

FEUILLE D'EXERCICES N°6

Problèmes de première espèce

Exercice 1 – Critère naturel Pour chacun des problèmes suivants, écrire le problème sous une forme standard équivalente, puis appliquer la méthode du simplexe pour trouver une solution optimale. Pour le choix du pivot, on utilisera le critère naturel. *On explicitera à chaque changement de base la variable entrante et la variable sortante, la solution de base associée à la base courante.*

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser} & z = x_1 + 2x_2 \\
 \text{sous les contraintes} & 3x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 (\mathcal{P}_1) & 5x_1 + x_2 \leq 1 \\
 & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\
 & x_1 + 4x_2 \leq 5 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser} & z = 3x_1 + 5x_2 + 5x_3 \\
 \text{sous les contraintes} & x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 3 \\
 (\mathcal{P}_2) & 3x_1 - x_2 \leq 2 \\
 & 2x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 4 \\
 & -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 2 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser} & z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\
 \text{sous les contraintes} & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\
 (\mathcal{P}_3) & 2x_1 + 3x_3 \leq 5 \\
 & 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 7 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser} & z = 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \\
 \text{sous les contraintes} & x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 5 \\
 (\mathcal{P}_4) & 2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 11 \\
 & 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 8 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{array}$$

Exercice 2 – Critère de BLAND Pour chacun des problèmes de l'exercice précédent, appliquer la méthode du simplexe pour trouver une solution optimale. Pour le choix du pivot, on utilisera le critère de BLAND. Quelle méthode est la plus efficace? *On explicitera à chaque changement de base la variable entrante et la variable sortante, la solution de base associée à la base courante.*

Problème Considérons le problème sous forme canonique suivant :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser} & z = 10x_1 - 57x_2 - 9x_3 - 24x_4 \\
 \text{sous les contraintes} & x_1/2 - 11x_2/2 - 5x_3/2 + 9x_4 \leq 0 \\
 & x_1/2 - 3x_2/2 - x_3/2 + x_4 \leq 0 \\
 & x_1 \leq 1 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
 \end{array}$$

- (a) Écrire ce problème sous forme standard.
- (b) Résoudre ce problème par la méthode du simplexe en utilisant le critère naturel. Qu'observe-t-on?
- (c) Reprendre la question précédente avec le critère de BLAND.