Epreuve **Mathématiques II-Algèbre** **Session PRINCIPALE** Date : **10/06/2021** Durée : **02 heures** **Nombre de Pages : 01**	**Université de Sousse** **Institut des Hautes Etudes Commerciales de Sousse**	Niveau : **1ère Année** Filière : **Licence en Monnaie, Finance, Banque et Assurances** Chargés de cours : ***Boubaker Heni*** **Hamrita Mohamed Essaied**

Exercice 1 : (3 pts)

Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ et $J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Exprimer J^k $\forall k \in \mathbb{N}$. (1 pt)
2. Trouver a et b tels que $A = aI_2 + bJ$. (1 pt)
3. En déduire A^n $\forall n \in \mathbb{N}$. (1 pt)

Exercice 2 : (13 pts)

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

1. Montrer que $\mathcal{P}_A(\lambda) = (\lambda + 4)(\lambda - 2)(\lambda + 2)$. (1 pt)
2. Justifier que A est diagonalisable. (1pt)
3. Déterminer les vecteurs propres associés aux valeurs propres de A. (1.5 pt)
4. Donner une matrice inversible P et la matrice D diagonale telle que $A = PDP^{-1}$ (**les valeurs propres doivent être arrangées par ordre croissant**). (1 pt)
5. Calculer P^{-1}. (1.5 pt)
6. Calculer A^n $\forall n \in \mathbb{N}$. (1.5pt)
7. Justifier que A est inversible et calculer A^{-1}.(1.5 pt)
8. En déduire $\ker(A)$ et préciser sa dimention. (1 pt)
9. Calculer $A^3 + 4A^2 - 4A - 16I_3$; en déduire alors A^{-1}. (1.5 pt)
10. Résoudre (S) : $\begin{cases} -x + 2y + z = 1 \\ 3x - z = 1 \\ 3x + 2y - 3z = 1 \end{cases}$. (1.5 pt)

Exercice 3 : (4 pts)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -7 & 7 \\ 3 & -4 & 5 & 6 \\ -1 & -1 & -4 & 5 \end{pmatrix}$

1. Déterminer la ligne réduite échelonneé $\mathcal{R}_A$ de la matrice A. (1 pt)
2. Déterminer $\mathcal{C}(A)$, l'espace colonne de A et en donner une base. (1 pt)
3. Déterminer $\mathcal{L}(A)$, l'espace ligne de A et en donner une base. (1 pt)
4. Déterminer $\ker(A)$ et en donner une base. (1 pt)

Bon travail