

GCRS 与 ITRS 之间的坐标转换研究^{*}

张捍卫¹⁾ 郑 勇²⁾ 马高峰²⁾

(¹⁾河南理工大学测绘学院, 焦作 454003
(²⁾解放军信息工程大学测绘学院, 郑州 450052)

摘 要 地球质心天球参考系(GCRS)与国际地球参考系(ITRS)之间的坐标转换是天文/测地学的主要研究问题之一。在基于春分点的坐标转换过程中,推导了瞬时天球中间极(CIP)在GCRS中的坐标表达式,它是基于非旋转原点(NRO)坐标转换的基础。根据选择的欧拉角,对J2000平天极相对GCRS的天极补偿和分点改正的概念进行了数学表述。同时给出了在基于春分点和NRO的坐标转换模型中引入的各种坐标系之间的关系。

关键词 天球参考系;地球参考系;春分点;非旋转原点;坐标转换

中图分类号:P226⁺.3

文献标识码:A

RESEARCH ON COORDINATE TRANSFORMATION BETWEEN GCRS AND ITRS

Zhang Hanwei¹⁾, Zheng Yong²⁾ and Ma Gaofeng²⁾

(¹⁾School of Surveying and Land Information Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454003
(²⁾Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou 450052)

Abstract The coordinate transformation between the geocentric celestial reference system(GCRS) and the international terrestrial reference system (ITRS) is one of the main questions for studying in astronomy / geodesy. In the coordinate conversion process based on Equinox, deduced the coordinate expression of instantaneous celestial intermediate pole (CIP) in GCRS is the basis for coordinate transformation based on non-rotating origin (NRO). According to the choice of Euler angles, the concepts of the celestial pole offset for the mean celestial pole at J2000 relative to GCRS and the equinox offset has been re-defined. At the same time, the relationships between introduced various coordinate systems in the coordinate transformation models based on Equinox and NRO are given.

Key words: celestial reference system; terrestrial reference system; equinox; non-rotating origin; coordinate transformation

1 引言

地球质心天球参考系(GCRS)和国际地球参考系(ITRS)之间的坐标转换,经典的方法是参照春分

点和格林尼治零子午点^[1]。国际地球自转和参考系服务(IERS2003)规范^[2]建议采用非旋转原点(NRO)作为瞬时赤道上的参考点^[3],这里的瞬时赤道指的是瞬时天球中间极(CIP)对应的赤道。CIP

* 收稿日期:2010-09-02

基金项目:国家自然科学基金(41040035);河南省科技创新人才计划(094100510023)

作者简介:张捍卫,男,1967年生,教授,博士,博士生导师,主要从事动力大地测量学的研究. E-mail: zhanwei800@163.com

与 NRO 相联系,在 GCRS 和 ITRS 中分别给出了在瞬时 CIP 赤道上的天球中介原点(CIO)和地球中介原点(TIO)[在国际天文学会(IAU2006)之前,它们称为天球历书原点(CEO)和地球历书原点(TEO)],地球自转角定义为在该赤道上 CIO 与 TIO 之间的夹角,并使得世界时(UT1)线性正比于地球自转角^[4]。这样,ITRS 与 GCRS 的坐标转换由 CIP 在这两个坐标系中的位置和地球自转角决定。在提出 NRO 概念后,很多学者对此做了深入的研究和讨论,例如,Lambert^[5]给出了在 ITRF 中 TEO 的位置,Capitaine^[6-8]在亚毫角秒精度上根据格林尼治恒星时(GST)和地球自转角精确地导出了 UT1 的表达式,并基于 IAU2000 关于岁差章动的决议给出了 CIP、CEO 和 UT1 的数值公式。鉴于 IAU2006 决议采用 P03 岁差章动模型^[9],Capitaine^[10,11]给出了与 IAU2006 决议相一致的 CIP 和 CIO 的精确公式。目前,对于岁差章动和光行差的复数分析方法^[12],岁差章动运动与极移的振幅和频率之间的转换关系^[13],IAU2000/2006 岁差章动理论及其与 VLBI 观测的比较^[14,15],海洋潮汐和板块构造对地球自转的影响^[16-18]等方面的研究有了更新的进展。

本文不涉及地球自转理论的研究,在假设岁差章动理论模型是完善的,极移参数是精确的情况下,探讨 GCRS 与 ITRS 之间坐标转换的本质关系。基于本文选择的欧拉角,给出了天极补偿和分点改正的几何意义和 NRO 的概念。在基于春分点的坐标转换过程中,推导了 CIP 在 GCRS 中的位置,这是基于 NRO 的坐标转换模型的基础;同时,也给出了基于春分点和 NRO 的坐标转换模型的关系。

2 基于春分点的 GCRS 与 ITRS 的坐标转换

具有公共坐标原点和尺度的两个直角坐标系之间的坐标转换,最直观的方法是选择它们之间的 3 个欧拉角(图 1),假设旧坐标系用 $O-XYZ$ 表示,新坐标系用 $O-xyz$ 表示,它们都是右手坐标系。如选择 $N\Sigma_0=90^\circ-E$ 、 $NT=90^\circ-E-\bar{s}$ 和 $\angle\Sigma_0NT=d$ 作为这两个坐标系之间坐标转换的欧拉角,则从旧坐标系到新坐标系的转换矩阵可表示为

$R_3(-\bar{s})R_3(-E)R_2(d)R_3(E)=R_3(-\bar{s})Q$
这里, $Q=R_3(-E)R_2(d)R_3(E)$ 。如果令 $\xi_0=\text{sindcos}E, \eta_0=\text{sindsin}E$,则有

$$Q=\begin{bmatrix} 1-a\xi_0^2 & -a\xi_0\eta_0 & -\xi_0 \\ -a\xi_0\eta_0 & 1-a\eta_0^2 & -\eta_0 \\ \xi_0 & \eta_0 & 1-a(\xi_0^2+\eta_0^2) \end{bmatrix}$$

$$a=\frac{1}{1+\sqrt{1-(\xi_0^2+\eta_0^2)}} \tag{1}$$

以上就是具有公共坐标原点和尺度的两个直角坐标系之间坐标转换的推荐公式。

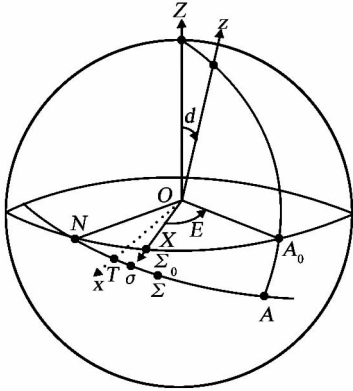


图 1 新旧坐标系之间的转换与欧拉角
Fig. 1 Conversion between the old and new coordinates and related Euler angles

2.1 坐标系 GCRS 与 MECE 的坐标转换

根据图 1 所示,设 $N\Sigma_0A_0$ 表示 GCRS 的赤道面,第一轴指向 Σ_0 点。 $NT\Sigma$ 表示 J2000 历元平赤道坐标系(MECE)的赤道面,第一轴指向 T 点(在此为 J2000 平春分点 γ_0),第三轴指向 J2000 平天极(该时刻 CIP 的平位置)。设

$$\bar{s}=N\Sigma_0-NT=-d\alpha_0 \tag{2}$$

这里把 $d\alpha_0$ 定义为分点改正。这样可得 GCRS 与 MECE 之间的坐标转换关系

$$[MECE]=R_3(d\alpha_0)Q[GCRS]$$

其中,矩阵 Q 中的 $\xi_0、\eta_0$ 表示 J2000 平天极在 GCRS 系中的坐标,也称天极补偿,由于 $\xi_0、\eta_0$ 和 $d\alpha_0$ 的量级都是 10^{-7} ,在微角秒精度下其二次项可略去^[2]。这样就可得:

$$[MECE]=R_3(d\alpha_0)R_1(-\eta_0)R_2(\xi_0)[GCRS] \tag{3}$$

因此也有

$$[GCRS]=R_3(-d\alpha_0)R_1(\eta_0)R_2(-\xi_0)[MECE] \tag{4}$$

注意微小角转换的次序可交换。根据上式,可知由式(2)定义的分点改正合适的。

设观测瞬时 CIP 单位矢量在 GCRS 和 MECE 中的坐标分别是 (X,Y,Z) 和 $(\bar{X},\bar{Y},\bar{Z})$,那么,根据式(4)可得

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & -d\alpha_0 & \xi_0 \\ d\alpha_0 & 1 & \eta_0 \\ -\xi_0 & -\eta_0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{X}-d\alpha_0\bar{Y}+\xi_0\bar{Z} \\ \bar{Y}+d\alpha_0\bar{X}+\eta_0\bar{Z} \\ \bar{Z}-\xi_0\bar{X}-\eta_0\bar{Y} \end{bmatrix} \tag{5}$$

这就是 IERS2003^[2]给出的公式之一。

2.2 坐标系 MECE 与 TECD 的坐标转换

如图 2 所示(这里以直线代替大圆弧)。瞬时真赤道坐标系(TECD)的定义是:第三轴指向瞬时真天极(瞬时 CIP 位置),主平面是瞬时赤道面,第一轴指向瞬时真春分点 γ 。在此 MECE 的定义是:主平面是 J2000 历元平赤道面,第一轴指向 J2000 平差分点 γ_0 ,第三轴指向 J2000 平天极。为方便转换,引入瞬时平赤道坐标系(MECD),其定义是:主平面是瞬时平赤道面,第一轴指向瞬时平差分点 γ' ,第三轴指向瞬时平天极。所有参考系的坐标原点都在整体地球质心。MECE 与 MECD 之间的差异是岁差,它们可通过以下任一组岁差参数来联系^[2,9]:

$$(z_A, \theta_A, \xi_A), (\chi_A, \omega_A, \psi_A, \varepsilon_0)$$

$$(\varepsilon_A, \bar{\psi}, \bar{\varphi}, \bar{\gamma}), (\varepsilon_A, \Lambda_A, \pi_A, \Pi_A, \varepsilon_0)$$

这里, ε_0 称为 J2000 时刻的平黄赤交角。

而 MECD 与 TECD 之间的差异是章动,它们可通过以下任一组章动参数来联系^[2,9]:

$$(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon, \Delta\psi, \varepsilon_A), (\chi_A + \Delta\chi, \omega_A + \Delta\varepsilon_1, \Delta\psi_1, \omega_A, \chi_A)$$

这里, $\Delta\psi$ 和 $\Delta\varepsilon, \Delta\psi_1$ 和 $\Delta\varepsilon_1$ 分别是参考于瞬时黄道和历元黄道的黄经章动和交角章动。

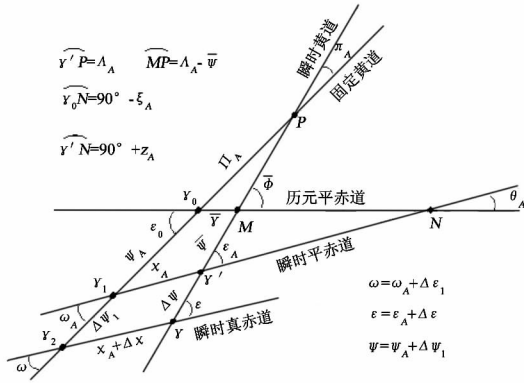


图 2 赤道区域与岁差章动有关的示意图

Fig. 2 Geometric system related to precession and nutation in the equatorial region

2.2.1 坐标系 MECE 与 MECD 之间的转换

通过纽康参数(ξ_A, z_A, θ_A)进行 MECE 与 MECD 之间的转换,其方法是

$$[\text{MECE}] = P[\text{MECD}] \quad (6)$$

其中, $P = R_3(-90^\circ - \xi_A)R_1(-\theta_A)R_3(90^\circ + z_A)$, 或者写为

$$P = R_3(\xi_A)R_2(-\theta_A)R_3(z_A)$$

这里 P 表示岁差矩阵。

根据图 2 所示,岁差矩阵 P 还可表示为以下一些形式

$$\begin{cases} P = R_1(-\varepsilon_0)R_3(\psi_A)R_1(\omega_A)R_3(-\chi_A) \\ P = R_3(-\bar{\gamma})R_1(-\bar{\phi})R_3(\bar{\psi})R_1(\varepsilon_A) \\ P = R_1(-\varepsilon_0)R_3(-\Pi_A)R_1(-\pi_A)R_3(\Lambda_A)R_1(\varepsilon_A) \end{cases} \quad (7)$$

式(7)第一式的岁差矩阵是 IERS(2003)^[2] 建议的形式。

2.2.2 直角坐标系 MECD 与 TECD 的转换

关于 MECD 与 TECD 之间的转换,一般常用的方法是

$$[\text{MECD}] = N[\text{TECD}] \quad (8)$$

这里, $N = R_1(-\varepsilon_A)R_3(\Delta\psi)R_1(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon)$ 称为章动矩阵。根据图 2 可知,章动矩阵 N 还可表示为以下形式

$$N = R_3(\chi_A)R_1(-\omega_A)R_3(\Delta\psi_1)R_1(\omega_A + \Delta\varepsilon_1)R_3[-(\chi_A + \Delta\chi)] \quad (9)$$

根据岁差参数 χ_A 的表达式^[2],有 $\Delta\chi = 0$ 。以上两个章动矩阵应相等,展开后比较可得

$$\begin{cases} \Delta\psi_1 \sin \omega_A = \Delta\psi \sin \varepsilon_A \cos \chi_A - \Delta\varepsilon \sin \chi_A \\ \Delta\varepsilon_1 = \Delta\psi \sin \varepsilon_A \sin \chi_A + \Delta\varepsilon \cos \chi_A \end{cases} \quad (10)$$

上式是两组章动参数之间的关系。

2.3 坐标系 MECE 与 TECD 转换的推荐形式

如果岁差转换采用式(7)的第一式章动矩阵采用式(9),则 MECE 与 TECD 之间的转换形式是

$$[\text{MECE}] = P[\text{MECD}] = PN[\text{TECD}] = Q_1[\text{TECD}] \quad (11)$$

这里, $Q_1 = PN = R_1(-\varepsilon_0)R_3(\psi_A + \Delta\psi_1)R_1(\omega_A + \Delta\varepsilon_1)R_3(-\chi_A)$, 此时, Q_1 合称为岁差章动矩阵。

瞬时 CIP 位置矢量就是 TECD 的第三轴,在 MECE 中它的坐标是

$$(\bar{X} \ \bar{Y} \ \bar{Z})_{[\text{MECE}]}^T = Q_1(0 \ 0 \ 1)_{[\text{MECD}]}^T$$

如果令

$$\psi = \psi_A + \Delta\psi_1, \omega = \omega_A + \Delta\varepsilon_1 \quad (12)$$

这样就可得 IERS(2003)公式

$$\begin{cases} \bar{X} = \sin \psi \sin \omega \\ \bar{Y} = \cos \varepsilon_0 \cos \psi \sin \omega - \sin \varepsilon_0 \cos \omega \\ \bar{Z} = \sin \varepsilon_0 \cos \psi \sin \omega + \cos \varepsilon_0 \cos \omega \end{cases} \quad (13)$$

结合式(5)和(13),就可知瞬时 CIP 位置矢量在 GCRS 中的直角坐标。

2.4 坐标系 TECD 与 TRSD 的转换

瞬时地球参考系(TRSD)的定义是:坐标原点在地球质心;第三轴与 TECD 的一致,即指向瞬时 CIP 位置,也就是 TRSD 的主平面也是瞬时真赤道面;第一轴指向由 CIP 和格林尼治天文台所组成的子午面与瞬时真赤道面的交点。由于瞬时真春分点

CIRS、CIRS 与 TIRS、TIRS 与 ITRS 之间的关系。至于 TECD 与 CIRS(瞬时真春分点与 CIO)、TRSD 与 TIRS(瞬时地球经度原点与 TIO)之间的关系,具体数值和求解方法见文献[2,10,11]。

无论是基于春分点,还是基于 NRO,GCRS 与 ITRS 之间的坐标转换关系是明晰的。主要的问题之一是选择合适的天球参考极,目前采用的 CIP 虽然能够与当前观测精度相匹配,但实质上 CIP 仍然是地幔的平均形状极(地幔的 Tisserand 极)。它在天球、地球参考系中的运动仍然受到各种复杂地球物理机制的影响,特别是海洋、大气、地球内部的惯性耦合和电磁耦合,以及各种非潮汐摄动因素,在微角秒精度下研究得还不是非常清楚,仍然需要继续探讨。同时,也需要继续由天文测地观测来求出对 IAU2000/2006 岁差章动模型的天极补偿。

与 IAU2000/2006 岁差章动模型相一致的 GCRS 和 ITRS 之间的坐标转换的计算程序已由 IERS 网站提供。各种子程序基本上是自包含的,应用起来非常方便,因此,建议在相关的研究中应用这些子程序。

参 考 文 献

1 McCarthy D D. IERS conventions, IERS technical note 21 [M]. IERS Convention Centre, Sevres, France,1996.

2 McCarthy D D and G Petit (Eds.). IERS conventions, IERS technical note 32 [M]. IERS Convention Centre, Sevres, France, 2004.

3 Guinot B. Basic problems in the kinematics of the rotation of the Earth[A]. in: Time and the Earth's rotation[C]. Eds. by McCarthy D D and Pilkington P D. IAU Publ. , 1979;7 – 18.

4 Capitaine N,et al. A non-rotating origin on the instantaneous equator: Definition, properties and use[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 1986, 39(3):286 – 307.

5 Lambert S and Bizouard C. Positioning the terrestrial ephemeris origin in the international terrestrial frame[J]. Astronomy and Astrophysics, 2002, 394(1):317 – 321.

6 Capitaine N and Gontier A M. Accurate procedure for deriving UT1 at a submilliarcsecond accuracy from Greenwich Sidereal Time or from stellar angle[J]. Astronomy and Astro-

physics, 1993, 275(2):645 – 650.

7 Capitaine N , et al. Expressions for the celestial intermediate pole and celestial ephemeris origin consistent with the IAU 2000A precession-nutation model[J]. Astronomy and Astrophysics, 2003, 400(3):1 145 – 1 154.

8 Capitaine N, et al. Expressions to implement the IAU 2000 definition of UT1[J]. Astronomy and Astrophysics, 2003, 406(3):1 135 – 1 149.

9 Wallace P T and N Capitaine. Precession-nutation procedures consistent with IAU 2006 resolutions[J]. Astronomy and Astrophysics, 2006, 459(3):981 – 986.

10 Capitaine N and P T Wallace. High precision methods for locating the celestial intermediate pole and origin[J]. Astronomy and Astrophysics, 2006, 450(2):855 – 872.

11 Capitaine N and P T Wallace. Concise CIO based precession-nutation formulations[J]. Astronomy and Astrophysics, 2008, 478(1):277 – 284.

12 Robin G Stuart. Applications of complex analysis to precession, nutation and aberration[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2009, 400(3):1 366 – 1 372.

13 Richter B, et al. Transformation of amplitudes and frequencies of precession and nutation of the earth's rotation vector to amplitudes and frequencies of diurnal polar motion[J]. Journal of Geodesy, 2010, 84(1):1 – 18.

14 Capitaine N, et al. On the IAU 2000/2006 precession nutation and comparison with other models and VLBI observations[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2009, 103(2):179 – 190.

15 Krasinsky G A. Earth's precession-nutation motion: the error analysis of the theories IAU 2000 and IAU 2006 applying the VLBI data of the years 1984 – 2006[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2008, 101(4):325 – 336.

16 Mathews P M and Lambert S B. Effect of mantle and ocean tides on the Earth's rotation rate[J]. Astronomy and Astrophysics, 2009, 493(1):325 – 330.

17 Spivak A A, et al. Precessional motions of structural blocks of the Earth's crust[J]. Doklady Earth Sciences, 2009, 427(5):830 – 832.

18 Gross R S. An improved empirical model for the effect of long-period ocean tides on polar motion[J]. Journal of Geodesy, 2009, 83(7):635 – 644.