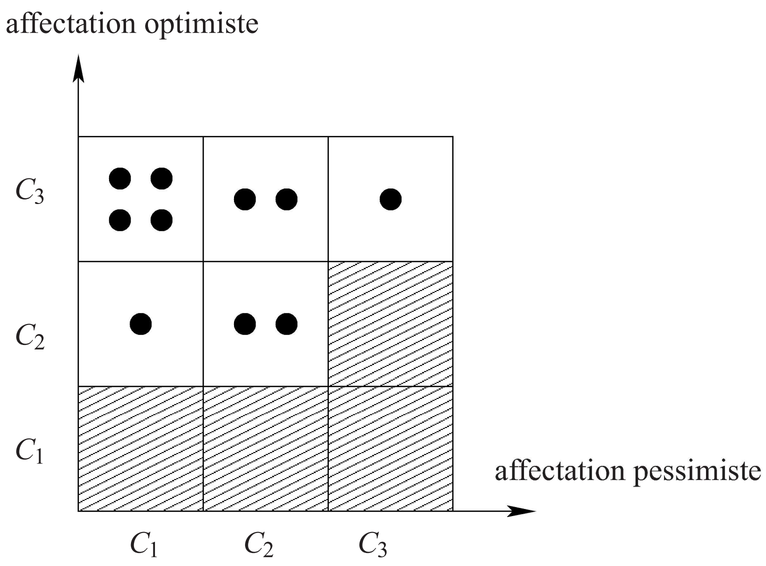


FIG. 6.14 – Résultat des deux procédures d'affectation.

6.3.8 La méthode PROMETHEE I

6.3.8.1 Principe

Cette méthode PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations*) permet de construire un préordre partiel (il peut y avoir des ex-aequo). Elle utilise, pour cela, une relation de préférence valuée, qui donne lieu à un graphe de préférence valué. Elle a été définie par Brans, Vincke et Mareschal [Brans et al. 86] et appartient à la famille des méthodes de surclassement, définie par B. Roy.

6.3.8.2 Présentation de la méthode

La relation de préférence valuée est définie de la manière suivante :

- $P(a,b) = 0$ signifie indifférence entre l'action a et l'action b ou pas de préférence de l'action a par rapport à l'action b.
- $P(a,b) \simeq 0$ signifie une préférence faible de l'action a par rapport à l'action b.
- $P(a,b) \simeq 1$ signifie une préférence forte de l'action a par rapport à l'action b.
- $P(a,b) = 1$ signifie une préférence stricte de l'action a par rapport à l'action b.

Le lien entre la relation de préférence et un critère quelconque g_j est le suivant :

$$P_j(a,b) = G(g_j(a) - g_j(b)) \tag{6.19}$$

La fonction $G(x)$ doit être non décroissante pour $x > 0$, et égale à 0 pour $x \leq 0$. Un exemple de fonction $G(x)$ est tracé à la figure 6.15.

La fonction $g_j(x)$ est appelée “critère généralisé”. Elle peut prendre plusieurs formes. Ces différentes formes sont réunies dans le tableau 6.26.

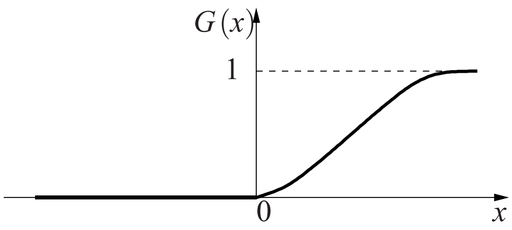
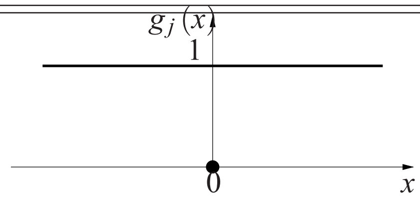
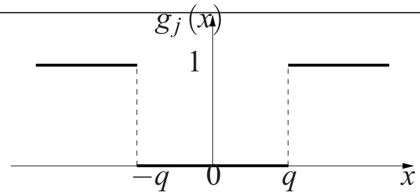
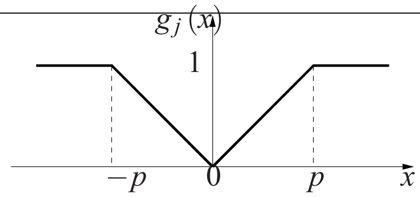
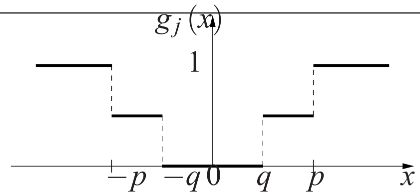
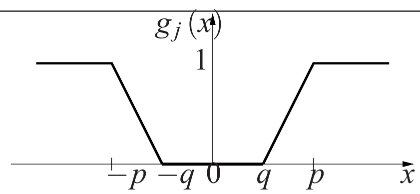
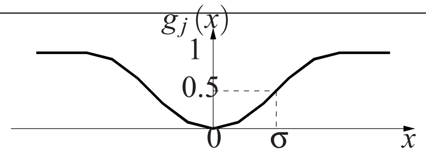


FIG. 6.15 – Exemple de fonction $G(x)$.

Type de critère généralisé	
Critère usuel	
Quasi-critère	
Critère à préférence linéaire	
Critère à niveaux	
Critère à préférence linéaire et zone d'indifférence	
Critère gaussien	

TAB. 6.26 – Différents critères généralisés.

Les différents critères généralisés ont pour équations :
– Critère usuel :

$$g_j(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x \neq 0 \end{cases} \tag{6.20}$$

– Quasi-critère :

$$g_j(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } -q \leq x \leq q \\ 1 & \text{si } x < -q \text{ ou } x > q \end{cases} \tag{6.21}$$

– Critère à préférence linéaire :

$$g_j(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{p} & \text{si } -p \leq x \leq p \\ 1 & \text{si } x < -p \text{ ou } x > p \end{cases} \tag{6.22}$$

– Critère à niveaux :

$$g_j(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } |x| \leq q \\ \frac{1}{2} & \text{si } q < |x| \leq p \\ 1 & \text{si } p < |x| \end{cases} \tag{6.23}$$

– Critère à préférence linéaire et zone d'indifférence :

$$g_j(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } |x| \leq q \\ \frac{(|x|-q)}{(p-q)} & \text{si } q < |x| \leq p \\ 1 & \text{si } p < |x| \end{cases} \tag{6.24}$$

– Critère gaussien :

$$g_j(x) = 1 - exp\left(-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \tag{6.25}$$

Définissons maintenant l'index de surclassement multiobjectif de l'action a par rapport à l'action b (noté $P(a,b)$) :

$$P(a,b) = \frac{\sum_{i=1}^{k} \pi_i \cdot P_i(a,b)}{\sum_{i=1}^{k} \pi_i} \tag{6.26}$$

en désignant par π_i le poids du critère i et P_i la fonction de préférence relative au critère i. Cet index varie entre 0 et 1 :

- $P(a,b) \simeq 0$ signifie une préférence faible de l'action a par rapport à l'action b pour l'ensemble des critères ;
- $P(a,b) \simeq 1$ signifie une préférence forte de l'action a par rapport à l'action b pour l'ensemble des critères.

Nous allons nous intéresser maintenant à quelques définitions relatives à la représentation des relations de surclassement sur un graphe.

La représentation sous forme de graphe est similaire à celle des méthodes ELECTRE. La seule différence réside dans le fait que l'on indique la valeur numérique de la préférence sur les arcs. Un exemple est donné à la figure 6.16.

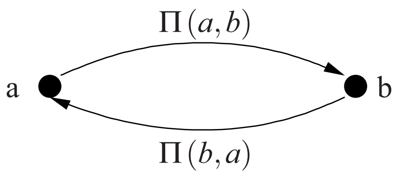


FIG. 6.16 – Graphe représentant la relation de surclassement entre a et b.

Sur un graphe de ce type, on définit :

- le flux entrant du nœud a :

$$\phi^{-}(a) = \sum_{b \in A} P(b,a) \tag{6.27}$$

- le flux sortant du nœud a :

$$\phi^{+}(a) = \sum_{b \in A} P(a,b) \tag{6.28}$$

- le flux net du nœud a :

$$\phi(a) = \phi^{+}(a) - \phi^{-}(a) \tag{6.29}$$

Nous pouvons maintenant définir les deux préordres suivants :

$$\left\{ \begin{array}{ll} a\mathrm{P}^{+} b & \text{si } \phi^{+}(a) > \phi^{+}(b) \\ a I^{+} b & \text{si } \phi^{+}(a) = \phi^{+}(b) \end{array} \right. \tag{6.30}$$

$$\begin{cases} aP^{-}b & \text{si } \phi^{-}(a) < \phi^{-}(b) \\ aI^{-}b & \text{si } \phi^{-}(a) = \phi^{-}(b) \end{cases} \tag{6.31}$$

Pour finir, nous pouvons définir les préordres partiels de la méthode PROMETHEE I :
– l'action a surclasse l'action b (noté $aP_I b$) :

$$\begin{cases} si & aP^{+}b & \text{et} & aP^{-}b \\ ou & aP^{+}b & \text{et} & aI^{-}b \\ ou & aI^{+}b & \text{et} & aP^{-}b \end{cases} \tag{6.32}$$

– les actions a et b sont indifférentes (noté $aI_I b$) si $aI^{+}b$ et $aI^{-}b$;
– sinon, les actions a et b sont incomparables (noté aRb).

6.3.8.3 Discussion

La méthode PROMETHEE I fournit donc à l'utilisateur un classement des différentes actions. Le problème est que cette méthode ne permet pas de classer toutes les actions. Certaines actions peuvent rester incomparables.

La méthode PROMETHEE II permet de lever cette incomparabilité.

6.3.9 La méthode PROMETHEE II

6.3.9.1 Principe

Cette méthode permet de classer toutes les actions et ne laisse aucune action incomparable avec les autres [Brans et al. 86].

Elle permet donc de réaliser un préordre complet.

6.3.9.2 Présentation de la méthode

La seule différence avec la méthode PROMETHEE I tient dans la définition de la relation de surclassement, qui est la suivante :
– l'action a surclasse l'action b (noté $aP_{II} b$) si $\phi(a) > \phi(b)$,
– les actions a et b sont indifférentes si $\phi(a) = \phi(b)$.

6.3.9.3 Discussion

Il est plus simple pour l'utilisateur de donner une réponse à un problème de décision en utilisant un préordre complet. En revanche, le préordre partiel peut contenir plus d'informations. En effet, l'incomparabilité d'une action peut être très utile pour la prise de décision.

6.4 Bibliographie commentée

[Maystre et al. 94] Dans ce livre, on trouvera la description de toutes les méthodes d'aide à la décision ELECTRE. On trouvera, en plus de la description détaillée de chaque méthode, le traitement d'un exemple où toutes les étapes de l'application de la