Надірян Г.О.КІТ-36

Лабораторна робота 8

Тема: задача оптимального управління

Мета: отримати практичні навички розв'язання задачі оптимального управління детермінованими об'єктами з звичайними параметрами, які описуються звичайними диференціальними рівняннями методом варіаційного числення

Опишемо символічні змінні. Для розв'язання рівняння Ейлера використовуємо прийняті *в MATLAB* позначення похідних: Dy для *y*' і D2y для *y*''. Аргумент позначимо *t*, а функцію – *u*.

1.
```
clear all % очистили пам'ять
syms t u y1 Dy1 y2 Dy2 L1 DL1 L2 DL2 % описали символічні змінні
F=u^2+L1*(Dy1-y2)+L2*(Dy2-u) ; % функція Лагранжа
t0=0; % граничні умови
t1=10;
y1_t0=12;
y2_t0=6;
y1_t1=30;
y2_t1=8;
disp('Вихідні дані:')
fprintf(['Функція Лагранжа '...
  'F(t,u,y)=%s\n'],char(F))
```

```
>> Lab_8
Вихідні дані:
Функція Лагранжа F(t,u,y)=L2*(Dy2 - u) + L1*(Dy1 - y2) + u^2
```

Рисунок 1 - розв'язання рівняння Ейлера

2.Починаємо введення необхідних умов екстремуму (1 – 2). Знайдемо часткові похідні для кожної змінної. Надрукуємо їх.

```
Fu=2*u - L2
Fy1=0
dFdu=diff(F,u); % обчислили Fu
dFdy1=diff(F,y1); % обчислили Fy1
dFdDy1=diff(F,Dy1); % обчислили FDy1
dFdy2=diff(F,y2); % обчислили Fy2
dFdDy2=diff(F,Dy2); % обчислили FDy1
dFdL1= diff(F,L1); % обчислили FL1
dFdL2= diff(F,L2); % обчислили FL2
fprintf('FDy1=%s\n',char(dFdDy1))
fprintf('Fy2=%s\n',char(dFdy2))
fprintf('FDy2=%s\n',char(dFdDy2))
fprintf('FL1=%s\n',char(dFdL1))
fprintf('FL2=%s\n',char(dFdL2))
```

```
2*u - L2


Fy1 =

     0


FDy1=L1
Fy2=-L1
FDy2=L2
FL1=Dy1 - y2
FL2=Dy2 - u
```

Рисунок 2 - функцію Лагранжа і граничні умови

3. У рівняння Ейлера входить повна похідна *dFy'*/*dx*. Обчислимо її за звичайною формулою диференціювання складної функції:

$$\frac{dF_{y'}}{dx} = \frac{\partial F_{y'}}{\partial x} + \frac{\partial F_{y'}}{\partial y} y' + \frac{\partial F_{y'}}{\partial y'} y''.$$

Знайдемо повну похідну

```
d_dFDy1_dt=diff(dFdDy1,t); % Fty1't
d_dFDy1_L1=diff(dFdDy1,L1); % Fy1L1

dFy1dt=d_dFDy1_dt+d_dFDy1_L1*DL1; %

d_dFDy2_dt=diff(dFdDy2,t); % Fty1't
d_dFDy2_L2=diff(dFdDy2,L2); % Fy2L2

dFy2dt=d_dFDy2_dt+d_dFDy2_L2*DL2; %

fprintf('dFDy1/dt=%s\n',char(dFy1dt))
fprintf('dFDy2/dt=%s\n',char(dFy2dt))
```

```
dFDy1/dt=DL1
dFDy2/dt=DL2
```

Рисунок 3 - повна похідна для змінних y_1 та y_2.

4. Складемо ліву частину диференціального рівняння Ейлера для змінних y_1 та y_2 і спростимо її. Перетворимо символічні змінні Euler_y1 та Euler_y2 в рядок. Додамо рівняння для змінних u, L1 та L2.

```
Euler_y1=simple(dFdy1-dFy1dt); % рівняння Ейлера для y1
deqEuler_y1=[char(Euler_y1) '=0']; % в рядок додали =0
fprintf('Рівняння Ейлера для y1:\n%s\n',deqEuler_y1)
Euler_y2=simple(dFdy2-dFy2dt); % рівняння Ейлера для y2
deqEuler_y2=[char(Euler_y2) '=0']; % в рядок додали =0
fprintf('Рівняння Ейлера для y2:\n%s\n',deqEuler_y2)
eq_u = [char(dFdu) '=0'];
eq_L1 = [char(dFdL1) '=0'];
eq_L2 = [char(dFdL2) '=0'];
```

```
fprintf('Рівняння для u:\n%s\n',eq_u)
fprintf('Рівняння для L1:\n%s\n',eq_L1)
fprintf('Рівняння для L2:\n%s\n',eq_L2)
```

```
Рівняння Ейлера для y1:
-DL1=0
Warning: simple will be r
instead.
> In sym.simple at 41
  In Lab_8 at 46
Рівняння Ейлера для y2:
- DL2 - L1=0
Рівняння для u:
2*u - L2=0
Рівняння для L1:
Dy1 - y2=0
Рівняння для L2:
Dy2 - u=0
```

Рисунок 4 - диференціального рівняння Ейлера для змінних y_1 та y_2

5.Ми склали рівняння Ейлера, тепер розв'яжемо систему рівнянь. Функція ***dsolve*** дозволяє знаходити як загальне розв'язання диференціального рівняння, так і часткове його розв'язання, що задовольняє задані початкові або граничні умови. Знайдемо розв'язок системи диференціальних рівнянь.

```
eq_L22 = char(subs(eq_L2,u,solve(eq_u,u)));
Sol=dsolve(deqEuler_y1, deqEuler_y2, eq_L1, eq_L22,
'y1(0) = 12', 'y2(0) = 6'); % вирішуємо систему рівнянь

% вирішуємо систему рівнянь
```

6. Сформуємо тепер рівняння для граничних умов, підставивши в знайдений аналітичний розв'язок *Sol* граничні точки t_1 і t_2 і дорівнявши їх відповідно до y1_t1 і y2_t1.

```
Left_y1=subs(Sol.y1,t,t1); % підставили t1
Left_y2=subs(Sol.y2,t,t1); % підставили t1
Eq_y1=[char(Left_y1) '=' char(sym(y1_t1))]; % =y1_t1
Eq_y2=[char(Left_y2) '=' char(sym(y2_t1))]; % =y2_t1
```

```
disp('Рівняння для граничних умов:')
fprintf('%s\n',Eq_y1,Eq_y2)
```

```
Рівняння для граничних умов:
50*C2 + (500*C4)/3 + 72=30
10*C2 + 50*C4 + 6=8
```

Рисунок 5 - рівняння для граничних умов

7. Розв'язуємо отриману систему кінцевих рівнянь – знаходимо значення довільних постійних *C*3 і *C*4. Присвоюємо знайдені розв'язки символічним константам, отриманим при розв'язанні системи диференціальних рівнянь. Тепер обчислюємо аналітичний розв'язок *Sol_U*. Таке обчислення зводиться до того, що в нього будуть підставлені знайдені значення констант *C*3 і *C*4. Друкуємо знайдене управління.

```
Sol_U= solve(char(subs(eq_u,L2,Sol.L2)),u);
Con=solve(Eq_y1,Eq_y2,'C2,C4'); % розв'язуємо систему
C2=Con.C2; % прирівнюємо отриманні розв'язки
C4=Con.C4; % символічним константам C2 и C3
Sol_y1=vpa(eval(Sol.y1),10); % підставили C3,C4
Sol_y2=vpa(eval(Sol.y2),10); % підставили C3,C4
Sol_U=vpa(eval(Sol_U),10); % підставили C3,C4
disp('Рівняння управління')
fprintf('u(t)=%s\n',char(Sol_U))
```

```
Рівняння управлну іння
u(t)=0.624*t - 2.92
```

Рисунок 6 - Рівняння управління

8.Обчислимо значення функціонала, що оцінює якість управління.

```
JJ = u^2;
JJextr=subs(JJ,{u},{Sol_U});
Jextr=eval(int(JJextr,t,t0,t1))
```

```
Jextr =

   32.8480
```

Рисунок 7 - значення функціонала

10. І нарешті, будуємо графік. Задаємо масив аргументів для рисування графіка функції і обчислюємо значення функції. Рисуємо графік, підписуємо заголовок і координатні осі встановленим шрифтом.

```
tp1=linspace(t0,t1); % задаємо масив абсцис
U2=subs(Sol_U,t,tp1); % обчислили ординати
figure % фігура
plot(tp1,U2,'-r') % рисуємо графік червоною лінією
set(get(gcf,'CurrentAxes'),...
  'FontName','Times New Roman Cyr','FontSize',12)
title('\bfУправління') % заголовок
xlabel('\itt') % мітка осі OX
ylabel('\itU\rm(\itt\rm)') % мітка осі OY
```

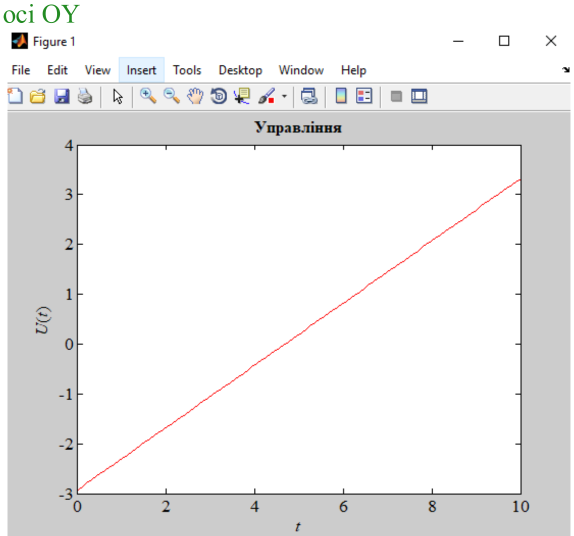

Рисунок 6 – Графік зміни управління

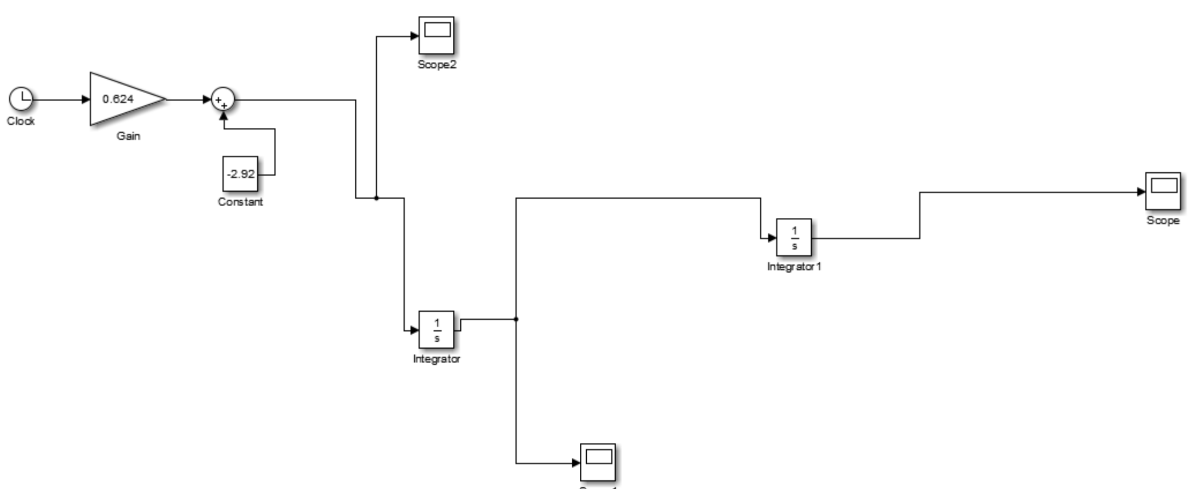

Рисунок 7 - Модель для розв’язання задачі

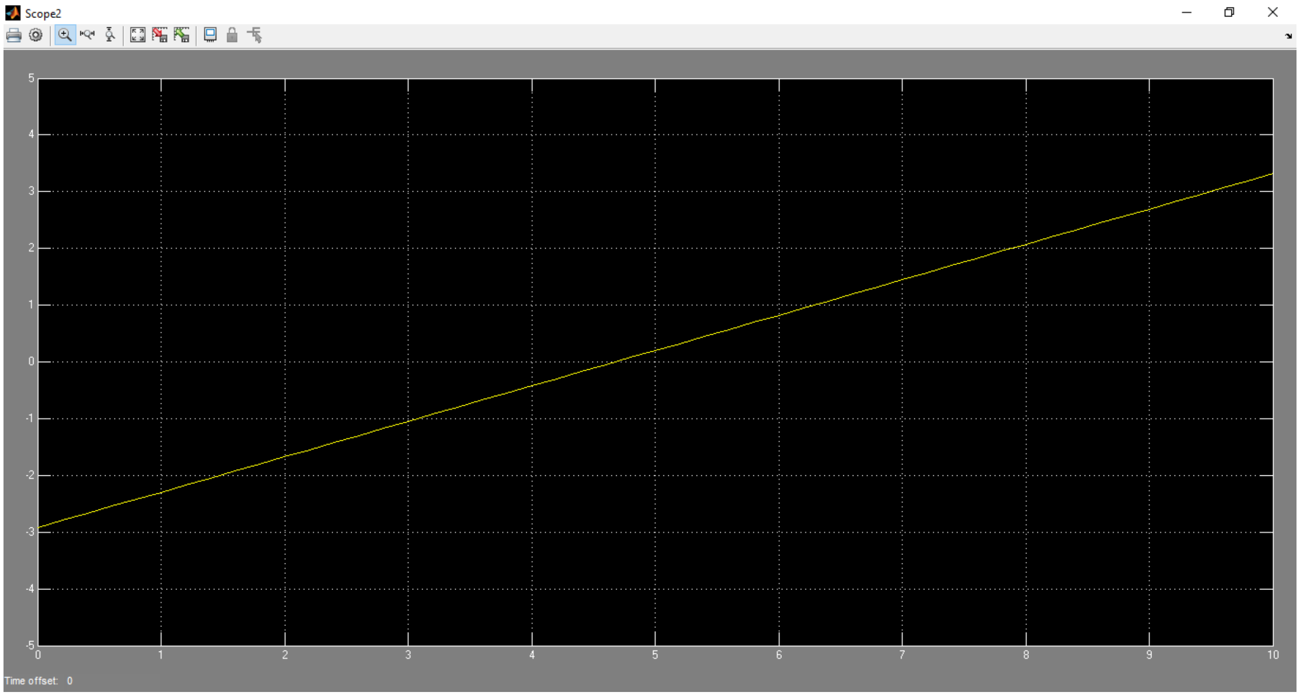

Рисунок 8 - Графік зміни управління (scope 2)

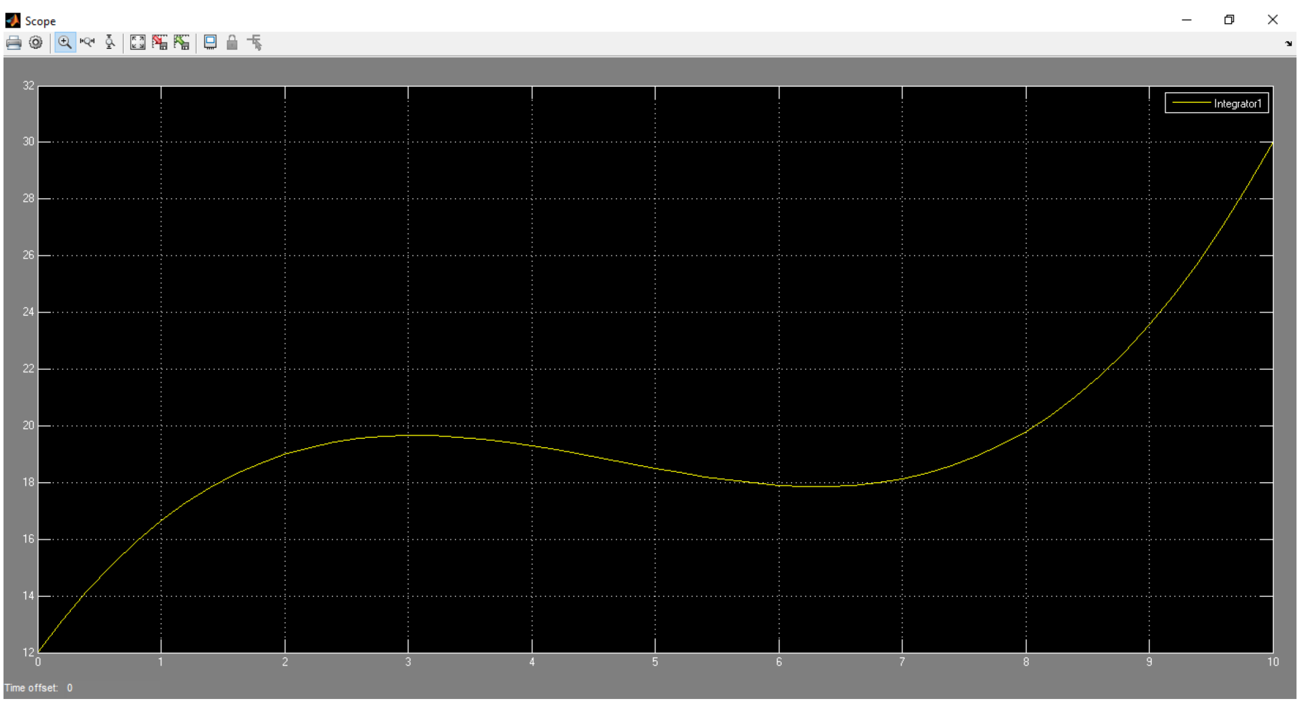

Рисунок 9 - Графік зміни управління (scope)

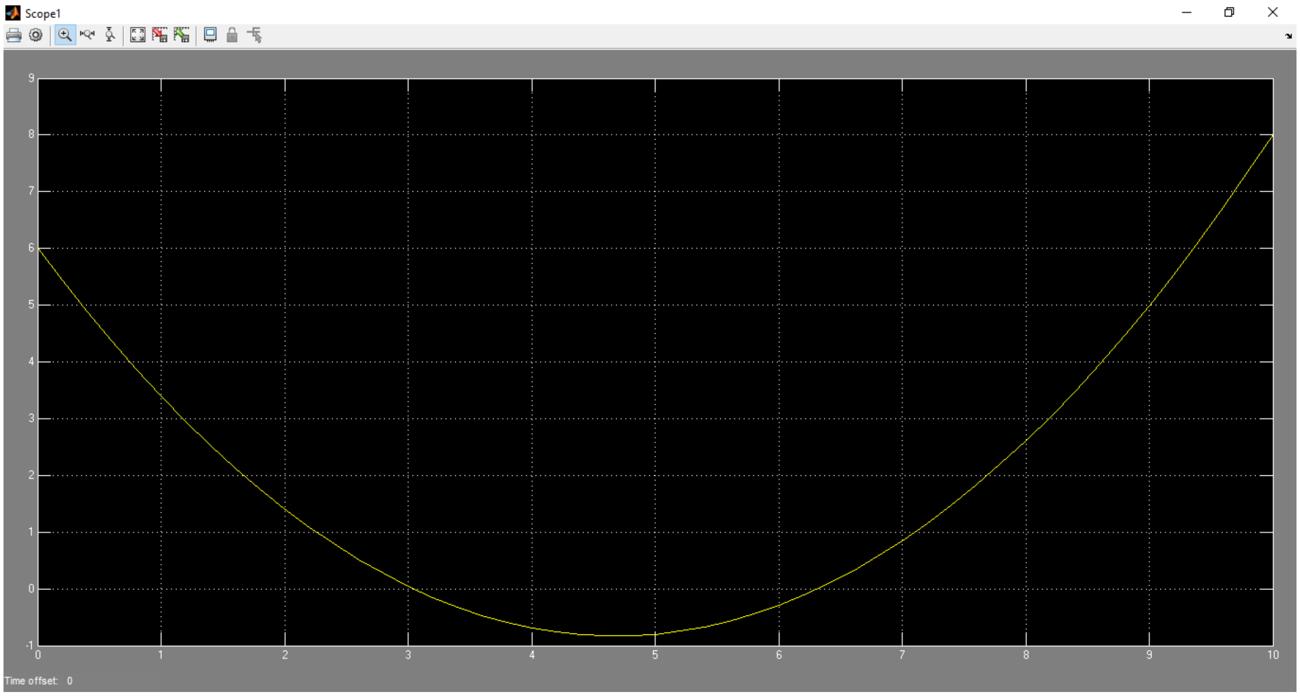

Рисунок 10 - Графік зміни управління (scope 1)

Висновок

Отримали практичні навички розв'язання задачі оптимального управління детермінованими об'єктами з звичайними параметрами, які описуються звичайними диференціальними рівняннями методом варіаційного числення