

FEUILLE D'EXERCICES N°5

Pivot dans la méthode du simplexe

Exercice 4 – Réaliser un pivot Pour chacun des problèmes de la forme

$$\begin{array}{ll} \text{Maximiser} & {}^t c x \\ \text{sous les contraintes} & A x = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

qui suivent, traiter les questions suivantes.

- (a) Quelle est la solution de base du système $Ax = b$ associée à γ ?
 (b) Réaliser un pivot pour faire sortir x_i de la base initiale γ et faire entrer x_j dans la nouvelle base δ . On exprimera la fonction objectif en fonction des nouvelles variables hors base.
 (c) La solution de base obtenue est-elle admissible ? Est-elle optimale ?

$$(\mathcal{P}_1) \quad \begin{array}{ll} \text{Maximiser} & z = 10 + 3x_3 \\ \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} x_1 + 8x_3 = 17 \\ x_2 - 6x_3 = 7 \\ x_3 + x_4 = 2 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma(1) = 1 \\ \gamma(2) = 2 \\ \gamma(3) = 4 \end{array} \right., \quad (i, j) = (4, 3)$$

$$(\mathcal{P}_2) \quad \begin{array}{ll} \text{Maximiser} & z = -7 + x_1 - 7x_3 \\ \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 + 6x_3 + x_4 = 12 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma(1) = 2 \\ \gamma(2) = 4 \end{array} \right., \quad (i, j) = (4, 1)$$

$$(\mathcal{P}_3) \quad \begin{array}{ll} \text{Maximiser} & z = 23 - 4x_1 - 2x_4 + 25x_5 \\ \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} -2x_1 + x_2 + 2x_4 - 7x_5 = 7 \\ 3x_1 + x_3 - x_4 - x_5 = 8 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma(1) = 2 \\ \gamma(2) = 3 \end{array} \right., \quad (i, j) = (3, 5)$$

$$(\mathcal{P}_4) \quad \begin{array}{ll} \text{Maximiser} & z = -2 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \\ \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} x_1 + x_2 - 5x_3 - 4x_4 = 1 \\ -11x_3 + 9x_4 + x_5 = 12 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma(1) = 1 \\ \gamma(2) = 5 \end{array} \right., \quad (i, j) = (1, 4)$$

Exercice 5 – Choisir un pivot Pour chacun des problèmes qui suivent, traiter les questions suivantes.

- (a) Quels sont les pivots possibles pour faire sortir x_i de la base initiale γ ?
 (b) Trouver, le cas échéant, un pivot qui donne une solution de base admissible permettant d'augmenter la valeur de la fonction objectif. On pourra utiliser les résultats de la **Feuille d'exercices 1**.

$$(\mathcal{P}_1) \quad \begin{array}{ll} \text{Maximiser} & z = -50 + 2x_1 + x_4 - 5x_5 \\ \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} -3x_1 + x_2 - 7x_4 - 4x_5 = 2 \\ -2x_1 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma(1) = 2 \\ \gamma(2) = 3 \end{array} \right., \quad i = 2$$

$$(\mathcal{P}_2) \quad \begin{array}{ll} \text{Maximiser} & z = 23 + x_2 + x_3 + x_5 \\ \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} x_1 + x_3 + 2x_5 = 6 \\ x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma(1) = 1 \\ \gamma(2) = 4 \end{array} \right., \quad i = 1$$

$$(\mathcal{P}_3) \quad \begin{array}{ll} \text{Maximiser} & z = x_3 - 2x_4 \\ \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} x_1 - 31x_3 + 49x_4 = 3 \\ x_2 + 11x_3 - 18x_4 = 1 \\ 15x_3 - 28x_4 + x_5 = 2 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma(1) = 1 \\ \gamma(2) = 2 \\ \gamma(3) = 5 \end{array} \right., \quad i = 5$$