

Лабораторна робота 2

Тема: розв'язання систем звичайних диференціальних рівнянь методами Ейлера та Рунге – Кутти

Мета: Навчитися складати рекурентні співвідношення для розв'язання систем звичайних диференціальних рівнянь, використовуючи методи Ейлера та Рунге – Кутти

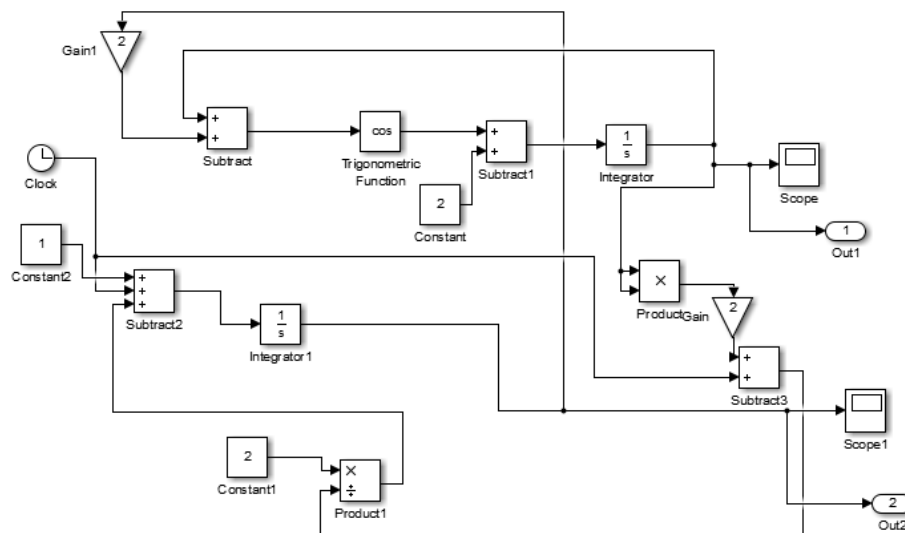


Рисунок 1 - Модель для розв'язання задачі
Метод Ейлера

Наближене розв'язання у вузлах t_i , що відповідає y_i , визначається за формулою

$$y_i = y_{i-1} + (t_i - t_{i-1})f(t_{i-1}, y_{i-1}), i = \overline{1, n}$$

Simulation time	
Start time: 0.0	Stop time: 0.3
Solver options	
Type: Fixed-step	Solver: ode1 (Euler)
Fixed-step size (fundamental sample time):	0.01
Tasking and sample time options	
Periodic sample time constraint:	Unconstrained
Tasking mode for periodic sample times:	Auto
<input type="checkbox"/> Automatically handle rate transition for data transfer <input type="checkbox"/> Higher priority value indicates higher task priority	

Рисунок 2 - Налаштування методу інтегрування в *Simulink*

Код програми за методом Ейлера:

```
y=1;  
z=0.05;
```

```

h=0.01;
yy=[];
zz=[];
tt=[];
for t=0:0.01:0.3
    yy=[yy y];
    zz=[zz z];
    tt=[tt t];
    newy=y+h*(cos(y+2*z)+2);
    newz=z+h*(2/(t+2*y^2)+t+1);
    y=newy;
    z=newz;
end

```

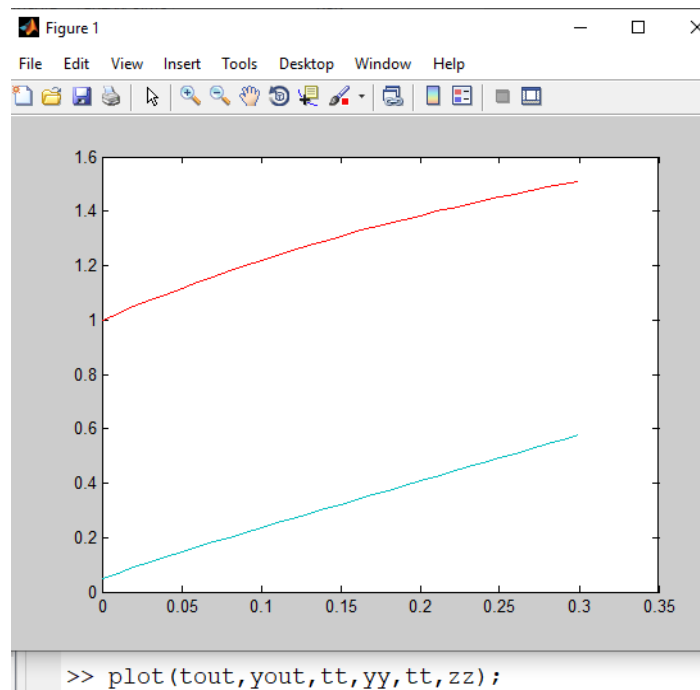


Рисунок 3 - Графік розв'язання диференціального рівняння

Модифікований метод Ейлера з перерахунком

Прогноз: $\tilde{y}_i = y_{i-1} + (t_i - t_{i-1})f(t_{i-1}, y_{i-1})$.

Корекція: $y_i = y_{i-1} + (t_i - t_{i-1}) \frac{f(t_{i-1}, y_{i-1}) + f(t_i, \tilde{y}_i)}{2}$.

Рисунок 4 - Налаштування методу інтегрування в *Simulink*

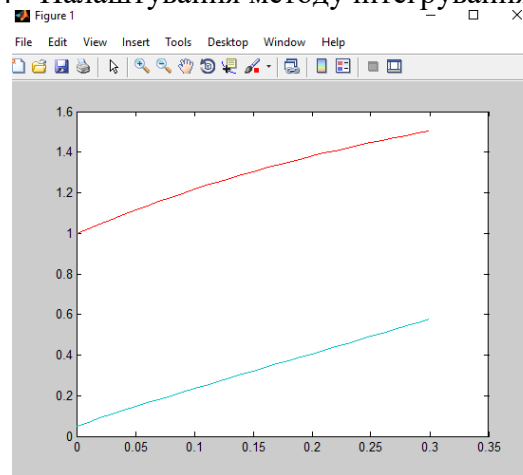


Рисунок 5 - Графік розв'язання диференціального рівняння

Розв'язання рівняння методом Ейлера з перерахунком:

```
y=1;
z=0.05;
h=0.01;
yy=[];
zz=[];
tt=[];
for t=0:0.01:0.3
    yy=[yy y];
    zz=[zz z];
    tt=[tt t];
    y_p=y+h*(cos(y+2*z)+2);
    z_p=z+h*(2/(t+2*y^2)+t+1);
    newy=y+h*((cos(y+2*z)+2)+(cos(y_p+2*z_p)+2))/2;
    newz=z+h*((2/(t+2*y^2)+t+1)+(2/(t+h+2*y_p^2)+1+t+h))/2;
    y=newy;
    z=newz;
end
```

Розв'язання рівняння методом Рунге - Кутта

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$$

$$\text{де } k_1 = hf(t_i, y_i),$$

$$k_2 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2}k_1\right),$$

$$k_3 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{1}{2}k_2\right),$$

$$k_4 = hf(t_i + h, y_i + k_3),$$

h – величина кроку за t .

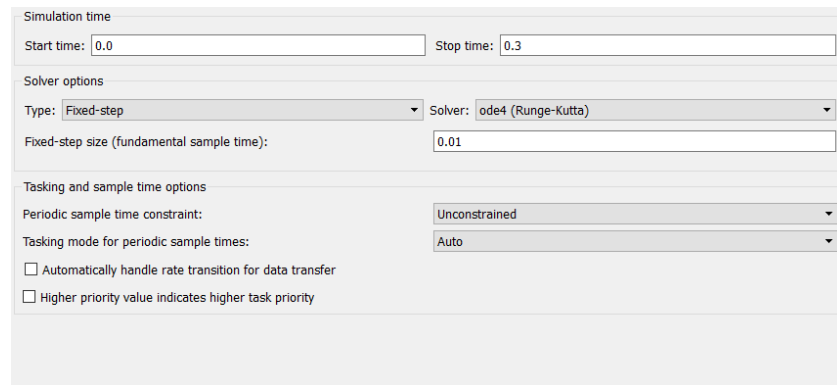


Рисунок 6 - Налаштування методу інтегрування в *Simulink*

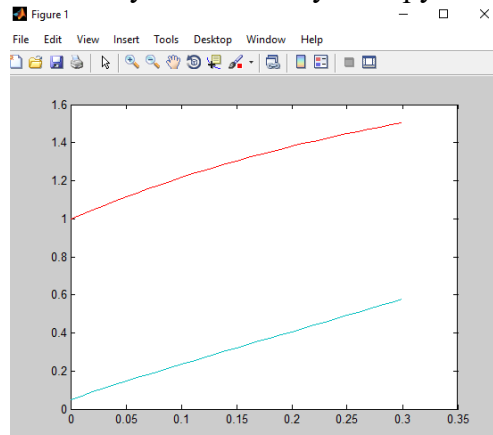


Рисунок 7 - Графік розв'язання диференціального рівняння

Розв'язання рівняння методом Рунге - Кутта

```
y=1;
z=0.05;
h=0.01;
yy=[];
zz=[];
tt=[];
for t=0:0.01:0.3
    yy=[yy y];
    zz=[zz z];
    tt=[tt t];

    k1=h*(cos(y+2*z)+2);
    m1=h*(2/(t+2*y^2)+t+1);

    k2=h*(cos((y+k1/2)+2*(z+m1/2))+2);
    m2=h*(2/((t+h/2)+2*(y+k1/2)^2)+(t+h/2)+1);

    k3=h*(cos((y+k2/2)+2*(z+m2/2))+2);
    m3=h*(2/((t+h/2)+2*(y+k2/2)^2)+(t+h/2)+1);

    k4=h*(cos(y+k3+2*(z+m3))+2);
    m4=h*(2/((t+h)+2*(y+k3)^2)+(t+h)+1);
    newy=y+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    newz=z+1/6*(m1+2*m2+2*m3+m4);
    y=newy;
    z=newz;
end
```

Висновок

Розробили програми для розв'язання наступних диференціальних рівнянь, використовуючи методи Ейлера та Рунге – Кутта. Отримані розв'язки цих рівнянь, збігаються з отриманими розв'язками за допомогою *Simulink*.