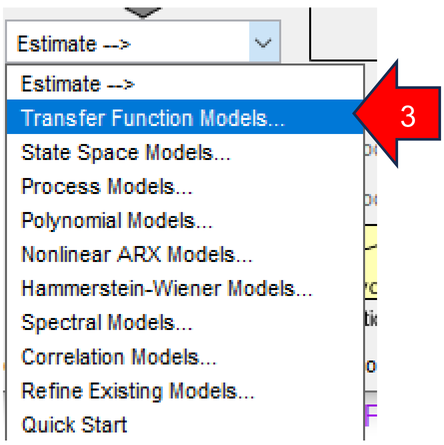
1. برای این کار ابتدا عبارت SystemIdentification را در قسمت Command Window وارد کرده سپس پنجره زیر باز خواهد شد :

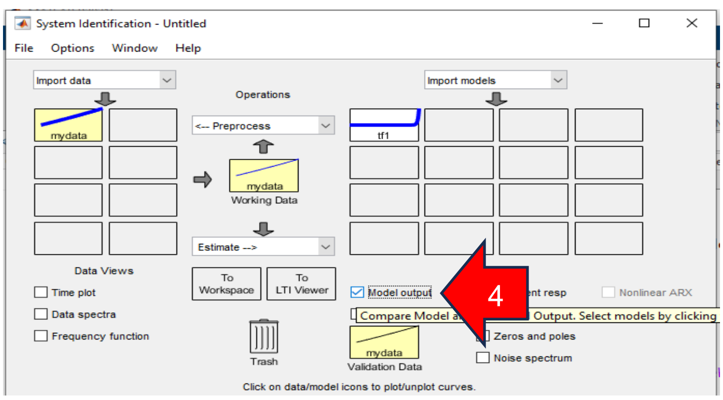


2. پس از آن به ترتیب از مراحل زیر پیروی می کنیم :

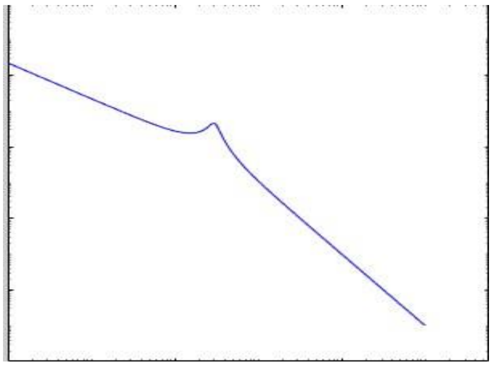








3. پس از انجام مراحل بالا، خروجی به صورت زیر خواهد بود :



- حال اگر از بخش نمایش داده شده در شکل زیر، tf1 را به workspace انتقال داده و پس از آن با نوشتن tf1 در قسمت script و اجرا گرفتن از کد داریم :

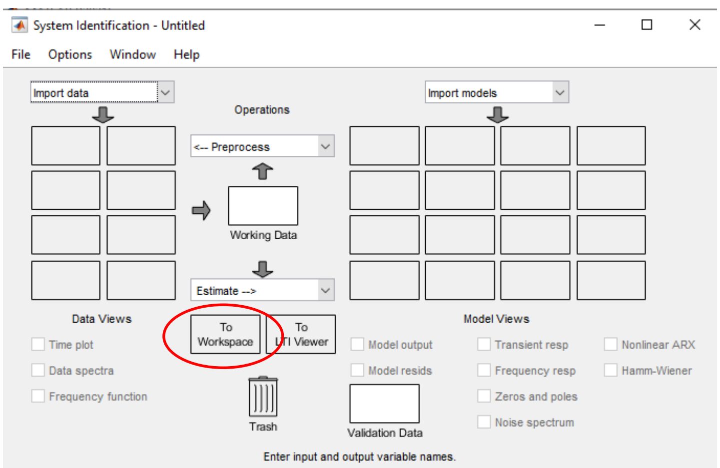
tf1=

From input "u1" to output "y1:"

0.1s - 0.2

----

s^3 + 0.9 s^2 + 9 s



این با جواب بدست آمده در قسمت قبل مطابقت دارد.

(Q4

سؤال چهارم

$$G(s) = \frac{0.1s - 0.2}{s^3 + 0.9s^2 + 9s}$$ سیستم حلقه باز

$$GH(s) = \frac{G(s)}{1+KG(s)} \rightarrow \Delta = 1 + KG(s) = s^3 + 0.9s^2 + 9s + 0.1Ks - 0.2K \Rightarrow$$

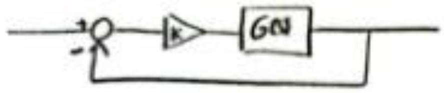
$$\Delta = s^3 + 0.9s^2 + (9+0.1K)s - 0.2K$$

s^3	1	$9+0.1K$
s^2	0.9	$-0.2K$
s^1	$\dfrac{-\begin{vmatrix} 0.9 & -0.2K \\ 1 & 9+0.1K \end{vmatrix}}{0.9} = 9+0.32K$	0
s^0	$\dfrac{-\begin{vmatrix} 9+0.32K & 0 \\ 0.9 & -0.2K \end{vmatrix}}{9+0.32K} = -0.2K$	0

شرط پایداری:
$$\begin{cases} 9 + \frac{0.29}{0.9}K > 0 \Rightarrow \frac{0.29}{0.9}K > -9 \Rightarrow K > -28.125 \\ -0.2K > 0 \rightarrow K < 0 \end{cases} \xrightarrow{\cap} \boxed{-28.125 < K < 0}$$

(Q5

سوال پنجم



$$G(s)=\frac{0.1s-0.2}{s^3+0.9s^2+9s}$$

مرحله اول ⇐ یافتن نقاط ابتدا و انتها: $if\ K=0$:

$s(s^2+0.9s+9)=0 \longrightarrow s=0\ ,\ -0.45\pm 2.97i$ ، نقاط ابتدا

$if\ K\to\pm\infty$: $0.1s-0.2=0 \rightsquigarrow s=2$ ، نقاط انتهایی

مرحله دوم ⇐ تعداد شاخه ها: 2 block $\to \infty$

مرحله سوم ⇐ تقارن: تقارن نسبت به محور حقیقی دارد.

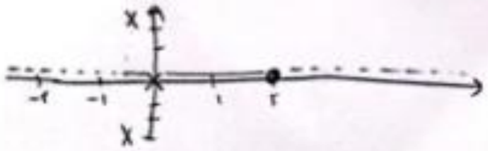
مرحله چهارم ⇐ مجانب ها: 2 مجانب در RL و 2 مجانب در CRL دارد.

زاویه محورهای مجانب در RL : $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right.$ زاویه محورهای مجانب در CRL : $\left\{0, \pi\right.$

محل تلاقی مجانبها روی محور حقیقی عبارت است از:

$$\sigma=\frac{\sum P_i-\sum Z_i}{n-m}=\frac{-0.9-2}{2}=-1.45$$

مرحله پنجم ⇐ مشخص کردن RL و CRL



مرحله ششم ⇐ نقاط جدایی شاخه ها

$$\frac{\partial G(s)}{\partial s}=0 \Rightarrow \frac{0.1(s^3+0.9s^2+9s)-(0.1s-0.2)(3s^2+1.8s+9)}{(s^3+0.9s^2+9s)^2} \Rightarrow$$

$-0.2s^3+0.051s^2+0.36s+1.8=0 \xrightarrow{\text{حل}} s=3.7\ ,\ -0.87\pm 1.45i$

که فقط $s=3.7$ قابل قبول است.

مرحله هفتم ⇐ یافتن زاویای ورود و خروج:

$\theta_{z_1}-(\theta_{P_1}+\theta_{P_2}+\theta_{P_3})=\pi \Rightarrow \pi-\left(\arctan\left(\frac{2.97}{-0.45}\right)+\arctan\left(\frac{-2.97}{-0.45}\right)+\theta_{P_3}\right)=\pi \rightarrow \theta_{P_3}=0$

زاویه خروج از قطب مبدا (s=0)

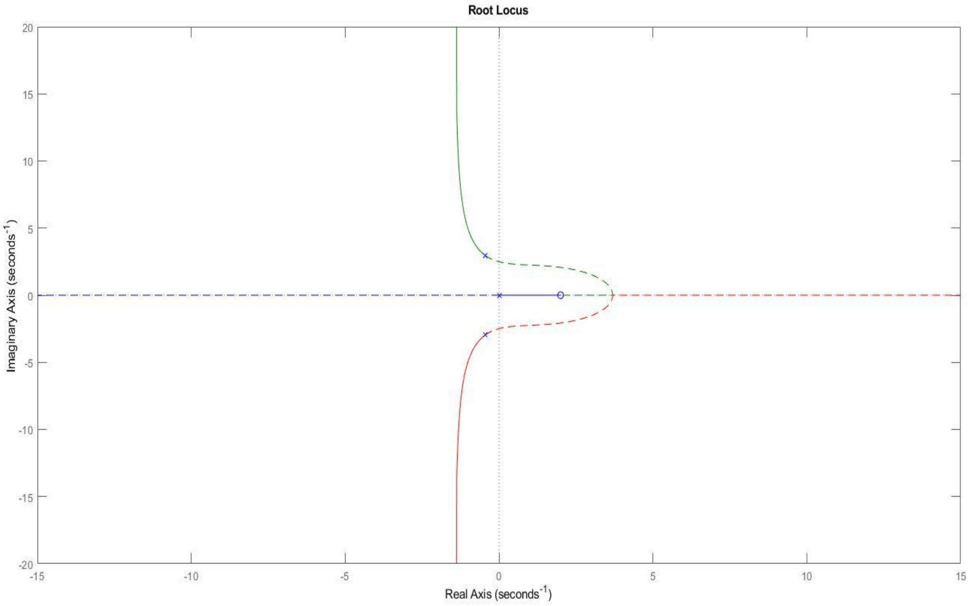
$\theta_{z_1}-(\theta_{P_1}+\theta_{P_2}+\theta_{P_3})=\pi \Rightarrow \theta_{z_1}-(\theta_{P_1}+\theta_{P_2}+0)=\pi \Rightarrow \theta_{z_1}=\pi \longrightarrow$ زاویه ورود به صفر

$\theta_{z_1}-(\theta_{P_1}+\theta_{P_2}+\theta_{P_3})=\pi \Rightarrow \arctan\left(\frac{2.97}{2.45}\right)-\left(\theta_{P_1}+\frac{\pi}{2}+\arctan\left(\frac{2.97}{0.45}\right)\right)=\pi \rightarrow$

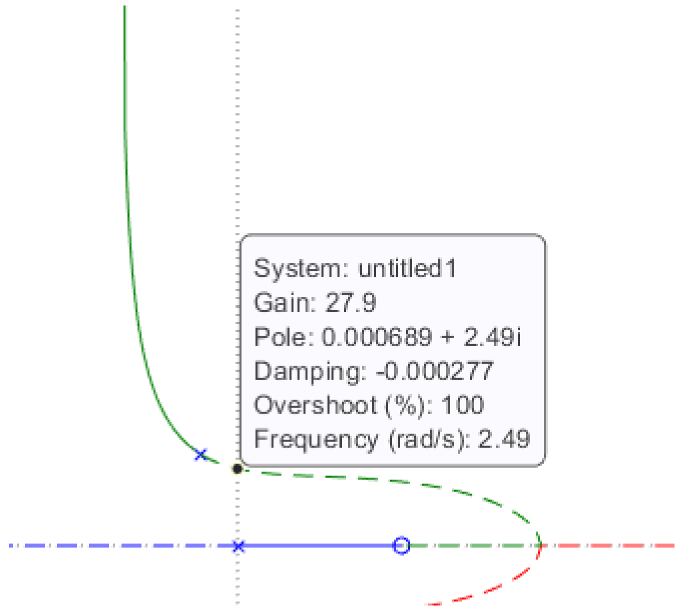
$0.88-(\theta_{P_1}+1.57+1.42)=3.14 \rightarrow \theta_{P_1}=1.03\ rad=59.02 \rightarrow$

برای P_2 نیز به طور مشابه محاسبه میشود.

باتوجه به حل دستی بالا و زوایای ورود و خروج، نمودار مکان یابی هندسی آن به صورت زیر خواهد بود :



برای پاسخ به اینکه آیا با کنترلر بهره تناسبی می توان سیستم را پایدار کرد یا نه، ابتدا به شکل زیر توجه می کنیم :



همانطور که در شکل بالا مشخص شده است، به ازای $-27.9 < K < 0$ در سمت چپ محور $j\omega$ قرار داریم. بنابراین به ازای این کنترلر بهرا تناسبی، سیستم پایدار است. در سوال ۴ نیز محدوده K به همین صورت محاسبه گردید.

- حال محدوده پایداری را به ازای هر یک از کنترلر های PD و PI بررسی می کنیم.

✓ کنترلر PD :

$C(s) = K(s-z_0) \Rightarrow G_1(s) = C(s)G(s) \Rightarrow G_1(s) = K(s-z_0)G(s)$

G(s) =

```
       0.1s - 0.2
   -------------------
   s^3 + 0.9 s^2 + 9 s
```

حال به ازای z_0 مقادیر مختلف را قرار داده و به ازای آن محدوده پایداری سیستم با کنترلر جدید را بررسی می کنیم :

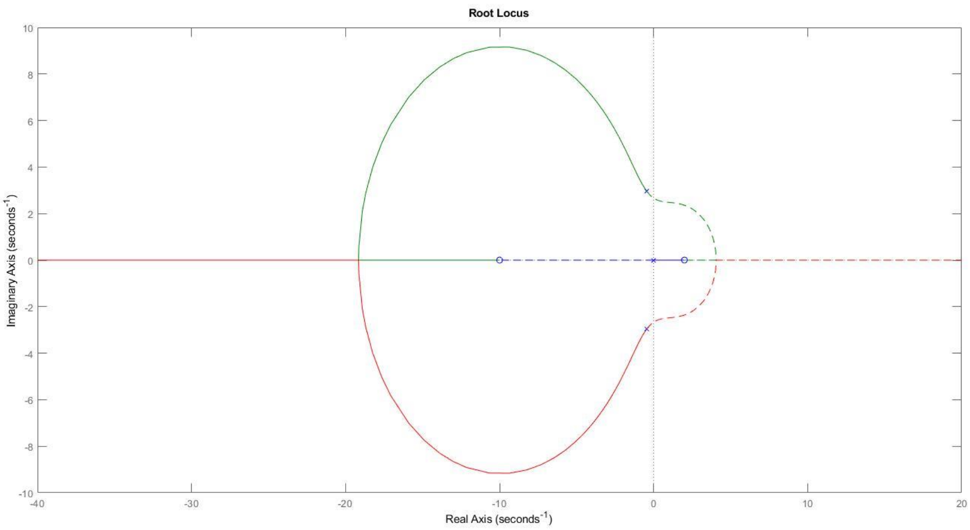
If $z_0 < 0 \Rightarrow z_0 = -10 \Rightarrow C(s) = K(s+10) \Rightarrow G_1(s)= K(s+10)G(s)$

Code :

```
num2=(s+10)*num1;
den2=den1;
sys2=num2/den2;
figure;
rlocus(sys2);
hold on
rlocus(-sys2,'--');
```

```
set(findall(figure(1),'type','line') , 'linewidth', 2);
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



باتوجه به نمودار متوجه می شویم به ازای $z_0<0$ محدوده پایداری سیستم گسترش خواهد یافت. در این حالت به ازای k منفی در یک محدوده مختص به خود پایدار خواهد بود.

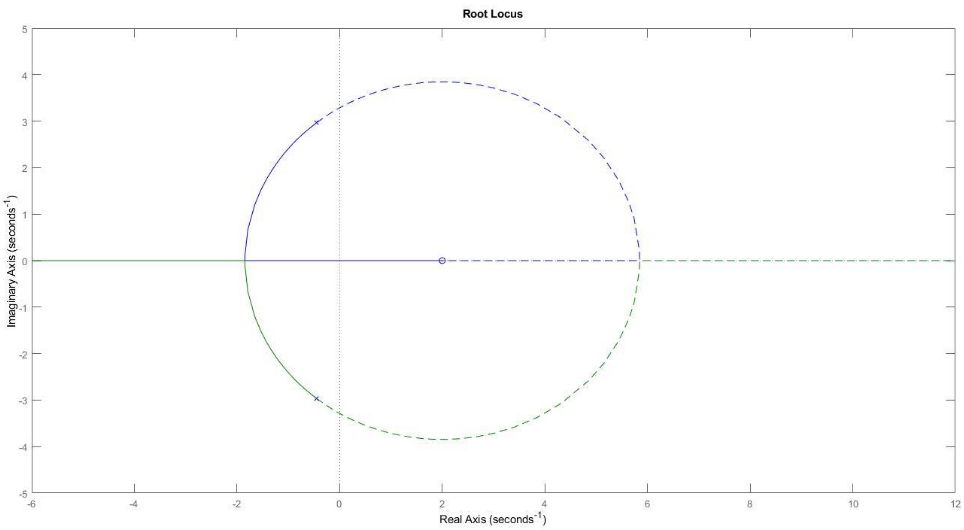
If $z_0 = 0 \Rightarrow C(s) = K*s \Rightarrow G_1(s)= K*s*G(s)$

Code :

```
Num3=s*num1;
Den3=den1;
Sys3=num3/den3;
```

```
figure;
rlocus(sys3);
hold on
rlocus(-sys3,'--');
set(findall(figure(1),'type','line') , 'linewidth', 2);
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



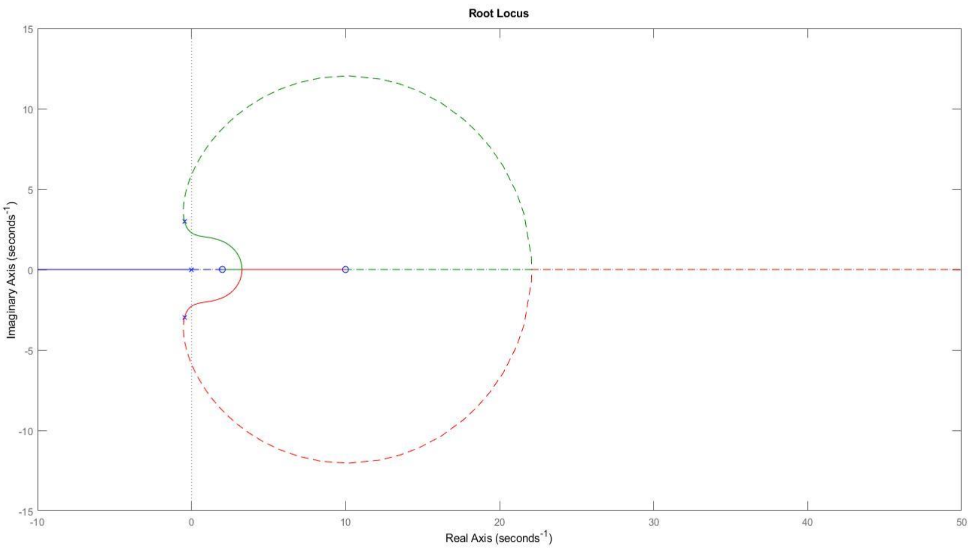
باتوجه به نمودار متوجه می شویم به ازای $z_0=0$ محدوده پایداری سیستم نسبت به حالت اصلی بیشتره اما نسبت به حالتی که $z_0<0$ بود، محدوده پایداری کاهش می یابد. در این حالت به ازای $K>0$ سیستم پایدار است.

If $z_0 > 0 \Rightarrow z_0 = +10 \Rightarrow C(s) = K(s-10) \Rightarrow G_1(s)= K(s-10)G(s)$

Code :

```
num4=(s-10)*num1;
den4=den1;
sys4=num4/den4;
figure;
rlocus(sys4);
hold on
rlocus(-sys4,'--');
set(findall(figure(1),'type','line') , 'linewidth', 2);
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



باتوجه به نمودار متوجه می شــویم به ازای $z_0>0$ محدوده پایداری ســیســتم خیلی محدود تر می شــود اما با این حال به ازای محدوده مشــخصــی از K ســیســتم پایدار

خواهد بود. در این حلت به ازای k مثبت در یک محدوده مختص به خود پایدار می باشد.

- ✓ کنترلر PI :
- ✓

$$C(s) = K\,\frac{(s-z0)}{s} \Rightarrow G_2(s) = C(s)G(s) \Rightarrow G_2(s) = K\,\frac{(s-z0)}{s}\,G(s)$$

G(s) =

0.1s - 0.2

----

s^3 + 0.9 s^2 + 9 s

حال به ازای z_0 مقادیر مختلف را قرار داده و به ازای آن محدوده پایداری سیستم با کنترلر جدید را بررسی می کنیم :

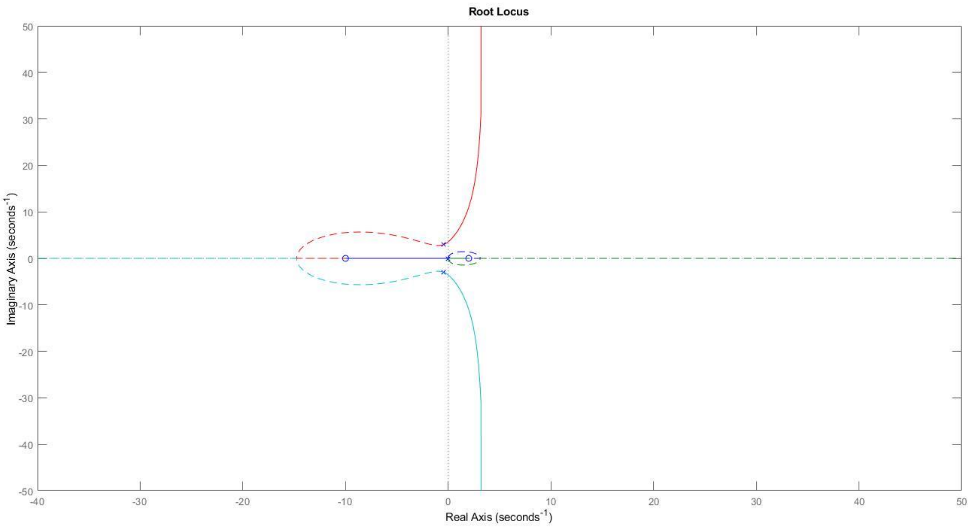
$$\text{If}\ \ z_0 < 0 \Rightarrow z_0 = -10 \Rightarrow C(s) = K\,\frac{(s+10)}{s} \Rightarrow G_2(s)= K\,\frac{(s+10)}{s}\,G(s)$$

Code :

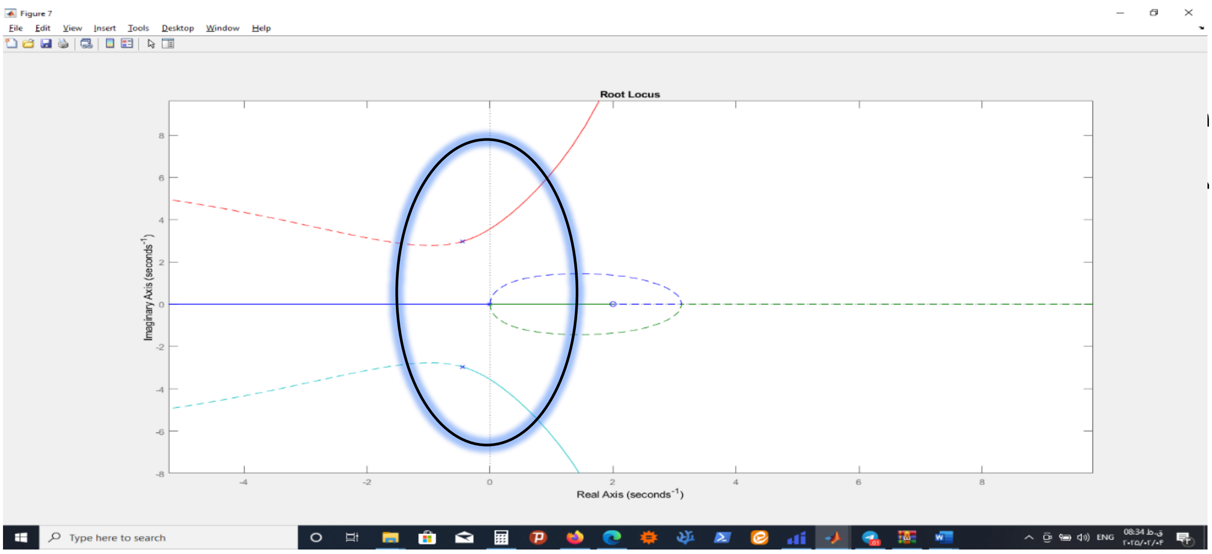
```
num5=(s+10)*num1;
den5=den1*s;
sys5=num5/den5;
figure;
rlocus(sys5);
hold on
```

```
rlocus(-sys5,'--');
set(findall(figure(1),'type','line') , 'linewidth', 2);
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



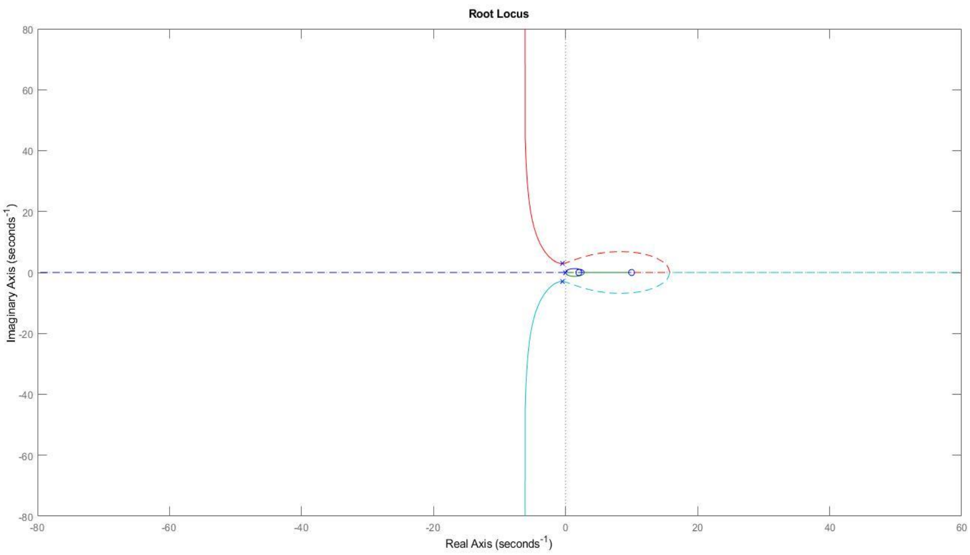
باتوجه به نمودار متوجه می شـــویم به ازای $z_0<0$ میتوان به ازای k مثبت در یک محدوده مختص به خود، سیستم را پایدار کرد (این موضوع در شکل زیر بهتر نشان داده شده است).



Code :

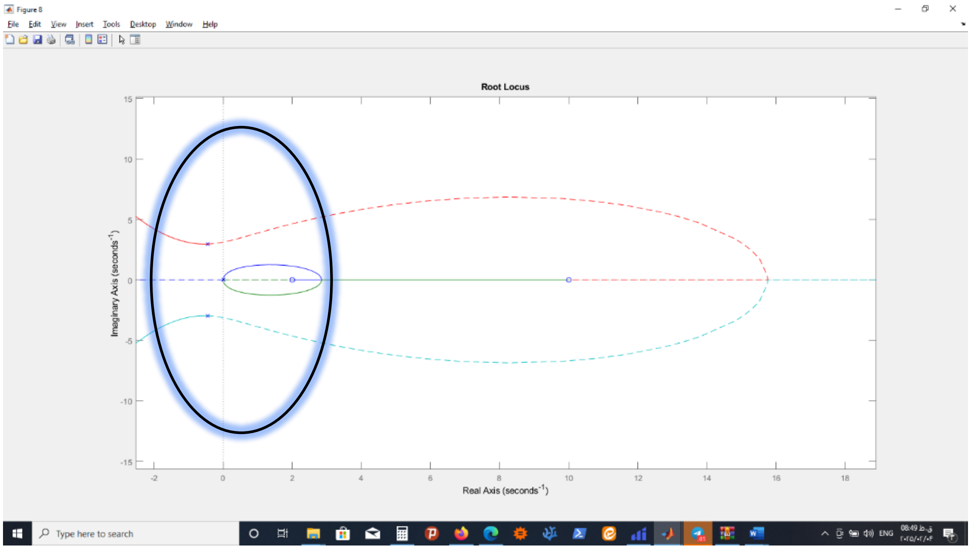
```
num6=(s-10)*num1;
den6=den1*s;
sys6=num6/den6;
figure;
rlocus(sys6);
hold on
rlocus(-sys6,'--');
set(findall(figure(1),'type','line') , 'linewidth', 2);
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



باتوجه به نمودار متوجه می شـــویم به ازای $z_0>0$ به ازای هر مقدار دلخواه K ، یک قطب در سمت راست محور خواهیم $j\omega$ خواهیم داشت که موجب می شود سیستم

به ازای هیچ مقداری از K پایدار نباشـد.(این موضـوع در شـکل زیر بهتر نشـان داده شده است).



نتیجه گیری کلی : سـیسـتم با کنترلر PD در هر حالت به ازای محدوده ای از K پایدار است اما در رابطه با کنترلر PI این موضوع صادقت نیست. درصورتی که کنترلر PI دارای صفر غیر کمینه فاز باشد، سیستم به ازای هیچ مقدار K پایدار نخواهد شد، اما اگر کنترلر PI دارای صـفر کمینه فاز باشـد به ازای محدوده ای از K می توان سیستم را پایدار کرد.

(Q6

ابتدا برای حل سوال، مشخص می کنیم که سیستم حاصل از حذف عامل بیان شده در صورت سوال چگونه می باشد.

حل دستی :

سوال ششم

$$G(s) = \frac{0.1s - 0.2}{s^3 + 0.9s^2 + 9s} \xrightarrow{\text{حذف } \frac{s-2}{s}} G_p(s) = 0.1\,\frac{1}{s^2 + 0.9s + 9}$$

$$10 < \%M_p < 15 \qquad t_s < 10s$$

بررسی خواص $G_p(s)$:

$$\omega_n^2 = 8.76 \Rightarrow \omega_n = 2.96 \qquad 2\zeta\omega_n = 0.9 \rightarrow \zeta = 0.152 \rightarrow PM = 15.2$$

$$\%M_p = 100e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 100\,e^{-\frac{0.152\pi}{\sqrt{1-0.152^2}}} = 61.70\ \% \qquad t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 8.89$$

هیچکدام از موارد بالا مورد قبول نیست و باید با کنترلر روی بازه های دلخواه تنظیم شوند.

$$\%M_p = 12 \rightarrow 100\,e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Rightarrow \zeta \simeq 0.56$$

$\%M_p$ به جهت احتیاط برابر ۱۲ گرفتیم.

$$\Rightarrow \zeta = \frac{\hat{PM}}{100} \Rightarrow \hat{PM} = 56$$

بنابراین حاشیه فاز مطلوب ۵۶ می باشد.

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 10 \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{0.56 \times 10} \Rightarrow \omega_n = 0.714 \xrightarrow{\text{بنابر احتیاط}} \omega_n = 0.8$$

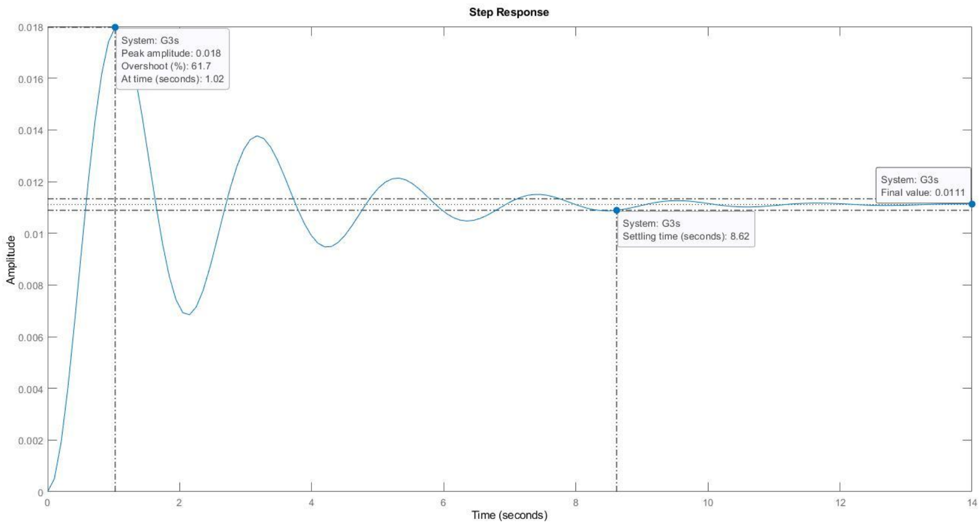
بنابراین G(s) جدید به صورت زیر خواهد بود :

$$G(s) = \frac{0,1}{s^2 + 0,9s + 9}$$

Code:

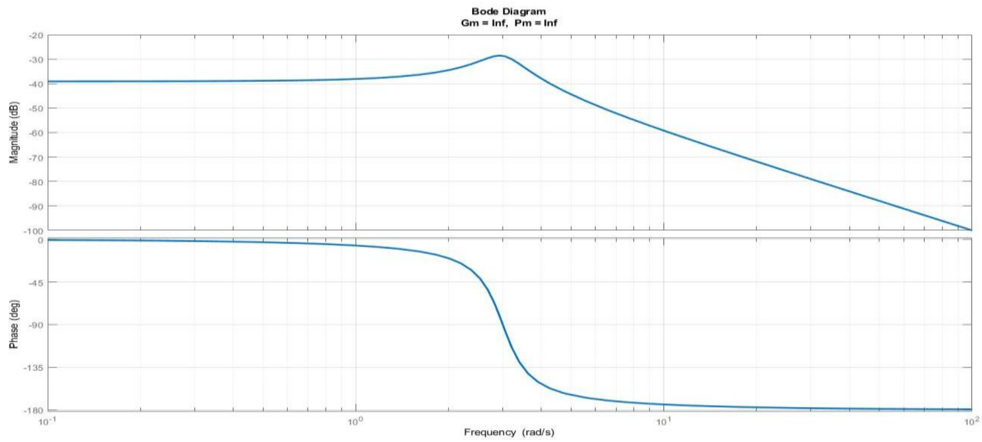
```
G3s=0.1/(s^2+0.9*s+9);
figure;
step(G3s);
sys7=G3s;
```

✓ پاسخ پله سیستم جبران نشده :



همانطور که در شکل نیز مشخص شده است، میزان فراجهش در بازه گفته شده قرار ندارد که باید با استفاده از جبرانساز این کار انجام شود.

✓ نمودار بود سیستم جبران نشده :



طبق محاسبات دستی و درصد اورشوت خواسته شده درصورت سوال، باید مقدار حاشیه فاز(PM) با فرض اورشوت ۱۲ درصد برابر ۵۶ باشد درصورتی که درشکل نمایش داده شده، مقدار حاشیه فاز بی نهایت گزارش شده است.

به طور کلی می دانیم برای بهبود پاسخ گذرای سیستم باید از جبران ساز پیشفاز(lead) استفاده کنیم. این جبران ساز علاوه بر بهبود پاسخ گذرای سیستم، مقدار حاشیه فاز را نیز بهبود میدهد.

✓ حل دستی :

برای شروع طراحی، فرکانس گذر (جایی که نمودار صفر دسیبل را قطع می کند) را برابر ۰/۸ درنظر می گیریم:

$20\log_{10}|G_P(j۰/۸)| = -۳۸/۴۶ \ dB$

* برای جبران مقدار و به رو، $K=10^{\frac{۳۸/۴۶}{۲۰}}$ قرار می دهیم چرا که می دانیم به ازای $K>0$، فاز هیچ تغییری نمی کند اما نمودار اندازه به قدر $20\log K$ به بالا انتقال می یابد.

$\Rightarrow K = ۸۵/۴۹$

حال نمودار بود $KG_P(s)$ را رسم کرده و مقادیر PM و GM آن را مورد بررسی قرار می دهیم. (با متلب)
مقدار GM همچنان ∞ است چرا که گفتیم K نمودار فاز را تغییر نمی دهد.

$PM = ۲۵/۵ \ @ \ \omega = ۴/۰۹$

* می دانیم برای بهبود پاسخ گذرای سیستم، باید از جبران ساز lead استفاده کنیم. پس در ادامه به طراحی جبران ساز lead می پردازیم:

1) یافتن K: $K = ۸۵/۴۹$

2) $\varphi = \hat{PM} - PM = ۳۰/۵$

3) پیدا کردن α: $\varphi_m = \varphi + 10^\circ = ۴۰/۵$, $\alpha = \frac{1-\sin\varphi_m}{1+\sin\varphi_m} \Rightarrow \boxed{\alpha \simeq ۰/۲۷}$

4) محاسبه T: $\hat{\omega}_g = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \xrightarrow{\omega_g = ۴/۹۸} T = \frac{1}{۴/۹۸\sqrt{۰/۲۷}} \simeq ۰/۴۵$

$|KG(j\hat{\omega}_g)| = 20\log\sqrt{\alpha} = -۵/۶۹ \rightarrow \boxed{\hat{\omega}_g = ۴/۹۸}$

$C(s) = K\frac{TS+1}{\alpha TS+1} = ۸۵/۴۹ \frac{۰/۴۵S+1}{۰/۱۰۹S+1}$

- توضیحات تکمیلی و نحوه حل در حل دستی بیان شده است.

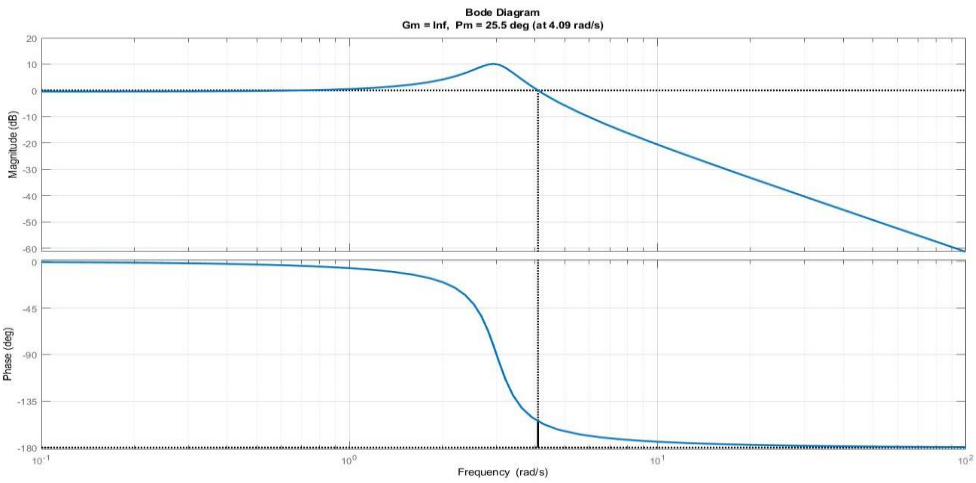
نمودار بود سیستم $G_1(s)$ عبارت است از :

$G_1(s) = k*G(s)$

Code :

```
k=85.49;
sys8=k*sys7;
figure
bode(sys8);
set(findall(figure(11),'type','line','linewidth',2))
title('bode with exponentioal');
margin(sys8), grid
set(findall(figure(11),'type','line'),'linewidth',2)
grid on
```

نمودار بود $G1(s)$:



با مقایسه حاشیه فاز ها متوجه میشویم که نتیجه محاسبات دستی و نرم افزاری مطابقت دارند.

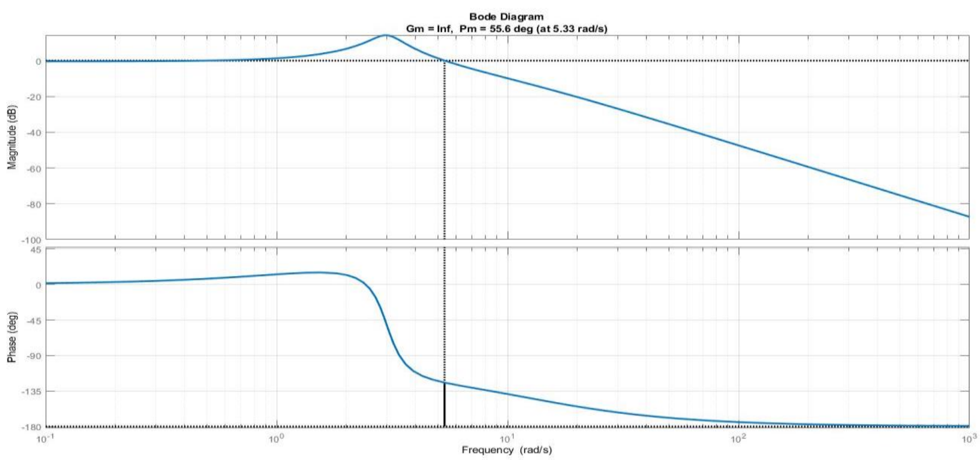
باز می بینیم که PM=25.5 مقدار حاشیه فاز مطلوب صورت سوال نیست، پس باید از جبران ساز lead برای جبران این مقدار حاشیه فاز بهره برد. نحوه محاسبه پارامترهای جبران ساز پیشفاز، کمی پیشتر بیان شد. حال به برسی کد و نمودار های خروجی از آن می پردازیم :

Code :

```
Cs=(85.49*(0.45*s+1))/(0.09*s+1);
sys9=Cs*sys7;
figure
bode(sys9);
set(findall(figure(12),'type','line','linewidth',2))
title('bode with exponentioal');
margin(sys9), grid
set(findall(figure(12),'type','line'),'linewidth',2)
grid on
```

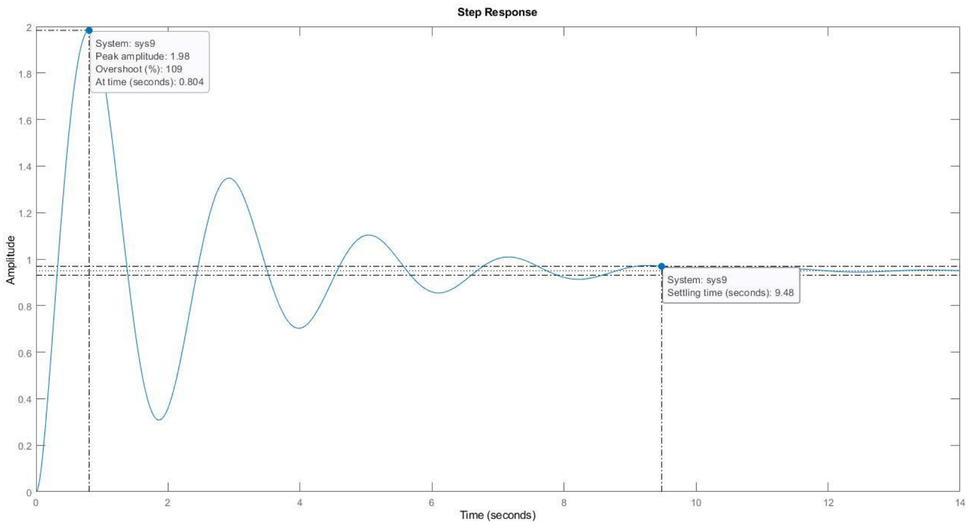
✓ نمودار بود سیستم $G_2(s)$:

$G_2(s) = C(s) * G_1(s)$



با بررسی حاشیه فاز، متوجه می شویم که از لحاظ حاشیه فاز این سیستم جبران شده با خواسته سوال مطابقت دارد. برای مطمعن تر شدن، باید پاسخ پله سیستم را نیز مورد ارزیابی قرار بدهیم که آیا درصد فراجهش و زمان نشست با خواسته سوال مطابقت دارد یا خیر :

✓ پاسخ پله سیستم $G_2(s)$:



Code :

```
figure
step(sys9);
```

اعداد گزارش شده در شکل بیان می کنند که سیستم بسیار ناپایدار شده و مقدار اورشوت بسیار بالایی دارد که مطلوب صورت سوال نیست. اما زمان نشست برابر ۹.۴۸ ثانیه است که مطابق با خواسته مساله ($t_s < 10s$)میباشد.

برای ایجاد رفتار پایدار تر در سیستم از جبران ساز پس فاز (lag) استفاده می کنیم.

در ادامه به حل دستی و نمودار های خروجی آن می پردازیم.

✓ حل دستی :

وقتی به پاسخ پله سیستم نگاه می کنیم، خواهیم دید که Mp% زیاد است. برای بهبود آن از یک جبران ساز پس فاز استفاده می کنیم.

* مقدار K را باید کم فرض کنیم تا دوباره PM آن تغییر نکند.

$K=1$

$\alpha = ۰/۶۲۸$ و $w_g = ۳/۸۱ = w_c$

$$\tau = \frac{1}{۳/۸۱}\sqrt{\left(\frac{۰/۶}{۰/۵۵}\right)^{۲} - 1} = ۳/۱۳$$

$$C = \frac{۱/۹۵\, s + 1}{۳/۱۳ s + 1}$$

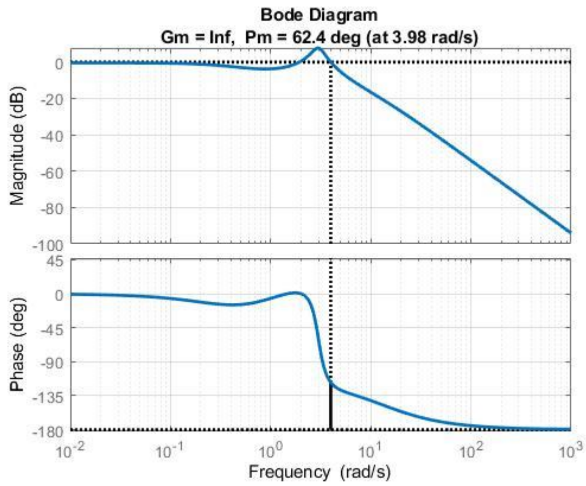
* با قرار دادن جبران ساز روبه رو، جواب خیلی بهتر می شود اما همچنان اهداف سوال اقناع نمی شود. در ادامه می توان با تغییر مقادیر به گونه ای که قطب و صفر از مبدأ دور شوند (صفر را کمتر از مبدأ دور می کنیم) سیستم را به اهداف سوال رساند.

✓ نمودار بود سیستم $G_3(s)$:

$G_3(s) = C(s) * G_2(s)$

Code :

```
C2s=(1*(1.2*s+1))/(2.6*s+1);
sys10=C2s*sys9;
figure
bode(sys10);
set(findall(figure(14),'type','line','linewidth',2))
title('bode with exponentioal');
margin(sys10), grid
set(findall(figure(14),'type','line'),'linewidth',2)
grid on
```

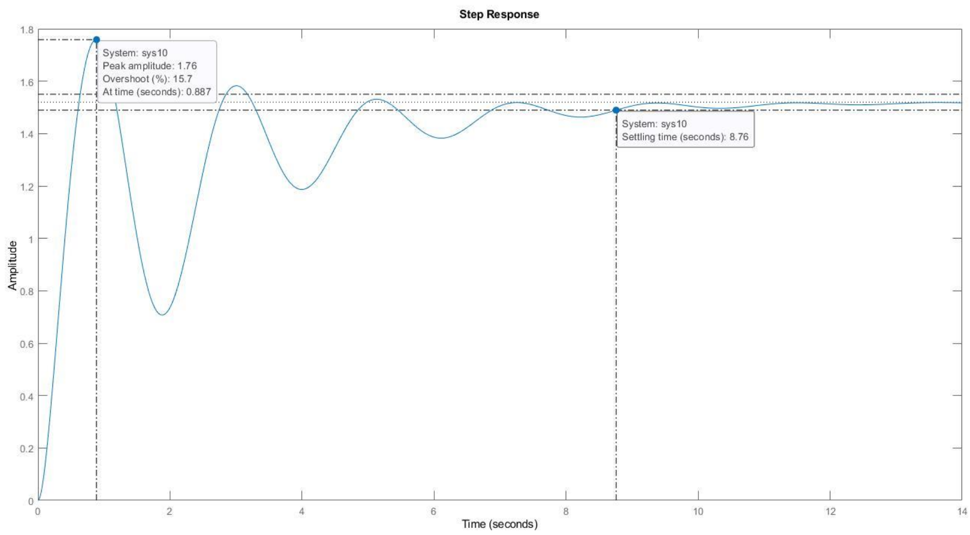


باز میبینیم که حاشیه فاز بدست آمده به خواسته صورت سوال مطابقت دارد. دوباره برای اطمینان از پاسخ، باید پاسخ پله سیستم را نیز بررسی کنیم تا از مقدار زمان نشست و درصد فراجهش اطمینان حاصل کنیم :

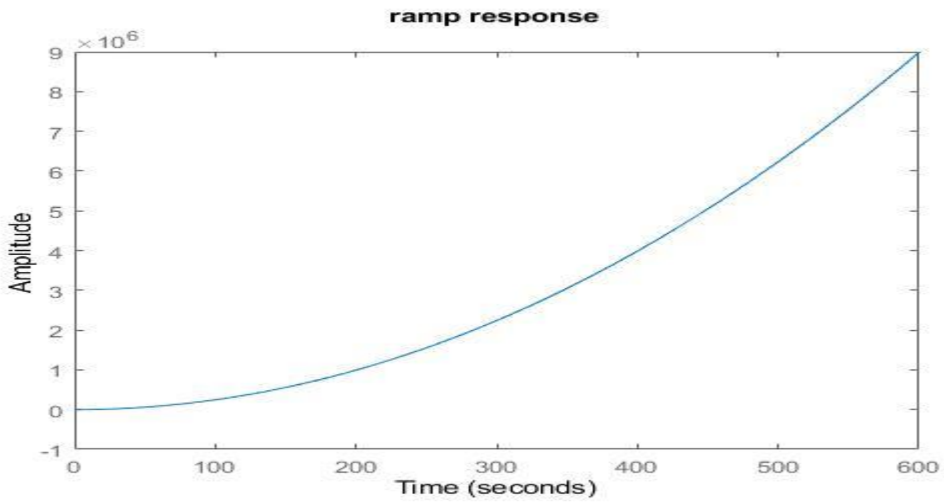
Code:

```
figure
step(sys10);
```

✓ پاسخ پله سیستم $G_3(s)$:



مقدار زمان نشت برابر ۸.۷۶ ثانیه است که مطابق صورت سوال کمتر از ۱۰ می باشد. مقدار درصد فراجهش نیز با تقریب خوبی در بازه مورد نظر قرار میگیرد. البته لازم به ذکر است که پارامتر های جبرانساز پسفاز به جهت رسیدن به خواسته سوال تغییر پیدا کرده اند. درواقع به جهت داشتن یک پاسخ پله پایدار تر، قطب از مبدا دور تر شده و همچنین برای افزایش سرعت سیستم، صفر را به مبدا نزدیک تر کرده ایم.



(Q7

✓ حل دستی :

پرسش هفتم

سیستم تخمین زده شده : $G(s) = \frac{0.1s - 0.2}{s^3 + 0.9s^2 + 9s}$

خطای ماندگار $G(s) \longrightarrow \lim_{s\to 0} sG(s) = \lim_{s\to 0} \frac{0.1s - 0.2}{s^2 + 0.9s + 9} = \frac{-0.2}{9} \Rightarrow K_v = -\frac{2}{90}$

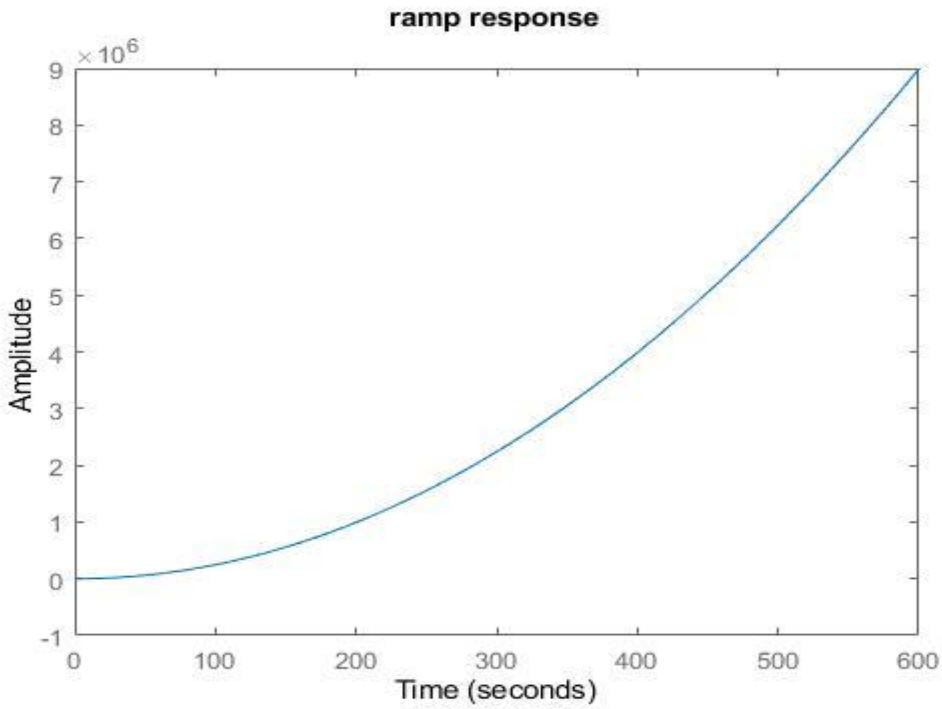
e_{ss} مطلوب $= 0.02 \longrightarrow \frac{1}{\hat{K}_v} < 0.02 \rightarrow \hat{K}_v > 50$

$$K = \frac{\hat{K}_v}{K_v} = \frac{50}{-\frac{2}{90}} = -50 \times 45 = -2250$$

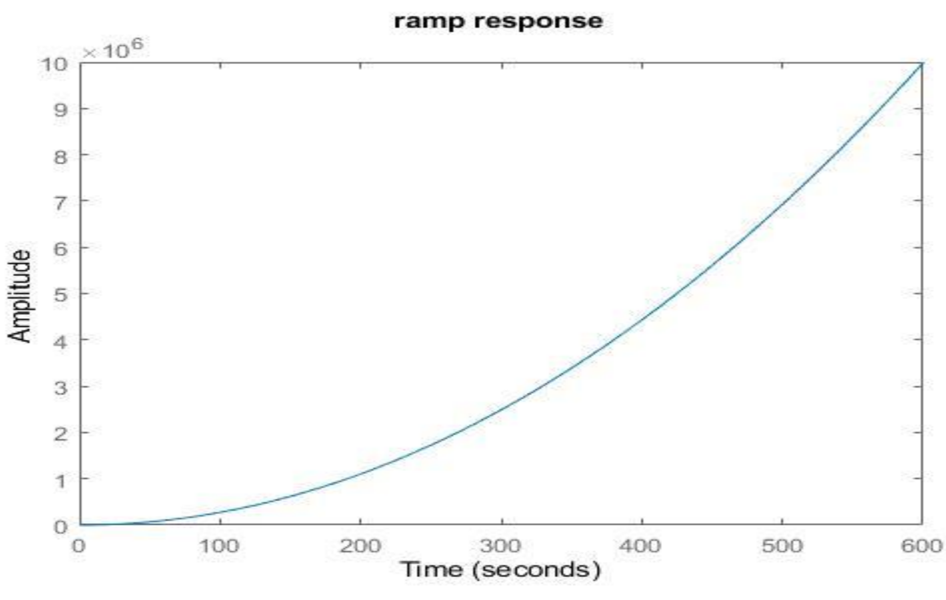
مقدار و اندازه K باید از ۲۲۵۰ بزرگتر باشد تا خطای ماندگار به ورودی شیب کمتر از ۲ درصد شود.

مقدار K که از حل دستی بدست آمده بدلیل بالا بودن بهره علاوه بر اینکه صرفه اقتصادی ندارد، باعث می شود سیستم ناپایدار شود. به ازای بعضی از مقادیر K پاسخ پله خروجی بررسی شده است :

If k = -2250 ⇒



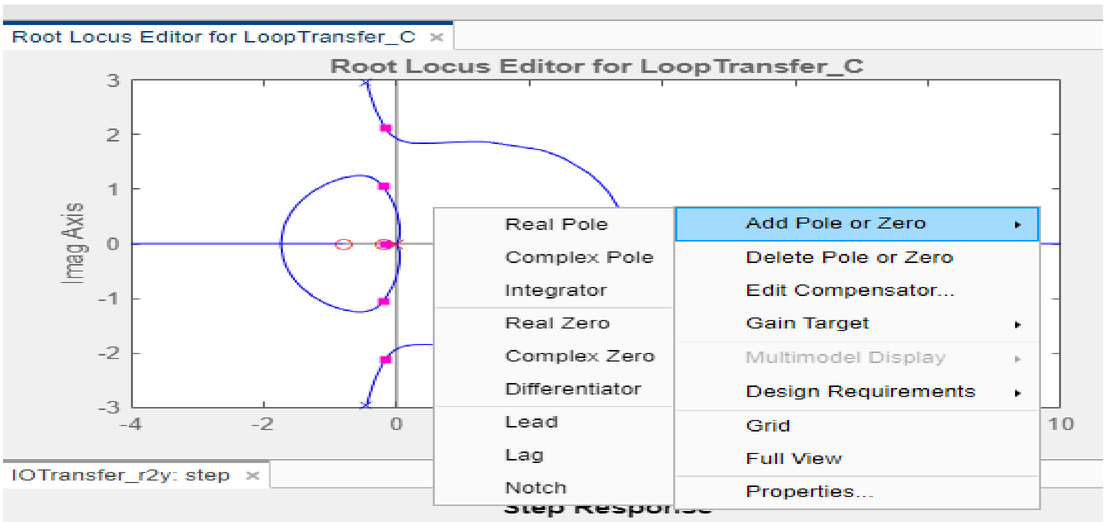
If k = -2500 ⇒



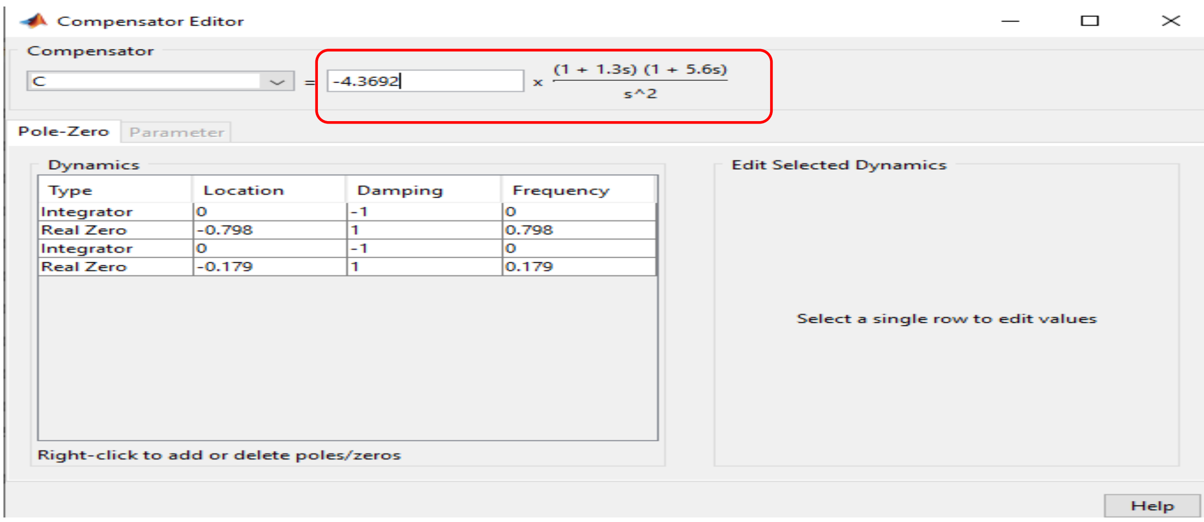
هیچکدام از موارد بالا، آن خروجی دلخواه ما نشد و همچنان ناپایدار می باشد. برای تنظیم جبران ساز از ابزار sisotool استفاده کرده ام که نحوه استفاده از آن به صورت زیر می باشد.

۱) ابتدا عبارت sisotool(sys1) را در قســـمت Command Window وارد می کنیم.

۲) پس از باز شـــدن پنجره جدید، دو تا قطب دقیقا در مبدا و دوصـــفر اضـــافه میکنیم، آن قدر صـفر ها را جابجا می کنیم تا تمامی قطب ها در سـمت چپ محور jw قرار بگیرد. در اینصورت تیپ سیستم ۲ واحد افزایش می یباد(بدیل عامل $\frac{1}{s^2}$) که همین موضوع باعث می شـود خطای ماندگار سـیسـتم به ورودی پله برابر صـفرشـود. در اینصـورت خواسـته مسـاله مبنی بر کمتر شـدن خطای ماندگار از دو درصد نیز اقناع می شود.



۳) پس از انجام کارهای بالا، تابع تبدیل را استخراج می کنیم :

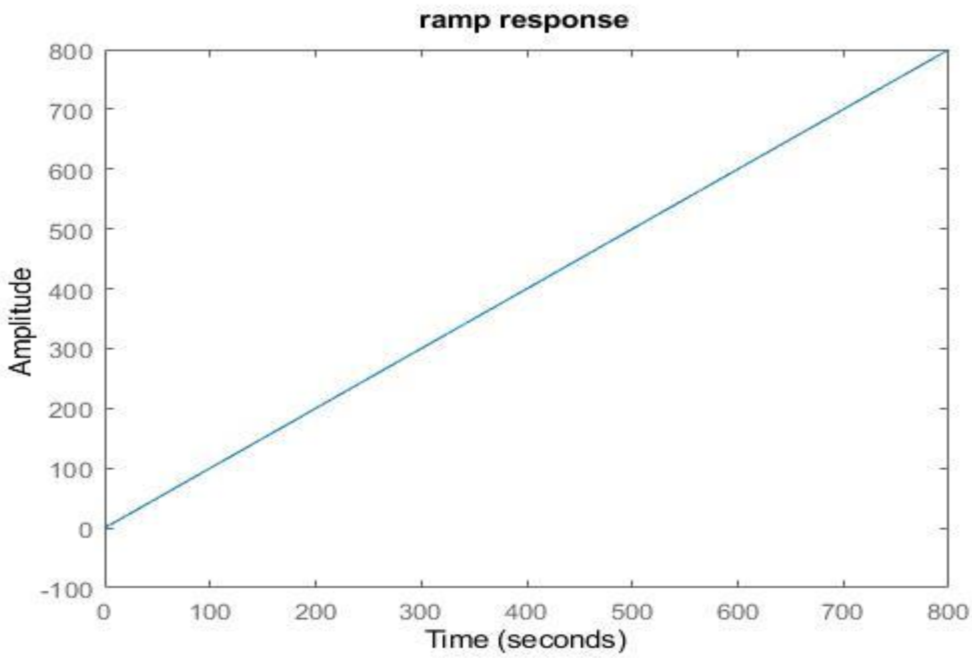


حال بخش اضافه شده را به عنوان جبران ساز(در واقع از دو جبران ساز PI استفاده شده است.) به کدمان اضافه کرده و پاسخ شیب حلقه بسته را بررسی میکنیم.

Code :

```
C4s=(-4.3692*(1+1.3*s)*(1+5.6*s))/(s^2);
sys13=(C4s*sys1)/(1+C4s*sys1);
figure
step(tf(1,[1,0])*sys13);
title('ramp response');
```

پاسخ پله سیستم حلقه بسته جبران شده :



همانطور که در خروجی بالا به طور کامل مشخص است، جواب با دقت بسیار بالایی شبیه یک تابع ramp می باشد.

۲.۷)

برای شـــروع فرکانس گذربهره را یک درنظر میگیریم. همچنین باید تابع متمم حساسیت راتشکیل دهیم، باتوجه به اینکه سیستم دارای صفر غیر کمینه فاز می باشد، پس پهنای باند سیستم را کمتر از ۲ درنظر میگیریم. درجه نسبی سیستم (تفاضل تعداد قطب ها و صفرها) نیز برابر ۲ می باشد. بنابراین خواهیم داشت :

$$Td = \frac{\frac{s}{\tau}+1}{(s+1)^3} \Rightarrow Td(2) = 0 \Rightarrow \tau = -2$$

$$Sd = 1-Td = \frac{s^3+3s^2+3.5s}{(s+1)^3}$$

$$C(s) = \frac{Td}{Sd*P} = \frac{-5s(s^2+0.9s+9)}{s^3+3s^2+3.5s}$$

حال طبق رابطه L = C*G به محاسبه تابع تبدیل سیستم حلقه باز می پردازیم :

$$L = C*G = \frac{-0.5(s-2)}{s(s^2+3s+3.5)}$$

Code :

```
Td=(-0.5*(s-2))/((s+1)^3);
Sd=(s^3+3*s^2+3.5*s)/((s+1)^3);
C3s=Td/(Sd*sys1);
my_gain=1;
LG= my_gain *C3s*sys1; % LoopGain
CL=feedback(LG,1);
figure
step(CL);
```

```
information=stepinfo(CL);
undershoot=information.Undershoot;
disp('undershoot is :');
disp(undershoot);
ts=information.SettlingTime;
disp('Settling Time is :');
disp(ts);
figure
step(tf(1,[1,0])*CL);
```

```
undershoot is :
    2.6766

Settling Time is :
    7.9425
```

باتوجه به خروجی، مقدار آندرشوت مشکلی نداشته، اما مقدار زمان نشست را باید کاهش دهیم. این کار را با دادن گیم های مختلف امتحان می کنیم.

If my_gain = 1.1 ⇒

```
undershoot is :
    2.9514

Settling Time is :
    6.3909
```

If my gain = 1.2 ⇒

```
undershoot is :
     3.2209

Settling Time is :
     7.3727
```

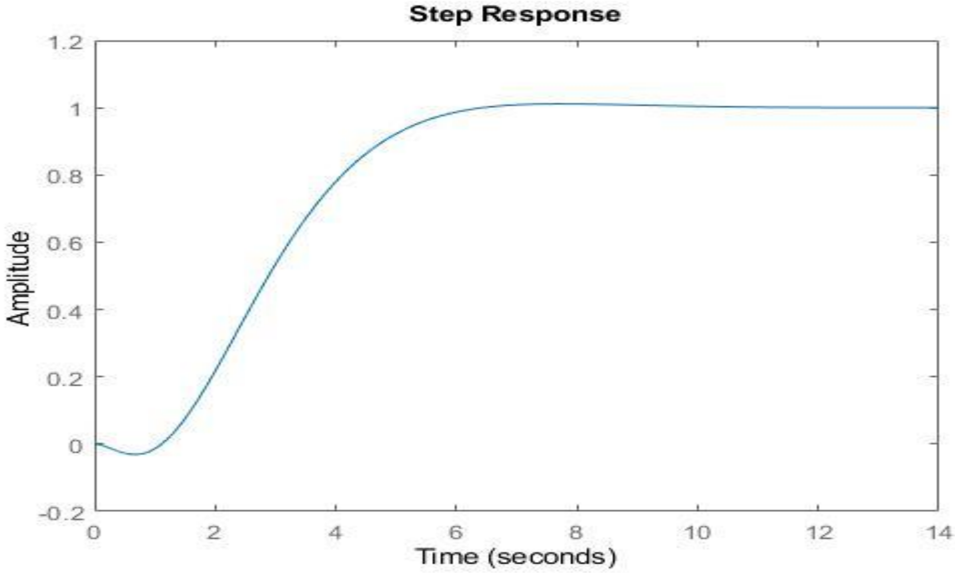
باتوجه به اینکه با قرار دادن گین ۱.۲، دوباره مقدار زمان نشست افزایش پیدا میکند بنابراین مقدار my_gain را بین ۱.۱ و ۱.۲ اختیار می کنیم.

اگر مقدار my_ gain را فرضا برابر ۱.۱۵ اختیار کنیم آنگاه مقدار زمان نشست تقریبا ۵.۸ (کمتر از ۶ ثانیه) بوده و مقدار فروجهش برابر ۳.۱ (کمتر از ۶ درصد) می باشد که هر دو اهداف مسئله را برآورده می کنند.

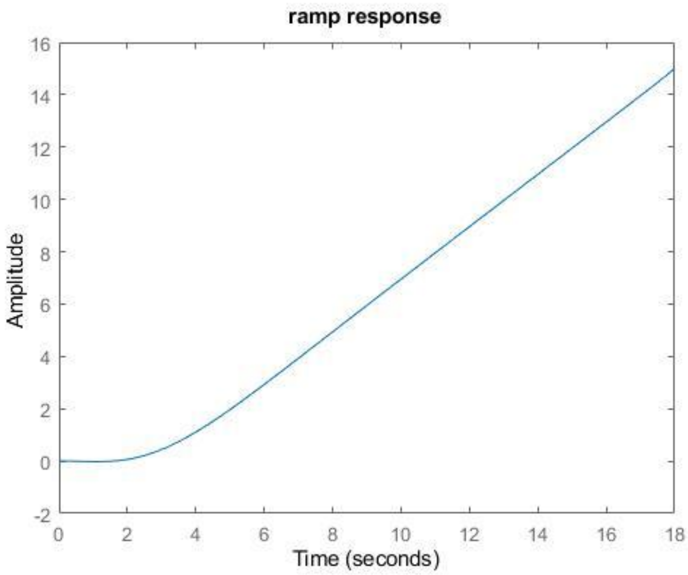
```
undershoot is :
     3.0931

Settling Time is :
     5.8331
```

با فرض my_gain=1.15 پاسخ پله و پاسخ شیب سیستم را مورد بررسی قرار می دهیم :

✓ پاسخ پله :



✓ پاسخ شیب :



پایان