



CURSO PROPEDÉUTICO



BIENVENIDA

Bienvenido(a) a este *Curso Propedéutico*. En el cual, te familiarizarás con el estudio de manera virtual, así como con la administración del tiempo que tienes que destinar para ello. Pero, principalmente, sabrás qué tipo de conocimientos se espera que desarrolles antes de iniciar los cursos de la Ingeniería en Desarrollo de Software.

Este curso se divide en cuatro unidades, cuyo objetivo es introducir al estudiante en cuatro áreas principales de la Ingeniería en Desarrollo de Software. La primera unidad se enfoca en los principios básicos de **Programación**. La segunda unidad introducirá los principios básicos de **Estadística**. La tercera unidad explicará **conjuntos**; y, finalmente, en la cuarta unidad veremos **matrices**.

¡Te deseamos mucho éxito!





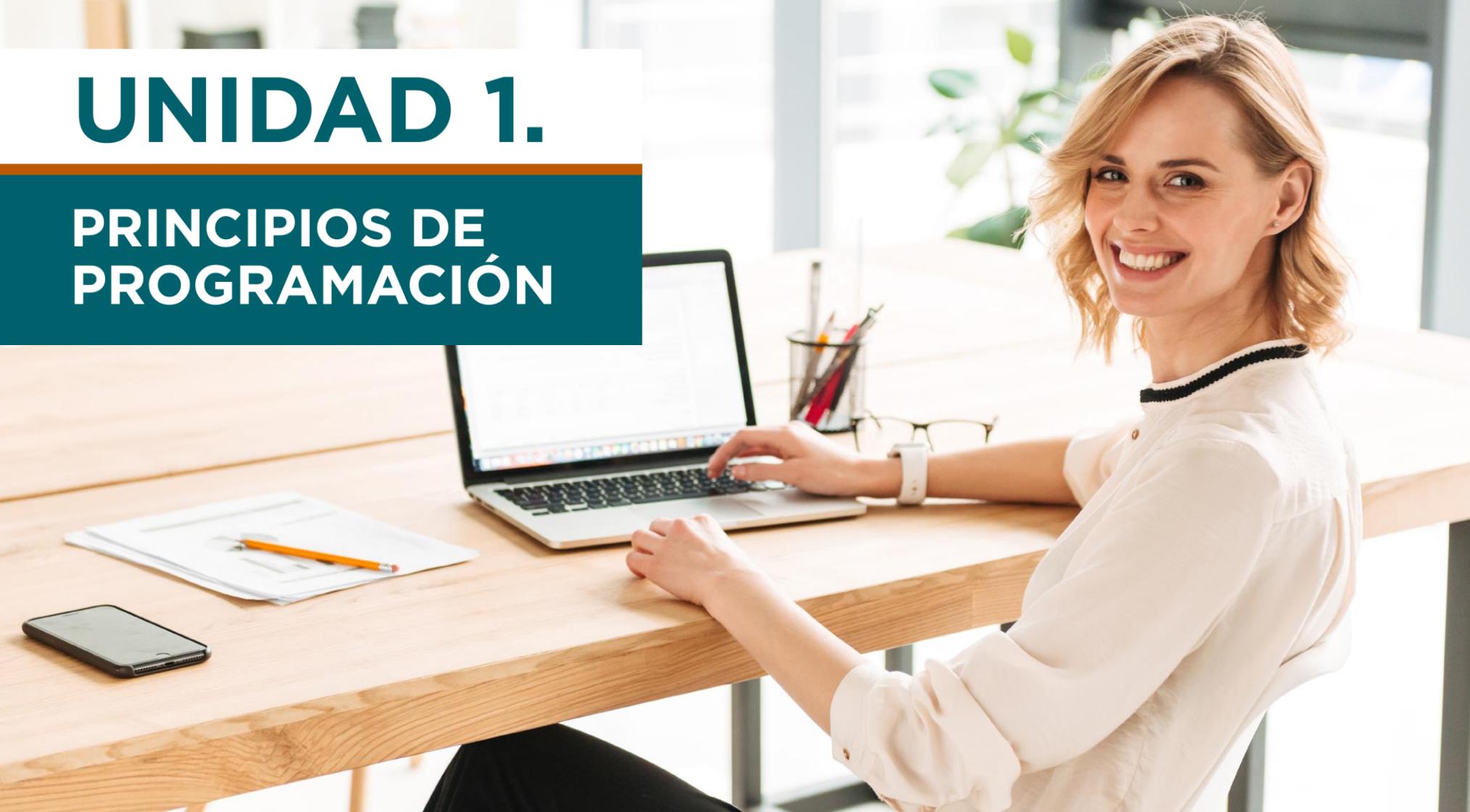
LIBRO DE APOYO

Bird, J. (2017). *Engineering Mathematics*. Routledge.



UNIDAD 1.

PRINCIPIOS DE PROGRAMACIÓN





UNIDAD 1.

TEMARIO

1.1

Tipos
de Datos

1.2

Algoritmos
y Ciclos



INTRODUCCIÓN

En esta primera unidad aprenderás cuáles son los tipos de datos que existen, así como la manera de abordar cada uno de ellos.

Además, identificarás los principales ciclos utilizados en la programación de software.



COMPETENCIAS A DESARROLLAR



El alumno será capaz de identificar los tipos de datos utilizados en la programación de software.



El alumno será capaz de explicar los principales ciclos utilizados en la programación de software.

1.1 TIPOS DE DATOS

Al trabajar con estadísticas, es importante reconocer los **diferentes tipos de datos**:

- ▶ Numéricos (discretos y continuos),
- ▶ Categóricos y
- ▶ Ordinales.

Los datos son las piezas de información reales que se recopilan a través de su estudio. Por ejemplo, si le preguntas a cinco de tus amigos cuántas mascotas tienen, pudieran darte los siguientes datos: 0, 2, 1, 4, 18.





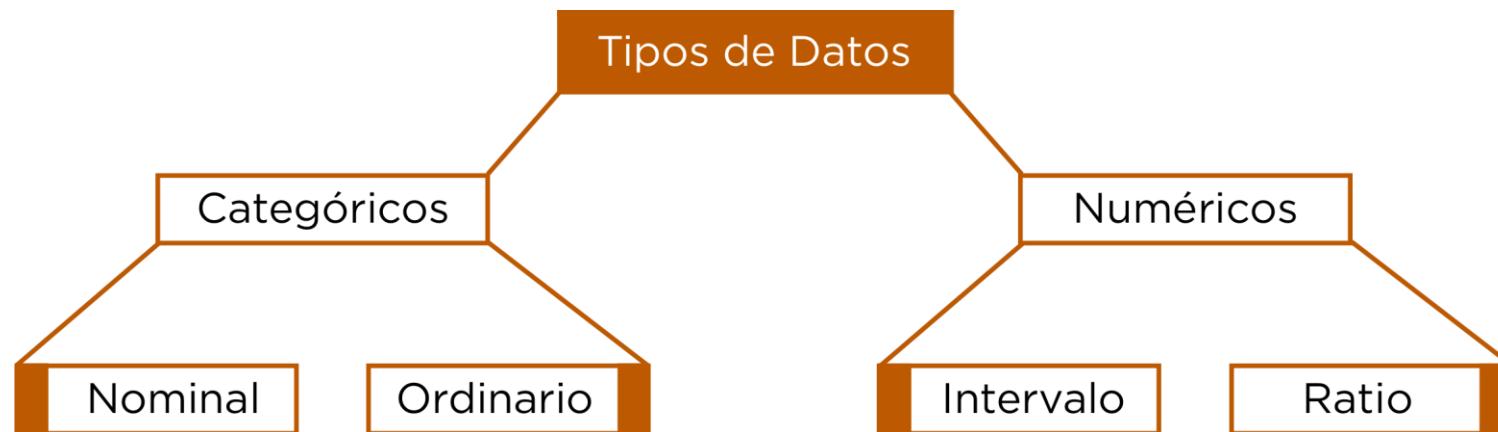
1.1 TIPOS DE DATOS

No todos los datos son números. Siguiendo con el ejemplo anterior, digamos que también registras el sexo de cada uno de tus amigos. En este caso, pudieras obtener los siguientes datos: masculino, masculino, femenino, masculino, femenino. La mayoría de los datos cae en uno de dos grupos: **numéricos o categóricos.**

Es importante tener al menos una comprensión básica de los diferentes tipos de datos, así como los tipos de preguntas que estos pueden responder.

1.1 TIPOS DE DATOS

A continuación, se explica cómo podemos recopilar estos diferentes tipos de datos, y para qué tipo de análisis podríamos usarlos.





1.1 TIPOS DE DATOS

En el nivel más alto existen dos tipos de datos: **cuantitativos y cualitativos**.

La **información cuantitativa** tiene relación con números y cosas que se pueden medir objetivamente: dimensiones como altura, ancho y longitud; temperatura y humedad; precios; área y volumen, entre otros.

Los **datos cualitativos**, por su parte, tratan con características y descripciones que no se pueden medir fácilmente, pero que se pueden observar subjetivamente, como los gustos, las texturas y el color.

1.1 TIPOS DE DATOS

DATOS CUANTITATIVOS

Los datos cuantitativos se dividen en: **discretos y continuos**. Como regla general, los recuentos son discretos y las mediciones son continuas.

- ▶ **Datos discretos.** Son un conteo que no se puede hacer más preciso. Por lo general, implica números enteros. Por ejemplo, el número de niños o mascotas en una familia es información discreta, porque cuenta entidades enteras e indivisibles: no se puede tener 2.5 hijos o 1.3 mascotas.
- ▶ **Datos continuos.** Estos, a diferencia de los datos discretos, podrían dividirse y reducirse a niveles cada vez más finos. Por ejemplo, se puede medir la altura en escalas progresivamente más precisas (metros, centímetros, milímetros y más). En consecuencia, la altura es un dato continuo.

Si cuento cada maní dentro de una bolsa de maníes, entonces estamos hablando de datos discretos. Si, por otra parte, utilizo una balanza para medir el peso de cada maní, o el peso de toda la caja, estamos hablando de información continua.

1.1 TIPOS DE DATOS

DATOS CUALITATIVOS

Cuando se clasifica o categoriza algo, se crean datos cualitativos o de atributos. Hay tres tipos principales de datos cualitativos: **binarios, nominales y ordinales**.

- ▶ **Datos binarios.** Colocan las cosas en una de dos categorías mutuamente excluyentes: correcto/incorrecto; verdadero/falso o aceptar/rechazar.
- ▶ **Datos nominales.** También llamados datos no ordenados. Tienen que ver cuando asignamos elementos individuales a categorías con nombre que no tienen un valor o rango implícito o natural
- ▶ **Datos ordinales.** También llamados datos ordenados. En este tipo de datos, los elementos se asignan a categorías que tienen algún tipo de orden implícito o natural, como: “corto”, “medio” o “alto”.

1.1 TIPOS DE DATOS

Además de estos tipos de datos, los programadores deben conocer los siguientes:

Lógicos:

- ▶ **Booleanos.** Son valores del tipo “0” o “1”; “verdadero” o “falso”. Es decir, solamente pueden tener dos valores.

Numéricos:

- ▶ **Enteros.** Son valores sin parte decimal. Por ejemplo: 40, 2015, o 3.
- ▶ **Reales.** Son valores con parte decimal. Por ejemplo: 354.25, 13.5 o 8.0.





1.1 TIPOS DE DATOS

Texto:

- ▶ **Caracteres.** Incluyen dígitos como: “0”, “1”, “9”; también letras como: “a”, “d”, “Y”, “R”; o caracteres especiales como: “%”, “?”, “/”.
- ▶ **Cadenas.** Es la unión de dos o más caracteres. Por ejemplo: “Hola mundo”, “Mi primer programa”, entre otros.

VIDEO

Te invitamos a ver el siguiente video:



1.2 ALGORITMOS Y CICLOS

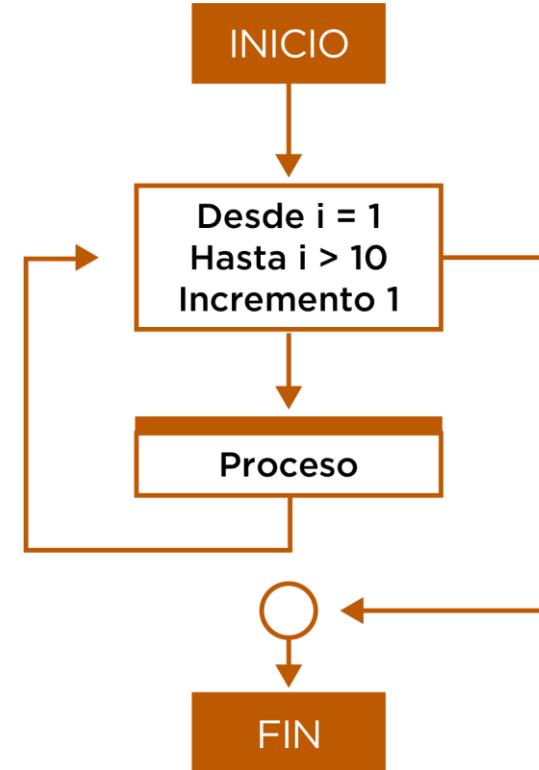
La programación se realiza mediante el uso de algoritmos. Estos son **secuencias finitas, ordenadas y no ambiguas de instrucciones que deben seguirse para resolver un problema.**

Un tipo específico de algoritmos son los **ciclos**. Los cuales **son algoritmos que se repetirán infinitamente hasta que una condición se cumpla**. Por ejemplo: “baila hasta que te canses”, “come hasta que estés satisfecho” o “agrega uno hasta llegar a 1 000”.

1.2 ALGORITMOS Y CICLOS

CICLO FOR

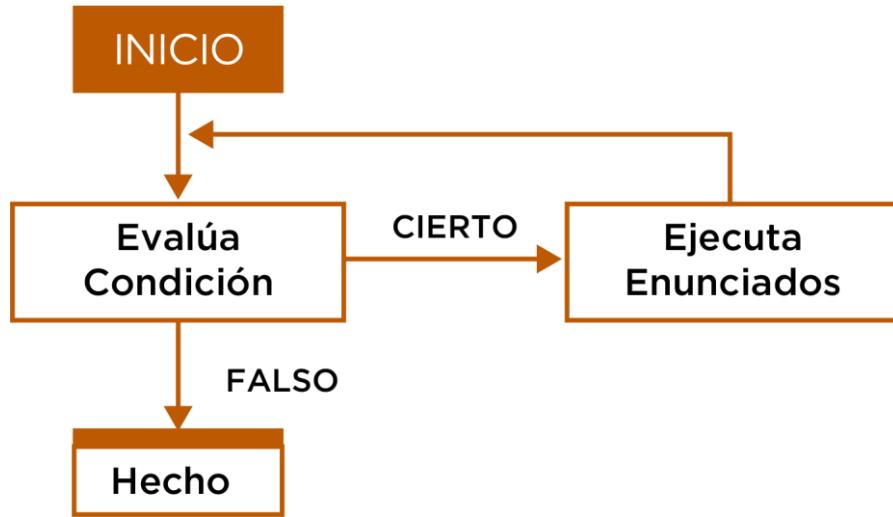
Los ciclos *for* permiten ejecutar una o varias líneas de código de forma iterativa. Se debe conocer un valor específico inicial y otro valor final. Además, nos permiten determinar el tamaño del paso entre cada "giro" o iteración del ciclo. Por ejemplo: "valor inicial 2; valor final 100, incremento de 2" ejecutaría el código 50 veces.



1.2 ALGORITMOS Y CICLOS

CICLO WHILE

Los ciclos *while* son otra forma de hacer repeticiones de condiciones. Nos permiten ejecutarla de manera repetitiva, sin tener un valor inicial o final, ya que este no depende de valores numéricos, sino que depende de condiciones otorgadas del tipo “verdadero” o “falso”. La sentencia o grupo de sentencias que se repite en un bloque se denomina **cuerpo del ciclo**, y cada repetición del cuerpo del ciclo se llama **iteración del ciclo**.



1.2 ALGORITMOS Y CICLOS

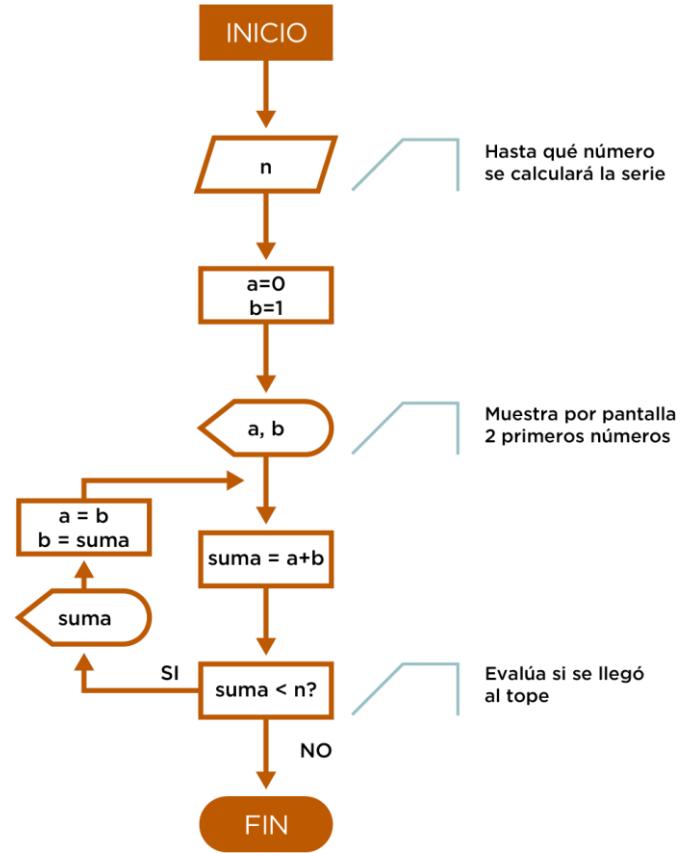
RECUSIVIDAD

La *matrioshka* es una artesanía tradicional rusa. Es una muñeca de madera que contiene otra muñeca más pequeña dentro de sí. Y esta, a su vez, también contiene otra muñeca dentro. Y así, sucesivamente. Eventualmente, encontrarás la muñeca rusa más pequeña. Es de una sola pieza, así que no se abre.



1.2 ALGORITMOS Y CICLOS

¿Qué tienen que ver las muñecas rusas con los algoritmos? Similar a una muñeca rusa, la recursividad consiste en diseñar un algoritmo para resolver un problema, de modo que este resuelva una instancia más pequeña del mismo. A menos que el problema sea tan pequeño que lo podamos resolver directamente. A esta técnica la llamamos recursividad.



1.2 ALGORITMOS Y CICLOS

Esta es la idea básica detrás de los algoritmos recursivos:

Para resolver un problema, resuelve un subproblema que sea una instancia más pequeña del mismo problema, y después usa la solución de esa instancia más pequeña para resolver el problema original.

Para que un algoritmo recursivo funcione, los subproblemas más pequeños eventualmente deben llegar al caso base.



1.2 ALGORITMOS Y CICLOS

Podemos extraer la idea de la recursión en **dos reglas sencillas:**



01. Cada llamada recursiva debe ser sobre una instancia más pequeña del mismo problema; es decir, un subproblema más pequeño.



02. Las llamadas recursivas eventualmente deben alcanzar un caso base, el cual se resuelve sin más recursividad.

1.2 ALGORITMOS Y CICLOS

Regresemos a las muñecas rusas. Aunque no aparecen en ningún algoritmo, puedes ver que cada muñeca encierra a todas las muñecas más pequeñas (de manera análoga al caso recursivo), hasta que la muñeca más pequeña no encierra a ninguna otra (como el caso base).



VIDEO

Te invitamos a ver el siguiente video:





ACTIVIDAD INTEGRADORA 1

Realiza un algoritmo que clasifique un dato, de acuerdo a la clasificación que se describió durante esta unidad. La actividad es de autoestudio y no será evaluada, pero te permitirá entender los conceptos aprendidos en esta unidad a profundidad.





FORO UNIDAD 1

Con los conocimientos que aprendiste en esta unidad, responde la siguiente pregunta:

¿Por qué crees que los programadores utilizan una clasificación de datos específica?

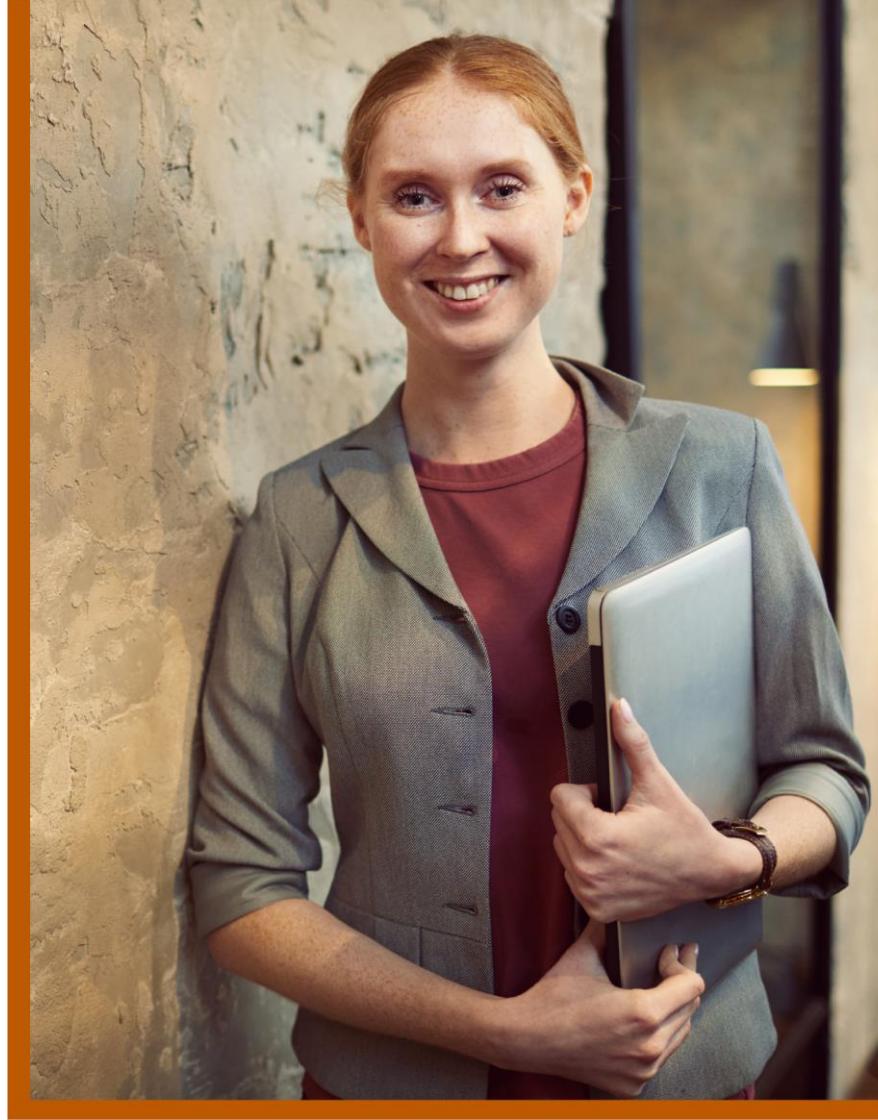
El foro es de autoestudio y no será evaluado, pero te permitirá entender los conceptos aprendidos en esta unidad a profundidad.





CONCLUSIÓN

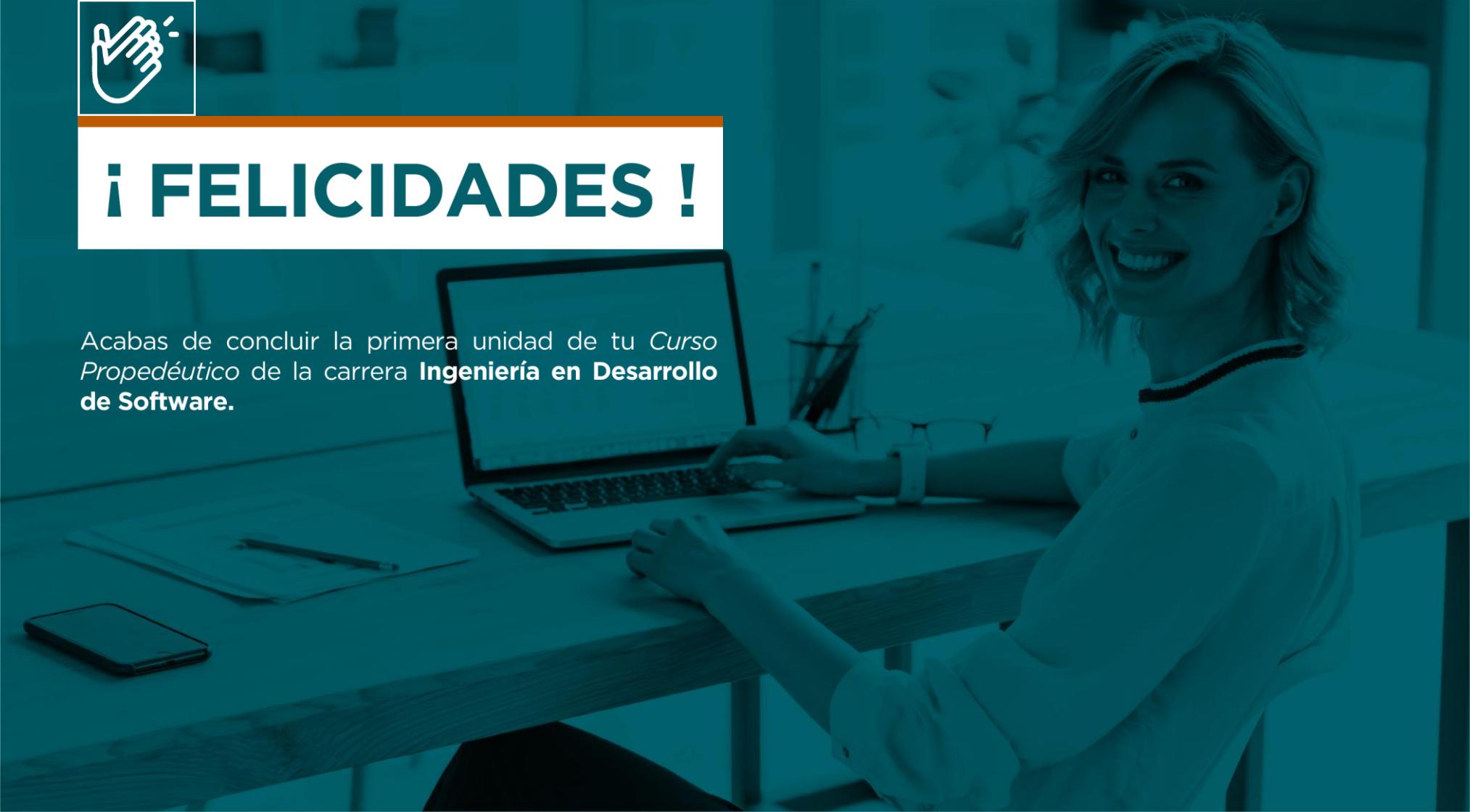
En esta unidad pudiste conocer las clasificaciones de datos y los principales ciclos que se utilizarán a lo largo de diversos lenguajes de programación. Este conocimiento te servirá tanto en cursos de negocios y análisis de datos como al programar sistemas de información.





¡ FELICIDADES !

Acabas de concluir la primera unidad de tu *Curso Propedéutico* de la carrera **Ingeniería en Desarrollo de Software**.



UNIDAD 2.

PRINCIPIOS DE ESTADÍSTICA





UNIDAD 2. TEMARIO

2.1

Relaciones
y Crecimiento

2.2

Pruebas
Estadísticas



INTRODUCCIÓN

En esta segunda unidad aprenderás los conceptos básicos que sirven para determinar relaciones de datos y, en consecuencia, tomar decisiones basadas en hechos. Parte del conocimiento más importante que adquirirás es identificar cuándo utilizar cada herramienta, así como la lógica detrás de esta.



COMPETENCIAS A DESARROLLAR



El alumno será capaz de explicar la diferencia entre correlación y relación causal.



El alumno será capaz de identificar el objetivo de las principales pruebas estadísticas.

2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

La Estadística es la ciencia que se encarga de recopilar, organizar, procesar, analizar e interpretar datos con el fin de deducir las características de un grupo o población objetivo. Sin embargo, esta sería una definición muy estrecha de lo que comprende esta rama del saber.

El principal objetivo de la Estadística es **hacer inferencias acerca de una población**, con base en la información contenida en una muestra. (Pérez, p. 172)





2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Algunos **objetivos específicos** de la Estadística son:

- Conocer la realidad de una observación o fenómeno.
- Determinar lo típico o normal de alguna situación.
- Determinar los cambios que representa el fenómeno.
- Relacionar dos o más fenómenos.
- Determinar las causas que originan el fenómeno.
- Hacer estimaciones sobre el comportamiento futuro del fenómeno.
- Obtener conclusiones de un grupo menor (**muestra**) para hacerlas extensivas a un grupo mayor (**población**).
- Determinar el grado de validez y confiabilidad, ya sea de las predicciones o de las conclusiones obtenidas a partir de muestras.

2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Básicamente, existen dos tipos de Estadística:

- ▶ **Estadística descriptiva.** Es un método para describir numéricamente conjuntos muy grandes. Por tratarse de un método de descripción numérica, utiliza el número como medio para describir un conjunto. Este último debe ser numeroso, ya que las permanencias estadísticas no se dan en los casos raros. No es posible sacar conclusiones concretas y precisas de los datos estadísticos.





2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

► **Estadística inferencial, analítica o deductiva.**

Estudia la probabilidad de éxito de las diferentes soluciones posibles a un problema en las distintas ciencias en las que se aplica. Para ello, utiliza los datos observados en una o varias muestras de la población. Mediante la creación de un modelo matemático, infiere el comportamiento de la población total. Se parte de los resultados obtenidos en las observaciones de las muestras.

2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Independientemente del tipo de Estadística, es importante distinguir el crecimiento **exponencial y el logístico:**

- ▶ **Crecimiento exponencial.** La tasa de crecimiento per cápita (por individuo) de una población es la misma sin importar el tamaño de la población, lo que hace que crezca cada vez más rápido conforme se hace más grande.
- ▶ **Crecimiento logístico.** En la naturaleza, las poblaciones pueden crecer de manera exponencial por un tiempo, pero finalmente se ven limitadas por la disponibilidad de recursos.

2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Para entender los diferentes modelos que se usan para representar las dinámicas poblacionales, empecemos por **la ecuación general de la tasa de crecimiento poblacional** (el cambio en el número de individuos en una población en el tiempo):

$$\frac{dN}{dT} = rN$$

En esta ecuación, dN/dT es la tasa de crecimiento de la población en un momento determinado; N es el tamaño de la población; T es el tiempo; y r es la tasa de aumento per cápita, esto es, qué tan rápido crece la población por cada individuo que existe dentro de la misma.

Si suponemos que no hay un movimiento de individuos hacia adentro o hacia afuera de la población, entonces r es solo una función de las tasas de nacimiento y mortalidad.

2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

La ecuación anterior es muy general, y podemos hacer formas más específicas de ella para describir los dos tipos diferentes de modelos de crecimiento antes mencionados. A saber, el exponencial y el logístico:

- ▶ Cuando la tasa de aumento per cápita (r) toma el mismo valor positivo sin importar el tamaño de la población, entonces tenemos un **crecimiento exponencial**.
- ▶ Cuando la tasa de aumento per cápita (r) disminuye a medida que la población alcanza su límite máximo, entonces tenemos un **crecimiento logístico**.



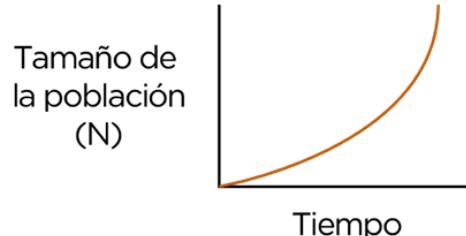
2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

En el siguiente diagrama podrás observar las diferencias entre estos dos tipos de crecimiento. No te preocupes si no lo entiendes del todo todavía:

Crecimiento exponencial

La tasa de crecimiento per capita (**r**) no cambia aunque la población se vuelva muy grande.

$$\frac{dN}{dT} = r_{max}N$$

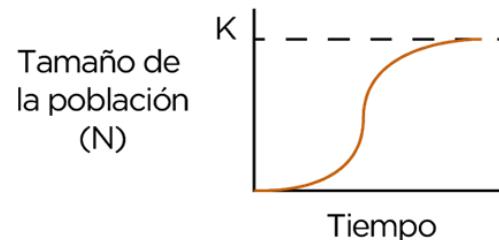


$$\frac{dN}{dT} = rN$$

Crecimiento logístico

La tasa de crecimiento per capita (**r**) disminuye a medida que la población alcanza su tamaño máximo.

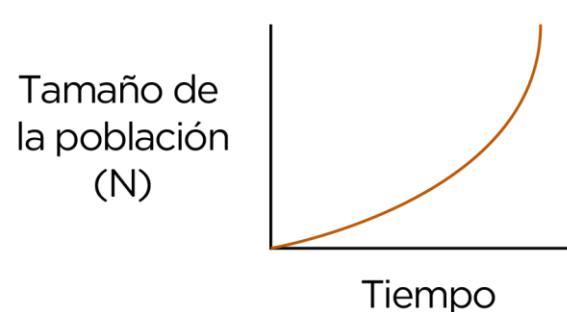
$$\frac{dN}{dT} = r_{max}\left(\frac{K-N}{K}\right) N$$





2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

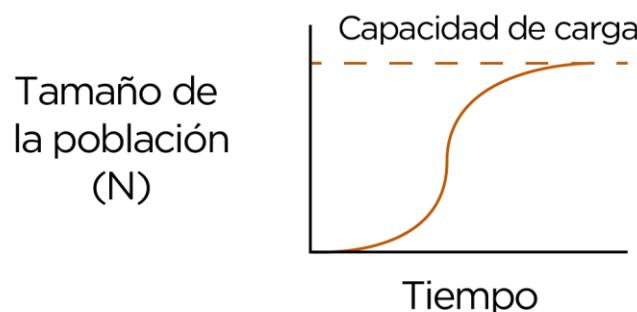
El concepto fundamental del **crecimiento exponencial** es que la tasa de crecimiento poblacional aumenta al mismo tiempo que la población se hace más grande. Los resultados pueden ser dramáticos. Cuando se grafica el tamaño de la población N en el tiempo, se obtiene una gráfica en forma de “J”.





2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

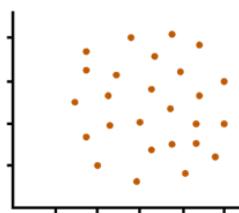
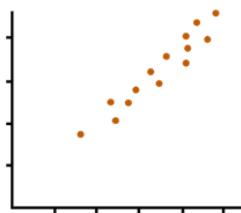
El crecimiento logístico, por su parte, puede ocurrir durante un tiempo, si hay pocos individuos y muchos recursos. Pero cuando el número de individuos es lo suficientemente grande, los recursos empiezan a agotarse, lo que desacelera la tasa de crecimiento. Finalmente, el tamaño de la población se nivelará, o se estabilizará, lo que produce una gráfica con forma de "S".



2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Más allá de los tipos de crecimiento, existen otros términos estadísticos básicos. Por ejemplo, los **tipos de relación entre dos variables**:

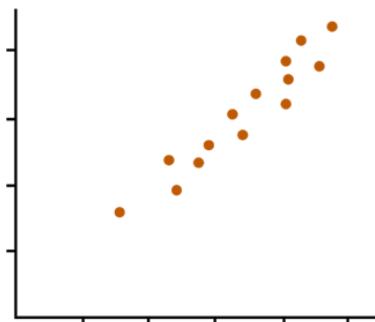
- ▶ **Correlación.** Trata de establecer la relación o dependencia que existe entre las dos variables que intervienen en una distribución bidimensional. Es decir, determinar si los cambios en una de las variables influyen en los cambios de la otra. La correlación, a su vez, se divide en los siguientes tipos:
- **Correlación directa.** Se da cuando, al aumentar una de las variables, la otra tambien aumenta. La recta correspondiente a la nube de puntos de la distribución es una recta creciente.
- **Correlación nula.** Se da cuando no hay dependencia de ningún tipo entre las variables. En este caso, se dice que las variables son incorreladas, y la nube de puntos tiene una forma redondeada.



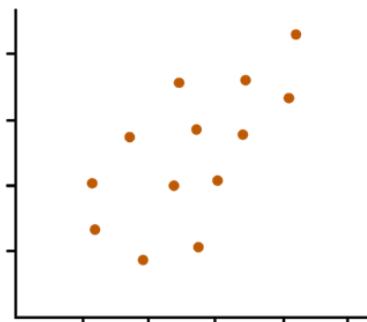
2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Por otra parte, el **grado de correlación** indica la proximidad que hay entre los puntos de la nube de puntos. Se pueden dar dos tipos:

▶ **Correlación fuerte.** La correlación será fuerte cuanto más cerca estén los puntos de la recta.



▶ **Correlación débil.** La correlación será débil cuanto más separados estén los puntos de la recta.



2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Para analizar la relación entre dos variables, además de la correlación, se puede hacer un análisis de regresión:

- ▶ **Análisis de regresión.** Hace posible comprender cómo las variables independientes afectan a otra variable que dependa de ellas.



2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Para aplicar un análisis, podemos distinguir entre **dos tipos de variables:**

- ▶ **Variables dependientes.** Son aquellas que buscamos estudiar para comprender cómo se adaptan al modificar las variables independientes.
- ▶ **Variables independientes.** Son los factores que consideramos que influyen, y que afectan directamente a las variables dependientes.





2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Podemos realizar **tres modelos de análisis** distintos, en función del número de variables y la forma de interactuar entre ellas:

- ▶ Modelo de regresión lineal simple,
- ▶ Modelo de regresión lineal múltiple y
- ▶ Modelo de regresión no lineal.

2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

A continuación, se explica cada una de estos modelos:

- ▶ **Modelo de regresión lineal simple.** El análisis de regresión lineal simple es el **más utilizado y el más sencillo de todos**. Se trata de estudiar el efecto de una variable independiente sobre una única variable dependiente de la primera (o que al menos, a nivel teórico, hemos considerado que es dependiente).
- ▶ **Modelo de regresión lineal múltiple.** Nos encontramos con un modelo que sencillamente cuenta con más de una variable independiente. Este modelo lo aplicaremos cuando tengamos razones para creer que hay más de un factor que afecta a la variable de estudio.
- ▶ **Modelo de regresión no lineal.** Hay ocasiones en las que la relación que puede darse entre variables independientes y la variable dependiente no tenga un desarrollo lineal, sino que tenga, por ejemplo, un crecimiento exponencial.



2.1 RELACIONES Y CRECIMIENTO

Algo que debemos tener presente es que estos modelos predictivos **no son exactos**.

En ellos, **es posible confundir la correlación de dos variables con una causalidad**. Si las variables no tienen una razón lógica para relacionarlas entre sí, podemos llegar a conclusiones erróneas al analizar datos que no se relacionen en la realidad.

VIDEO

Te invitamos a ver el siguiente video:



2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Una de las medidas más utilizadas en Estadística es la **desviación estándar**. Se trata de un índice numérico de la dispersión de un conjunto de datos (o población). Mientras mayor es la desviación estándar, mayor es la dispersión de la población. La desviación estándar es un promedio de las desviaciones individuales de cada observación con respecto a la media de una distribución. Así, la desviación estándar mide el grado de dispersión o variabilidad.





2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

La desviación estándar es una medida en extremo valiosa, con muchas aplicaciones. Por ejemplo, los estadísticos saben que cuando un conjunto de datos se distribuye de manera “normal”, 68% de las observaciones de la distribución tiene un valor que se encuentra a menos de una desviación estándar de la media.

La desviación estándar de una población es normalmente representada por la letra griega sigma (σ), cuando se calcula sobre la base de toda la población; por la letra s (minúscula), cuando se infiere de una muestra; y por la letra S (mayúscula), cuando simplemente corresponde a la desviación estándar de una muestra.

2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

La fórmula de la desviación estándar es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}}$$

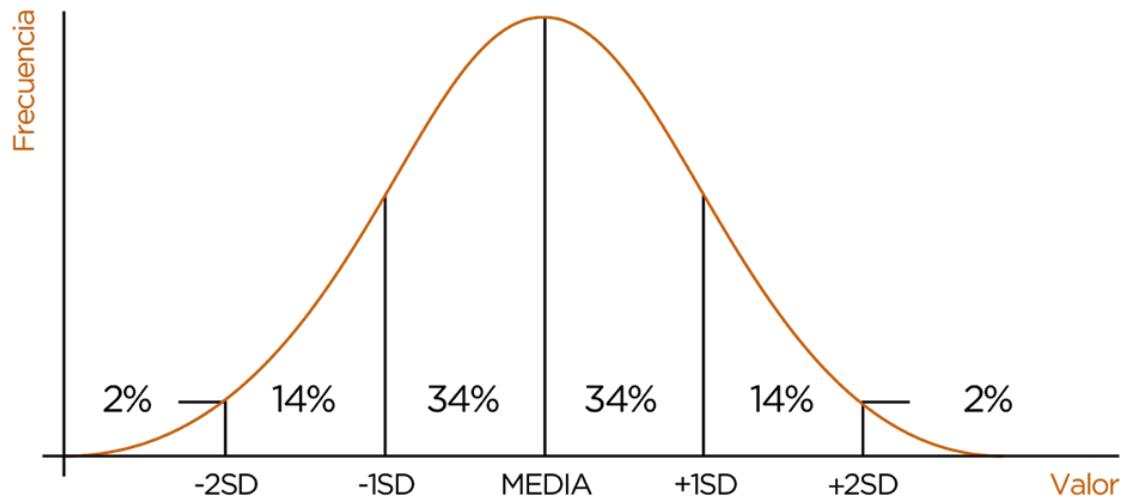
Donde $\sum x^2$ representa la suma de las diferencias al cuadrado entre cada observación y la media; y N representa el número total de observaciones.

La aparente complicación de la fórmula surge del hecho de que al restar la media a los valores de cada observación individual para calcular las diferencias, los valores de las observaciones que están bajo la media producirán diferencias negativas; mientras que los valores de las observaciones que son mayores que la media proporcionarán valores positivos.

Así, las diferencias positivas y negativas se compensarán entre sí. En el caso de una distribución simétrica, producirán una suma igual a cero para la suma de las desviaciones individuales. Para evitar este problema, las desviaciones se elevan al cuadrado, de modo que todas las desviaciones sean positivas y se puedan sumar.

2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Después, se calcula la raíz cuadrada para “compensar”, por decirlo así, la elevación al cuadrado anterior de los valores. Cuando no se incluye la raíz cuadrada, el resultado es otro famoso indicador de dispersión conocido como la **varianza**.





2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Cuando precisamos conocer el valor de una variable en la población, debemos estimarla a partir de los datos obtenidos de muestras extraídas de esta. **Los intervalos de confianza** nos permiten aproximar, una vez calculado el valor de la variable de la muestra, entre qué rango de valores se encuentra el valor real inaccesible de la variable en la población, con un grado de incertidumbre que podemos determinar.

2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Las pruebas t son pruebas de hipótesis útiles en estadística cuando se desea comparar las medias. La media de una muestra se puede comparar con un valor hipotético u objetivo utilizando una prueba t de una muestra.

Las medias de dos grupos se pueden comparar con una prueba t de dos muestras. Si tiene dos grupos con observaciones pareadas (por ejemplo, mediciones de antes y después), utilice **la prueba t pareada**.





2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

El análisis de varianza (ANOVA) es un tipo de prueba paramétrica. Esto quiere decir que deben cumplirse una serie de supuestos para aplicarla, y que el nivel de la variable de interés debe ser, como mínimo, cuantitativo. El análisis de varianza (ANOVA) surge de los conceptos de regresión lineal.

La regresión lineal, en Estadística, es un modelo matemático que se utiliza para aproximar la relación de dependencia entre una variable dependiente Y (por ejemplo, la ansiedad), las variables independientes X_i (por ejemplo, diferentes tratamientos) y un **término aleatorio**.

2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Así, un análisis de varianza (ANOVA) **sirve para determinar si diferentes tratamientos (por ejemplo, tratamientos psicológicos) muestran diferencias significativas;** o si, por el contrario, puede establecerse que sus medias poblaciones no difieren (son prácticamente iguales, o su diferencia no es significativa).

Es decir, se utiliza la ANOVA para contrastar hipótesis acerca de diferencias de medias (siempre más de dos). El ANOVA implica un análisis o descomposición de la variabilidad total; esta, a su vez, se puede atribuir principalmente a **dos fuentes de variación:**

- ▶ Variabilidad intergrupo
- ▶ Variabilidad intragrupo o error

2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

En Estadística, para poder aplicar el análisis de varianza (ANOVA), deben cumplirse una serie de **supuestos**:

- ▶ **Normalidad.** Esto quiere decir que las puntuaciones en la variable dependiente deben seguir una distribución normal. Este supuesto se comprueba mediante las llamadas pruebas de bondad de ajuste.
- ▶ **Independencia.** Implica que no exista autocorrelación entre las puntuaciones. Para asegurarnos del cumplimiento de este supuesto, deberemos realizar un **MAS (Muestreo Aleatorio Simple)** para seleccionar la muestra.
- ▶ **Homocedasticidad.** Este término significa una **igualdad de varianzas de las subpoblaciones**. El supuesto de homocedasticidad se comprueba mediante la prueba de Levene o la de Barlett.

2.2 PRUEBAS ESTADÍSTICAS

- ▶ **Otros supuestos.** Los supuestos anteriores deben cumplirse cuando se emplea el análisis de varianza (ANOVA) intergrupo. Sin embargo, cuando se utiliza un **ANOVA intragrupo**, deben cumplirse los supuestos anteriores y **dos más**:
 - **Esfericidad.** Si no se cumple, indicaría que las diferentes fuentes de error correlacionan entre sí. Una posible solución, si eso pasa, es realizar un MANOVA (Análisis Multivariado de la Varianza).
 - **Aditividad.** Supone la no interacción entre sujeto y tratamiento; si se incumple, engrosaría la varianza error.

VIDEO

Te invitamos a ver el siguiente video:





ACTIVIDAD INTEGRADORA 2

Justifica la prueba que tienes que aplicar para determinar si uno de los cuatro diseños para la página web es la que fomenta mayores ventas los fines de semana. La actividad es de autoestudio y no será evaluada, pero te permitirá entender los conceptos aprendidos en esta unidad a profundidad.





FORO UNIDAD 2

Con los conocimientos que aprendiste en esta unidad, responde la siguiente pregunta:

¿En qué momentos consideras que un Ingeniero de Software utiliza la Estadística para la toma de decisiones?

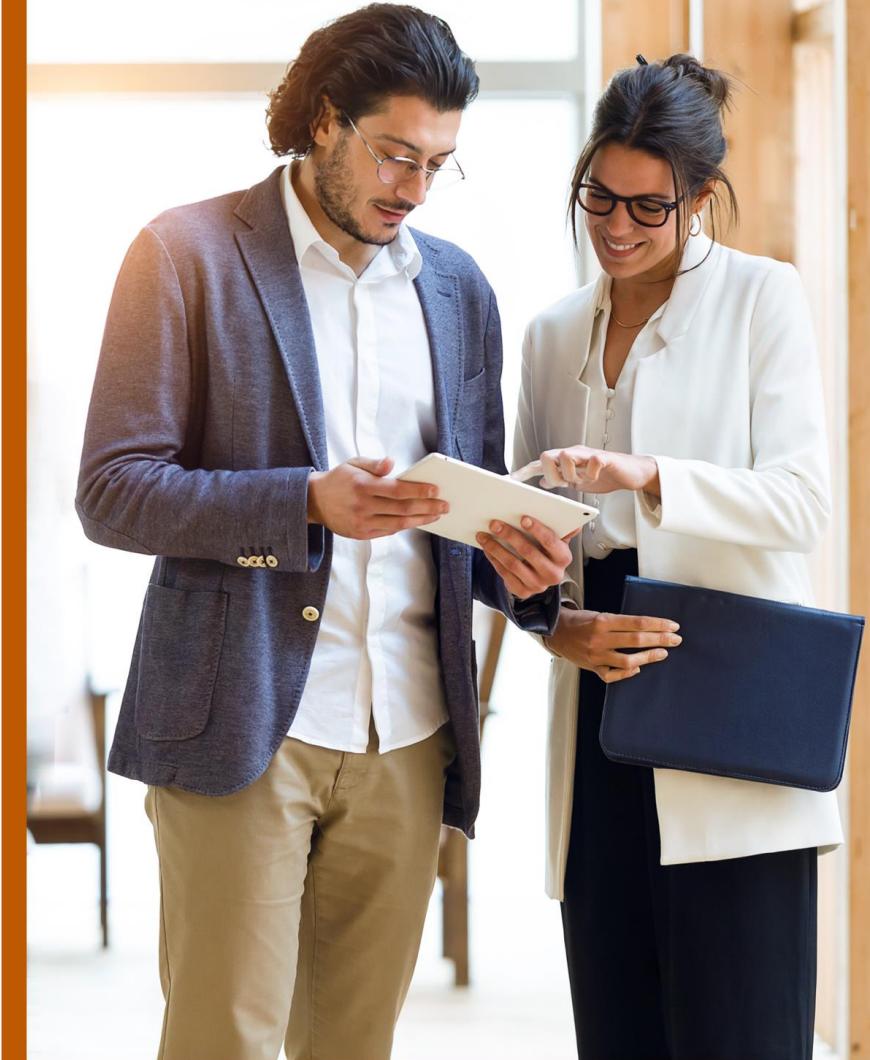
El foro es de autoestudio y no será evaluado, pero te permitirá entender los conceptos aprendidos en esta unidad a profundidad.





CONCLUSIÓN

En esta unidad pudiste conocer los conceptos más básicos de la Estadística. Dicha disciplina tiene una múltiple variedad de aplicaciones reales. Es de gran utilidad para visualizar probabilidades de negocios y, de esta manera, tomar decisiones empresariales. También es útil en instituciones de gobierno, ciencias sociales y control de calidad, entre otras.





¡ FELICIDADES !

Acabas de concluir la segunda unidad de tu *Curso Propedéutico* de la carrera **Ingeniería en Desarrollo de Software**.



UNIDAD 3.

CONJUNTOS





UNIDAD 3.

TEMARIO

3.1

Operaciones
de Conjuntos

3.2

Álgebra
de Conjuntos



INTRODUCCIÓN

En esta tercera unidad aprenderás los elementos básicos de la teoría de conjuntos. Mismos que son muy utilizados durante el desarrollo de sistemas informáticos; en particular, son útiles en consultas a bases de datos y selección de información.



COMPETENCIAS A DESARROLLAR



El alumno será capaz de realizar cálculos básicos con grupos de elementos.



El alumno será capaz de conocer propiedades para resolver problemas de conjuntos.

3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

Conjunto es una colección de objetos diferentes donde, a los objetos que lo conforman, se les llama **elementos** del conjunto.

Por lo general, se denota a los conjuntos con letras mayúsculas y a sus elementos con minúsculas.



3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

Dentro del trabajo con los conjuntos y sus elementos se pueden establecer **las relaciones siguientes:**

- ▶ **Relación de pertenencia.** Si un elemento pertenece a un conjunto se escribe $b \in B$. Se lee como: el elemento b **perteneces** al conjunto B . Si el elemento b **no pertenece** al conjunto B , se escribe $b \notin B$. Los símbolos \in y \notin se utilizan para establecer relaciones entre un **elemento** y un **conjunto**.





3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

► **Relación de inclusión.** Si todos los elementos de un conjunto A son también elementos de un conjunto B , se dice que **A es un subconjunto de B** . Esta relación se expresa como: $A \subseteq B$. Si al menos un elemento de A no es un elemento de B , entonces **A no es un subconjunto de B** ; eso se escribe de la siguiente manera: $A \not\subseteq B$. Se dice que **el conjunto A es igual al conjunto B** , si todos los elementos del conjunto A son elementos del conjunto B y viceversa. Esta relación se escribe: $A = B$.

3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

Los símbolos “ C ” y “ \emptyset ” se utilizan para establecer **relaciones entre dos conjuntos**. Cuando dos conjuntos tienen igual cantidad de elementos se dice que son **equipotentes**.

Un conjunto puede ser representado de las formas siguientes:

- Analítica
- Descriptiva



3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

Forma analítica. Se indican todos los elementos cuando es posible. Se separan cada uno por medio de una coma, o punto y coma, y se encierran entre llaves. A esta forma se le llama **enumeración o extensión**.

Por ejemplo: El conjunto M , formado por los dedos de una mano se escribe así: $M = \{\text{pulgar}, \text{medio}, \text{meñique}, \text{índice}, \text{anular}\}$. Esta forma de escribir se denomina **notación tabular**.

En ocasiones también, para listar todos los elementos de algunos conjuntos, se requiere de mucho espacio y tiempo, o simplemente no es posible hacerlo.

Por ejemplo: “El conjunto A , formado por los números enteros pares mayores que veinte y menores que un millón”.

En estos casos, se enumeran algunos elementos del conjunto, ya sean los primeros o los últimos, seguidos (o antecedidos) de tres puntos “...”. Así, el ejemplo anterior puede expresarse de la siguiente manera:

$$A = \{22, 24, 26, 28, \dots, 999998\}$$

3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

Con respecto a la **cantidad de elementos**, podemos decir que un conjunto es:

- ▶ **Finito.** Cuando tiene n elementos. Al ser n un número natural. En el caso contrario, al conjunto se le llama infinito.
- ▶ **Vacio.** Cuando carece de elementos. El símbolo que se utiliza para representar este conjunto es \emptyset .
- ▶ **Unitario.** Cuando posee un único elemento.



3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

Con los conjuntos se pueden realizar las operaciones siguientes:

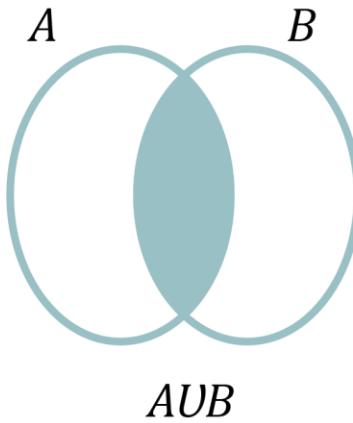
- ▶ **Unión.** La unión de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos de los dos conjuntos. Es decir, los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B , o a ambos. Esta operación se denota como: **$A \cup B$** .

En forma descriptiva, esta operación se puede definir como:

$$A \cup B = \frac{x}{x} \in A \text{ o } x \in B$$

La lectura de esta expresión puede ser: La unión de los conjuntos A y B es el conjunto de todas las x que pertenezcan al conjunto A o pertenezcan al conjunto B .

En forma gráfica:



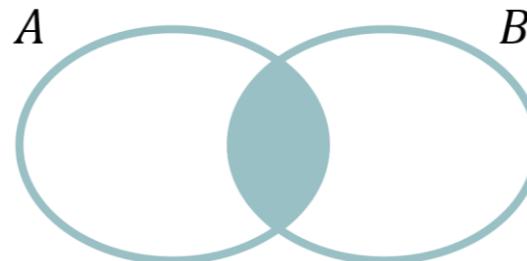
$$A \cup B$$

A photograph of a man with a beard and short brown hair, wearing a dark blue jacket over a light-colored shirt. He is sitting at a desk in an office, looking intently at a computer monitor. His hands are on the keyboard. The background shows large windows and some greenery outside.

3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

► **Intersección.** La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a ambos conjuntos, o sea, los elementos comunes. Es decir, los elementos que pertenecen a A y pertenecen a B . Esta operación se denota: **$A \cap B$** .

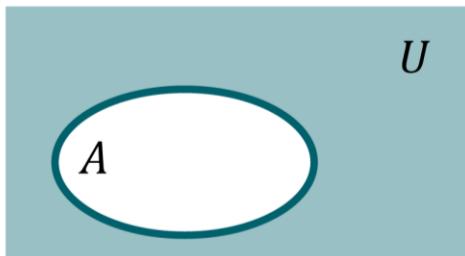
En forma gráfica:



3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

► **Diferencia.** Sean dos conjuntos A y B cualesquiera, su diferencia es el conjunto que se forma con los elementos que pertenecen al conjunto A , pero que **no pertenecen** al conjunto B . Al igual que la operación aritmética que llamamos sustracción, la diferencia entre dos conjuntos no es comutativa; o sea $\mathbf{A \setminus B}$ no es lo mismo que $\mathbf{B \setminus A}$.

En forma gráfica:



Nota:

denotamos la diferencia entre conjuntos como $\mathbf{A - B}$ o $\mathbf{A \setminus B}$.



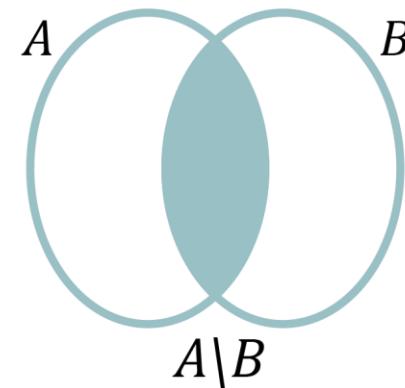


3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

Forma descriptiva. La diferencia de dos conjuntos A y B se puede expresar de la siguiente manera :

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

En forma gráfica:



3.1 OPERACIONES DE CONJUNTOS

- **Complemento de un conjunto.** Si consideramos U como el **conjunto universo**, y al conjunto A como subconjunto de U , el **complemento de A** lo podemos definir como el conjunto formado por los elementos que están en U y que no están en el conjunto A .

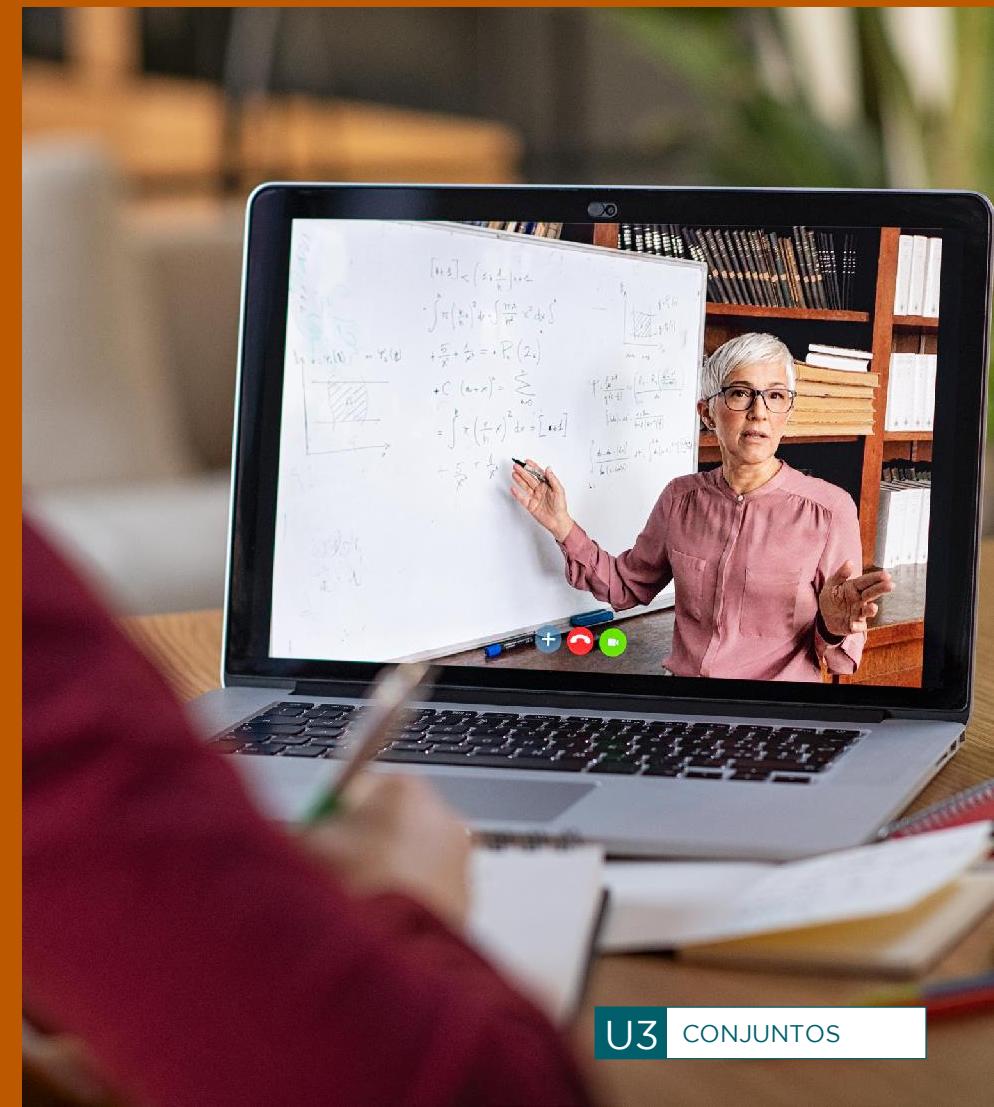
Se denota como A^c o $U \setminus A$

En forma descriptiva la podemos definir como:

$$A^c = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

VIDEO

Te invitamos a ver el siguiente video:



3.2 ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

Hay veces que en el álgebra necesitas simplificar una expresión. Las propiedades de los números reales proveen herramientas para ayudarte a tomar una expresión complicada y simplificarla.

Propiedades del álgebra que se usan comúnmente para simplificar expresiones algebraicas:

- Asociativa,
- Comutativa y
- Distributiva.





3.2 ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

► **Propiedad conmutativa de la suma y de la multiplicación.** Te encontrarás con rutinas diarias cuyo orden puede ser intercambiado sin modificar el resultado. Por ejemplo:

- Servir 12 onzas de café en una taza, luego añadir leche.
- Añadir leche en una taza, luego añadir 12 onzas de café.

Igualmente, la propiedad conmutativa de la suma dice que cuando dos números son sumados, el orden puede ser cambiado sin afectar el resultado. Por ejemplo: $30 + 25$ da el mismo resultado que $25 + 30$.

$$30 + 25 = 55 \quad 25 + 30 = 55$$

Propiedad conmutativa de la suma

Para cualesquiera números reales a y b , $a+b = b+a$.



3.2 ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

La multiplicación se comporta de la misma forma. La propiedad conmutativa de la multiplicación dice que, cuando dos números se multiplican, su orden puede cambiar sin afectar el resultado. Por ejemplo: $7 \cdot 12$ tiene el mismo producto que $12 \cdot 7$.

$$\begin{aligned}7 \cdot 12 &= 84 \\12 \cdot 7 &= 84\end{aligned}$$

El orden no importa, siempre y cuando las dos cantidades se multipliquen. Esta propiedad funciona para números reales.

Propiedad conmutativa de la multiplicación

Para cualesquiera números reales a y b , $a \cdot b = b \cdot a$.

3.2 ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

► **Las propiedades asociativas de la suma y de la multiplicación.** Dice que los números en una expresión aditiva pueden agruparse de distinta manera sin cambiar la suma. Por ejemplo:

$$4 + 5 + 6 = 9 + 6 = 15$$

$$4 + 5 + 6 = 4 + 11 = 15$$

Propiedad asociativa de la suma

Para cualesquiera números reales a , b y c ,
 $(a+b) + c = a + (b+c)$.



3.2 ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

La multiplicación tiene una propiedad asociativa que funciona exactamente igual que la de la suma. **La propiedad asociativa de la multiplicación** dice que los números en una expresión de multiplicación pueden reagruparse usando paréntesis.

Por ejemplo, la siguiente expresión diapositiva puede ser reescrita de dos maneras distintas usando la propiedad asociativa:

Expresión original:

$$-\frac{5}{2} \cdot 6 \cdot 4$$

Expresión 1:

$$\left(-\frac{5}{2} \cdot 6\right) \cdot 4 = \left(-\frac{30}{2}\right) \cdot 4 = -15 \cdot 4 = -60$$

Expresión 2:

$$-\frac{5}{2} \cdot (6 \cdot 4) = -\frac{5}{2} \cdot 24 = -\frac{120}{2} = -60$$

Propiedad asociativa de la multiplicación

Para cualesquiera números reales a , b y c ,
 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

3.2 ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

► Propiedad distributiva de la multiplicación.

Es una propiedad muy útil que nos permite reescribir expresiones en las que estás multiplicando un número por una suma o una resta. La propiedad dice que el producto de una suma o una resta como $6(5-2)$, es igual a la suma o resta de los productos, en este caso, $6(5) - 6(2)$.

Las propiedades distributivas

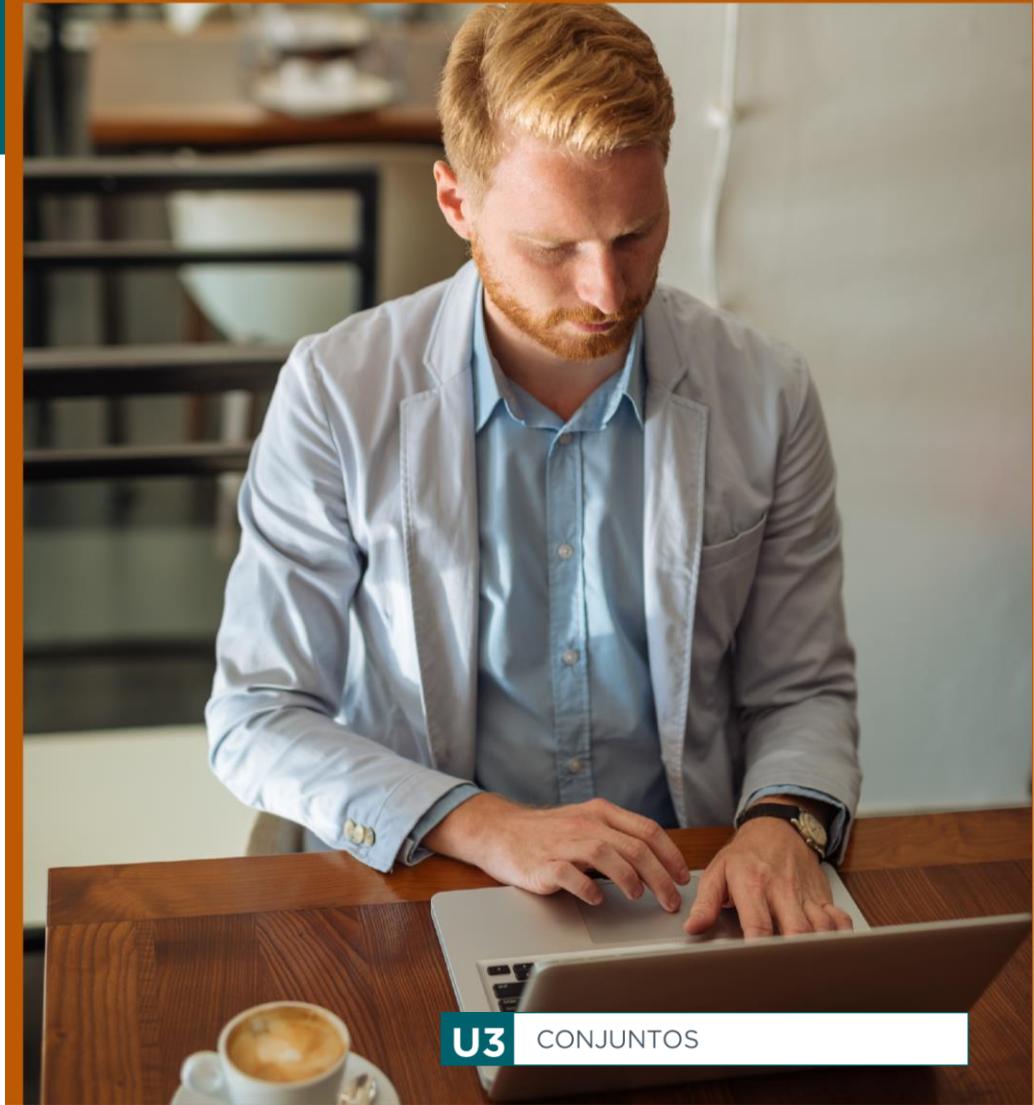
Para cualesquiera números reales a , b y c :

La multiplicación se distribuye sobre la suma:

$$a(b+c) = ab + ac$$

La multiplicación se distribuye sobre la resta:

$$a(b-c) = ab - ac$$





ACTIVIDAD INTEGRADORA 3

Escribe la notación que se requiere para definir la siguiente sentencia: “Todos los usuarios que compraron playeras amarillas y pantalones negros, pero que no adquirieron bufandas rojas ni sombreros azules”. La actividad es de autoestudio y no será evaluada, pero te permitirá entender los conceptos aprendidos en esta unidad a profundidad.





FORO UNIDAD 3

Con los conocimientos que aprendiste en esta unidad, responde la siguiente pregunta:

¿En qué momentos consideras que un Ingeniero de Software utiliza el álgebra de conjuntos?

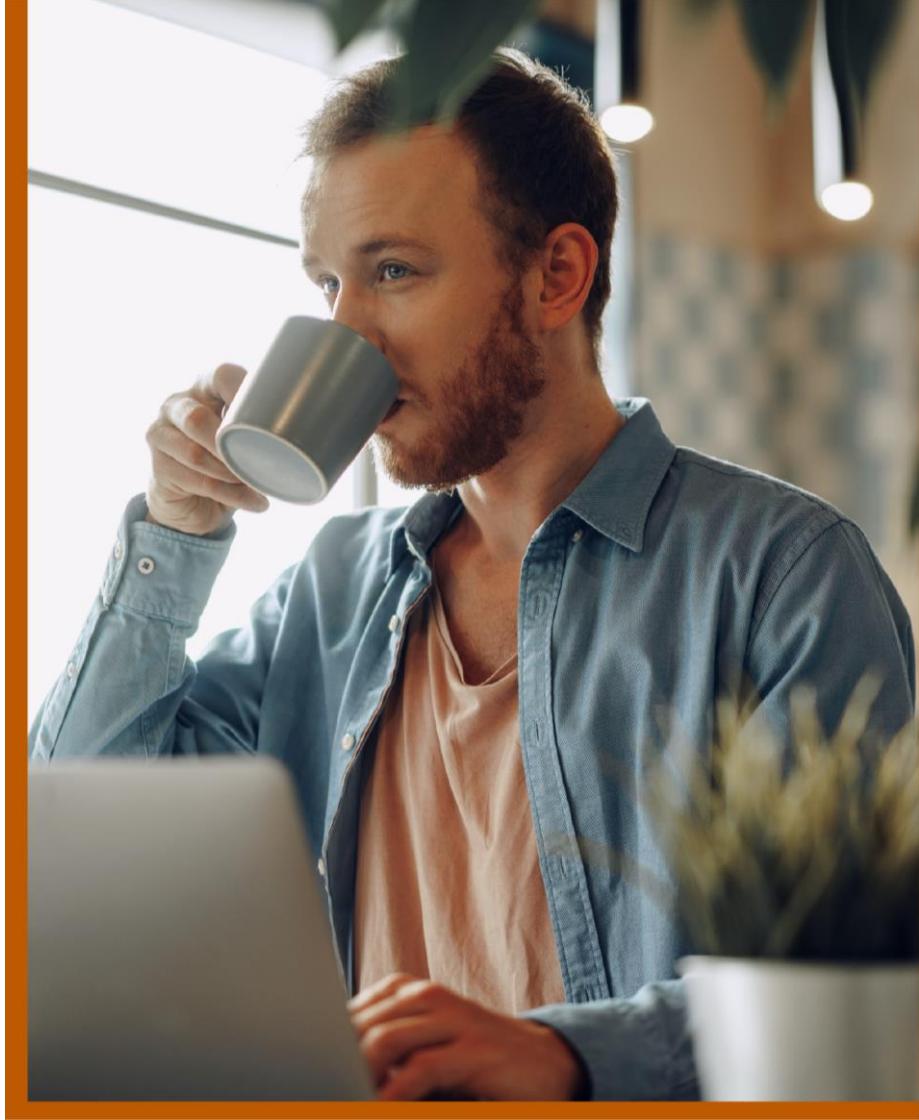
El foro es de autoestudio y no será evaluado, pero te permitirá entender los conceptos aprendidos en esta unidad a profundidad.





CONCLUSIÓN

Los datos y su análisis dependen en gran medida de cómo se conceptualizan. De la misma manera, también dependen del conjunto de elementos que se organicen para su administración. En este sentido, la teoría de conjuntos es básica para realizar consultas, pero también para realizar optimizaciones de algoritmos. Este conocimiento forma parte esencial de las actividades diarias que el Ingeniero de Software realiza.





¡ FELICIDADES !

Acabas de concluir la tercera unidad de tu *Curso Propedéutico* de la carrera **Ingeniería en Desarrollo de Software**.

UNIDAD 4.

MATRICES





UNIDAD 4.

TEMARIO

4.1

Tipos de
Matrices

4.2

Operaciones
con Matrices



INTRODUCCIÓN

En esta cuarta unidad aprenderás a clasificar los distintos tipos de matrices, así como sus usos y las operaciones que se pueden realizar entre ellas. Es de particular relevancia el lograr comprender en qué contextos las matrices pueden ser herramientas para la solución de problemas en la industria del software.



COMPETENCIAS A DESARROLLAR



El alumno será capaz de identificar los tipos de matrices existentes.



El alumno será capaz de ejecutar operaciones con matrices.

4.1 TIPOS DE MATRICES

Las matrices son herramientas del álgebra que facilitan el ordenamiento de datos, así como su manejo. **Una matriz es una tabla bidimensional de números en cantidades abstractas que pueden sumarse y multiplicarse.**

Las matrices se utilizan para describir sistemas de ecuaciones lineales, y registrar los datos que dependen de varios parámetros. Las matrices se describen en el campo de la teoría de matrices y pueden descomponerse de varias formas.



4.1 TIPOS DE MATRICES

Una matriz es una tabla cuadrada o rectangular de datos (llamados **elementos**). Estos últimos se ordenan en filas y columnas. Una **fila** es cada una de las **líneas horizontales** de la matriz; y una **columna** es cada una de las **líneas verticales**. A una matriz con m filas y n columnas se le denomina **matriz m -por- n** (escrito mxn), y a m y n dimensiones de la matriz.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Columnas de la matriz A

Filas de la matriz A

4.1 TIPOS DE MATRICES

Al elemento de una matriz que se encuentra en la fila ***i*-ésima** y la columna ***j*-ésima** se le llama **elemento $a_{i,j}$ o elemento (i,j) -ésimo de la matriz**. Se vuelven a poner primero las filas y después las columnas. Abreviadamente se puede expresar **$A = (a_{ij})$** . Cada elemento de la matriz lleva **dos subíndices**:

- ▶ El primero de estos subíndices, a saber i , indica la fila en la que se encuentra el elemento; y el segundo, a saber: j , indica la columna.



4.1 TIPOS DE MATRICES

Existen distintos tipos de matrices, por ejemplo:

► **Matriz fila.** La matriz que solo tiene una fila: → $(1 \ 2 \ 3 \ 0)$

► **Matriz columna.** La matriz que solo tiene una columna: →

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

► **Matriz nula.** Donde todos sus elementos valen cero: → $(0 \ 0 \ 0)$

4.1 TIPOS DE MATRICES

► **Matriz cuadrada.** Quiere decir que tiene igual número de filas que de columnas. Los siguientes tipos de matrices solo son aplicables para matrices cuadradas:

- **Matriz simétrica:** una matriz cuadrada es simétrica cuando los elementos a ambos lados de la diagonal principal son iguales. Es decir $a_{ij}=a_{ji}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

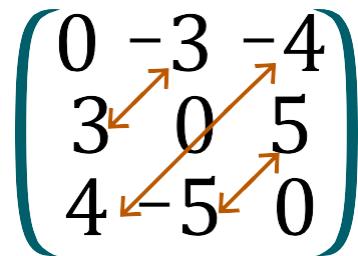
$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

The matrix is shown with orange arrows indicating the symmetry. Arrows point from the element 3 in the first row, second column to the element 3 in the second row, first column. Another arrow points from 5 in the first row, third column to 5 in the second row, second column. A third arrow points from 4 in the second row, first column to 4 in the third row, second column. A fourth arrow points from 2 in the second row, third column to 2 in the third row, first column. This visualizes how the matrix remains unchanged when reflected across its main diagonal.

4.1 TIPOS DE MATRICES

- **Matriz antisimétrica (o hemisimétrica):** matriz cuadrada en la que los elementos a ambos lados de la diagonal principal son opuestos (iguales pero con distinto signo), y los elementos de la diagonal principal deben ser cero:

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$


4.1 TIPOS DE MATRICES

- **Matriz diagonal:** matriz cuadrada donde los elementos que no están en la diagonal principal son cero:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- **Matriz escalar:** matriz cuadrada donde los elementos que no están en la diagonal principal son cero y los elementos de la diagonal principal son iguales:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4.1 TIPOS DE MATRICES

- **Matriz identidad o unidad:** matriz cuadrada donde los elementos de la diagonal principal son unos (1) y el resto ceros (0). Se representa por la matriz identidad de orden 2, la identidad de orden 3, la de orden 4, etc. Su simbología es la siguiente: I_2 , I_3 , I_4 , respectivamente

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4.1 TIPOS DE MATRICES

- **Matriz triangular superior:** todos los elementos por debajo de la diagonal principal son cero:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

- **Matriz triangular inferior:** todos los elementos por encima de la diagonal principal son cero:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

4.2 OPERACIONES CON MATRICES

La suma y la resta no están definidas para matrices de diferentes tamaños. Dadas dos matrices A y B podemos realizar su suma o diferencia de acuerdo a la siguiente **regla**:

Para sumar o restar dos matrices del mismo tamaño, se suman o restan los elementos que se encuentren en la misma posición, lo que resulta en otra matriz de igual tamaño. Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -7 & 0 & -4 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$$

4.2 OPERACIONES CON MATRICES

Las propiedades que se pueden aplicar son las siguientes:

- ▶ **Comutativa:** $A + B = B + A$
- ▶ **Asociativa:** $A + (B + C) = (A + B) + C$
- ▶ **Elemento neutro:** La matriz nula del tamaño correspondiente.
- ▶ **Elemento opuesto de A:** La matriz $-A$, que resulta de cambiar de signo a los elementos de A , por ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$-A = \begin{pmatrix} -1 & -0 & -0 \\ -2 & -4 & -0 \\ -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

4.2 OPERACIONES CON MATRICES

Dada una matriz cualquiera A , se llama **matriz traspuesta de A** . Se representa por A^t a la matriz que resulta de intercambiar las filas y las columnas de A . Por ejemplo, si A es como se describe, entonces A^t sería:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 7 \\ -3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^t = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \\ 0 & 2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

Las propiedades que se pueden aplicar son las siguientes:

- ▶ $(At)^t = A$, es decir, la traspuesta de la traspuesta es la matriz inicial.
- ▶ $(A + B)^t = A^t + B^t$
- ▶ $(k \cdot A)^t = k \cdot A^t$

A close-up photograph of a chessboard showing four black pawns. The board is overlaid with a white network graph consisting of nodes (circles) and edges (lines). One pawn is positioned on a node that is part of a small cycle. Another pawn is on a node that is part of a larger cycle. A third pawn is on a node that is part of a straight line of three nodes. The fourth pawn is on a node that is part of a straight line of two nodes. The background is dark, and the network graph is white.

4.2 OPERACIONES CON MATRICES

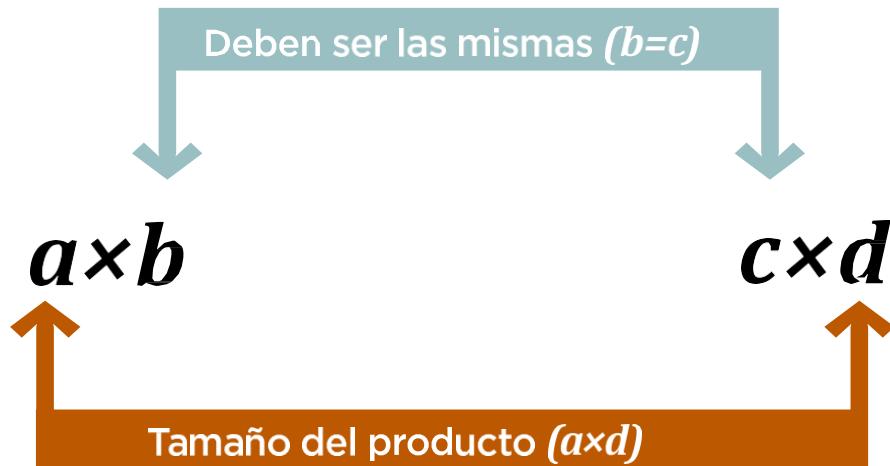
No todas las matrices pueden multiplicarse.

Para dos matrices A y B , en este orden, $A \cdot B$, es condición indispensable que el número de columnas de A sea igual al número de filas de B . Si no se cumple esta condición, el producto $A \cdot B$ no puede realizarse. De modo que esta es una condición que debemos comprobar previamente.

4.2 OPERACIONES CON MATRICES

La multiplicación matricial no es conmutativa. Es decir: $A \times B \neq B \times A$

Dadas A_{ab} y B_{cd} , donde a, b, c, d son sus límites, las matrices A y B deben cumplir la siguiente **restricción**:



VIDEO

Te invitamos a ver el siguiente video:





ACTIVIDAD INTEGRADORA 4

Multiplica dos matrices de 3×3 que tengan una diagonal identidad. La actividad es de autoestudio y no será evaluada, pero te permitirá entender los conceptos aprendidos en esta unidad a profundidad.





FORO UNIDAD 4

Con los conocimientos que aprendiste en esta unidad, responde la siguiente pregunta:

¿En qué momentos consideras que un Ingeniero de Software podría utilizar operaciones con matrices?

El foro es de autoestudio y no será evaluado, pero te permitirá entender los conceptos aprendidos en esta unidad a profundidad.

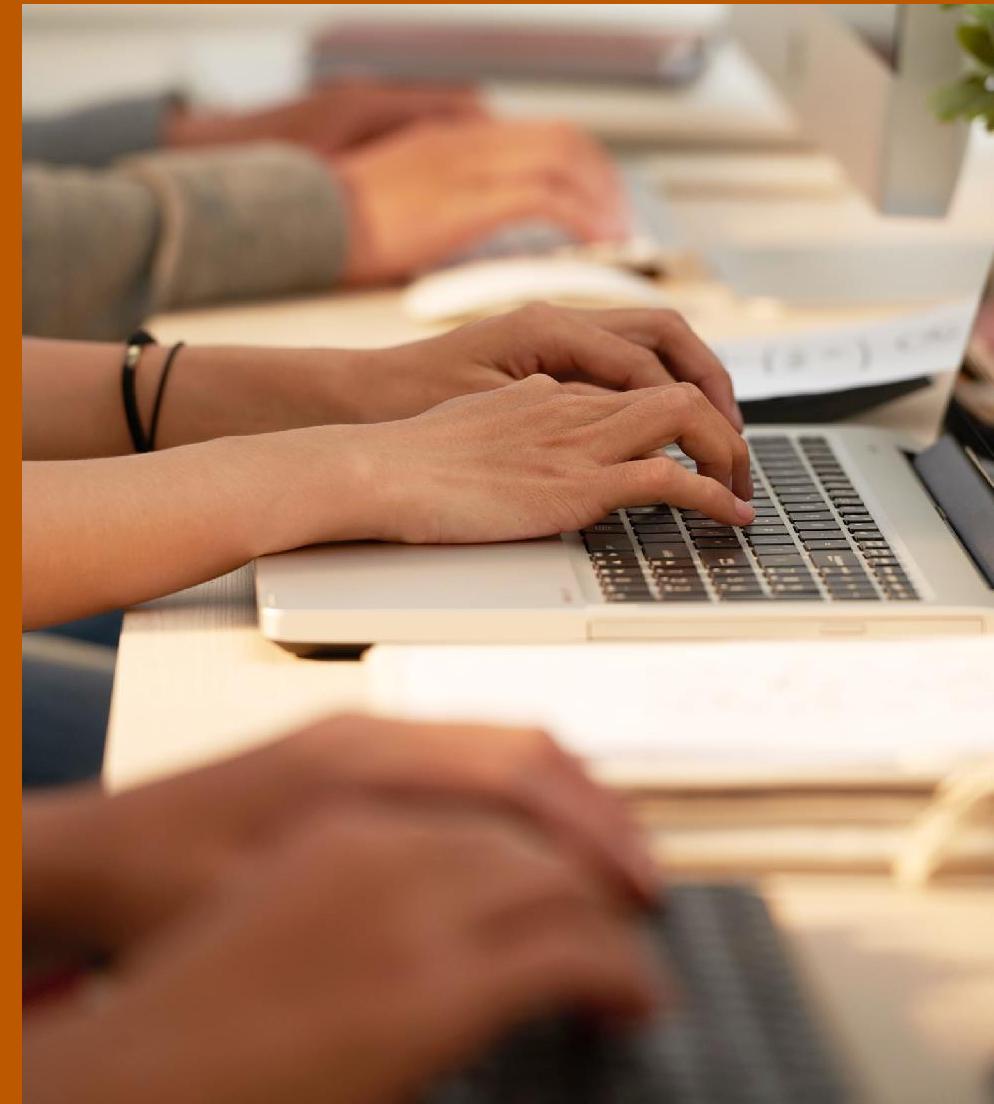




CONCLUSIÓN

En esta última unidad se analizaron los principios básicos de las matemáticas matriciales. Estos principios, como el resto del curso, se discutirán a profundidad durante la ingeniería.

Con esta unidad se cierra el curso propedéutico, donde se plantearon algunos de los temas más fundamentales que necesitarás para la carrera Ingeniería en Software ¡Enhорabuena!





I FELICIDADES!

Acabas de concluir la cuarta unidad de tu
Curso Propedéutico de la carrera Ingeniería
en Desarrollo de Software.

