



TD N° 1



Maths Analyse

IHEC Sousse

Exercice 1 :

Déterminer les limites suivantes si elles existent, le cas échéant, distinguer la limite à droite et la limite à gauche:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 6x + 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 6x + 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 6x + 5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x + x^2)$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(x + x^2)}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\sqrt{x}}}{x^3 + 2}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \ln(x)$$

$$12. \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \ln(-x)$$

$$13. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) \ln(1 + x)$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{\ln(x)}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(2x - 3)}{x - 2}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2x - 3)}{x - 1}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \sin \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$$

Exercice 2 :

Trouver un équivalent simple en x_0 :

$$1. f(x) = \frac{\ln(1 + \tan x)}{\sqrt{\sin x}} \text{ en } x_0 = 0^+$$

$$2. f(x) = \frac{\sqrt{x^3 - 1}}{\sqrt[3]{x^2 + 2}} \text{ en } x_0 = +\infty$$

$$3. f(x) = \frac{1}{\cos x} - \tan x \text{ en } x_0 = \frac{\pi}{2}$$

4. $f(x) = \cos(\sin x)$ en $x_0 = 0$
5. $f(x) = x^x - 1$ en $x_0 = 0^+$
6. $f(x) = \frac{\cos(\pi x)}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$ en $x_0 = 1$.
7. $f(x) = \frac{2x}{|x-2|} - \frac{x-1}{|x^2-4|}$ en $x_0 = 2$
8. $f(x) = \sqrt{\frac{x^5}{2x+5}}$ en $x_0 = +\infty$
9. $f(x) = \ln(\cos x)$ en $x_0 = 0$
10. $f(x) = \ln(\sin x)$ en $x_0 = 0^+$
11. $f(x) = \frac{(2+x)\ln(1+\sqrt{x})}{\sin^2 x}$ en $x_0 = 0^+$
12. $f(x) = e^x - e^{-x}$ en $x_0 = 0$
13. $f(x) = x\sqrt{x+1} - x$ en $x_0 = 0$
14. $f(x) = \tan x - \sin x$ en $x_0 = 0$.
15. $f(x) = (x^2 - 3x + 4)e^{\frac{1}{x}}$ en $x_0 = +\infty$
16. $f(x) = \sin\left(\frac{1}{1+x}\right)$ en $x_0 = +\infty$
17. $f(x) = e^{1-\cos x} - 1$ en $x_0 = 0$.
18. $f(x) = \ln\left(1 + \sqrt{\ln(1+x)}\right)$ en $x_0 = 0^+$
19. $f(x) = 2(x-1)^2 + 3(x-1)$ en $x_0 = 1$
20. $f(x) = \sqrt{\ln(1+x) - \ln x}$ en $x_0 = +\infty$
21. $f(x) = \ln(\sqrt{1+\sin x})$ en $x_0 = 0$
22. $f(x) = \frac{x}{1-\sin x} - x$ en $x_0 = 0$
23. $f(x) = \ln\left(\frac{e^{x^2+1} - x^2}{x^2 - 1}\right)$ en $x_0 = +\infty$

Exercice 3 :

En utilisant les équivalents, calculer les limites suivantes:

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 + \ln(1+x \ln x)} - 1}{\sin x \ln x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \ln(1+x^2)}{x \tan x}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\tan(6x)}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(e+x))^{\frac{1}{x}}$
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(1+e^{-x}))^{\frac{1}{x}}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x - x \cos x)}{\sin(\cos(x) - 1)}$
7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sin\left(\frac{1}{x}\right)} \ln\left(\frac{x}{1+x}\right)$
8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(1+x) - \ln x)$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2)}{x^2}$
10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(xe^{\frac{1}{x}} - x\right)$
11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^{2x}$
12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x-2}$
13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x} - 1}$
14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \sin \frac{\ln x}{x}\right)^{\frac{x}{\ln x}}$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$
16. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(e^x)}{\tan\left(\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)\right)}$
17. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^1 - 1}$
18. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\sin\left(\frac{1}{x^2+1}\right) \ln x}$