

Risque systemique vue comme un seuil de résilience

Hamidou Diallo¹

¹INRIA-Gipsa-Lab, Grenoble, France

May 7, 2025

Abstract

Le risque systémique depuis la crise 2007–2008 est devenu un sujet essentiel dans le domaine de la finance et pour la recherche en finance. Le **risque systémique** c'est le risque d'effondrement du système financier, c'est-à-dire une proportion importante de banques d'un pays en défaut pouvant mener à une crise globale. Dans cet article, on cherche à quantifier la résilience d'un réseau interbancaire à différents chocs exogènes. Pour cela on applique l'algorithme itératif de défauts fictifs d'Eisenberg et Noe sur des réseaux Erdős-Rényi pour simuler la propagation des défauts. Nos résultats montrent qu'il existe bien un lien entre la densité du réseau financier et la probabilité de défaut en cascade. Dans l'état actuel de l'étude, on peut avancer un argument en faveur d'une structure plus favorable à la dilution d'un choc, qui minimiserait donc la contagion financière.

Mots-clés: réseau financier, théorie des graphes, contagion financière, risque systémique

Keywords: financial network, graph theory, financial contagion, systemic risk

Classification JEL: G01, G21, D85

1 Introduction

1.1 Contexte de recherche et collaboration

Cette étude s'inscrit dans le cadre d'un projet d'Introduction à la Recherche au sein de l'IMAG, en collaboration avec les équipes **DANCE** et **POLARIS** de l'INRIA Grenoble. L'équipe **POLARIS** travaille sur l'analyse des performances des très grands systèmes distribués, tandis que l'équipe **DANCE** se concentre sur l'étude des dynamiques sur les réseaux. Cette collaboration interdisciplinaire nous a permis d'aborder la question du risque systémique avec des outils et perspectives complémentaires, en associant modélisation mathématique et simulation informatique.

1.2 Le risque systémique et son importance

La crise financière de 2007-2008 a fourni une illustration dramatique de la propagation des défaillances dans un réseau financier Glasserman and Young [2016]. Lehman Brothers était la 4e plus grande banque d'investissement en Amérique. En se basant sur la description de Soramäki et al. [2006] du réseau interbancaire aux USA, qui nous indique qu'il existe des grandes banques nommées **core**,

très fortement liées entre elles, et les **périphéries** qui empruntent à ces grandes banques. Ces banques avec un capital très important portent l'appellation "**too big to fail**", ainsi lorsque Lehman Brothers fut en défaut, il y a eu une cascade de défauts. Cependant, d'autres facteurs économiques étaient présents, comme la liquidité et les produits dérivés. La forte connectivité du réseau de dette interbancaire aux USA a créé des canaux de contagion qui ont aggravé la situation de la crise. Ces événements ont révélé comment des institutions fortement interconnectées pouvaient transformer des chocs initialement localisés en une crise systémique.

L'étude du risque systémique est devenue centrale dans l'analyse de la stabilité financière. Cette crise a révélé comment la défaillance d'institutions individuelles pouvait se propager à travers un réseau d'interconnexions et menacer l'intégrité du système financier global. Cette crise systémique est justement ce qui va nous permettre de donner un sens au **risque systémique**, qui n'est rien d'autre que la probabilité qu'une crise systémique se produise. Ainsi, pour un réseau de dette interbancaire donné, si on réussit à trouver les paramètres qui interviennent le plus sur la fragilité du réseau, on réussira à donner une mesure de ce risque.

1.3 Modélisation et approche méthodologique

Pour donner un sens à ces paramètres, parlons rapidement du modèle choisi. Notre approche se situe à l'intersection de la théorie des graphes aléatoires, de l'informatique appliquée à la finance et à l'économie. On considère un réseau de dette interbancaire comme un graphe pondéré et orienté, avec le sens des flèches représentant l'obligation de l'emprunteur vers le prêteur. Supposons dans cette introduction que ce graphe représente le réseau interbancaire d'un monde économique fictif, où les banques sont des entités qui n'échangent que des dettes, il n'y a aucun problème de liquidité ou encore de taux d'intérêt. Ainsi, on représente une banque avec un bilan simplifié, les dettes extérieures au réseau et les dettes liées au réseau.

Un premier problème qu'on peut soulever, comme Glasserman and Young [2016] le souligne dans son article, est pourquoi les banques décident de tant se lier à d'autres banques à travers les dettes ? Ce que la théorie financière nous enseigne, c'est que toutes les banques cherchent à réduire le risque derrière chaque opération financière. Ainsi, la forte connectivité permettant de diversifier leurs actifs chez différents acteurs, les banques empruntent et prêtent le plus possible. Mais on verra par la suite que selon la nature du réseau et selon la longueur des cycles présents dans le réseau, ces diversifications peuvent se retourner contre les banques en cas de défaut d'un de leurs créanciers. On voit donc que le niveau d'interconnexion joue un rôle important dans la fragilité du réseau.

1.4 Objectifs et problématique

Dans cette étude, nous examinons spécifiquement l'impact du niveau d'interconnexion sur la résilience d'un réseau financier. La fragilité d'un système financier est un sujet important tant d'un point de vue économique que financier. Économique car plus le risque systémique est élevé, plus les conséquences sur l'économie réelle seront importantes, se traduisant par des récessions, du chômage et des interventions publiques coûteuses. Financier car dans les mécanismes internes du système, cela se traduit par une plus grande volatilité et une diminution du volume de capital bancaire.

1.5 État de l'art et positionnement

Notons que Glasserman and Young [2016] explique dans son article l'importance non pas d'un seul paramètre, mais plutôt comment plusieurs paramètres interagissent entre eux. En l'occurrence, ils regardent comment la structure du réseau interagit avec plusieurs paramètres comme les expositions de dettes ou l'effet de levier, afin d'illustrer l'ambivalence de l'interconnexion interbancaire, qui peut

à la fois diversifier les expositions aux risques mais aussi créer des canaux par lesquels les chocs peuvent se propager par contagion. Dans la même approche, on a le papier de Nier et al. [2008] qui fait une simulation à travers un graphe fixé d'Erdos-Renyi, ce qui nous a beaucoup inspiré pour l'ouverture de ce texte. Et pour finir sur les différentes approches qui existent, on peut aussi stipuler l'importance que joue l'algorithme Eisenberg and Noe [2001], qui permet pendant une simulation, ou n'importe quel cas où un réseau interbancaire intervient, de trouver un vecteur d'équilibre de paiement, qu'on prendra le temps de définir dans la suite.

Dans ce contexte, plusieurs questions fondamentales émergent : comment mesurer précisément le risque systémique ? Quel rôle joue le volume du capital échangé entre les banques à travers les dettes dans ce risque systémique ? Dans le cas d'un non-remboursement provenant de l'extérieur du système (choc exogène), comment se propagent les défaillances en cascade à travers le réseau ?

1.6 Problématique centrale et contribution

C'est là que notre problématique centrale intervient : dans quelle mesure les interconnexions permettent-elles de réduire l'impact d'un choc ? À partir de quel seuil d'interconnexions ce choc cesse-t-il d'être dilué pour, au contraire, être amplifié ? Parmi les multiples paramètres pouvant influencer la résilience d'un réseau financier (volume du capital, structure hiérarchique, nature des actifs, etc.), nous avons choisi de nous concentrer spécifiquement sur le degré d'interconnexion. Ce choix se justifie par le paradoxe apparent qu'il soulève : alors qu'une plus grande diversification des connexions devrait théoriquement diluer les risques, l'expérience de la crise suggère qu'au-delà d'un certain seuil, elle pourrait au contraire les amplifier. Cette question demeure centrale dans la littérature récente sur la contagion financière.

1.7 Plan de l'article

Cet article s'organise comme suit. Nous présentons d'abord un état de l'art des travaux sur la contagion dans les réseaux financiers, en nous concentrant particulièrement sur les modèles d'Eisenberg-Noe Eisenberg and Noe [2001] et leurs extensions. Nous développons ensuite notre méthodologie basée sur ces travaux, en justifiant nos choix de modélisation et d'implémentation. Nous exposons alors les résultats de nos simulations, illustrés par des analyses graphiques. Enfin, nous discutons des implications de ces résultats et proposons des pistes d'amélioration, notamment par l'intégration d'autres caractéristiques structurelles comme l'intensité des obligations, le volume du capital et la concentration des nœuds.

2 Notation et Formalisation

2.1 Présentation du Modèle

On va se donner des hypothèses simplificatrice à l'échelle économique, la liquidation des banques en défaut est instantanée.

On va se fixer une convention d'écriture au cours de cet article.

Soit $n \in \mathbb{N}$,

Considérons $x, y \in \mathbb{R}^n$,

On note :

$$\begin{aligned} \min(x, y) &= \min(x_i, y_i) \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \\ (x)_+ &= \max(0, x) \end{aligned}$$

Rappel: Dans la théorie des graphes aléatoires, on va considérer un graphe orienté \mathcal{R} avec $n \in \mathbb{N}$ comme nombre de nœuds. Notons :

$$\mathcal{N} = \{1, \dots, n\}$$

l'ensemble des nœuds de \mathcal{R} .

Notons $p \in [0, 1]$ la probabilité qu'il y ait une arête entre deux nœuds de \mathcal{N} , identique pour tous les nœuds. On suppose de plus qu'il y a indépendance pour le lien entre chaque nœud.

Ce type de graphe aléatoire est un célèbre graphe nommé Graphe d'Erdos-Renyi (qui n'est pas forcément orienté dans sa définition générale).

Définition:

On définit un réseau interbancaire comme \mathcal{R} , un graphe d'Erdos-Renyi (selon le rappel précédent) pondéré avec $n \in \mathbb{N}$ nœuds, et des flux extérieurs qu'on notera c et b , deux vecteurs de \mathbb{R}^n .

Soit I la matrice d'exposition bancaire définie par :

$$[I]_{ij} = \begin{cases} \text{obligation} & \text{si } i \text{ est lié à } j \\ 0 & \text{sinon ou si } i = j \end{cases}$$

Ainsi, un réseau interbancaire est un quadruplet (\mathcal{R}, I, c, b) .

Économiquement, on peut interpréter c et b comme les prêts accordés à des entités extérieures au système bancaire (ménages, entreprises) ou des investissements en actifs non-bancaires. La matrice I représente quant à elle l'ensemble des obligations entre banques, formant ainsi le réseau d'interdépendances financières qui peut devenir un canal de contagion en cas de défaut.

Les obligations entre deux banques sont positives ou nulles.

Banque i

Quelques rappels de comptabilité pour faciliter la lecture:

L'actif du bilan représente les possessions de l'entreprise, son patrimoine, c'est-à-dire ce que la société détient et constitue la colonne gauche d'un bilan comptable. Le passif quant à lui est situé à droite du bilan comptable et représente l'ensemble des dettes de l'entreprise concernée. Au cours de cette étude, on nomme banque une entité caractérisée par un bilan simplifié: Considérons une Banque i du réseau interbancaire défini précédemment.

Soit $b_i \in \mathbb{R}$ et $c_i \in \mathbb{R}$

On définit b_i et c_i respectivement comme la somme totale d'emprunts extérieurs au système bancaire (donc un passif, car dans le futur on doit rembourser cette dette), et la somme totale de prêts extérieurs au système bancaire (donc un actif).

On définit la somme totale des passifs de la banque:

$$[I]_i = \sum_{j=1}^n [I]_{ij} + b_i$$

Table 1: Bilan comptable simplifié d'une banque dans un réseau interbancaire

Bilan simplifié de la Banque i	
Actifs	Passifs
Prêts inter-bancaires: $\sum_{j=1}^n [I]_{ji}$	Emprunts inter-bancaires: $\sum_{j=1}^n [I]_{ij}$
Actifs ex-térieurs: c_i	Passifs ex-térieurs: b_i
Total actifs: $\sum_{j=1}^n [I]_{ji} + c_i$	Total passifs: $\sum_{j=1}^n [I]_{ij} + b_i$
Valeur nette: $\sum_{j=1}^n [I]_{ji} + c_i - \sum_{j=1}^n [I]_{ij} - b_i$	

On nomme ce tableau bilan simplifié car un bilan vérifie la propriété total d'actif = total passif, ce qui n'est pas forcément notre cas ici. Puisqu'on a simplement besoin d'observer une banque comme une entité qui reçoit ou donne de l'argent, avec la seule particularité qu'elle est solvable si et seulement si sa **Valeur nette** est strictement positive.

2.2 Exemple de réseau

Illustrons un exemple d'un réseau interbancaire, avec 4 banques. On retrouve bien toutes les informations du bilan simplifié sur la figure 1.

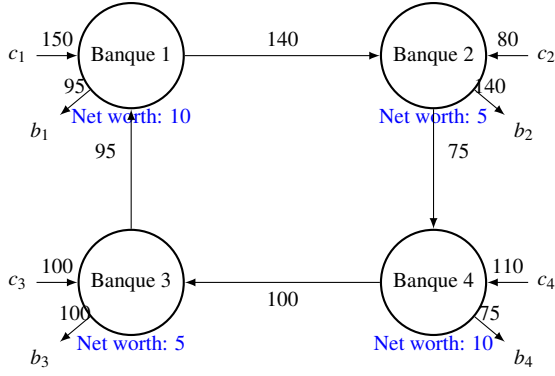


Figure 1: Réseau interbancaire avec actifs et passifs externes

Description

- Banque 1 possède un actif total de 245 (150 d'actifs externes + 95 de prêts interbancaires de la Banque 3) et un passif total de 235 (95 de passifs externes + 140 de prêts à la Banque 2), ce qui explique sa valeur nette positive de 10.
- Banque 2 possède un actif total de 220 (80 d'actifs externes + 140 de prêts interbancaires de la Banque 1) et un passif total de 215 (140 de passifs externes + 75 de prêts à la Banque 4), lui donnant une valeur nette de 5.
- Banque 3 possède un actif total de 200 (100 d'actifs externes + 100 de prêts interbancaires de la Banque 4) et un passif total de 195 (100 de passifs externes + 95 de prêts à la Banque 1), résultant en une valeur nette de 5.
- Banque 4 possède un actif total de 185 (110 d'actifs externes + 75 de prêts interbancaires de la Banque 2) et un passif total de 175 (75 de passifs externes + 100 de prêts à la Banque 3), lui conférant une valeur nette de 10.

Remarque

Cette figure 1 est un graphe orienté connexe cyclique. On peut affirmer avec cette topologie de graphe qu'il est dense, mais ce qui le rend particulièrement intéressant c'est le cycle, parce que dans cette étude, on souhaite quantifier la résilience d'un réseau en fonction des interconnexions. Cependant, avant de voir comment construire cela, il faut qu'on garde à l'esprit que le nombre de cycles courts ou longs dans notre réseau influence grandement l'effet de cascade de défaut; d'ailleurs ce sera une difficulté au cours de cette étude, de faire la part des choses entre le rôle de la densité du réseau et le nombre de cycles présents dans le réseau.

2.3 Approche par Simulation

Avec les notations définies précédemment, on met en place un réseau afin de le tester, c'est-à-dire appliquer un choc exogène sur le réseau. **On définit un choc comme le non-remboursement d'une entité extérieure vers une banque**, c'est-à-dire lorsque le c_i (actif extérieur de la banque i) attendu diminue.

On choisit de faire un choc exogène car cela nous permet de formaliser une mesure simple de gravité du choc. Soit $x \in \mathbb{R}^N$ un choc, notons que :

$$\forall i \in \{1, \dots, N\} \ x_i \in [0, c_i]$$

Ainsi on définit la gravité du choc x , notée g telle que :

$$g = \frac{\|x\|}{\|c\|}$$

avec $\|x\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$

De plus $g \in [0, 1]$.

En considérant cette mesure de gravité du choc, on souhaite voir la relation avec la proportion de défaut notée d pour un p fixé, la probabilité dans le graphe d'Erdos-Renyi d'avoir un lien entre deux banques. On définit d tel que :

$$d = \frac{\text{Nombre de défaut}}{N}$$

On voit naturellement que d'un point de vue empirique, la simulation s'exprime d'elle-même : on va tester, pour un choc exogène croissant linéaire avec un réseau de plus en plus dense (faire croître p), la courbe de la proportion de défaut dans le réseau après avoir appliqué le choc.

Pour faire cela, on a choisi de faire une implémentation en Python avec une architecture MVC (modèle, vue et contrôleur), pour un développement modulaire qui nous aidera dans de futurs développements du modèle du réseau, sans trop notons en l'occurrence que ce choix est très adapté pour ce type de problème, car une simulation par définition est un objet qui prend différent objet et teste des propriété dessus. Notre simulateur étant le contrôleur, il va prendre un réseau qui est une donnée avec toute sa logique métier, et va appliquer des chocs sur le réseau, ensuite demande à la vue de nous afficher le graphique correspondant.

À ce niveau, on peut déjà se demander si cette approche nous donnera une bonne mesure du risque systémique. À quoi ressemblerait cette mesure ?

Avec un réseau, avec ses paramètres et sa topologie, en l'occurrence pour nous avec la densité du réseau, faire ressortir la résilience du réseau, qui est un seuil de proportion de défaut, qui lorsqu'on le dépasse, on considère qu'on est en crise systémique. En l'état actuel de l'étude, on n'a pas encore traduit

cela en probabilité, c'est-à-dire la probabilité pour un réseau de faire une crise systémique, car pour cela on devrait considérer la probabilité d'avoir un choc particulier.

Il nous manque un ingredient pour que cette simulation se déroule bien, comment mettre à jour le réseau et compter le nombre de défaut après un choc ?

Revenons sur la figure 1, si la banque 1 fait défaut car on ne lui rembourse plus 150 mais 5, un calcul rapide de sa valeur nette nous montre qu'il est en défaut. Avec cette perte énorme de capital pour la banque 1, on a un autre problème qui apparait, maintenant que banque 1 à fait défaut, elle ne peut plus rembourser ces dettes en totalité. Une méthode utilisé en finance dans ce cas, c'est la liquidation par prorata, rembourser nos créanciers en fonction de la proportion de leurs créances dans nos dettes.

Ainsi donc on définit une matrice R , qui va représenter la proportion de chaque dette:

$$[R]_{ij} = \frac{[I]_{ij}}{[I]_i}$$

Ainsi Banque 1 ne remboursera que 60 (on arrondi) à la Banque 2, ce qui mène la Banque 2 à également faire défaut, par le même proceder, elle ne rembourse que 49 à la banque 4, ce qui la mène aussi en défaut, et de même, la banque 4 rembourse 75 à la banque 3, qui elle aussi se retrouve en défaut. Mais tous ce calcul n'a été effectuer en supposant que la banque 3 rembourse la totalité de sa dette à la banque 1, ainsi on voit ici un problème de paiements. Le vecteur de paiement qui nous permet d'avoir le vecteur de paiement d'équilibre est un point fixe d'une transformation défini dans le papier Eisenberg and Noe [2001] et reformuler par noe dans Glasserman and Young [2016], On rappelle cette transformation notée $\phi(P)$, avec P un vecteur de paiement. Notons $\bar{P} \in \mathbb{R}^N$ défini tel que:

$$\bar{P}_i = [I]_i$$

Avant de donner la formule, on peut l'intuité économique, pour une banque i , elle ne va pas rembourser plus qu'elle devait de base, de plus elle ne peut pas rembourser une somme qu'elle ne possède pas. Ainsi on en déduit la formule :

$$\phi(P) = \min(\bar{P}, \max(0, R^T P + c))$$

Ainsi le vecteur de paiement d'équilibre est une solution du problème de point de fixe $\phi(P) = P$.

C'est là que l'algorithme d'Eisenberg-Noe intervient, car dans leur papier Eisenberg and Noe [2001], il démontre que dans les conditions qu'on vérifie par construction, on commence avec un reseau qui contient des banques avec des valeurs nette positives et les poids sur les noeuds sont positifs, ce que l'algorithme de noe demande pour la convergence du probleme.

Maintenant avec cette algorithme, on va voir ce que les tracer nous donne.

3 Analyse des résultats

Dans cette section, nous présentons et analysons les résultats de nos simulations sur la propagation des défauts dans les réseaux financiers d'Erdős-Rényi.

3.1 Observation d'un seuil critique dans la propagation des défauts

Nos simulations mettent en évidence un phénomène intéressant à analyser : lorsque l'amplitude du choc atteint environ 50% de la valeur totale des actifs extérieurs du système ($S \approx 0.5 \times \sum(c_i)$), on observe une augmentation significative du taux de défaut dans le réseau. Ce seuil semble persister pour différentes tailles de réseau et différentes densités de connexion, comme l'illustre la Figure 2.

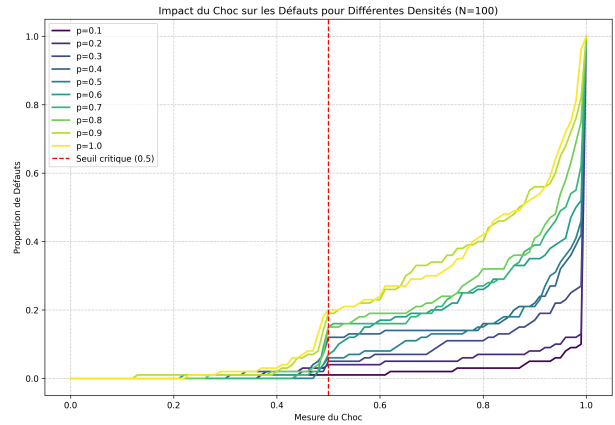


Figure 2: Proportion de défauts en fonction de la mesure du choc pour différentes probabilités de connexion dans un réseau de 100 banques.

Cette observation se caractérise par trois aspects principaux :

1. Une augmentation notable de la proportion de défauts autour de ce seuil
2. Un pic dans la dérivée de la courbe de défauts à ce point spécifique, visible dans la Figure 3
3. Une relative stabilisation après ce pic, suggérant un changement de régime dans la dynamique de propagation

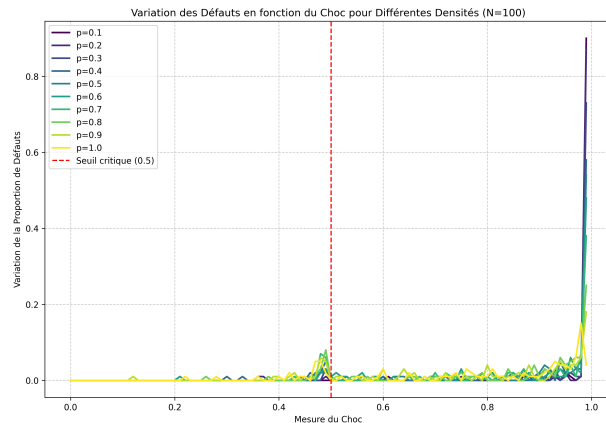


Figure 3: Variation de la proportion de défauts en fonction de la mesure du choc, mettant en évidence le pic autour de la valeur critique de 0.5.

3.2 Hypothèses d'interprétation

Si l'on compare ce phénomène avec les transitions de phase classiques dans les graphes d'Erdős-Rényi, on constate une différence fondamentale : alors que la théorie établie des graphes aléatoires s'intéresse à l'émergence d'une composante géante en fonction de la probabilité de connexion ($p \approx 1/N$), notre observation concerne un seuil critique par rapport à l'amplitude du choc exogène.

Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour tenter d'expliquer ce phénomène :

1. **Avant le seuil critique** : Les défauts pourraient rester relativement contenus car le système dispose de suffisamment de capital pour absorber partiellement le choc.
2. **Au voisinage du seuil** : Le réseau pourrait atteindre un point où les banques les plus vulnérables font défaut simultanément, créant un effet d'amplification temporaire.
3. **Après le seuil** : Le système semble se restabiliser, peut-être parce que les banques les plus fragiles ayant déjà fait défaut, les banques restantes sont plus résilientes face à l'augmentation continue du choc.

Il est important de noter que ces hypothèses restent à vérifier par des analyses plus approfondies et ne constituent pas des conclusions définitives.

3.3 Influence de la densité du réseau

Notre étude visait initialement à déterminer l'influence de la densité du réseau sur sa résilience face aux chocs. La Figure 4 présente la relation entre la probabilité de connexion, l'amplitude du choc, et la proportion de défauts.

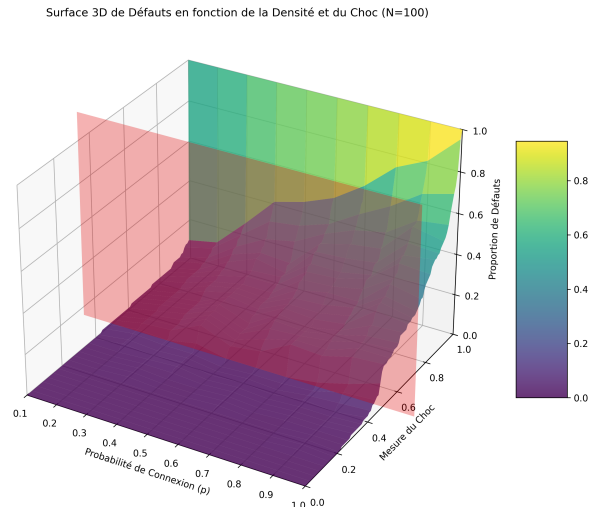


Figure 4: Surface 3D illustrant la relation entre la densité du réseau, l'amplitude du choc et la proportion de défauts résultante.

L'analyse de cette visualisation révèle un résultat contre-intuitif : les réseaux moins connectés apparaissent plus résistants aux chocs que les réseaux densément connectés. Ce constat va à l'encontre de l'hypothèse de diversification du risque défendue par Glasserman and Young [2016], selon laquelle une plus grande interconnexion devrait permettre de mieux diluer l'impact des chocs.

3.4 Effet de l'échelle du réseau

Nous avons également examiné l'influence du nombre de banques sur la dynamique de propagation des défauts, comme illustré dans la Figure 5.

Ce graphique confirme la persistance du seuil critique autour de $S \approx 0.5$ indépendamment de la taille du réseau, renforçant l'hypothèse d'une propriété structurelle plutôt que d'un artefact lié à l'échelle du système.

3.5 Limites de l'approche actuelle

Notre analyse présente plusieurs limites qui doivent être soulignées :

1. **Difficulté à isoler l'effet de diversification** : Notre modèle actuel, basé sur des chocs exogènes proportionnels aux actifs extérieurs, ne permet pas de distinguer clairement entre l'effet de dilution du risque par la diversification et l'effet du simple volume de capital.
2. **Résultats contre-intuitifs sur la densité** : Nos graphiques 3D suggèrent que les réseaux moins connectés seraient plus résistants, ce qui va à l'encontre

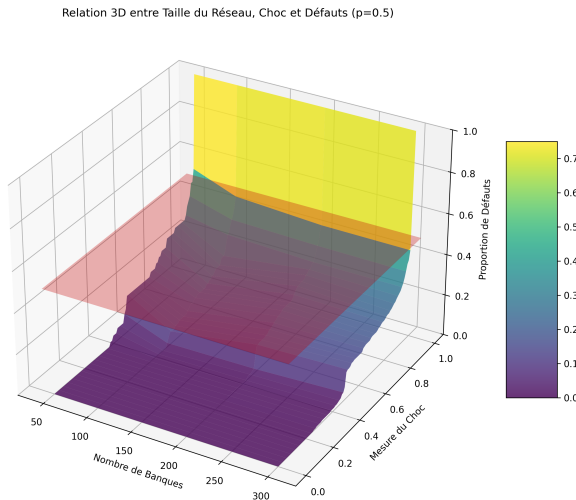


Figure 5: Surface 3D illustrant la relation entre le nombre de banques, l'amplitude du choc et la proportion de défauts résultante pour une probabilité de connexion fixée à 0.5.

de l'intuition financière sur les bénéfices de la diversification.

3. **Complexité des mécanismes sous-jacents :** L'identification d'un seuil à 0.5 est intrigante mais pourrait résulter de la structure particulière de notre modèle plutôt que d'une propriété fondamentale des réseaux financiers.

Ces visualisations illustrent bien les limites de notre approche actuelle, qui ne permet pas encore de répondre clairement à notre question initiale sur le rôle bénéfique ou néfaste des interconnexions dans la résilience du système.

3.6 Perspectives et pistes de recherche

Le phénomène de seuil observé mérite d'être approfondi par d'autres analyses. Plusieurs pistes pourraient être explorées :

1. **Comparaison avec d'autres types de réseaux :** Examiner si ce phénomène persiste dans des topologies différentes (scale-free, small-world).
2. **Intégration de multiples paramètres :** Développer un cadre d'analyse qui prenne en compte simultanément la densité du réseau, la distribution du capital, et les structures de chocs.
3. **Modélisation stochastique :** Exploiter les modèles de chocs aléatoires déjà implémentés pour étudier comment différentes distributions de chocs affectent le seuil observé.

Si ce phénomène de seuil à 0.5 présente des similitudes superficielles avec les transitions de phase en percolation, il serait prématuré d'affirmer qu'il s'agit du même mécanisme sous-jacent. Une analyse mathématique formelle serait nécessaire pour établir cette connexion, peut-être en s'inspirant des travaux de Nier et al. [2008] sur les modèles de réseau financier.

Dans l'état actuel de notre recherche, bien que nous observions des patterns intéressants, nous ne pouvons pas encore tirer de conclusions définitives concernant l'impact des interconnexions sur la stabilité financière, ni proposer des recommandations concrètes pour la régulation financière.

4 Conclusion

Dans cette étude, nous avons examiné l'impact des interconnexions dans un réseau financier sur sa résilience face à des chocs exogènes. Partant de la question fondamentale posée suite à la crise de 2007-2008 – à savoir si la densité des liens interbancaires renforce ou fragilise le système financier – nous avons développé un cadre de simulation basé sur des réseaux Erdős-Rényi et l'algorithme de compensation d'Eisenberg-Noe.

Notre principale observation réside dans l'identification d'un seuil critique lorsque le choc atteint approximativement 50% de la valeur totale des actifs extérieurs du système. Ce seuil se manifeste par un pic dans la variation de la proportion de défauts, suivi d'une relative stabilisation, phénomène qui persiste indépendamment de la taille du réseau et pour différentes densités de connexion. Cette caractéristique rappelle certains aspects des transitions de phase observées dans d'autres systèmes complexes, bien que le mécanisme sous-jacent reste à formaliser rigoureusement.

Contrairement à l'intuition financière traditionnelle sur les bénéfices de la diversification, nos résultats suggèrent que les réseaux moins connectés pourraient être plus résistants aux chocs. Cependant, cette conclusion contre-intuitive pourrait être liée aux limites de notre modèle actuel plutôt qu'à une propriété fondamentale des réseaux financiers.

4.1 Limites et perspectives

Plusieurs limitations importantes doivent être soulignées :

1. Notre modèle de choc exogène proportionnel aux actifs extérieurs ne permet pas d'isoler clairement l'effet de diversification du risque.
2. La construction des bilans bancaires simplifiés ne tient pas compte des différences de capitalisation et

de structure d'actifs qui existent dans les systèmes financiers réels.

3. L'utilisation exclusive de réseaux Erdős-Rényi limite la généralisation de nos résultats à d'autres topologies potentiellement plus représentatives des réseaux financiers réels.

4.2 Développements futurs

Pour approfondir cette recherche, plusieurs axes de travail se dégagent :

1. **Diversification des topologies de réseau** : Implémenter des modèles de réseaux scale-free et small-world, qui reflètent mieux la structure hiérarchique des systèmes financiers avec leurs institutions centrales et périphériques.
2. **Formalisation quantitative de la diversification** : Développer des métriques précises pour mesurer la diversification des expositions au sein du réseau, permettant de distinguer entre l'effet de volume du capital et l'effet de sa distribution.
3. **Analyse du rôle des cycles** : Étudier spécifiquement comment la présence et la longueur des cycles dans le réseau impactent la propagation des défauts, en quantifiant leur contribution à l'amplification ou à la dilution des chocs.
4. **Modélisation stochastique des chocs** : Dépassez l'approche déterministe actuelle en intégrant des distributions de probabilité pour les chocs exogènes, permettant une évaluation plus réaliste du risque systémique.
5. **Intégration de l'hétérogénéité des institutions** : Introduire une variabilité dans les bilans et les seuils de défaut des banques pour refléter la diversité des acteurs du système financier.

4.3 Perspectives de recherche interdisciplinaire

La complexité du phénomène étudié invite à des approches interdisciplinaires. Les modèles issus de la physique statistique et de la science des réseaux pourraient éclairer certains aspects de la transition de phase observée à 50% du choc. De même, les méthodes de l'intelligence artificielle, notamment l'apprentissage par renforcement, pourraient permettre d'explorer l'espace des paramètres de manière plus exhaustive et d'identifier des configurations optimales de réseau qui maximisent la résilience tout en préservant les bénéfices de la diversification.

En définitive, si ce travail n'apporte pas de réponse définitive à la question du rôle des interconnexions dans la stabilité financière, il propose un cadre méthodologique permettant d'explorer cette question de manière rigoureuse et ouvre plusieurs pistes prometteuses pour des recherches futures. La compréhension approfondie de ces mécanismes demeure un enjeu crucial pour la conception de systèmes financiers plus résilients face aux chocs inévitables qui les affectent périodiquement.

References

- Larry Eisenberg and Thomas H. Noe. Systemic risk in financial systems. *Management Science*, 47(2):236–249, 2001. ISSN 0025-1909. doi: 10.1287/mnsc.47.2.236.9835.
- Paul Glasserman and H. Peyton Young. Contagion in financial networks. *Journal of Economic Literature*, 54(3):779–831, 2016. ISSN 0022-0515. doi: 10.1257/jel.20151228.
- Erlend Nier, Jing Yang, Tanju Yorulmazer, and Amadeo Alentorn. Network models and financial stability. Working Paper 346, Bank of England, April 2008. URL <https://www.bankofengland.co.uk/working-paper/2008/network-models-and-financial-stability>.
- Kimmo Soramäki, Morten L. Bech, Jeffrey Arnold, Robert J. Glass, and Walter E. Beyeler. The topology of interbank payment flows. *Federal Reserve Bank of New York Staff Reports*, 243, March 2006.