

به نام خدا



سیستمهای کنترل خطی

حامد باغستانی

40116143

دکتر تقی راد

پاییز ۱۴۰۳

(Q1

برای رسم نمودار بود، ابتدا کافی است داده های فایل (Data.mat) را به روش زیر استخراج کنیم :

```
load('G:\دانشگاه\سیستمهای کنترل خطی\پروژه\Data (1).mat');
```

پس از استخراج آن هر یک از بخش ها را در متغیر به خصوص خود میریزیم
(مثال : my_phase , my_magnitude , my_frequency)

سپس با استفاده از دستورات ارائه شده در ادامه، نمودار بود را رسم می کنیم

:

```
my_phase=Data.phase;
```

```
my_magnitude=Data.magnitude;
```

```
my_frequency=Data.omega;
```

```
figure;
```

```
subplot(2,1,1);
```

```
semilogx(my_frequency, 20*log10(my_magnitude), 'b',  
'LineWidth', 1.5);
```

```
grid on;
```

```
xlabel('Frequency (rad/s)');
```

```
ylabel('Magnitude (dB)');
```

```
title('Bode Plot - Magnitude Response');
```

```
subplot(2,1,2);
```

```
semilogx(my_frequency, my_phase, 'r', 'LineWidth', 1.5);
```

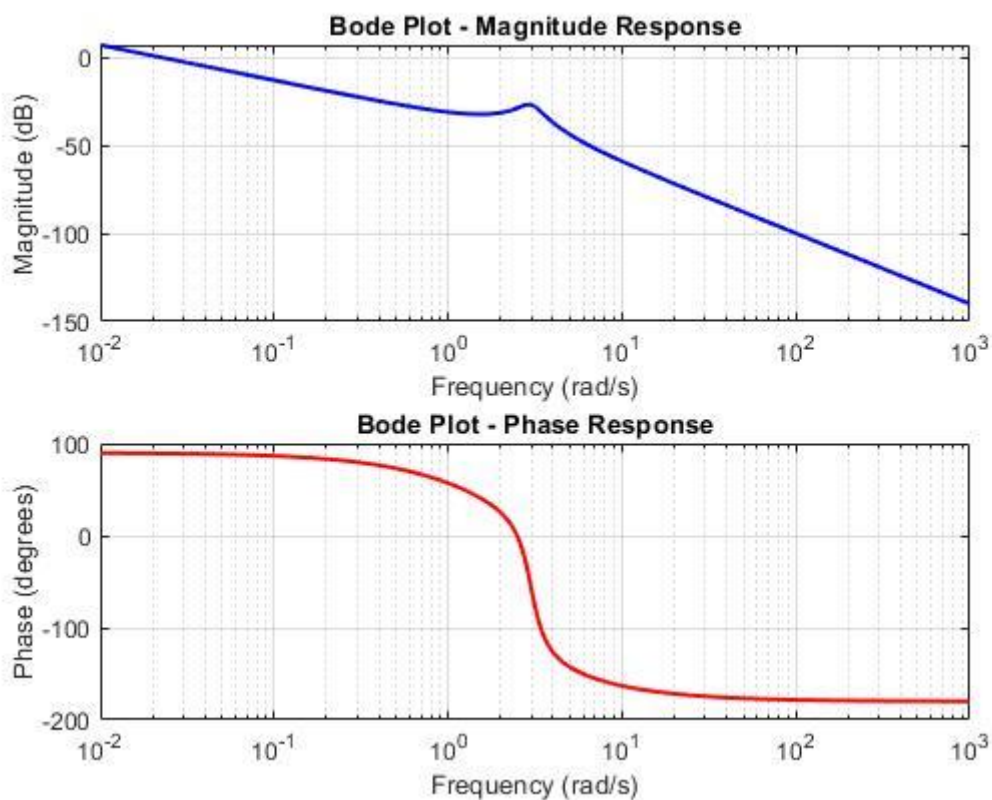
```
grid on;
```

```
xlabel('Frequency (rad/s)');
```

```
ylabel('Phase (degrees)');
```

```
title('Bode Plot - Phase Response');
```

- خروجی سوال ۱ به صورت زیر خواهد بود :



(Q2)

نوع سیستم : میدانیم نوع سیستم با توجه به توان عامل انتگرال گیر در سیستم حلقه باز تعیین می شود، باتوجه به نمودار اندازه که با شیب ۲۰ دسیبل کاهش یافته است، نتیجه میگیریم یک عامل انتگرال گیر ($\frac{1}{s}$) در سیستم وجود دارد لذا تیپ سیستم یک می باشد.

مرتبه سیستم : می دانیم مرتبه سیستم از درجه چند جمله ای مخرج تابع تبدیل محاسبه می گردد، در قسمت قبل اشاره شد که یک عامل انتگرال گیر در سیستم موجود است. از طریف دیگر باتوجه به نمودار یک فرکانس تشدید داریم که این خود بیانگر این است که دوقطب مختلط درسیستم وجود دارد. از طرف دیگر در فاز -۴۵ درجه بین فرکانس های ۲۰۹۰۰۴۳ و ۲۰۸۳۴۰۶، فرکانس گوشه دارد و رفتار نمودار در آن نقطه تغییر میکند؛ درواقع شیب نمودار در فرکانس گوشه به اندازه ۴۰ دسیبل به صورت کاهشی تغییر می یابد در صورتی که مشاهده میکنیم در این فرکانس، شیب نمودار به اندازه ۲۰ دسیبل کاهشی تغییر کرده که این موضوع بیانگر وجود یک صفر در سیستم می باشد. در نهایت بدلیل وجود یک عامل انتگرال گیر و دوقطب مختلط در سیستم، متوجه می شویم درجه چند جمله ای مخرج برابر ۳ بوده و درمجموع ۳ قطب خواهیم داشت لذا مرتبه سیستم برابر ۳ می باشد.

میزان تاخیر سیستم : میدانیم وجود عامل تاخیر (e^{-Ts}) در سیستم حلقه باز موجب میشود نمودار فاز بود همواره با شیب -Ts به صورت کاهشی شود، حال که درنمودار فاز بود چنین اتفاقی رخ نداده لذا سیستم تاخیر ندارد.

کمینه فاز بودن سیستم : از قبل بحث شد که سیستم دارای صفر می باشد. از طرفی می دانیم سیستم PD با صفر کمینه فاز، فاز نمودار بود را افزایشی میکند. اما در نمودار فاز نمایش داده شده در صورت سوال، فاز همواره کاهشی بوده است که این امر زمانی محقق می شود که یک صفر غیر کمینه فاز در سیستم موجود باشد، لذا سیستم یک صفر غیر کمینه فاز دارد.

(Q3)

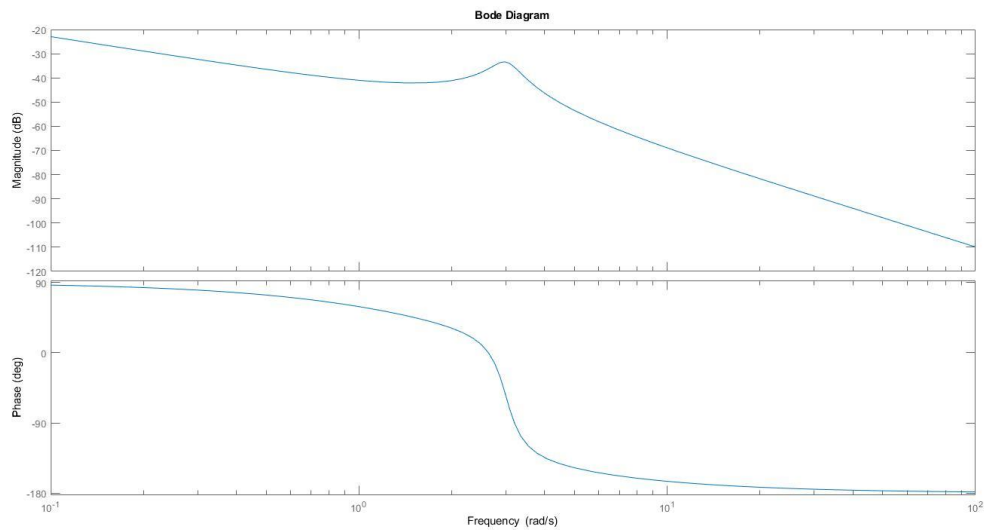
- با توجه به نمودار اندازه بود که در ابتدا با شیب ۲۰ دسیبل شروع با کاهش پیدا کرده است، متوجه می شویم سیستم دارای یک عامل انتگرال گیر می باشد.
- همچنین با دقت در نمودار، متوجه می شویم که فراجش در نمودار داریم که این بدان معناست که ضریب استهلاک (ζ) کوچک تر از ۰.۷ می باشد. (مقدار ضریب استهلاک را ۰.۱ فرض می کنیم)
- با توجه به نمودار در می یابیم که نمودار اندازه در نقطه ۲ کمی افزایش یافته که این می تواند ناشی از وجود صفر در سیستم باشد اما از آنجا که هیچ روند افزایشی در نمودار فاز دیده نمی شود، لذا این صفر از نوع غیر کمینه فاز می باشد. بنابراین عامل صفر صورت عبارت است از :
(s-2)
- شیب نمودار اندازه از نقطه $w = 3$ دو برابر شده است در صورتی که ما تنها یک نقطه شکست داریم، با در نظر گرفتن نمودار فاز پس یک سیستم مرتبه دو پایدار داریم.
- با توجه به مقدار نقطه $w = 0$ که از صفر شروع نشده بلکه از مقدار تقریبی منفی ۳۰ دسیبل شروع شده پس یک عامل K نیز در صورت وجود خواهد داشت.

$$20 \log k = -30 \Rightarrow k \approx 0,032$$

جمع بندی :

$$G(s) = 0.032 * \frac{(s-2)}{s(s^2+2\zeta\omega s+\omega^2)} = \frac{(0.032s-0.064)}{s(s^2+0.6s+9)} = \frac{(0.032s-0.064)}{s^3+0.6s^2+9s}$$

بررسی حدس :



برای رسم نمودار بالا کد زیر در متلب وارد شده است :

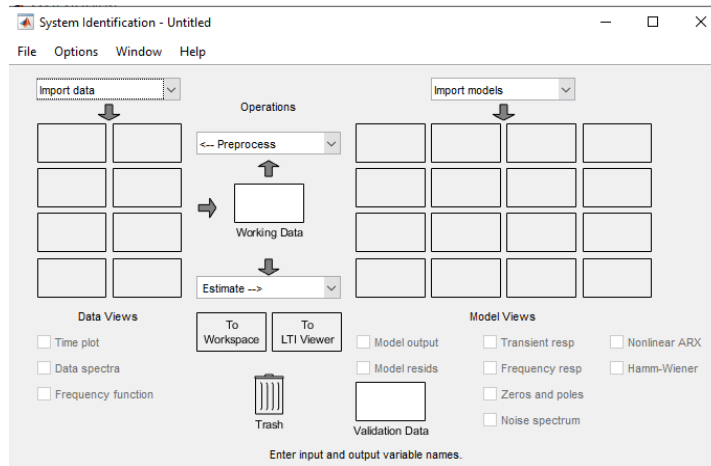
```
s=tf('s');
num=0.032*s-0.064;
den=s^3+0.6*s^2+9*s;
sys=num/den;
figure;
bode(sys);
```

با مقایسه این نمودار با نمودار داده شده در صورت سوال، متوجه می شویم، جواب ما تقریباً مطابقت دارد.

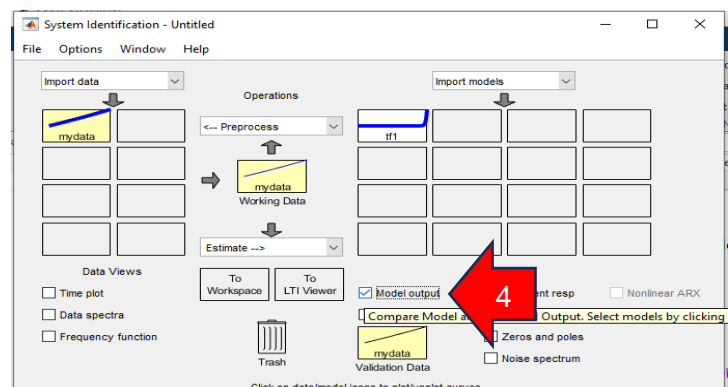
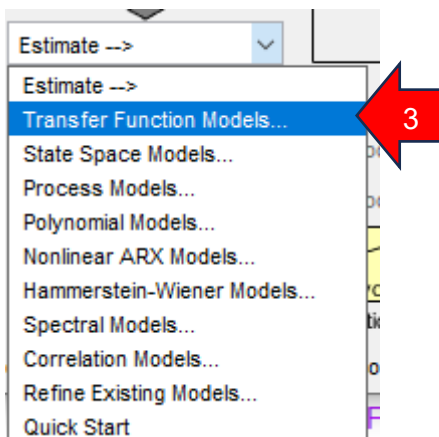
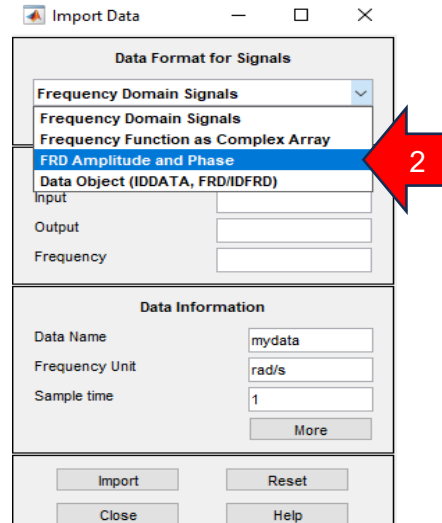
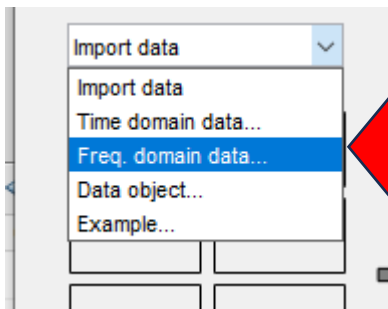
3.1 : استفاده از SystemIdentification

توضیح روند کار :

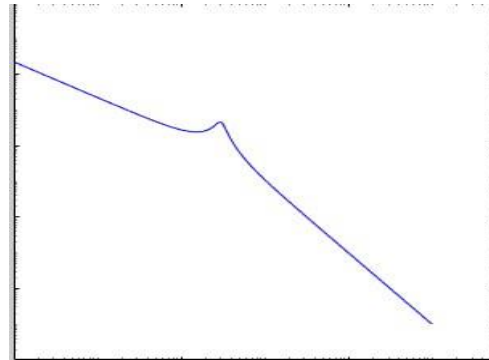
1. برای این کار ابتدا عبارت SystemIdentification را در قسمت Command Window وارد کرده سپس پنجره زیر باز خواهد شد :



2. پس از آن به ترتیب از مراحل زیر پیروی می کنیم :



3. پس از انجام مراحل بالا، خروجی به صورت زیر خواهد بود :



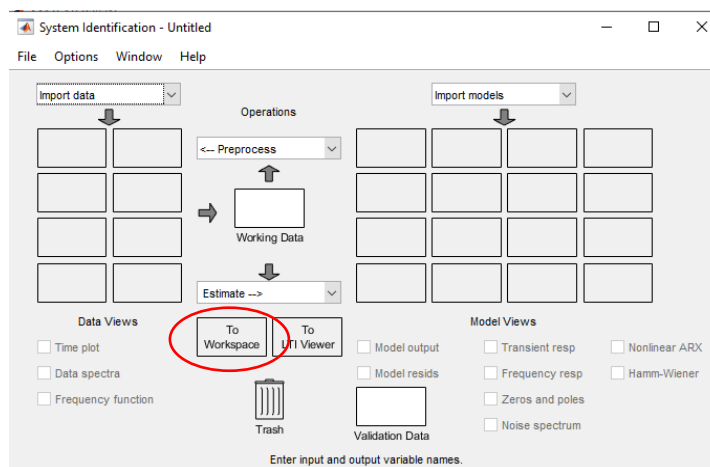
- حال اگر از بخش نمایش داده شده در شکل زیر، tf1 را به workspace انتقال داده و پس از آن با نوشتن tf1 در قسمت script و اجرا گرفتن از کد داریم :

tf1=

From input "u1" to output "y1:"

0.1s - 0.2

$$s^3 + 0.9 s^2 + 9 s$$



این با جواب بدست آمده در قسمت قبل مطابقت دارد.

(Q4

مسئله چهارم

$$G(s) = \frac{0.1s - 0.2}{s^3 + 0.9s^2 + 9s} \quad \text{سیستم معلق}$$

$$GH(s) = \frac{G(s)}{1+KG(s)} \rightarrow 0 = 1+KG(s) = s^3 + 0.9s^2 + 9s + 0.1Ks - 0.2K \Rightarrow$$

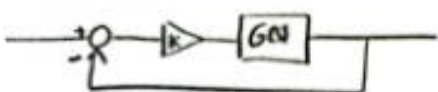
$$\Delta = s^3 + 0.9s^2 + (9+0.1K)s - 0.2K \quad 1$$

s^3	1	$9+0.1K$	
s^2	0.9	$-0.2K$	
s^1	$\begin{vmatrix} 0.9 & -0.2K \\ 1 & 9+0.1K \end{vmatrix} = 9+0.22K$	0	
s^0	$\begin{vmatrix} 9+0.22K & 0 \\ 0.9 & -0.2K \end{vmatrix} = -0.2K$	0	

$$\text{شرایط پایداری: } \begin{cases} 9 + \frac{0.22}{0.9}K > 0 \Rightarrow \frac{0.22}{0.9}K > -9 \Rightarrow K > -21.15 \\ -0.2K > 0 \Rightarrow K < 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{-21.15 < K < 0}$$

(Q5)

سوال پنجم



$$G(s) = \frac{s+2}{s^3 + 9s^2 + 9s}$$

مرحله اول: تعیین نقاط اشتداد آسان:

if $K=0$: $s(s^2 + 9s + 9) = 0 \rightarrow s=0, -4.5 \pm 2.97i$ (نقاط اشتداد)

if $K \rightarrow \infty$: $s+2=0 \rightarrow s=-2$ (نقطه قطبی)

مرحله دوم: تعیین تعداد شاخه ها: $2 \text{ branch} \rightarrow \infty$

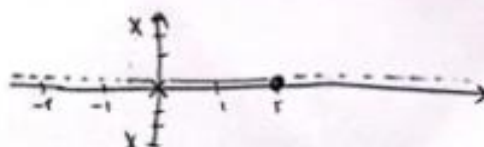
مرحله سوم: تعیین تقارن: تقارن بوده نسبت به محور حقیقی دارد.

مرحله چهارم: تعیین جانب ها: ۲ جانب در RL و ۲ جانب در CRL دارد.

حل نفاذی میانها بر روی محور حقیقی بدست است از:

$$\sigma = \frac{\sum P_i - \sum Z_i}{n-m} = \frac{-0.9 - 2}{2} = -1.45$$

مرحله پنجم: تعیین مشخص کردن RL و CRL:



مرحله ششم: نقاط جدایی شاخه ها:

$$\frac{dG(s)}{ds} = 0 \Rightarrow \frac{(s+2)(s^3 + 9s^2 + 9s) - (s+2)^2(s^2 + 9s + 9)}{(s^3 + 9s^2 + 9s)^2} = 0$$

$$-0.2s^2 + 0.01s + 0.134s + 1.1 = 0 \Rightarrow s = 2.7 \text{ و } -0.157 \pm 1.45i$$

نقطه $s = 2.7$ قابل قبول است.

مرحله هفتم: تعیین زوایای ورود و خروج:

$$\theta_{Z_1} - (\theta_{P_1} + \theta_{P_2} + \theta_{P_3}) = \pi \Rightarrow \pi - (\arctan(\frac{1.97}{-1.5}) + \arctan(\frac{1.97}{-1.5}) + \theta_{P_3}) = \pi \Rightarrow \theta_{P_3} = 0$$

نام خروج از قطب های $s=0$

$$\theta_{Z_1} - (\theta_{P_1} + \theta_{P_2} + \theta_{P_3}) = \pi \Rightarrow \theta_{Z_1} - (\theta_{P_1} + \theta_{P_2} + 0) = \pi \Rightarrow \theta_{Z_1} = \pi$$

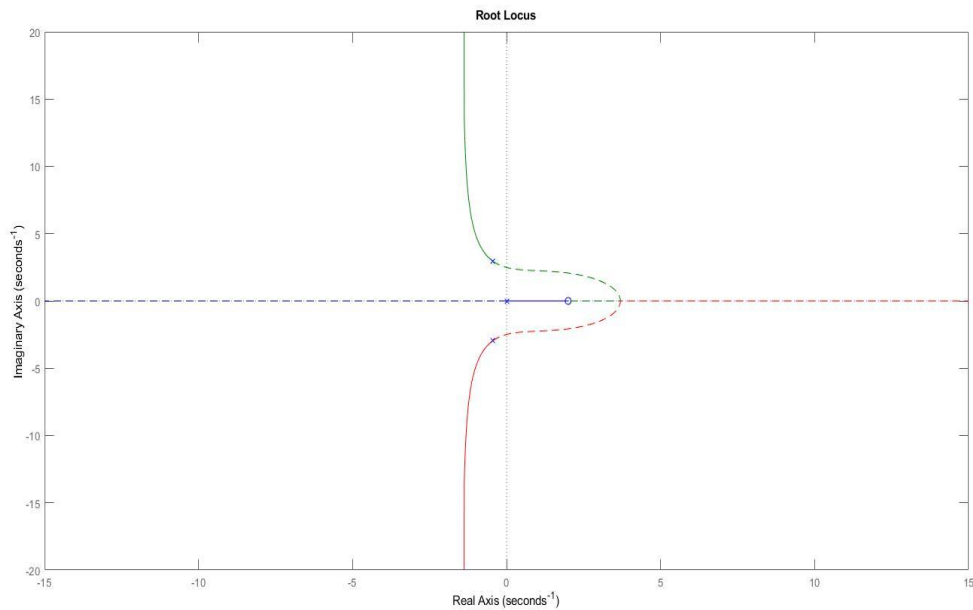
نام ورود به سر

$$\theta_{Z_1} - (\theta_{P_1} + \theta_{P_2} + \theta_{P_3}) = \pi \Rightarrow \arctan(\frac{1.97}{1.5}) - (\theta_{P_1} + \frac{\pi}{4} + \arctan(\frac{1.97}{1.5})) = \pi \Rightarrow$$

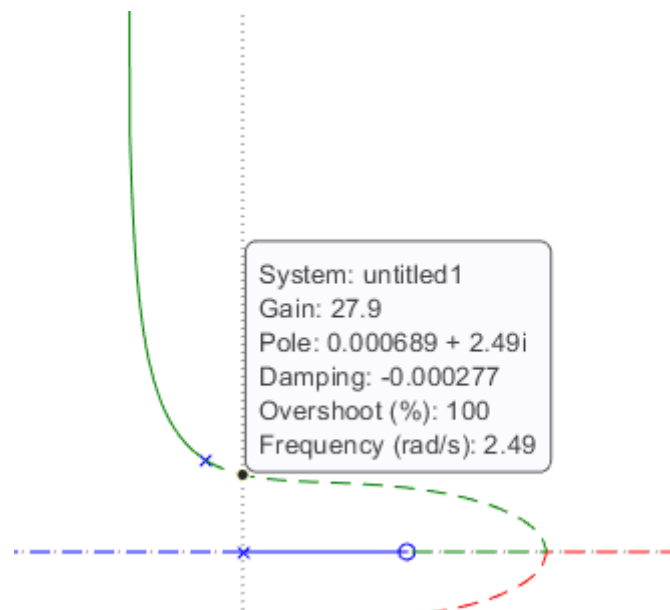
$$0.111 - (\theta_{P_1} + 1.107 + 1.107) = 3.1416 \Rightarrow \theta_{P_1} = 1.03 \text{ rad} = 59.6^\circ$$

زای P_2 نیز به طور مشابه محاسبه می شود.

باتوجه به حل دستی بالا و زوایای ورود و خروج، نمودار مکان یابی هندسی آن به صورت زیر خواهد بود:



برای پاسخ به اینکه آیا با کنترلر بهره تناسبی می توان سیستم را پایدار کرد یا نه، ابتدا به شکل زیر توجه می کنیم :



همانطور که در شکل بالا مشخص شده است، به ازای $-27.9 < K < 0$ در سمت چپ محور $j\omega$ قرار داریم. بنابراین به ازای این کنترلر بهره تناسبی، سیستم پایدار است. در سوال ۴ نیز محدوده K به همین صورت محاسبه گردید.

- حال محدوده پایداری را به ازای هر یک از کنترلر های PD و PI بررسی می کنیم.

✓ کنترلر PD :

$$C(s) = K(s-z_0) \Rightarrow G_1(s) = C(s)G(s) \Rightarrow G_1(s) = K(s-z_0)G(s)$$

$$G(s) =$$

$$0.1s - 0.2$$

$$\frac{\text{-----}}{s^3 + 0.9s^2 + 9s}$$

حال به ازای z_0 مقادیر مختلف را قرار داده و به ازای آن محدوده پایداری سیستم با کنترلر جدید را بررسی می کنیم :

$$\text{If } z_0 < 0 \Rightarrow z_0 = -10 \Rightarrow C(s) = K(s+10) \Rightarrow G_1(s) = K(s+10)G(s)$$

Code :

```
num2=(s+10)*num1;
```

```
den2=den1;
```

```
sys2=num2/den2;
```

```
figure;
```

```
rlocus(sys2);
```

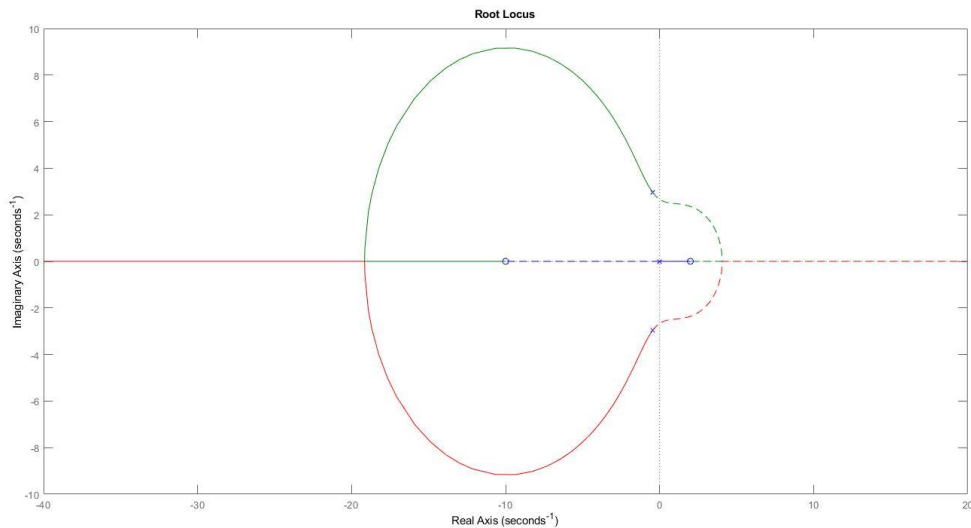
```
hold on
```

```
rlocus(-sys2,'--');
```

```
set(findall(figure(1),'type','line') , 'linewidth', 2);
```

```
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



باتوجه به نمودار متوجه می شویم به ازای $z_0 < 0$ محدوده پایداری سیستم گسترش خواهد یافت. در این حالت به ازای k منفی در یک محدوده مختص به خود پایدار خواهد بود.

$$\text{If } z_0 = 0 \Rightarrow C(s) = K*s \Rightarrow G_1(s) = K*s*G(s)$$

Code :

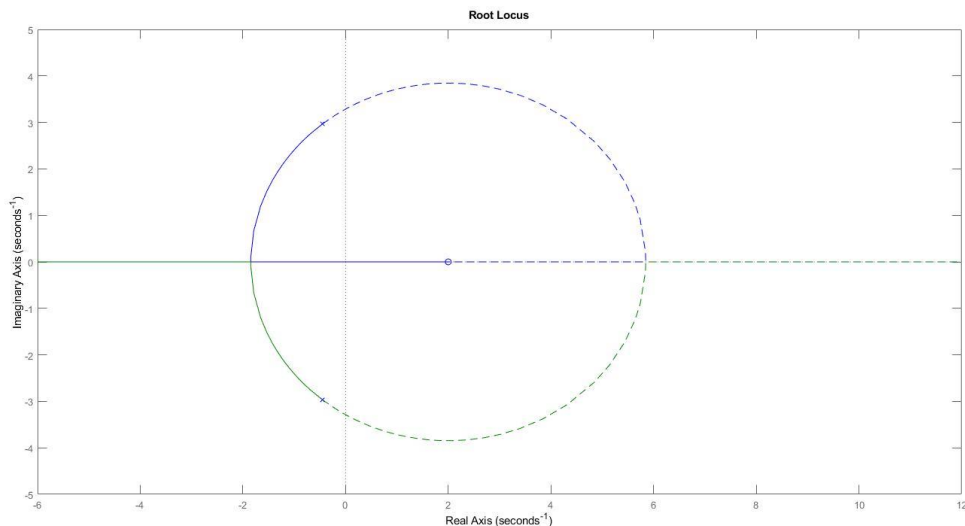
```
Num3=s*num1;
```

```
Den3=den1;
```

```
Sys3=num3/den3;
```

```
figure;
rlocus(sys3);
hold on
rlocus(-sys3,'--');
set(findall.figure(1),'type','line') , 'linewidth', 2);
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



باتوجه به نمودار متوجه می شویم به ازای $z_0=0$ محدوده پایداری سیستم نسبت به حالت اصلی بیشتره اما نسبت به حالتی که $z_0<0$ بود، محدوده پایداری کاهش می یابد. در این حالت به ازای $K>0$ سیستم پایدار است.

$$\text{If } z_0 > 0 \Rightarrow z_0 = +10 \Rightarrow C(s) = K(s-10) \Rightarrow G_1(s) = K(s-10)G(s)$$

Code :

```
num4=(s-10)*num1;
```

```
den4=den1;
```

```
sys4=num4/den4;
```

```
figure;
```

```
rlocus(sys4);
```

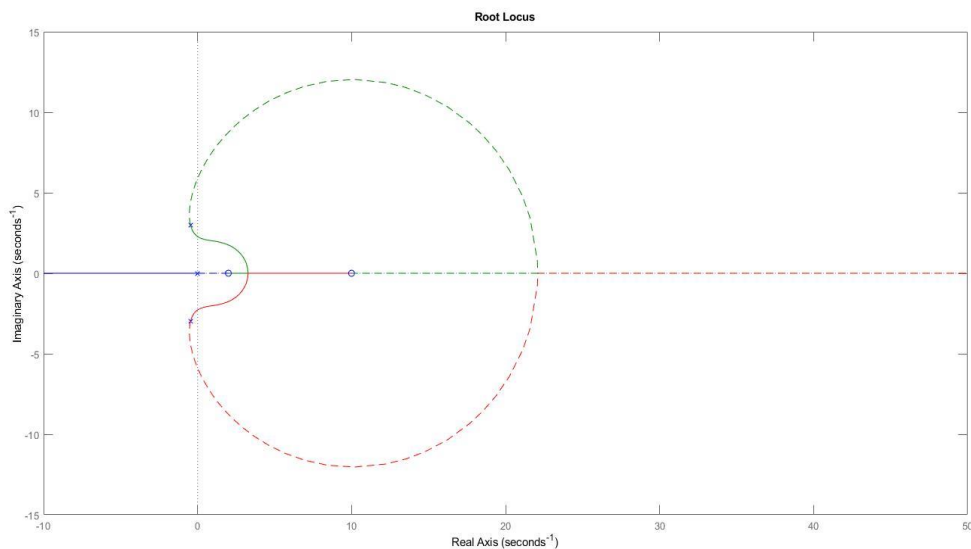
```
hold on
```

```
rlocus(-sys4,'--');
```

```
set(findall(fgure(1),'type','line') , 'linewidth', 2);
```

```
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



باتوجه به نمودار متوجه می شویم به ازای $z_0 > 0$ محدوده پایداری سیستم خیلی محدود تر می شود اما با این حال به ازای محدوده مشخصی از K سیستم پایدار

خواهد بود. در این حالت به ازای k مثبت در یک محدوده مختص به خود پایدار می باشد.

✓ کنترلر PI :

$$C(s) = K \frac{(s-z_0)}{s} \Rightarrow G_2(s) = C(s)G(s) \Rightarrow G_2(s) = K \frac{(s-z_0)}{s} G(s)$$

$$G(s) =$$

$$0.1s - 0.2$$

$$\frac{\text{-----}}{s^3 + 0.9s^2 + 9s}$$

حال به ازای z_0 مقادیر مختلف را قرار داده و به ازای آن محدوده پایداری سیستم با کنترلر جدید را بررسی می کنیم :

$$\text{If } z_0 < 0 \Rightarrow z_0 = -10 \Rightarrow C(s) = K \frac{(s+10)}{s} \Rightarrow G_2(s) = K \frac{(s+10)}{s} G(s)$$

Code :

```
num5=(s+10)*num1;
```

```
den5=den1*s;
```

```
sys5=num5/den5;
```

```
figure;
```

```
rlocus(sys5);
```

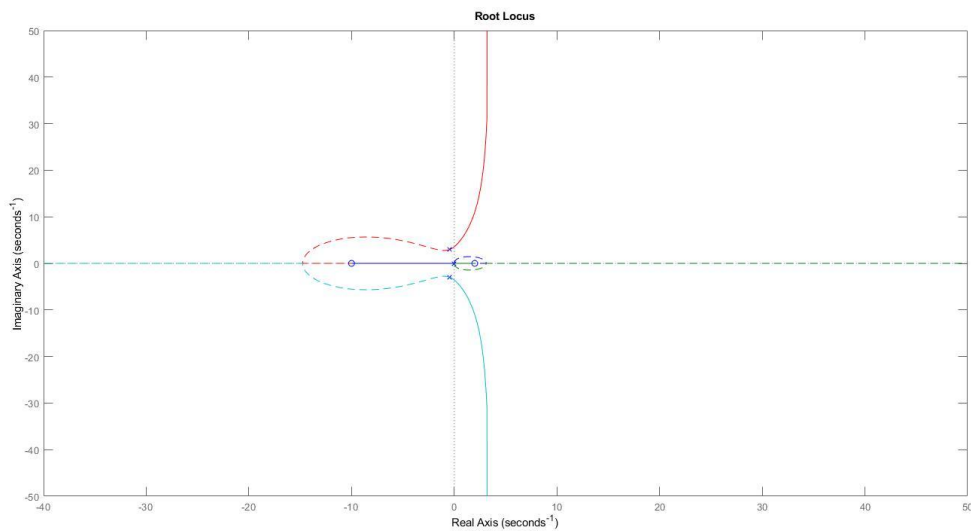
```
hold on
```

```
rlocus(-sys5,'--');
```

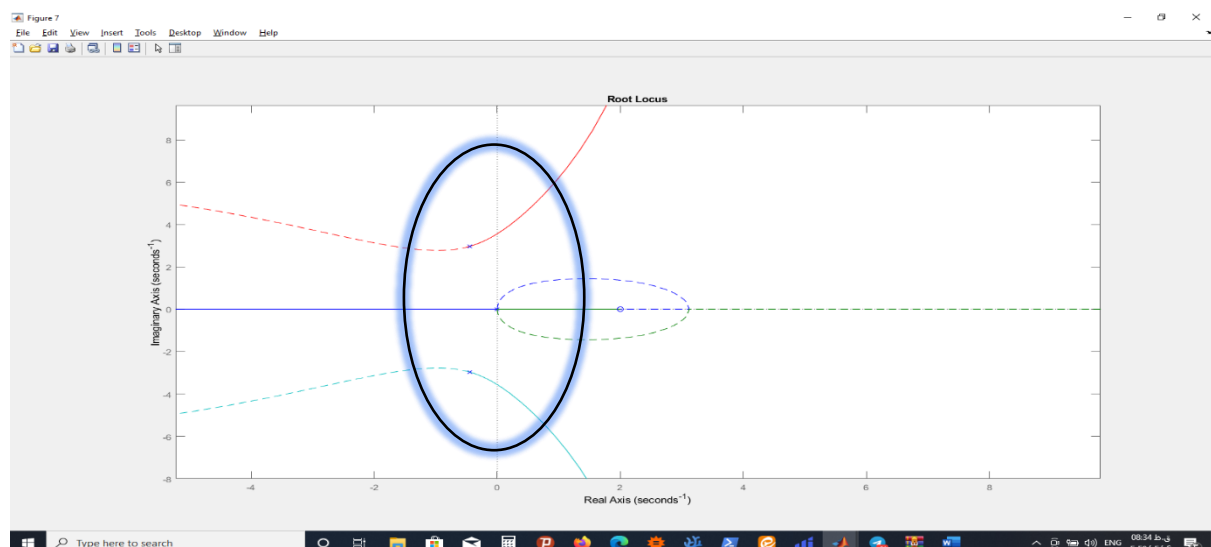
```
set(findall(gcf,'type','line'), 'linewidth', 2);
```

```
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



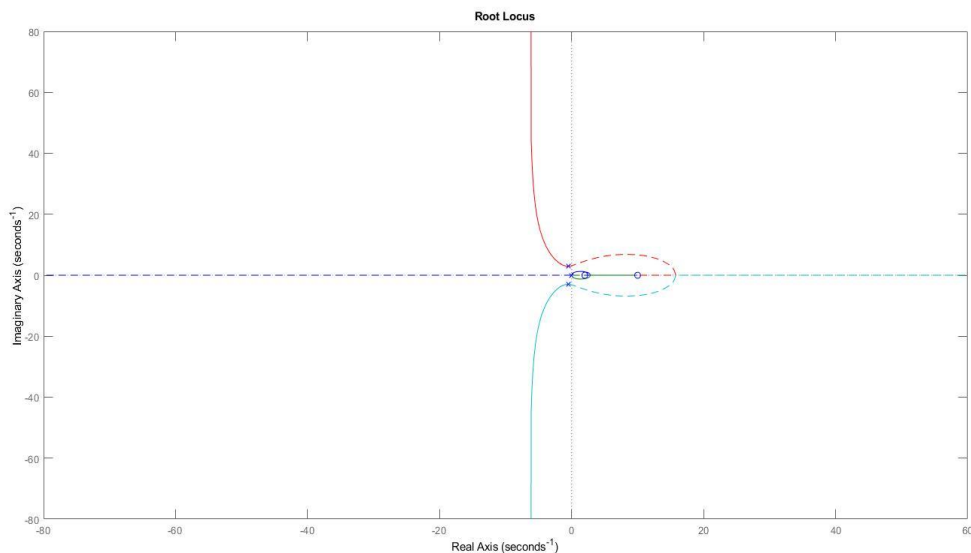
باتوجه به نمودار متوجه می شویم به ازای $z_0 < 0$ میتوان به ازای k مثبت در یک محدوده مختص به خود، سیستم را پایدار کرد (این موضوع در شکل زیر بهتر نشان داده شده است).



Code :

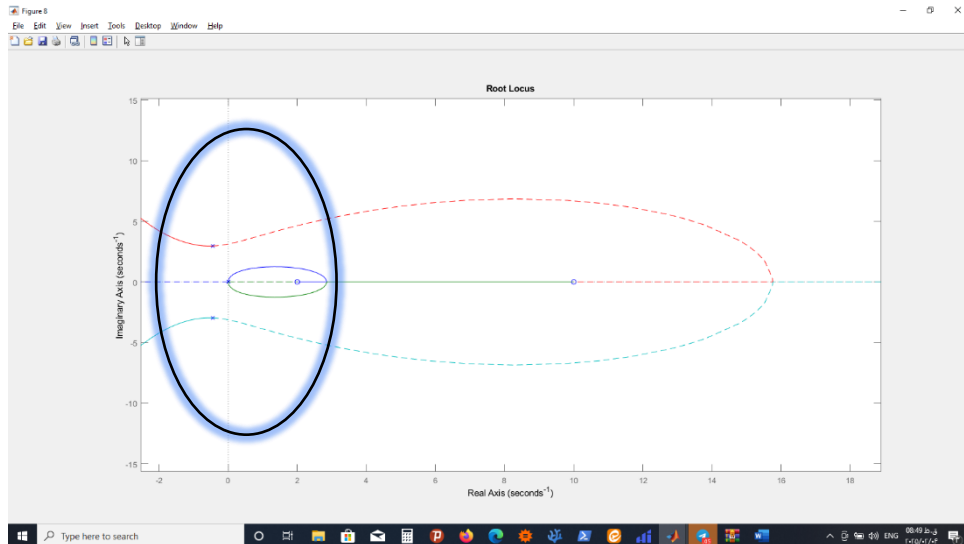
```
num6=(s-10)*num1;
den6=den1*s;
sys6=num6/den6;
figure;
rlocus(sys6);
hold on
rlocus(-sys6,'--');
set(findall(fgure(1),'type','line') , 'linewidth', 2);
hold off
```

نمودار خروجی عبارت است از :



باتوجه به نمودار متوجه می شویم به ازای $z_0 > 0$ به ازای هر مقدار دلخواه K ، یک قطب در سمت راست محور خواهیم $j\omega$ خواهیم داشت که موجب می شود سیستم

به ازای هیچ مقداری از K پایدار نباشد. (این موضوع در شکل زیر بهتر نشان داده شده است).



نتیجه گیری کلی: سیستم با کنترلر PD در هر حالت به ازای محدوده ای از K پایدار است اما در رابطه با کنترلر PI این موضوع صادق نیست. در صورتی که کنترلر PI دارای صفر غیر کمینه فاز باشد، سیستم به ازای هیچ مقدار K پایدار نخواهد شد، اما اگر کنترلر PI دارای صفر کمینه فاز باشد به ازای محدوده ای از K می توان سیستم را پایدار کرد.

(Q6)

ابتدا برای حل سوال، مشخص می کنیم که سیستم حاصل از حذف عامل بیان شده در صورت سوال چگونه می باشد.

حل دستی :

سوال ششم

$$G(s) = \frac{0.1s - 4}{s^2 + 0.9s + 9} \xrightarrow{\text{حذف } \frac{s-4}{s}} G_p(s) = 41 \frac{1}{s^2 + 0.9s + 9}$$

$$10 < \%MP < 15 \quad t_s < 10s$$

بررسی خواص $G_p(s)$:

$$\omega_n^2 = 9 \Rightarrow \omega_n = 3 \quad 2\zeta\omega_n = 0.9 \Rightarrow \zeta = 0.15 \rightarrow PM = 15.7^\circ$$

$$\%MP = 100 e^{-\frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 100 e^{-\frac{0.1157\pi}{\sqrt{1-0.1157^2}}} = 41.7\% \quad t_s = \frac{4}{2\omega_n} = 1.11s$$

هیچکدام از موارد بالا مورد قبول نیست و باید با کنترلر روی بازه های دلخواه تنظیم شوند.

$$\%MP = 12 \rightarrow 100 e^{-\frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Rightarrow \zeta = 0.152$$

$\%MP$ به جهت احتیاط برابر ۱۲ گرفته می شود.

$$\Rightarrow \zeta = \frac{PM}{100} \Rightarrow PM = 54$$

و بنابراین ضریب بازه مطلوب ۵۴ می باشد.

$$t_s = \frac{4}{2\omega_n} = 10 \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{0.152 \times 10} \Rightarrow \omega_n = 0.1719 \xrightarrow{\text{بنابر احتیاط}} \omega_n = 0.18$$

بنابراین $G(s)$ جدید به صورت زیر خواهد بود :

$$G(s) = \frac{0.1}{s^2 + 0.9s + 9}$$

Code:

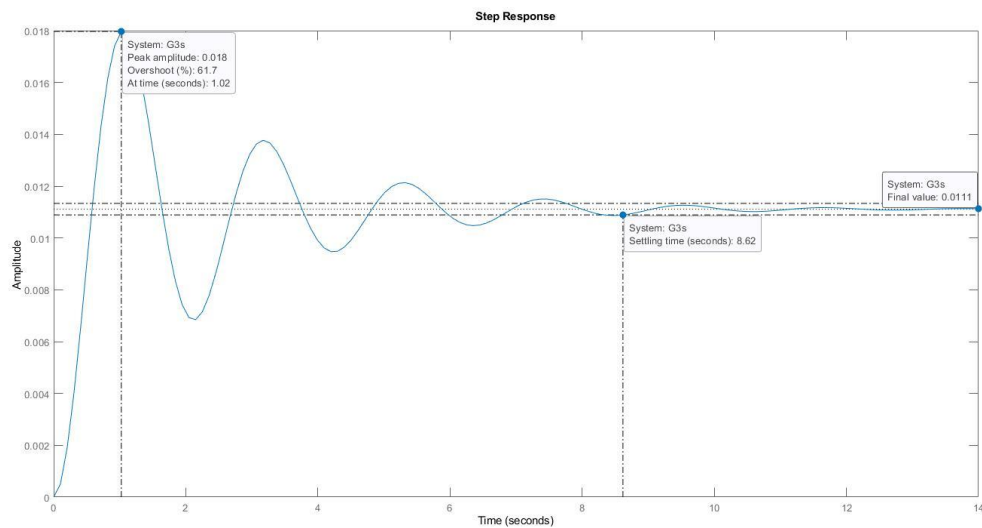
```
G3s=0.1/(s^2+0.9*s+9);
```

```
figure;
```

```
step(G3s);
```

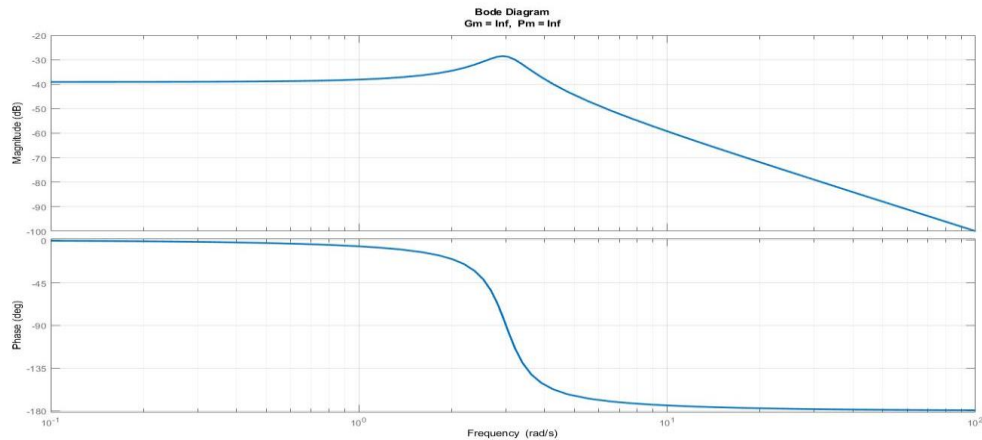
```
sys7=G3s;
```

✓ پاسخ پله سیستم جبران نشده :



همانطور که در شکل نیز مشخص شده است، میزان فراجهش در بازه گفته شده قرار ندارد که باید با استفاده از جبران‌ساز این کار انجام شود.

✓ نمودار بود سیستم جبران نشده :



طبق محاسبات دستی و درصد اورشوت خواسته شده در صورت سوال، باید مقدار حاشیه فاز (PM) با فرض اورشوت ۱۲ درصد برابر ۵۶ باشد در صورتی که در شکل نمایش داده شده، مقدار حاشیه فاز بی نهایت گزارش شده است.

به طور کلی می دانیم برای بهبود پاسخ گذرای سیستم باید از جبران ساز پیشفاز (lead) استفاده کنیم. این جبران ساز علاوه بر بهبود پاسخ گذرای سیستم، مقدار حاشیه فاز را نیز بهبود میدهد.

✓ حل دستی :

پہلی شروع ہوا ہے ، مگر کسی گند / جانبی کہ ہوا دار صفہ وسیلہ / اقطع می کند / را برابر ۱/۸ در نظری گئے یہ :

$20 \log_{10} |G_{\text{r}}(j\omega)| = -38.44 \text{ dB}$

$$\Rightarrow K = 12,89$$

حال بنودار بود (S) را رسم کرده و مقادیر ρ و G آن را مورد بررسی قرار می دهیم. (بایستلب)

مقدار M همچنان ∞ است چرا که گفتیم K بودار فاز را تغییر نمی دهد. $\rho M = 25/5$ @ $w = 4/9$

همی دانیم برای بهبود پاسخ گزای سیستم، باید از جریان مار Re_{crit} استفاده کنیم. می بینیم در ادامه به طراحی جریان مار

lead می پردازیم :

1) یافتی k : $k = 15,49$

$$\phi = \rho_M^* - \rho_M = \rho_0 / \Delta \quad (2)$$

(3) پیدا کردن α :

$$d_m = d + 10^\circ = 50/15$$

$$\alpha = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m} \Rightarrow \boxed{\alpha \approx 0.17}$$

$$\hat{\omega}_g = \frac{1}{T/\alpha} \xrightarrow{\omega_g = 6/9} T = \frac{1}{544 \sqrt{0.4}} \approx 0.155$$

$$C(s) = K \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = 10/0.9 \frac{0.1s+1}{0.009s+1}$$

$$|K_{\hat{g}} j \omega_g| = 20.809 \sqrt{\alpha} = -0.79 \text{ dB} \quad \omega_g = 4.91$$

- توضیحات تکمیلی و نحوه حل در حل دستی بیان شده است.

نمودار بود سیستم $G_1(s)$ عبارت است از :

$$G_1(s) = k^* G(s)$$

Code :

k=85.49;

```
sys8=k*sys7;
```

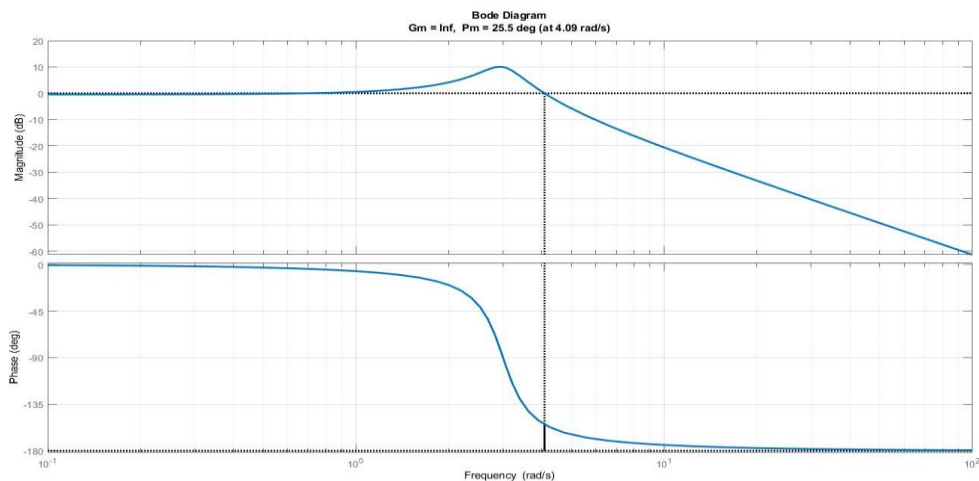
figure


```

bode(sys8);
set(findall.figure(11),'type','line','linewidth',2))
title('bode with exponential');
margin(sys8), grid
set(findall.figure(11),'type','line'),'linewidth',2)
grid on

```

نمودار بود $G1(s)$:



با مقایسه حاشیه فاز ها متوجه میشویم که نتیجه محاسبات دستی و نرم افزاری مطابقت دارند.

باز می بینیم که $PM=25.5$ مقدار حاشیه فاز مطلوب صورت سوال نیست، پس باید از جبران ساز lead برای جبران این مقدار حاشیه فاز بهره برد. نحوه محاسبه پارامترهای جبران ساز پیشفاز، کمی پیشتر بیان شد. حال به بررسی کد و نمودار های خروجی از آن می پردازیم :

Code :

```
Cs=(85.49*(0.45*s+1))/(0.09*s+1);
```

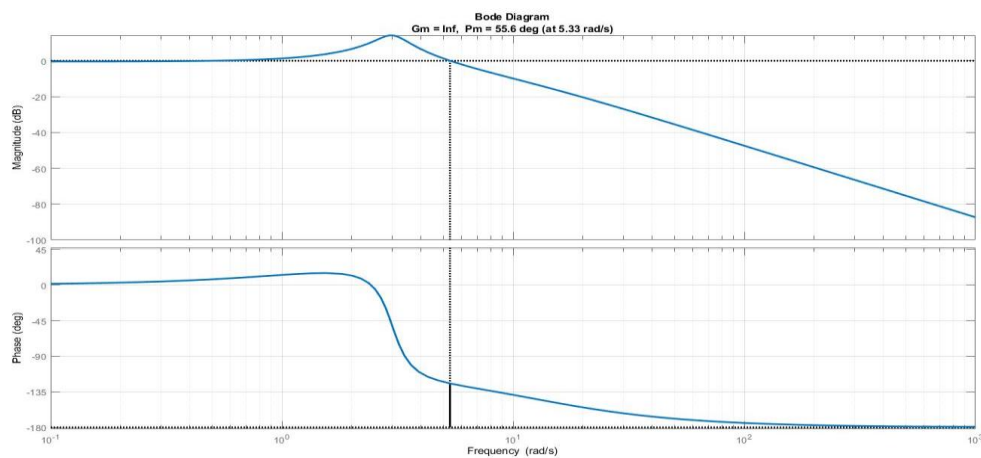
```

sys9=C*s*sys7;
figure
bode(sys9);
set(findall(figure(12),'type','line','linewidth',2))
title('bode with exponentioal');
margin(sys9), grid
set(findall(figure(12),'type','line'),'linewidth',2)
grid on

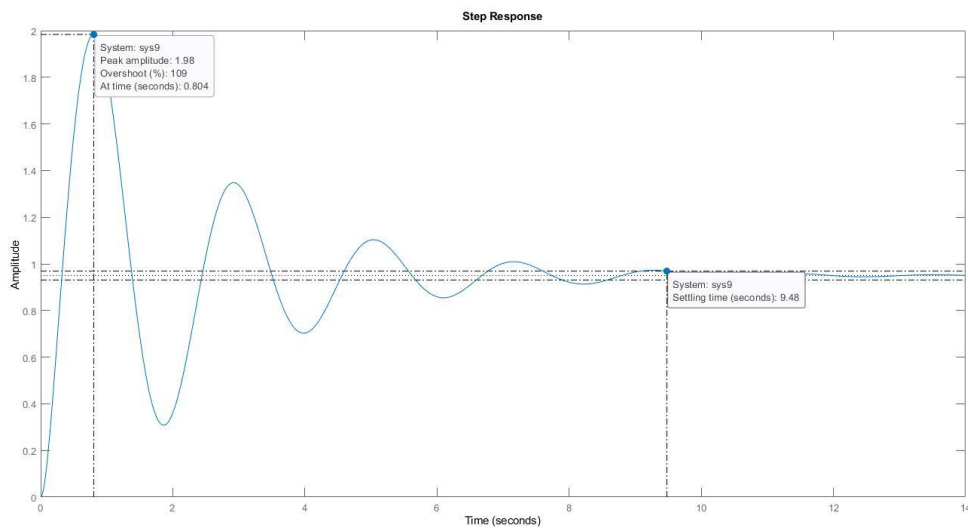
```

✓ نمودار بود سیستم $G_2(s)$:

$$G_2(s) = C(s) * G_1(s)$$



با بررسی حاشیه فاز، متوجه می شویم که از لحاظ حاشیه فاز این سیستم جبران شده با خواسته سوال مطابقت دارد. برای مطمئن تر شدن، باید پاسخ پله سیستم را نیز مورد ارزیابی قرار بدهیم که آیا درصد فراجاهش و زمان نشست با خواسته سوال مطابقت دارد یا خیر :

✓ پاسخ پله سیستم $G_2(s)$:

Code :

figure

step(sys9);

اعداد گزارش شده در شکل بیان می کنند که سیستم بسیار ناپایدار شده و مقدار اورشوت بسیار بالایی دارد که مطلوب صورت سوال نیست. اما زمان نشست برابر ۹.۴۸ ثانیه است که مطابق با خواسته مساله ($t_s < 10s$) میباشد.

برای ایجاد رفتار پایدار تر در سیستم از جبران ساز پس فاز (lag) استفاده می کنیم. در ادامه به حل دستی و نمودارهای خروجی آن می پردازیم.

✓ حل دستی :

وقتی به پاسخ به سیستم نگاه می کنیم، خواهیم دید که ω_p زیاد است. برای بهبود آن از یک جبران ساز پس فاز استفاده می کنیم.

$$K=1$$

مقدار K را باید کم تر کنیم تا دوباره ω_p آن تغییر نکند.

$$\alpha = 0.428 \quad \omega_g = 3.11 = \omega_c$$

$$z = \frac{1}{3.11} \sqrt{\left(\frac{0.4}{0.55}\right)^2 - 1} = 3.13$$

$$C = \frac{1.98s + 1}{3.13s + 1}$$

با قرار دادن جبران ساز رویه رو، جواب خیلی بهتری شود اما همچنان اهداف سوال اکتان نمی شود. در ادامه می توان با تغییر مقادیر به گونه ای که قطب و صفر از مبدأ دور شوند (صفر را کمتر از صفر ω_c و در می کنیم) سیستم را به اهداف سوال رساند.

✓ نمودار بود سیستم $G_3(s)$:

$$G_3(s) = C(s) * G_2(s)$$

Code :

$$C2s = (1 * (1.2 * s + 1)) / (2.6 * s + 1);$$

$$\text{sys10} = C2s * \text{sys9};$$

figure

$$\text{bode}(\text{sys10});$$

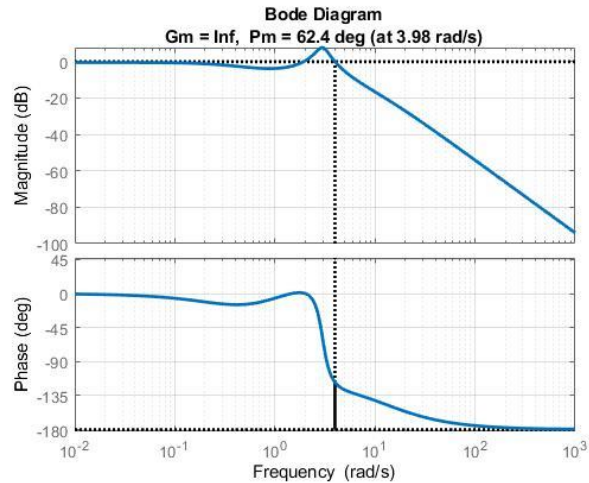
$$\text{set}(\text{findall}(\text{figure}(14), 'type', 'line', 'linewidth', 2))$$

$$\text{title}('bode \text{ with exponential}');$$

$$\text{margin}(\text{sys10}), \text{grid}$$

$$\text{set}(\text{findall}(\text{figure}(14), 'type', 'line'), 'linewidth', 2)$$

grid on



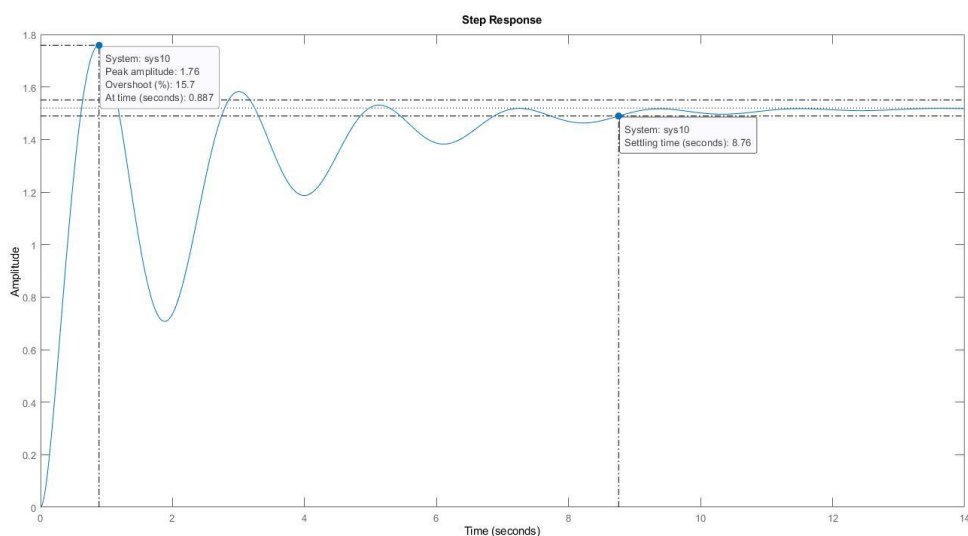
باز میبینیم که حاشیه فاز بدست آمده به خواسته صورت سوال مطابقت دارد. دوباره برای اطمینان از پاسخ، باید پاسخ پله سیستم را نیز بررسی کنیم تا از مقدار زمان نشست و درصد فراجهش اطمینان حاصل کنیم :

Code:

figure

step(sys10);

✓ پاسخ پله سیستم $G_3(s)$:



مقدار زمان نشت برابر ۸.۷۶ ثانیه است که مطابق صورت سوال کمتر از ۱۰ می باشد. مقدار درصد فراجاهش نیز با تقریب خوبی در بازه مورد نظر قرار میگیرد. البته لازم به ذکر است که پارامترهای جبران ساز پسفاز به جهت رسیدن به خواسته سوال تغییر پیدا کرده اند. درواقع به جهت داشتن یک پاسخ پله پایدار تر، قطب از مبدا دور تر شده و همچنین برای افزایش سرعت سیستم، صفر را به مبدا نزدیک تر کرده ایم.

(Q7)

✓ حل دستی :

بررسی هفت

سیستم تعیین زده کرد : $G(s) = \frac{0.1s - 0.2}{s^3 + 0.9s^2 + 9s}$

خطای ماندگار $\rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.1s - 0.2}{s^2 + 0.9s + 9} = \frac{-0.2}{9} \Rightarrow K_v = -\frac{2}{90}$

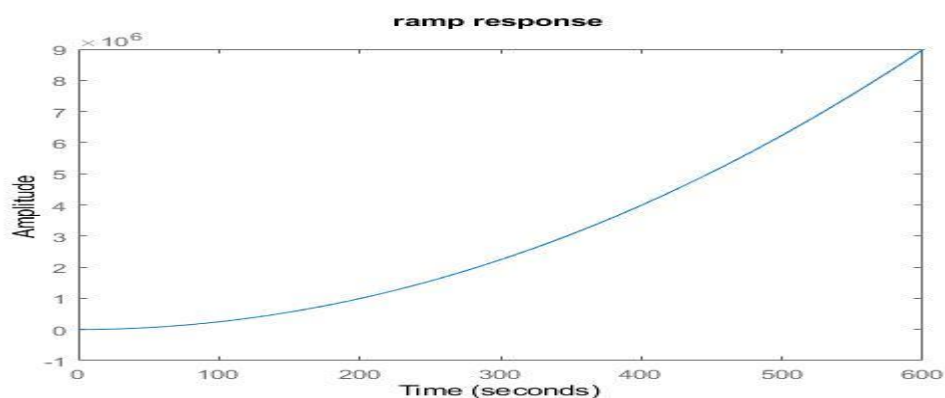
مطلوبه $\rightarrow \frac{1}{K_v} < 0.02 \rightarrow K_v > 50$

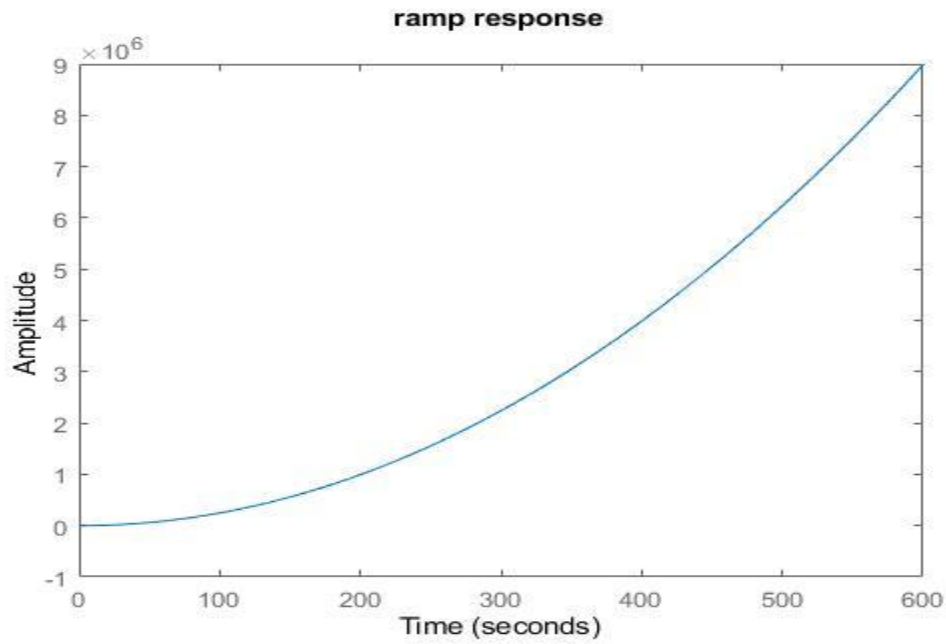
$$K = \frac{\hat{K}_v}{K} = \frac{50}{-\frac{2}{90}} = -50 \times 45 = -2250$$

مقدار اندازه K باید از ۲۲۵۰ بزرگتر باشد تا خطای ماندگار به ورودی ضعیف کمتر از ۲ درصد شود.

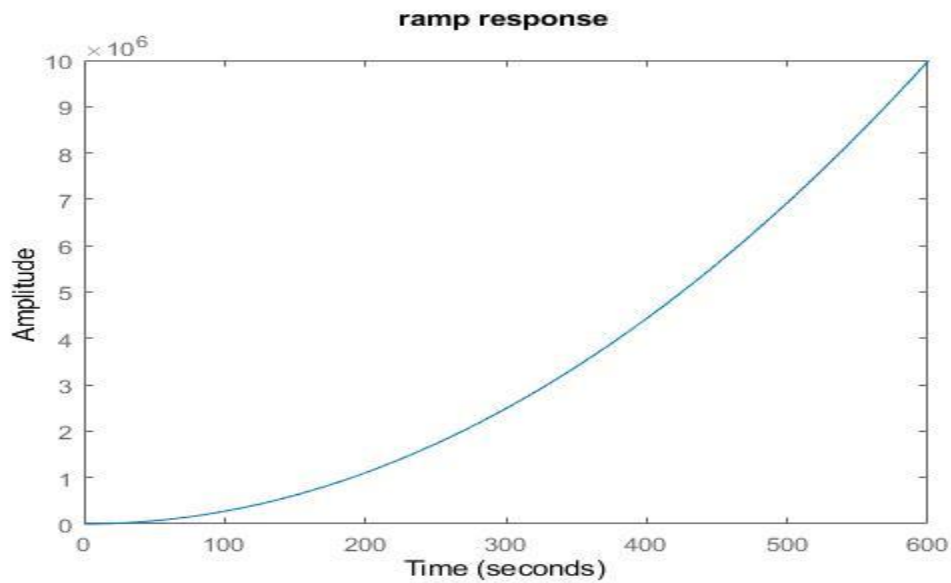
مقدار K که از حل دستی بدست آمده بدلیل بالا بودن بهره علاوه بر اینکه صرفه اقتصادی ندارد، باعث می شود سیستم ناپایدار شود. به ازای بعضی از مقادیر K پاسخ پله خروجی بررسی شده است :

If $k = -2250 \Rightarrow$





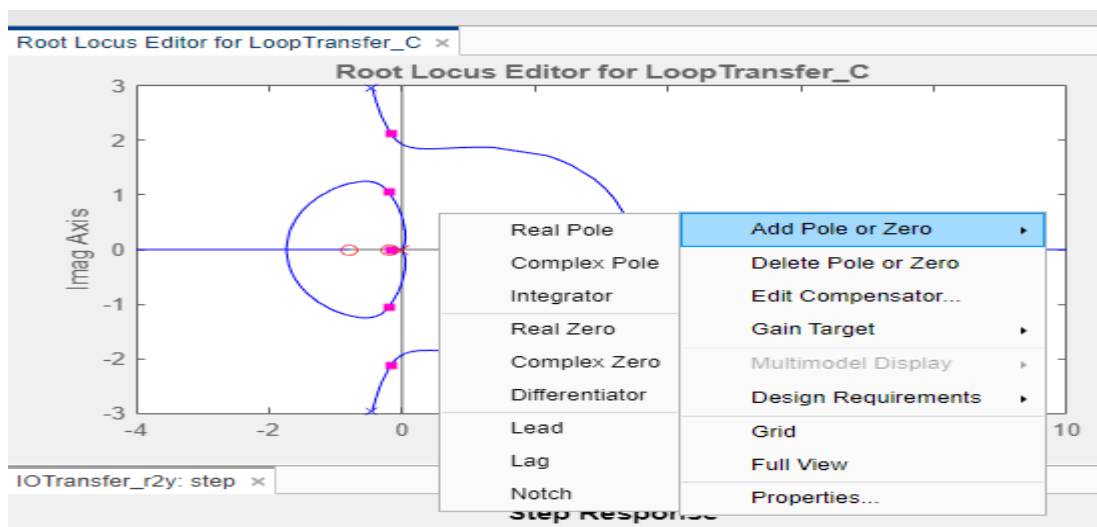
If $k = -2500 \Rightarrow$



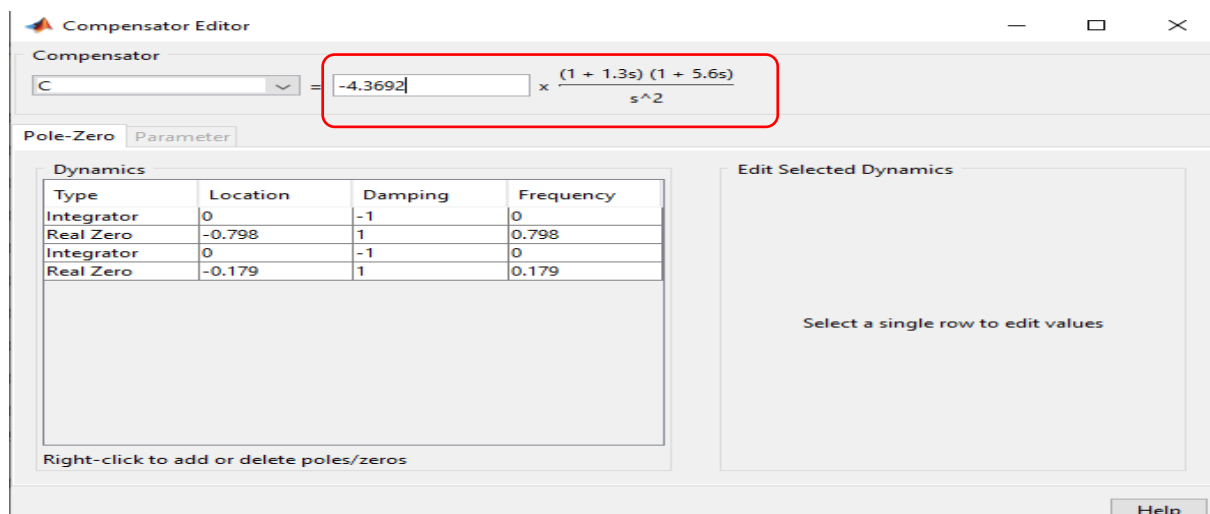
هیچکدام از موارد بالا، آن خروجی دلخواه ما نشد و همچنان ناپایدار می باشد. برای تنظیم جبران ساز از ابزار **sisotool** استفاده کرده ام که نحوه استفاده از آن به صورت زیر می باشد.

(۱) ابتدا عبارت **sisotool(sys1)** را در قسمت **Command Window** وارد می کنیم.

(۲) پس از باز شدن پنجره جدید، دو تا قطب دقیقاً در مبدا و دو صفر اضافه میکنیم، آن قدر صفرها را جابجا می‌کنیم تا تمامی قطب‌ها در سمت چپ محور $j\omega$ قرار بگیرد. در اینصورت تیپ سیستم ۲ واحد افزایش می‌یابد (بدیل عامل $\frac{1}{s^2}$) که همین موضوع باعث می‌شود خطای ماندگار سیستم به ورودی پله برابر صفر شود. در اینصورت خواسته مساله مبنی بر کمتر شدن خطای ماندگار از دو درصد نیز اقناع می‌شود.



(۳) پس از انجام کارهای بالا، تابع تبدیل را استخراج می‌کنیم :



حال بخش اضافه شده را به عنوان جبران ساز(در واقع از دو جبران ساز PI استفاده شده است.) به کدمان اضافه کرده و پاسخ شیب حلقه بسته را بررسی میکنیم.

Code :

```
C4s=(-4.3692*(1+1.3*s)*(1+5.6*s))/(s^2);
```

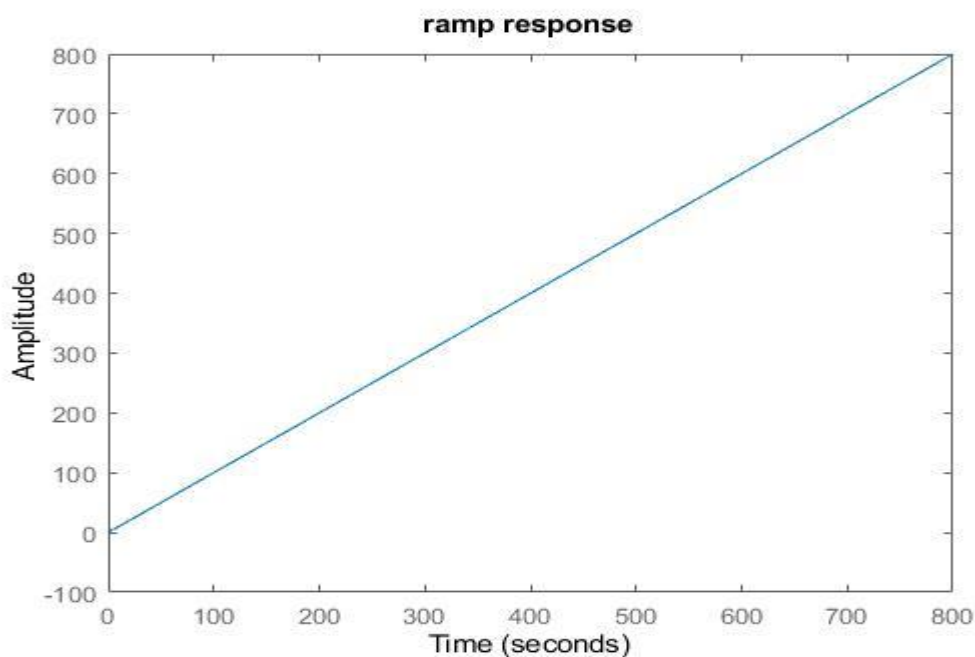
```
sys13=(C4s*sys1)/(1+C4s*sys1);
```

```
figure
```

```
step(tf(1,[1,0])*sys13);
```

```
title('ramp response');
```

پاسخ پله سیستم حلقه بسته جبران شده :



همانطور که در خروجی بالا به طور کامل مشخص است، جواب با دقت بسیار بالایی شبیه یک تابع ramp می باشد.

(۲.۷)

برای شروع فرکانس گذر بهره را یک در نظر میگیریم. همچنین باید تابع متمم حساسیت را تشکیل دهیم، با توجه به اینکه سیستم دارای صفر غیر کمینه فاز می باشد، پس پهنای باند سیستم را کمتر از ۲ در نظر میگیریم. درجه نسبی سیستم (تفاضل تعداد قطب ها و صفرها) نیز برابر ۲ می باشد. بنابراین خواهیم داشت :

$$Td = \frac{\frac{s}{\tau} + 1}{(s+1)^3} \Rightarrow Td(2) = 0 \Rightarrow \tau = -2$$

$$Sd = 1 - Td = \frac{s^3 + 3s^2 + 3.5s}{(s+1)^3}$$

$$C(s) = \frac{Td}{Sd * P} = \frac{-5s(s^2 + 0.9s + 9)}{s^3 + 3s^2 + 3.5s}$$

حال طبق رابطه $L = C * G$ به محاسبه تابع تبدیل سیستم حلقه باز می پردازیم :

$$L = C * G = \frac{-0.5(s-2)}{s(s^2 + 3s + 3.5)}$$

Code :

```
Td=(-0.5*(s-2))/((s+1)^3);
Sd=(s^3+3*s^2+3.5*s)/((s+1)^3);
C3s=Td/(Sd*sys1);
my_gain=1;
LG= my_gain *C3s*sys1; % LoopGain
CL=feedback(LG,1);
figure
step(CL);
```

```

information=stepinfo(CL);
undershoot=information.Undershoot;
disp('undershoot is :');
disp(undershoot);
ts=information.SettlingTime;
disp('Settling Time is :');
disp(ts);
figure
step(tf(1,[1,0])*CL);

```

```

undershoot is :
    2.6766

```

```

Settling Time is :
    7.9425

```

باتوجه به خروجی، مقدار آندرشوت مشکلی نداشته، اما مقدار زمان نشست را باید کاهش دهیم. این کار را با دادن گیم های مختلف امتحان می کنیم.

If my_gain = 1.1 ⇒

```

undershoot is :
    2.9514

Settling Time is :
    6.3909

```

If my gain = 1.2 \Rightarrow

```
undershoot is :  
3.2209
```

```
Settling Time is :  
7.3727
```

باتوجه به اینکه با قرار دادن گین ۱.۲، دوباره مقدار زمان نشست افزایش پیدا میکند بنابراین مقدار my_gain را بین ۱.۱ و ۱.۲ اختیار می کنیم.

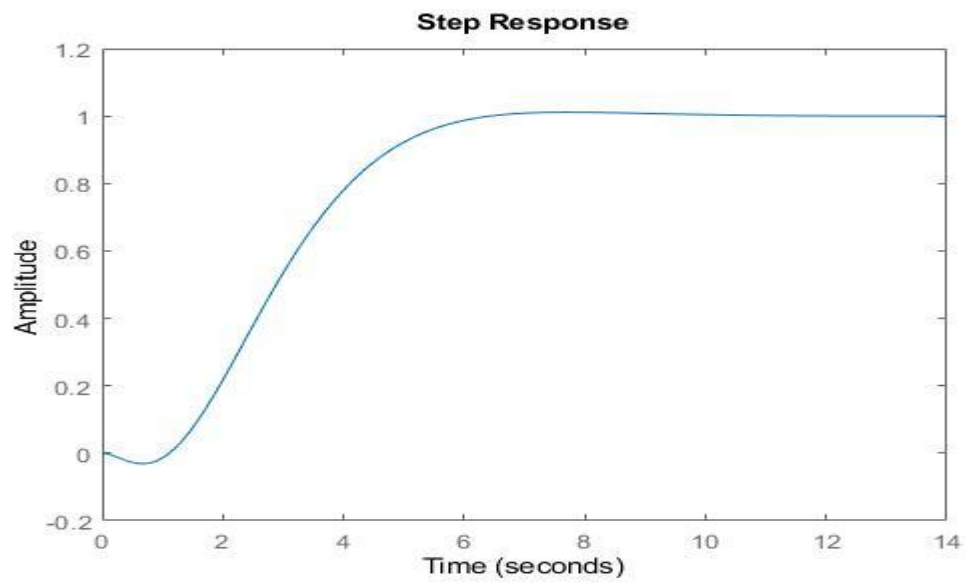
اگر مقدار my_gain را فرضا برابر ۱.۱۵ اختیار کنیم آنگاه مقدار زمان نشست تقریبا ۵.۸ (کمتر از ۶ ثانیه) بوده و مقدار فروجهش برابر ۳.۱ (کمتر از ۶ درصد) می باشد که هر دو اهداف مسئله را برآورده می کنند.

```
undershoot is :  
3.0931
```

```
Settling Time is :  
5.8331
```

با فرض my_gain=1.15 پاسخ پله و پاسخ شیب سیستم را مورد بررسی قرار می دهیم :

✓ پاسخ پله :



✓ پاسخ شیب :

