



دانشکده فنی دانشگاه تهران

دانشکده برق و کامپیوتر

---

تمرین کامپیوتری ۱ پردازش سیگنال‌های زمان گسسته

---

رایانامه

hesam.77s@gmail.com

yasamin.1998@gmail.com

طراحان:

امیرحسام سلیم نیا

یاسمین نیکنام

نیم سال دوم ۹۸-۹۹

دانشجویان عزیز، قبل از پاسخ‌گویی به سوالات به نکات زیر توجه کنید:

۱. شما باید کدها و گزارش خود را با الگو `DSP_CA1_StudentNumber.zip` در محل تعیین شده آپلود کنید.

۲. گزارش کار شما نیز از معیارهای ارزیابی خواهد بود، در نتیجه زمان کافی برای تکمیل آن اختصاص دهید.

۳. شما میتوانید سوالات خود را از طریق ایمیل [yasamin.1998@gmail.com](mailto:yasamin.1998@gmail.com) بپرسید.

۱. مطابق تعریف می‌دانیم **Discrete-Time Fourier Transform (DTFT)** از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$

اگر سیگنال  $x_n$  محدود باشد، آنگاه میتوان **DTFT** سیگنال را به کمک ابزار های محاسباتی از جمله **MATLAB** به ازای هر فرکانسی محاسبه کرد. فرض کنید دنباله  $x_n$  دارای  $N$  نمونه غیر صفر در بازه  $n_1 \leq n \leq n_N$  باشد و میخواهیم  $X(e^{j\omega})$  را در  $M+1$  نقطه با فواصل برابر در بازه  $[0, \pi]$  محاسبه کنیم. بنابراین رابطه زیر جهت محاسبه **DTFT** بدست می‌آید.

$$X(e^{j\omega_k}) = \sum_{l=1}^N e^{-j(\frac{\pi}{M})kn_l} x(n_l), \quad k = 0, 1, \dots, M$$

اگر  $\{x(n_l)\}$  و  $\{X(e^{j\omega_k})\}$  را به صورت دو بردار ستونی  $\mathbf{x}$  و  $\mathbf{X}$  در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}\mathbf{x}$$

به طوری که ماتریس  $\mathbf{W}$  یک ماتریس  $(M+1) \times N$  است و از رابطه زیر پیروی می‌کند.

$$\mathbf{W} \triangleq \{e^{-j(\frac{\pi}{M})kn_l}; n_1 \leq n \leq n_N, \quad k = 0, 1, \dots, M\}$$

اگر بخواهیم این معادلات را در **MATLAB** پیاده سازی کنیم باید بردار ها به صورت سطری بازنویسی شوند.

$$\mathbf{X}^T = \mathbf{x}^T \mathbf{W}^T = \mathbf{x}^T [\exp(-j \frac{\pi}{M} \mathbf{n}^T \mathbf{k})]$$

و خواهیم داشت:

```
1 k = [0:M]; n = [n1:n2]
2 X = x * (exp(-j*pi/M)) .^(n'*k);
```

با در نظر گرفتن روابط بالا **DTFT** سیگنال های گسسته زیر را رسم کنید و تناوب آن ها را نشان دهید.

$$\begin{aligned} x[n] &= (0.9e^{j\pi/3})^n, & 0 \leq n \leq 10 \\ y[n] &= 0.9^n, & -10 \leq n \leq 10 \end{aligned}$$

۲. در پزشکی از سیگنال های *ultrasound* در موارد متعددی استفاده می‌شود که یکی از کاربردهای آن اندازه گیری قطر رگ در بدن انسان است (سطح مقطع رگ دایره فرض می‌شود). بدین صورت که سیگنالی ارسال می‌شود و در پی برخورد آن به نزدیکترین لبه و دورترین لبه دو پژواک انعکاس داده می‌شود. اطلاعات مربوط به این انعکاس در قالب یک فایل *ultrasound.mat* در اختیار شما قرار داده شده است. باتوجه به این روند، داریم:

$$2 \times \text{blood\_vessel\_diameter} = \text{velocity} \times \Delta t$$

باتوجه به اینکه سرعت انتشار موج فراصوت در ماهیچه ها برابر با  $1540 \text{ m/s}$  است، مراحل زیر را به ترتیب انجام دهید.

• اطلاعات داده شده وارد *workspace* کنید.

- سیگنال مربوطه را رسم کنید.
- با در نظر گرفتن سرعت مربوط به موج های *ultrasound*، روشی برای تخمین قطر رگ خونی بیابید.
- روش مورد نظر را پیاده سازی کنید و مقدار تخمین شده را گزارش کنید.
- به سیگنالی که در قسمت اول به شما داده شده است، نویز سفید (*white gaussian noise*) اضافه کنید.
- دوباره قطر رگ را محاسبه کنید. آیا این مقدار تغییر کرده است؟ چرا؟

۳. در این سوال به بررسی تاثیر نرخ نمونه برداری بر سیگنال و همچنین به بررسی افزایش و کاهش نرخ نمونه برداری در متلب پرداخته می شود.

(الف) فایل *music.mp3* را به کمک دستور *audioread* ذخیره کنید. نرخ نمونه برداری سیگنال فوق چقدر است؟

(ب) قسمتی ۵ ثانیه ای از اواسط سیگنال را به دلخواه جدا کنید.

(ج) نرخ نمونه برداری سیگنال فوق را به کمک دو دستور *interp* و *upsample* نصف کنید. تفاوت عملکرد این دو دستور در چیست؟ تبدیل فوریه خروجی این دو سیگنال را رسم کرده و آن را توجیه کنید.

(د) نرخ نمونه برداری سیگنال اصلی را به کمک دو دستور *upsample* و *decimate* دو برابر کنید. تفاوت عملکرد این دو دستور در چیست؟ تبدیل فوریه خروجی این دو سیگنال را رسم کرده و آن را توجیه کنید.

(ه) سیگنال های بدست آمده در بخش های قبل را یکبار با نرخ نمونه برداری جدیدشان و بار دیگر با نرخ نمونه برداری اصلی به کمک دستور *sound* بخش کرده و با یکدیگر از جهت کیفیت مقایسه نمایید.

۴. سیستم زمان گسسته *LTI* زیر را در نظر بگیرید.

$$y[n] - 2r \cos(\omega_0) y[n-1] + r^2 y[n-2] = x[n], \quad 0 \leq r, 0 \leq \omega_0 \leq 2\pi$$

(الف) مقدار  $\omega_0$  را بدست آورید و پایداری سیستم را با توجه به مقدار  $r$  بررسی کنید.

(ب) مقادیر  $\omega_0 = \pi/2$  و  $r = 0.5$  را در نظر بگیرید. *pole-zero plot* مربوط به این مقادیر را با توجه به دستور *zplane* رسم کنید. اندازه و فاز مربوط به  $H(e^{j\omega})$  را با استفاده از دستور *freqz* رسم کنید.

(ج) پاسخ ضربه مربوط به  $h[n]$  را با توجه به مقادیر  $\omega_0 = \pi/4$  و  $r = 0.5$  بدست آورید.

موفق باشید