

Épreuve : Math1-Analyse

Session de rattrapage

Date : 08/07/2021

Durée : 02 heures

Nombres de pages : 02

Université de Sousse



Institut des Hautes Études
Commerciales de Sousse

Niveau : 1ère Année

Filière : Licence Gestion

Chargés de cours :

Boubaker Heni

Hamrita Mohamed Essaied

Nefzi Hana

Exercice 1 (4 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \sqrt{1+x+x^2}$.

- 1) Déterminer le développement limité de f , à l'ordre 2 au voisinage de 0.
- 2) En déduire l'équation de la tangente au point d'abscisse $x = 0$ et la position de la tangente par rapport à la courbe de f .
- 3) Déterminer une équation de l'asymptote en $+\infty$ ainsi que la position de cette asymptote par rapport à la courbe de f .

Exercice 2 (5 points)

- 1) Énoncer le théorème des accroissements finis.
- 2) En appliquant ce dernier théorème sur l'intervalle $[x, x+1]$ pour tout $x > 0$, montrer que : $\forall x > 0, \frac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln(x) < \frac{1}{x}$.
- 3) En déduire que les fonctions f et g définies sur \mathbb{R}_+^* par

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \text{ et } g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}$$

sont monotones.

- 4) Déterminer les limites en l'infini de $\ln f$ et $\ln g$, puis de f et g .

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction de deux variables x et y définie par : $f(x, y) = 2x\sqrt{y}$.

- 1) Déterminer et représenter graphiquement le domaine de définition de f .
- 2) Déterminer la différentielle de f .
- 3) Montrer que f est homogène et déterminer son degré d'homogénéité.
- 4) En déduire que $e_{f/x} + e_{f/y} = \frac{3}{2}$.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie par $f(x, y) = y(x^2 + (\ln y)^2)$.

- 1) Déterminer et représenter graphiquement le domaine de définition de f .
- 2) Calculer les dérivées partielles premières et déterminer les points critiques.
- 3) Étudier la nature de ces points critiques.

Bon Travail