Hamerson Piarpuezan

3) Encuentre la transformada Z, para las siguientes señales.

i) $x[n] = -a^n u[-n-1]$

La funcion $u[-n-1]$ es 1 para $n \leq -1$, y 0 para $n \geq 0$

Entonces

$$x[n] = -a^n \text{ para } n \leq -1, \quad x[n] = 0 \text{ para } n \geq 0$$

usamos la T-Z bilateral (porque la señal vive en $n<0$

$$x(z) = \sum_{n=-\infty}^{-1} (-a^n) z^{-n} = -\sum_{n=-\infty}^{-1} (a^n z^{-n})$$

$m = -n \Rightarrow -m$, y cuando $n = -1 \Rightarrow m = 1$, $n = -\infty \Rightarrow m = \infty$:

$$x(z) = -\sum_{m=1}^{\infty} (a^{-m} z^m) = -\sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(\frac{z}{a}\right)^m\right)$$

. Esto es una serie geometrica de razón $\frac{z}{a}$, valida si $\left|\frac{z}{a}\right| < 1$ $\Rightarrow |z| < |a|$:

$$x(z) = -\left(\frac{\frac{z}{a}}{1-\frac{z}{a}}\right) = \left(\frac{z}{a-z}\right)$$

$$\boxed{x(z) = -\frac{z}{a-z}, \quad ROC: |z| < |a|}$$

ii) $x[n] = a^n$ para $0 \leq n \leq N-1$, con $a > 0$

Esta señal es finita de duracion N, de la forma:

$$x[n] = a^n \cdot (u[n] - u[n-N])$$

• Transformada Z unilateral:

$$x(z) = \sum_{n=0}^{N-1} (a z^{-1})^n = \frac{1-(a z^{-1})^N}{1-a z^{-1}}$$

multiplicamos num y dem por z^N

$$\bullet\ x(z) = \frac{z^N - a^N}{z^n - a z^{N-1}} = \frac{1-(a z^{-1})^N}{1-a z^{-1}} = \boxed{x(z) = \frac{1-(a z^{-1})^N}{1-a z^{-1}} \quad ROC \neq 0}$$

iii) $x[n] = \{5, 3, -2, 0, 4, -3\}$ con $x[0] = 5$

La señal esta definida para $n=0$ hasta $n=5$ entonces:

$x[0] = 5$, $x[1] = 3$ $x[2] = -2$ $x[3] = 0$

$x[4] = 4$, $x[5] = -3$

Transformada z unilateral.

$$X(z) = \sum_{n=0}^{5} x[n] z^{-n} = 5 + 3z^{-1} - 2z^{-2} + 0z^{-3} + 4z^{-4} + 3z^{-5}$$

$$\boxed{X(z) = 5 + 3z^{-1} - 2z^{-2} + 4z^{-4} - 3z^{-5}}$$