

FEUILLE D'EXERCICES N°2

Résolution graphique

Exercice – Résolution graphique Pour chacun des problèmes d'optimisation linéaire suivants,

- (a) tracer le polyèdre des contraintes ;
- (b) tracer les lignes de niveau 0, 1 et -1 de la fonction objectif ;
- (c) proposer une solution optimale.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser} & z = 2x_1 + 2x_2 \\
 \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}
 \end{array}
 \quad (\mathcal{P}_1)$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser} & z = 2x_1 - x_2 \\
 \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}
 \end{array}
 \quad (\mathcal{P}_2)$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimiser} & z = -x_1 + x_2 \\
 \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 2x_2 \geq -2 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}
 \end{array}
 \quad (\mathcal{P}_3)$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser} & z = 2x_1 - 3x_2 \\
 \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 - x_2 \geq 1 \\ 2x_1 - x_2 \geq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}
 \end{array}
 \quad (\mathcal{P}_4)$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimiser} & z = 20x_1 + 28x_2 \\
 \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1 - 4x_2 \leq -2 \\ 2x_1 + x_2 \geq 5 \\ 5x_1 + 7x_2 \leq 44 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}
 \end{array}
 \quad (\mathcal{P}_5)$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimiser} & z = 4x_1 - x_2 \\
 \text{sous les contraintes} & \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 \geq 18 \\ -x_1 + 5x_2 \leq 18 \\ x_1 - 3x_2 \leq 8 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 17 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}
 \end{array}
 \quad (\mathcal{P}_6)$$

Problème On considère le problème d'optimisation suivant :

Un fabricant de meubles possède quatre ateliers (nommons-les Atelier A, B, C et D), capables de produire deux modèles de meubles différents (une chaise et une table). La vente d'une chaise rapporte 10€ au fabricant, tandis que la vente d'une table lui rapporte 20€. Chaque atelier recycle ses déchets en énergie de manière différente, si bien que, pour chaque atelier, la consommation d'énergie pour produire une chaise ou une table est donnée dans le tableau suivant :

	Chaise	Table
Atelier A	-3	2
Atelier B	-1	2
Atelier C	1	1
Atelier D	1	0

(un coût négatif signifie que la fabrication du produit nécessite moins d'énergie que celle produite par recyclage). Par ailleurs, chaque atelier est limité en consommation horaire d'énergie :

	Consommation maximum
Atelier A	2
Atelier B	4
Atelier C	5
Atelier D	3

Quelle production horaire de chaises et de tables maximise le bénéfice du fabricant ?

- (a) Mettre en équation le problème considéré.
- (b) Montrer que la fonction objectif est linéaire.
- (c) Proposer une solution optimale à l'aide de la résolution graphique.