引言与motivation

Unruh效应是弯曲时空场论的一个有趣的结论。考虑闵氏时空中处于真空态的一个标量场，在任何惯性系中，它都处于真空态。然而，如果我们以匀加速观者的视角来考察它，我们将会发现这个场处于热平衡态，并且温度正比于加速度。Unruh效应有趣之处在于，我们所考虑的背景时空闵氏时空是平直的，这暗示我们另一种平直时空——伽利略时空可能也会有类似的效应，即匀加速观者观测伽利略时空中的物理现象，可能存在不平凡的物理效应。

仿照色动力学中的技巧，我们可以将时空格点化，这时我们所考虑的自由标量场就会退化为由无穷多个谐振子所构成的多体系统。最典型的由谐振子组成的多体系统是晶格振动系统(在正则量子化之后，可以称作声子系统)，这启发我们可以思考晶格中是否也存在Unruh效应，即考虑零温声子场，匀加速观者是否能够观察到一个热能谱。

为了研究无穷多谐振子的系统，我们可以从单体谐振子入手，即考虑一个一维谐振子在匀加速观者看到的效应。这本身也是一个很有趣的课题，近些年，一些课题组(如维也纳大学Bruckner等人)做了一些有关量子力学中的参考系变换问题，得到了很多有趣的结论。文献【1】还讨论了匀加速观者对自由粒子的观测结果，并讨论了两种量子力学版本的等效原理。所以对于单个简谐振子，我们也可以考虑量子力学版本的等效原理，考察引力场中的谐振子和匀加速观者看到的无外场谐振子。

因此本工作将主要研究匀加速观者观测到的单个谐振子，主要研究以下几个问题：

a 验证谐振子的伽利略对称性，即对于匀速直线运动的观察者来说，是否有额外的效应

b naïve地把替换为，看看是否满足薛定谔方程，并理解为什么满足或者为什么不满足

c 推导匀加速观者看到的谐振子的哈密顿量，并求解相应薛定谔方程（或者海森堡方程或者传播子），比较静止系下的谐振子，并理解经典层面的惯性力的量子力学对应

d 讨论一维谐振子是否存在Unruh效应，并理解为什么有或者为什么没有

e 推导引力场中的谐振子波函数，与匀加速观者观察到的谐振子作比较，讨论量子力学版本的等效原理

至于晶格振动的Unruh效应、等效原理等方面的工作则放到后续的工作中。

A 谐振子的伽利略对称性

在考虑匀加速观测者所看到的谐振子之前，我们不妨先验证一下匀速直线运动观者所观测到的谐振子，来确认量子力学层面的伽利略对称性。

简谐振子的哈密顿量是  ，其第n能级波函数是一个Gauss波包乘Hermit多项式: ，其中， 。

现在我们考虑一个匀速移动的谐振子势能 ，此时哈密顿量是含时的，几乎无法直接求解。考虑到该体系的物理图像是一个运动的谐振子，我们可以写出其第n能级的波函数为：

不难验证，这个波函数是 在t时刻的瞬时本征态。这个波函数中，体系的能量除了振动能 ，还增加了平动动能；谐振子的平衡位置为 。此外，我们还应当加上一个空间平移算符 ，其中p=mv为谐振子的平动动量。这是因为：

待续

我们还应注意，此含时哈密顿量的瞬时本征值并不等于 ，而是多出一个纯虚数，并且与能级有关，例如第0, 1能级下，多出来的纯虚数分别为, 。哈密顿量的瞬时本征值为复数，意味着瞬时哈密顿量不厄米。当然这也是可以理解的，类比用虚数势能来描述粒子衰变，我们知道哈密顿量不厄米意味着态正在跃迁到一个此哈密顿量不能描述的态上，即哈密顿量态空间不完备，这一般是由于构造哈密顿量时忽略了某些态导致的。而在这个模型中，经过dt时间，谐振子的平衡位置发生了变化，确实跃迁到了 的态空间之外，因此需要一个纯虚数来刻画这一过程。这也正是空间平移算符的物理意义。

B 匀加速观者看到的谐振子

C 谐振子的盎鲁效应

讨论

本文主要是抛砖引玉地研究了单个谐振子，我们还可以考虑很多其它问题，例如

a 一维谐振子，但是加速观者从垂直于振动的方向运动

b 三维谐振子的情形

c 一维晶格振动链，考察是否有Unruh效应

c 三维晶格振动系统

d 晶格振动系统替换为其它多体系统，例如Bethe链、海森堡模型、Anderson 模型等等

e 研究平衡位置在做匀加速运动的一个谐振子，对比匀加速观者看到的普通谐振子，看看有没有什么其它效应，比如Berry phase。这部分地相当于量子力学版本的牛顿水桶实验，可以作一些讨论。

参考文献

1. 胡悲乐. 量子力学中的等效原理
2. Bruckner. Quantum mechanics and the covariance of physics laws in quantum reference frames

之后找一找维也纳大学Bruckner等人关于量子力学中的参考系变换的文章，找一找Unruh效应方面的文章，