Eléctrica, Mecánica
y Profesiones Afines

Día / Day | Mes / Month | Año / Year

- Transformada de la place.

- Demuestre si los siguientes sistemas de la forma $y = \mathcal{H}\{x\}$, son sistemas lineales o invariantes en el tiempo (SLIT), (simule los sistemas en python)

- $y[n] = x[n]/3 + 2x[n-1] - y[n-1]$.
- $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k]$.
- $y[n] = \text{median}(x[n]$: donde median es la funcion mediana sobre una ventana de tamaño 3
- $y(t) = Ax(t) + B;\ A, B \in \mathbb{R}$.

1 Linealidad Sistema 1

Sea $x_1[n] \to y_1[n]$, y $x_2[n-1] - y_1[n-1]$

$$y_1[n] = \frac{x_1[n]}{3} + 2x_1[n-1] - y_1[n-1]$$

$$y_2[n] = \frac{x_2[n]}{3} + 2x_2[n-1] - y_2[n-1]$$

Se quiere probar que.

$$x[n] = ax_1[n] + bx_2[n]$$

$$y[n] = ay_1[n] + by_2[n]$$

Sustituyendo.

$$y[n] = \frac{ax_1[n] + bx_2[n]}{3} + 2(ax_1[n-1] + bx_2[n-1]) - \ldots$$

$$\ldots - y[n-1]$$

Día Day | Mes Month | Año Year

Comparacion directa.

$y[n-1] = ay_1[n-1] + by_2[n-1]$

$\therefore y[n] = ay_1[n] + by_2[n]$

Se cumple la propiedad de linealidad

$\rightarrow x[n-n_0] \rightarrow y[n-n_0]$, entonces:

$$y[n-n_0] = \frac{x[n-n_0]}{3} + 2x[n-n_0-1] - y[n-n_0-1]$$

Como la forma de la ecuacion no cambia al desplasar la entrada, se dice que el sistema es invariante en el tiempo

El sistema es $\boxed{SLIT}$

(2) Sistema 2.

Linealidad

Sea $x[n] = ax_1[n] + bx_2[n]$; $y[n] = \sum_{x=-\infty}^{n} x^2[k]$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} (a^2 x_1^2[k] + bx_2[k])^2$$

Factorizando se obtiene.

$$= \sum_{k=-\infty}^{n} (a^2 x_1^2[k] + 2abx_1[k] + b^2 x_2^2[k]) \neq$$

$$\neq a \sum x_1^2 + b \sum x_2^2[k]$$

No cumple la propiedad de linealidad

→ invarianza en el tiempo:

desplazando $x[n] \to [x[n-n_0]]$:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k-n_0] = \sum_{k=-\infty}^{n-n_0} x^2[k] = y[n-n_0]$$

cumple con la invarianza en el tiempo

Linealidad ✗
invariante ✓

El sistema no es $\boxed{SLIT}$

3 Sistema $y[n] = \tilde{x}(x[n-1], x_n, x[n+1])$

Se tiene en cuenta que la mediana no es una operacion lineal ej:

- $x_1 = [1,1,1]$; $\tilde{x} = 1$
- $x_2 = [3,3,3]$; $\tilde{x} = 3$

Pero $0.5 \times 1 + 0.5 \times 3 = 2$, en general falla

- $x_3 = [0, 5, 100]$ $\tilde{x} = 5$
- $x_4 = [0, 6, 100]$ $\tilde{x} = 6$

$x = x_3 + x_4 = [0, 11, 200]$ $\tilde{x} = 11$

Pero no siempre ocurre $\widetilde{x_3} + \widetilde{x_4} = 5+6 = 11$ por lo que el comportamiento no es garantizado

∴ No es Lineal

Día Day	Mes Month	Año Year

invaianza en el tiempo:

si se dezplasa la señal, tambien se desplaza la ventana | el sistema si es vaiiante en el tiempo

Linealidad X

invaianza ✓

El sistema no es $\boxed{SLIT}$

4 sistema $y(t) = Ax(t) + B$

Linealidad.

Se lequiere que:

$T\{ax_1(t) + bx_2(t)\} = aT\{x_1(t)\} + bT\{x_2(t)\}$

Verificacion: $T\{x(t)\} = Ax(t) + B$

Entonces

$T\{ax_1 + bx_2\} = A(ax_1 + bx_2) + B$

mientras que:

$aT\{x_1\} + bT\{x_2\} = a(Ax_1 + B) + b(Ax_2 + B)$

$= A(ax_1 + bx_2) + (a+b)B$

Solo si $B = 0$

Pero si $B \neq 0$

Es lineal cuando $B = 0$ ✓

Día Day | Mes Month | Año Year

→ invarianza en el tiempo

si se desplaza la entrada

$$x(t) \to x(t-t_0) \Rightarrow y(t) = A x(t-t_0) + B = y(t-t_0)$$

∴ es variante en el tiempo

Solo si $B = 0$ es $\boxed{SLIT}$

si $B \neq 0$ no es $\boxed{SLIT}$