

<u>Epreuve de : Mathématiques II</u> <u>Date : 15/05/2019</u> <u>Durée : 2 Heures</u> Nbr de Pages : 2	Université de Sousse  Institut des Hautes �tudes Commerciales de Sousse	<u>Niveau : Première Année</u> <u>Filière : LFG</u> <u>Enseignant responsable :</u> Mme Nefzi.H Mme. Essadik.E Année Univ : 2018– 2019
---	---	--

Exercice 1 : 9 points

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

1) Déterminer la ligne réduite échelonnée R_A de A .

2) A est-elle inversible ? Justifier.

3) Ecrire le vecteur $C_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ comme combinaison linéaire des

vecteurs $C_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $C_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

4) a) Déterminer l'espace colonne $C(A)$, en donner une base et préciser sa dimension.

b) En déduire $\text{rang}(A)$.

c) Le vecteur $v_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ appartient-t-il à $C(A)$. Justifier.

5) a) Déterminer l'espace ligne $L(A)$, en donner une base et préciser sa dimension.

b) Le vecteur $u_1 = (1, 1, -2, -1)$ appartient-il à $L(A)$. Justifier

.

6) Déterminer $\text{Ker}(A)$. En donner une base et préciser sa dimension.

Exercice :2 :7 points

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- 1-Calculer le polynôme caractéristique de A .
- 2-Donner le spectre de A . Calculer la trace et $\det(A)$.
- 3-Calculer les sous espaces propres .
- 4- A est-elle- diagonalisable ? Justifier.
- 5- Proposer une matrice de passage P et une matrice diagonale D telle que $A = PDP^{-1}$.
- 6- Calculer pour tout $n \in \mathbb{N}$, A^n .

Exercice :3 : (4 points)

Résoudre, les systèmes d'équations linéaires suivants :

$$(S_1) \begin{cases} x + my + mz = 2 - m \\ x + y + z = m \\ mx + y - mz = m \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$$

$$(S_2) \begin{cases} 2x + 2y - 2z + 5t = -6 \\ 3x - z + t = -3 \\ 2x - y - 3t = 2 \end{cases}$$

