Parcial # 2 Hamerson Joel Diaipuezan.

. El sistema masa resorte y amortiguador y se puede modelar a partir de la conservacion de Fuerzas.

$$F_S(t) + F_F(t) + F_I(t) = F_E(t)$$

donde $F_S(t) = ky(t)$, $F_F(t) = c\frac{dy(t)}{dt}$,

$$F_I = m\frac{d^2y(t)}{dt^2}.$$

por consecuente:

$$m\frac{d^2y(t)}{dt^2} + c\frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = F_E(t) = x(t)$$

aplicando la transformada de laplace.

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^n x(t)}{dt}\right\} = s^n X(s)$$, tenemos que

$$ms^2 y(s) + csy(s) + ky(s) = X(s) \quad y:$$

$$\underbrace{H(s) = \frac{y(s)}{X(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}}$$

Funcion de transferencia sistema masa, resorte, amortiguador.

Ahora para el circulo electrico presentado, hallamos la respectiva funcion de transferencia.

LVK malla $i_1(t)$

$$-v_i(t) + L\frac{d}{dt} i_1(t) + \frac{1}{C}\int_0^t (i_1(t) - i_2(t))dt$$
$$= 0$$

utilizando las impedancias transformadas, obtenemos:

$$V_1(s) = LsI_1(s) + (I_1(s) - I_2(s))\frac{1}{Cs} \quad (1)$$

Ahora hallamos LVK malla $i_2(t)$:

$$i_2(t)R + \frac{1}{C}\int_0^t (i_2(t) - i_1(t)) dt = 0$$

donde $V_o t = i_2(t)R$

utilizando las impedancias transformadas, obtenemos:

$$I_2(s)R + (I_2(s) - I_1(s))\frac{1}{Cs} = 0$$

despejando $I_1(s)$, se obtiene.

$$\frac{I_1(s)}{Cs} = +\frac{I_2(s)}{Cs} + I_2(s)R$$

$$I_1(s) = \frac{I_2(s)\,Cs + I_2(s)\,RsC}{Cs}$$

$$I_1(s) = I_2(s)\cdot(1 + (RsC)) \quad (2)$$

Tema | Día | Mes | Año | ESTILO

reemplazando (2) en (1)

$$\Rightarrow Vi(s) = LsI_2(s)(1+CRs) + (I_2(s).(1+CRs) - I_2(s))\frac{1}{Cs}$$

$$\Rightarrow V_i(s) = LsI_2(s) + CRLs^2I_2(s) + (I_2(s) + CRsI_2(s) - I_2(s))\frac{1}{Cs}$$

$$\Rightarrow V_i(s) = LsI_2 + CRLs^2I_2(s) + RI_2(s)$$

$$\Rightarrow Vi(s) = I_2(s)[RLs^2 + Ls + R]$$

$$\Rightarrow \frac{I_2(s)}{Vi(s)} = \frac{1}{CRLs^2+Ls+R}$$

reemplazando $I_2(s) = \frac{V_o(s)}{R}$ se obtiene:

$$\frac{V_o(s)}{RVi(s)} = \frac{1}{CRLs^2+Ls+R} \rightarrow \frac{V_o(s)}{V_i(s)} =$$

$$= \frac{R}{CRLs^2+Ls+R} \cdot \left(\frac{1/R}{1/R}\right)$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CLs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

Función de transferencia, Circuito eléctrico

- Equivalencia del circuito electrico en pendulo elastico.

Circuito Electrico	Pendulo Elastico
CL	m
L/R	c
1	k

Entonces:

$$H(s) = \frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

- Su equivalente.

$$H(s) = \frac{1}{m^2 + cs + k} = \frac{\frac{1}{m}}{\left(s^2 + \frac{cs}{m} + \frac{k}{m}\right)}$$

- hallando la forma Canonica de segundo orden.

- Comparando: $s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2$

$$= s^2 + \frac{cs}{m} + \frac{k}{m}$$

- Igualando Coeficientes:

$1 = 1 \rightarrow$ COEF s^2

$w_n^2 = \frac{k}{m} \rightarrow$ COEF independiente.

$2\xi w_n = \frac{c}{m} \rightarrow$ COEF s

- hallando frecuencia natural no amortiguada.

$$\omega_n = \boxed{\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

- hallando factor de amortiguamiento.

$$2\xi\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{c}{m} \rightarrow \xi = \boxed{\frac{c}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}}}$$

- hallando la ganancia K

$$K\omega_n^2 = \frac{1}{m} \rightarrow K = \frac{1}{m\omega_n^2} \rightarrow K = \frac{1}{m \cdot \frac{k}{m}}$$

$$\rightarrow \boxed{K = \frac{1}{k}}$$

- finalmente la forma canonica de segundo orden es:

$$H(s) = K\frac{\omega_n^2}{s^2 + \xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$H(s) = \frac{1}{k} \cdot \frac{\frac{k}{m}}{s^2 + 2\left(\frac{c}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}}\right)\sqrt{\frac{k}{m}}\,s + \frac{k}{m}}$$

$$H(s) = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m} + \frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{1}{m\left(s^2 + \frac{c}{m} \cdot s + \frac{k}{m}\right)}$$

Powered by CamScanner