به‌نام خدا

تمرین دوم - درس الگوریتم پیشرفته

دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

دیماه ۱۴۰۱

۱

فرض کنید در یک جدول امکان تفکیک جمله از آنجا به بعد را به صورت درست و نادرست نگهداری کنیم. حالا از اول جمله جلو می‌رویم و اگر از اول عبارت تا آنجا در لغتنامه موجود بود بررسی می‌کنیم که آیا از آنجا به بعد هم به شکل درستی قابل تفکیک هست یا نه؟

اگر بود مقدار این درایه هم درست می‌شود وگرنه نادرست می‌شود. فضای حافظه مورد نیاز به اندازه طول عبارت یعنی از مرتبه n است و پیچیدگی زمانی آن هم از مرتبه n^2 است چون برای هر اندیس باید تمام اندیس‌های بعدی بررسی شوند.

۲

مساله را برای از ابتدای ورودی تا کاراکتر iام و پترن از ابتدا تا کاراکترjام حل میکنیم به این صورت که :

اگر کاراکتر آخر پترن ستاره بود دو حالت را بررسی می کنیم: یکی ورودی از ابتدا تا iام و پترن از ابتدا تا $j-1$ام و دیگری ورودی از ابتدا تا $i-1$ام و پترن از ابتدا تا jام و اگر یکی از این دو انطباق انجام شد یعنی مساله اولیه هم انطباق دارد.

اگر کاراکتر آخر پترن ؟ بود مساله را برای ورودی از ابتدا تا $i-1$ ام و پترن برای از ابتدا تا $j-1$ام حل می کنیم و اگر این انطباق وجود داشت یعنی مساله اولیه هم انطباق دارد.

اگر کاراکتر آخر پترن غیر از این دو حالت بود در صورت انطباق کاراکتر با ورودی مساله را برای ورودی از ابتدا تا $i-1$ ام و پترن برای از ابتدا تا $j-1$ام حل می کنیم و اگر این انطباق هم وجود داشت یعنی مساله اولیه هم انطباق دارد.

اگر i و j هر دو صفر باشند انطباق صورت میگیرد

اگر فقط j برابر صفر باشد انطباق صورت نمی گیرد

اگر i صفر باشد در صورتی انطباق صورت میگیرد که تمام کاراکترهای پترن ستاره باشند.

مرتبه فضا و زمان مورد نیاز از مرتبه $O(|pattern| * |input|)$ است.

۳

۱-۳

در یک جواب بهینه اگر k اندیس اولین کلمه در خط آخر باشد باید $k-1$ کلمه قبلی به صورت اپتیمال تایپ شده باشند وگرنه نحوه تایپ دیگری وجود خواهد داشت که جواب را بهینه کند و در نتیجه با بهینه بودن جواب در تناقض خواهد بود.

۲-۳

اگر هزینه بهینه تایپ k کلمه را با $cost(k)$ نمایش دهیم داریم:
$Cost(k) = min_{1\leq i\leq j}\{cost(i-1) + linecost(i,k)\}$

۳-۳

کافیست تابع هزینه قسمت قبل را از یک تا n محاسبه کنیم و در هر مرحله هم طبق روش برنامه نویسی پویا مقادیر مورد نیاز قبلی را در اختیار داریم. در یک آرایه دیگر هم می توانیم اندیسی که منجر به جواب بهینه در آن مرحله می شود را نگهداری کنیم تا بعد از حل سوال بشود جواب را تولید کرد.
بنابراین فضای مورد نیاز از $O(n)$ و زمان از $O(n^2)$ خواهد بود با فرض اینکه هزینه خط از iتاj را یکبار محاسبه کرده باشیم.

۴

در مورد دو سوال انتخاب اگر ترتیب انتخاب ۱و۲ باشد میانگین جایزه مورد انتظار
$p_1 \times p_2 \times (d_1 + d_2) + p_1 \times (1 - p_2) \times d1$ و اگر ترتیب انتخاب ۲ و ۱ باشد میانگین جایزه مورد انتظار:
$p_1 \times p_2 \times (d_1 + d_2) + p_2 \times (1 - p_1) \times d2$ خواهد بود و در صورتی ۱ و ۲ را انتخاب می کنیم که
$p_1 \times (1 - p_2) \times d1$ بزرگتر از $p_2 \times (1 - p_1) \times d2$ باشد یعنی $\frac{p_1 \times d_1}{(1-p_1)}$ بزرگتر از $\frac{p_2 \times d_2}{(1-p_2)}$ باشد. بنابراین کافیست سوالات را بر اساس بزرگی این نسبت انتخاب کنیم.

۵

کافیست ابتدای اولین بازه را روی کوچکترین عدد قرار دهیم و سپس ابتدای بازه دوم را روی کوچکترین عدد پوشش داده نشده قرار دهیم.

موفق باشید