

Théorie de la décision

Chapitre 1: Introduction

Hamrita Mohamed Essaied

Institut des Hautes Études commerciales

Septembre 2022



- 1 Matériels
- 2 Formulation d'un problème
- 3 Dominance
- 4 L'arbre de décision
- 5 Risque et incertitude

Table des matières

- 1 Matériels
- 2 Formulation d'un problème
- 3 Dominance
- 4 L'arbre de décision
- 5 Risque et incertitude

Supports pédagogiques

Les supports pédagogiques sont déposés à l'entrepôt Github. Tous les documents sont consultables depuis l'adresse suivante:

<https://github.com/Hamrita/DT>

Supports pédagogiques

Les supports pédagogiques sont déposés à l'entrepôt Github. Tous les documents sont consultables depuis l'adresse suivante:

<https://github.com/Hamrita/DT>

Références bibliographiques

- Roch Ouellet, Yves Nobert, Régis Parent (2016) - Méthodes d'optimisation pour la gestion (Chap 9); Gaëtan Morin, ISBN: 978-2-89632-002-8.
- Bernard W. Taylor III (2006) - Introduction to Management Science (Chap 12), Pearson, ISBN: 13: 978-1-29-209291-1.
- David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams, Jeffrey D. Camm, James J. Cochran, Michael J. Fry, Jeffrey W. Ohlmann (2019) - An Introduction to Management Science- Quantitative Approaches to Decision Making (Chap 13), Cengage, ISBN: 978-1-337-40652-9.

Table des matières

- 1 Matériels
- 2 Formulation d'un problème
- 3 Dominance
- 4 L'arbre de décision
- 5 Risque et incertitude

Formulation du problème

Un problème de décision est composé de trois éléments:

- \mathcal{A} : l'ensemble des actions (décisions possibles).

Formulation du problème

Un problème de décision est composé de trois éléments:

- \mathcal{A} : l'ensemble des actions (décisions possibles).
- E : l'ensemble des états de la nature.

Formulation du problème

Un problème de décision est composé de trois éléments:

- \mathcal{A} : l'ensemble des actions (décisions possibles).
- E : l'ensemble des états de la nature.
- $c(a, e)$: résultat (profit ou coût) de l'exécution de l'action $a \in \mathcal{A}$ de l'état de la nature $e \in E$.

Formulation du problème

Un problème de décision est composé de trois éléments:

- \mathcal{A} : l'ensemble des actions (décisions possibles).
- E : l'ensemble des états de la nature.
- $c(a, e)$: résultat (profit ou coût) de l'exécution de l'action $a \in \mathcal{A}$ de l'état de la nature $e \in E$.
- \mathcal{X} : l'ensemble des conséquences, les résultats d'une action possibles conditionnellement à la réalisation d'un état de la nature.

Formulation du problème

Un problème de décision est composé de trois éléments:

- \mathcal{A} : l'ensemble des actions (décisions possibles).
- E : l'ensemble des états de la nature.
- $c(a, e)$: résultat (profit ou coût) de l'exécution de l'action $a \in \mathcal{A}$ de l'état de la nature $e \in E$.
- \mathcal{X} : l'ensemble des conséquences, les résultats d'une action possibles conditionnellement à la réalisation d'un état de la nature.

Formulation du problème

Un problème de décision est composé de trois éléments:

- \mathcal{A} : l'ensemble des actions (décisions possibles).
- E : l'ensemble des états de la nature.
- $c(a, e)$: résultat (profit ou coût) de l'exécution de l'action $a \in \mathcal{A}$ de l'état de la nature $e \in E$.
- \mathcal{X} : l'ensemble des conséquences, les résultats d'une action possibles conditionnellement à la réalisation d'un état de la nature.

$c(a, e)$ est généralement représenté sous la forme d'un tableau appelé **matrice de décision** ou **Payoff table**.

Exemple 1

Un investisseur est devant l'achat l'un des trois types de biens immobiliers; immeuble d'appartements, immeuble de bureaux ou un entrepôt. Le profit de l'investisseur dépend des conditions économiques futures (bonnes ou mauvaises). La matrice de décision est donnée comme suit:

Exemple 1

Un investisseur est devant l'achat l'un des trois types de biens immobiliers; immeuble d'appartements, immeuble de bureaux ou un entrepôt. Le profit de l'investisseur dépend des conditions économiques futures (bonnes ou mauvaises). La matrice de décision est donnée comme suit:

Actions	États de la nature	
	e_1 : Bonnes	e_2 : Mauvaises
a_1 : Appartements	50.000	30.000
a_2 : Bureaux	100.000	-40.000
a_3 : Entrepôt	30.000	10.000

$A = \{a_1, a_2, a_3\}$, $E = \{e_1, e_2\}$ et $c(a_1, e_2) = 30.000$.

Table des matières

- 1 Matériels
- 2 Formulation d'un problème
- 3 Dominance
- 4 L'arbre de décision
- 5 Risque et incertitude

Définition 1

$a \in \mathcal{A}$ **domine** (strictement) $b \in \mathcal{A}$, noté $A \succsim b$ si:

- $c(a, e) \geq c(b, e) \forall e \in E$,

Définition 1

$a \in \mathcal{A}$ **domine** (strictement) $b \in \mathcal{A}$, noté $A \succsim b$ si:

- $c(a, e) \geq c(b, e) \forall e \in E$,
- $\exists e \in E$ tel que $c(a, e) > c(b, e)$.

Définition 1

$a \in \mathcal{A}$ **domine** (strictement) $b \in \mathcal{A}$, noté $A \succsim b$ si:

- $c(a, e) \geq c(b, e) \forall e \in E$,
- $\exists e \in E$ tel que $c(a, e) > c(b, e)$.

Définition 1

$a \in \mathcal{A}$ **domine** (strictement) $b \in \mathcal{A}$, noté $a \succsim b$ si:

- $c(a, e) \geq c(b, e) \quad \forall e \in E$,
- $\exists e \in E$ tel que $c(a, e) > c(b, e)$.

Remarque

La relation \succsim est une relation binaire **transitive** et **asymétrique**;

- Transitivité: $a \succsim b$ et $b \succsim c \implies a \succsim c$.
- Asymétrie: $a \succsim b \not\implies b \succsim a$.

Définition 2

$a \in \mathcal{A}$ est **efficace** si elle n'est dominée par aucune autre action de \mathcal{A} .
L'ensemble des actions efficace, \mathcal{A}^* est une partie de \mathcal{A} , $\mathcal{A}^* \subseteq \mathcal{A}$.

$$\mathcal{A}^* = \{a \in \mathcal{A} : \text{Non } (b \succ a), \forall b \in \mathcal{A}\}$$

Définition 2

$a \in \mathcal{A}$ est **efficace** si elle n'est dominée par aucune autre action de \mathcal{A} .
L'ensemble des actions efficace, \mathcal{A}^* est une partie de \mathcal{A} , $\mathcal{A}^* \subseteq \mathcal{A}$.

$$\mathcal{A}^* = \{a \in \mathcal{A} : \text{Non } (b \succsim a), \forall b \in \mathcal{A}\}$$

Reprenons l'exemple 1, on a $(a_2, e_1) \succsim (a_1, e_1) \succsim (a_3, e_1)$, mais $(a_2, e_2) \not\succsim (a_1, e_2)$.

L'ensemble des actions efficaces est l'ensemble \mathcal{A} car il n'y a aucune action dominante.

Exemple 2

Actions	États de la nature			
	e_1	e_2	e_3	e_4
a_1	100	100	100	100
a_2	90	90	80	85
a_3	105	70	85	95

$\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3\}$ et $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$.

On a $a_1 \succsim a_2$, donc $\mathcal{A}^* = \{a_1, a_3\}$.

Table des matières

- 1 Matériels
- 2 Formulation d'un problème
- 3 Dominance
- 4 L'arbre de décision
- 5 Risque et incertitude

L'arbre de décision

Un problème de décision peut être représenté par un graphique appelé **arbre de décision** .

□ : un point de décision (action).

○ : un noeud d'évènement (état de la nature).

L'arbre de décision de l'exemple 1 est donnée comme suit:

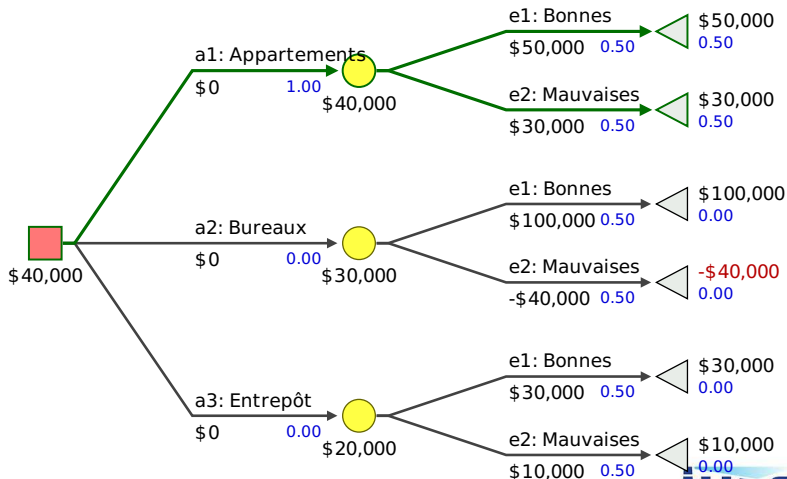


Table des matières

- 1 Matériels
- 2 Formulation d'un problème
- 3 Dominance
- 4 L'arbre de décision
- 5 Risque et incertitude

Risque et incertitude

Les notions de **risque** et **incertitude** sont différenciées par l'**existence** ou **non** des probabilités associées aux différents états de la nature.

Risque et incertitude

Les notions de **risque** et **incertitude** sont différenciées par l'**existence** ou **non** des probabilités associées aux différents états de la nature.
Les deux exemples précédents, sont des problèmes dans l'incertain.