

# Zápočtová úloha č. 1

Řešte následující okrajovou úlohu metodou střelby:

$$\begin{aligned} u'' &= f \text{ na intervalu } (a, b), \\ u(a) &= A, u(b) = B, \end{aligned} \tag{1}$$

kde  $a, b, A, B$  a  $f$  si zadejte tak, aby byl výsledek zajímavý (např.  $f(x) = \sin(x) - x \cos(2x)$ ,  $a = 0, b = 5, A = 0, B = 1$  apod.)

*Metoda střelby:* Dělení  $(a, b)$  s krokem  $h$  a uzly  $x_i$ . Aproximuji  $u(x_i) \approx u_i$ . Rovnici přepíšu jako soustavu ODR prvního řádu:

$$\begin{aligned} u' &= v, \\ v' &= f, \end{aligned} \tag{2}$$

kterou umím snadno řešit např. dopřednou (explicitní) Eulerovou metodou (aproximuji derivaci dopřednou diferencí):

$$\begin{aligned} u_{i+1} &= u_i + hv_i, \\ v_{i+1} &= v_i + hf(x_i). \end{aligned} \tag{3}$$

Z levé okrajové podmínky vím, že  $u_0 = A$ , ale neznám okrajovou podmínu pro  $v_0 \approx u'(a)$ , mám zadáno jen  $u_n = u(b) = B$ . Tedy si zkusím ‘tipnout’:

- Zkusím např.  $v_0 = -100$ , vyřeším pomocí (3) a (pravděpodobně) získám řešení, kdy bude  $u_n < B$ .
- Zkusím např.  $v_0 = 100$ , tentokrát asi bude pro změnu  $u_n > B$ .
- Metodou půlení intervalu najdu takové  $v_0$ , pro které bude výsledné řešení splňovat  $u_n = B$  s nějakou rozumnou tolerancí, např.  $10^{-6}$ .

Naprogramujte a srovnejte výsledek s přesným řešením úlohy.