

# Utilisation du diagramme polaire pour la représentation des harmoniques zonales de la circulation atmosphérique générale\*

Par

J. VAN MIEGHEM, P. DEFRISE et J. VAN ISACKER

Institut Royal Météorologique de Belgique, Uccle, Belgique

Avec 10 figures

(Reçu le 17. 7. 1962)

## Zusammenfassung

Die Vorzüge des Polardiagramms für die Darstellung der zonalen harmonischen Parameter der allgemeinen Zirkulation werden erörtert und mit einigen Beispielen belegt. Insbesondere erlaubt das Polardiagramm eine Analyse der Blockierung der Westdrift.

## Summary

The advantages of the polar diagram for the representation of zonal harmonics of general circulation parameters are stated and illustrated with a few examples. In particular, it is shown how the polar diagram allows the analysis of blocking situations.

## Résumé

L'exposé de cette utilisation du diagramme polaire est suivi de quelques exemples illustratifs. On montre, en particulier, comment le diagramme polaire permet d'analyser des situations de blocage.

## 1. Introduction

Des travaux publiés au cours des dernières années [1] ont montré l'intérêt de l'analyse harmonique zonale dans l'étude de la circulation atmosphérique générale. Cette méthode est basée sur l'approximation d'une grandeur  $X(\lambda)$ , fonction de la longitude  $\lambda$ , par une somme de FOURIER:

$$X = \sum_{n=0}^k X_n = X_0 + \sum_{n=1}^k (A_n \cos n\lambda + B_n \sin n\lambda) = H_0 + \sum_{n=1}^k H_n \cos(n\lambda - \psi_n). \quad (1)$$

La variable  $\lambda$ , égale à zéro sur le méridien de Greenwich, augmente vers l'est jusqu'à  $2\pi$ .

Le premier terme de (1) est la moyenne zonale de  $X$ :

$$X_0 = H_0 = [X] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(\lambda) d\lambda. \quad (2)$$

---

\* En hommage au Professeur H. KOSCHMIEDER, à l'occasion de son soixante cinquième anniversaire.

Les termes suivants sont les harmoniques successifs de  $X$ ; l'harmonique d'ordre  $n$

$$X_n = A_n \cos n \lambda + B_n \sin n \lambda = H_n \cos (n \lambda - \psi_n) \quad (3)$$

à  $H_n$  comme amplitude et  $\psi_n$  comme phase. Un nombre restreint de termes suffisent en général à représenter  $X$  avec une approximation suffisante.

Si la grandeur  $X(\lambda, \alpha, \beta, \dots)$  varie en fonction de variables  $\alpha, \beta, \dots$  (autres que  $\lambda$ ), les coefficients  $A_n, B_n, H_n, \psi_n$  intervenant dans (1) sont fonctions de ces variables  $\alpha, \beta, \dots$ . Dans l'application la plus courante,  $X$  est une fonction  $X(\lambda, \varphi, p, t)$  de la longitude  $\lambda$ , de la latitude  $\varphi$ , de la pression  $p$  et du temps  $t$ .

A un instant donné  $t_0$  et pour une pression donnée  $p_0$ , la grandeur  $X(\lambda, \varphi, p_0, t_0)$  ou  $X(\lambda, \varphi)$  est représentée par une carte synoptique des isoplèthes de la grandeur  $X$ , dont on réalise l'analyse harmonique en calculant la décomposition (1) le long d'un certain nombre de parallèles, par exemple de 5 en 5° de latitude; chacun des harmoniques

$$X_n(\lambda, \varphi) = A_n \cos n \lambda + B_n \sin n \lambda = H_n \cos (n \lambda - \psi_n), \quad (4)$$

où  $A_n, B_n, H_n, \psi_n$  sont fonction de  $\varphi$ , peut alors être représenté par une carte synoptique des isoplèthes de la composante  $X_n$  de  $X$ . La somme graphique de ces cartes d'harmoniques, ajoutée à  $X_0(\varphi)$ , reconstitue la carte originale. Nous emploierons parfois la notation  $A_n(X), B_n(X), H_n(X), \psi_n(X)$  pour spécifier que les paramètres  $A_n, B_n, H_n, \psi_n$  se rapportent à la grandeur  $X$ .

Le but de cette note est d'exposer systématiquement l'emploi du diagramme polaire pour la représentation graphique des harmoniques fournis par (1) et d'illustrer cet emploi par quelques exemples.

## 2. Le diagramme polaire et ses avantages

2.1 Après avoir choisi un axe  $Oa$  (fig. 1) gradué en unités de  $X$ , l'harmonique  $X_n$  donné par (3) est figuré par le point  $P$  de coordonnées polaires  $(H_n, \psi_n)$ ;  $(A_n, B_n)$  sont les coordonnées cartésiennes du point  $P$  (ou les composantes du vecteur  $\overline{OP}$ ) dans les axes  $Oab$ . Ce mode de représentation est d'usage courant dans diverses branches (magnétisme terrestre, optique, électricité).

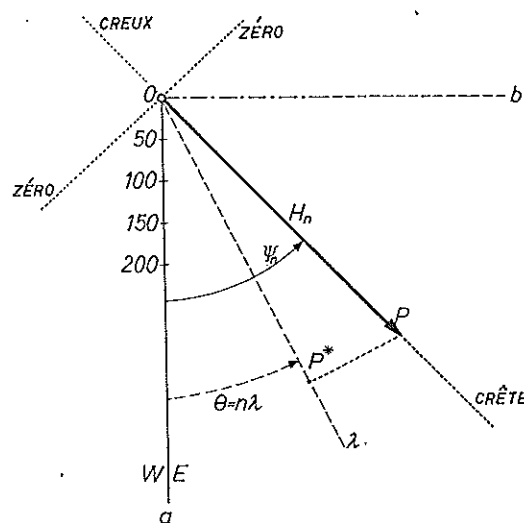


Fig. 1

Si l'on envisage une grandeur  $X(\lambda, \alpha)$ , l'harmonique  $X_n(\lambda, \alpha)$  aura comme image une courbe, décrite par le point  $P(\alpha)$  lorsque  $\alpha$  varie; en pratique, on calcule le développement (1) pour certaines valeurs  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  de  $\alpha$ , de sorte que la courbe devient une ligne brisée de sommets  $P(\alpha_1), P(\alpha_2), \dots$ . En particulier, une carte d'un harmonique  $X_n(\lambda, \varphi)$  aura comme image une ligne brisée joignant les points qui représentent  $X_n(\lambda)$  de 5 en 5° de latitude (cf. fig. 3, 4, 6, 7, 8, 9); on a ainsi une représentation synoptique très maniable.

Le diagramme polaire est la représentation graphique la plus simple et la plus naturelle d'un harmonique  $X_n$ . Ses principaux avantages sont de deux ordres:

1° traduction graphique très commode de diverses opérations et grandeurs dérivées (en particulier, tous les opérateurs linéaires en  $X$ , donc en  $(A_n, B_n)$ , se traduiront par des opérations vectorielles linéaires sur  $\overline{OP}$ ); 2° comparaison aisée de plusieurs cartes d'harmoniques, plus généralement de plusieurs fonctions  $X_n(\lambda, \alpha)$ .

Ce dernier point sera illustré par les exemples du § 3.

En ce qui concerne le 1°, voyons d'abord ce qu'on peut déduire d'un seul point  $P$ , image de  $X_n(\lambda)$ . Les crêtes et les creux de  $X_n$  sont situés aux longitudes respectives

$$\frac{\psi_n + 2k\pi}{n}; \frac{\psi_n + (2k+1)\pi}{n} \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (5)$$

et les zéros de  $X_n$  aux longitudes

$$\frac{\psi_n \pm \pi/2 + 2k\pi}{n}. \quad (6)$$

Sur le graphique, les crêtes correspondent à l'axe  $OP$ , les creux à l'axe opposé et les zéros aux axes perpendiculaires (fig. 1), à condition de figurer une longitude  $\lambda$  par l'axe faisant avec  $Oa$  un angle  $\Theta = n\lambda$ . La valeur  $X_n(\lambda)$  prise par  $X_n$  pour une longitude déterminée  $\lambda$  est, en vertu de (3), donnée (avec son signe) par la projection orthogonale  $OP^*$  de  $OP$  sur l'axe  $\Theta = n\lambda$  correspondant à la longitude  $\lambda$ .

Pour la dérivée de la grandeur  $X$  par rapport à  $\lambda$ , on a

$$\frac{\partial X}{\partial \lambda} = \sum_1^k \frac{\partial X_n}{\partial \lambda} = \sum_1^k n (B_n \cos n\lambda - A_n \sin n\lambda). \quad (7)$$

L'harmonique

$$\frac{\partial X_n}{\partial \lambda} = n (B_n \cos n\lambda - A_n \sin n\lambda) \quad (8)$$

est représenté par le vecteur  $n \cdot \overline{OP'}$  (fig. 2), où  $OP'$  est obtenu en soumettant  $\overline{OP}$  à une rotation de  $-\pi/2$  (rotation rétrograde de  $\pi/2$ ). On pourrait aussi conserver le vecteur  $\overline{OP}$  à condition de faire subir à l'axe  $Oa$  une rotation de  $+\pi/2$  (rotation directe de  $\pi/2$ ) et de prendre sur l'axe  $Oa$  une échelle  $n$  fois plus petite.

L'opération inverse d'intégration par rapport à  $\lambda$

$$\int X_n(\lambda) d\lambda = -\frac{1}{n} (B_n \cos n\lambda - A_n \sin n\lambda) \quad (9)$$

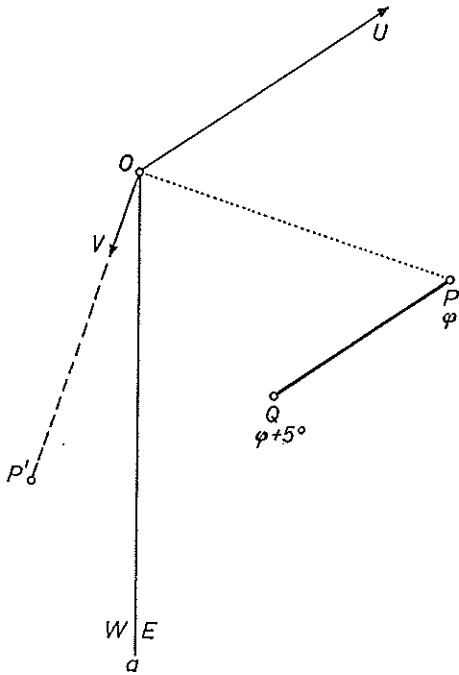


Fig. 2

se traduit graphiquement par l'opération inverse (il suffit de changer  $n$  en  $-1/n$ ); l'intégration définie s'interprète alors aisément.

Considérons maintenant deux points  $P, Q$  représentant deux harmoniques de même ordre  $n$ ; soit d'une même grandeur  $X = X(\lambda, \alpha_1), X = X(\lambda, \alpha_2)$  prise à deux valeurs différentes  $\alpha_1, \alpha_2$  d'un certain paramètre  $\alpha$ ; soit de deux grandeurs de même nature  $X, Y$  (avec une même échelle de mesure le long de l'axe  $Oa$ ). Citons les opérations les plus simples.

1° Somme et différence: l'harmonique d'ordre  $n$  de  $X + Y$  ou  $X - Y$  est représenté par le vecteur  $\overline{OR}$  équipollent à  $\overline{OP} + \overline{OQ}$  ou à  $\overline{OP} - \overline{OQ} = \overline{QP}$ .

2° La moyenne  $(X + Y)/2$ : l'harmonique  $n$  est représenté par le milieu du segment  $PQ$ .

3° Le cospectre de  $X, Y$  est donné par

$$[X Y] - [X][Y] = \sum_{n=1}^k \frac{1}{2} [A_n(X) A_n(Y) + B_n(X) B_n(Y)], \quad (10)$$

de sorte que l'amplitude du cospectre, pour le nombre d'onde  $n$ , est la moitié du produit scalaire des vecteurs  $\overline{OP}, \overline{OQ}$ . Dans le cas où  $Y$  est confondu avec  $X$ , on obtient ainsi le spectre de puissance de la grandeur  $X$ .

Cette dernière règle, donnant le cospectre de deux grandeurs  $X, Y$ , s'étend à des grandeurs quelconques, même si elles sont de natures différentes, à condition de bien spécifier le choix des unités.

Lorsqu'on considère une fonction  $X = X(\lambda, \alpha)$ , où apparaît une variable  $\alpha$  autre que  $\lambda$  (par exemple la latitude  $\varphi$ ), l'harmonique

$$X_n = X_n(\lambda, \alpha) = A_n \cos n \lambda + B_n \sin n \lambda \quad (11)$$

a comme image un point variable  $P(\alpha)$  qui décrit une ligne lorsque  $\alpha$  varie. La dérivée  $\partial X / \partial \alpha$  a alors comme harmonique d'ordre  $n$

$$\frac{\partial X_n}{\partial \alpha} = \frac{\partial A_n}{\partial \alpha} \cos n \lambda + \frac{\partial B_n}{\partial \alpha} \sin n \lambda, \quad (12)$$

dont l'image est le vecteur équipollent au vecteur vitesse du point  $P(\alpha)$  si l'on interprète  $\alpha$  comme le temps; ce vecteur est tangent à la ligne  $P(\alpha)$ . En pratique, la ligne  $P(\alpha)$  est remplacée par une ligne brisée et la dérivée s'exprime par une différence finie (cf. application à  $u_n$ , § 2.2). On peut évidemment répéter et combiner les opérations décrites ci-dessus, par exemple: somme ou moyenne de plusieurs grandeurs de même nature, dérivée seconde, etc.

## 2.2 Applications à l'analyse harmonique de cartes synoptiques

Nous désignons par  $Z$  l'altitude d'une surface isobare et nous considérons une carte d'isohypses

$$Z = Z(\lambda, \varphi). \quad (13)$$

L'harmonique  $Z_n$  est représenté, en pratique, par une ligne brisée dont les sommets correspondent aux latitudes successives, de 5 en 5°.

Examinons brièvement les principales applications des règles précédentes.

Les crêtes et les creux sur la carte de  $Z_n$ , définis comme les lignes joignant les points où les isohypses de  $Z_n$  sont tangentes aux parallèles, sont fournis par la règle énoncée au § 2.1. L'inclinaison («tilt») de ces crêtes et de ces creux par rapport aux méridiens se marque sur

le diagramme polaire par la rotation du vecteur  $\overline{OP}$  quand le point image parcourt les latitudes croissantes; une rotation directe correspond à une inclinaison SW  $\rightarrow$  NE. Aux latitudes où

$$\frac{\partial H_n(Z)}{\partial \varphi} = 0, \quad (14)$$

il y a changement dans le sens de rotation de  $\overline{OP}$  et, par suite, changement dans l'orientation des creux et des crêtes par rapport aux méridiens. Sur les crêtes et les creux de la carte  $Z_n$ , les centres anticycloniques et cycloniques sont situés aux latitudes où la longueur du vecteur  $\overline{OP}$  présente un maximum.

Les composantes zonales  $u$  et méridiennes  $v$  du vent géostrophique sont données par

$$u = \frac{-g}{2a\omega \sin \varphi} \cdot \frac{\partial Z}{\partial \varphi}, \quad v = \frac{g}{2a\omega \sin \varphi \cos \varphi} \cdot \frac{\partial Z}{\partial \lambda}, \quad (15)$$

où  $a$  désigne le rayon terrestre,  $\omega$  la vitesse angulaire de rotation de la Terre et  $g$  l'accélération de la pesanteur. Il en résulte, pour les harmoniques  $u_n$ ,  $v_n$  de  $u$  et de  $v$ , les formules

$$\begin{cases} u_n = \frac{-g}{2a\omega \sin \varphi} \left[ \frac{\partial H_n(Z)}{\partial \varphi} \cos [n\lambda - \psi_n(Z)] + H_n(Z) \sin [n\lambda - \psi_n(Z)] \frac{\partial \psi_n(Z)}{\partial \varphi} \right] \\ v_n = \frac{g}{2a\omega \sin \varphi \cos \varphi} n H_n(Z) \cdot \cos \left[ n\lambda - \psi_n(Z) + \frac{\pi}{2} \right] \\ = \frac{gn}{2a\omega \sin \varphi \cos \varphi} [B_n(Z) \cos n\lambda - A_n(Z) \sin n\lambda] \end{cases} \quad (16)$$

d'où l'on tire

$$\begin{cases} H_n(u) = \frac{g}{2a\omega \sin \varphi} \sqrt{\left[ \frac{\partial H_n(Z)}{\partial \varphi} \right]^2 + H_n^2(Z) \left[ \frac{\partial \psi_n(Z)}{\partial \varphi} \right]^2} \\ H_n(v) = \frac{g}{2a\omega \sin \varphi \cos \varphi} \cdot n H_n(Z) \\ \psi_n(u) = \psi_n(Z) + \tau_n + \pi; \operatorname{tg} \tau_n = \frac{H_n(Z) \frac{\partial \psi_n(Z)}{\partial \varphi}}{\frac{\partial H_n(Z)}{\partial \varphi}} \\ \psi_n(v) = \psi_n(Z) - \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (17)$$

où  $\tau_n$  désigne l'angle que font entre eux le vecteur  $\overline{OP}$  et la tangente en  $P$  à la ligne décrite par le point image  $P$ , orientée dans le sens des latitudes croissantes.

Nous avons vu plus haut la traduction graphique des dérivées  $\partial Z/\partial \lambda$  et  $\partial Z/\partial \varphi$ . Il en résulte que les formules (15) permettent de construire l'image des harmoniques  $u_n$ ,  $v_n$  à partir du diagramme polaire de  $Z_n$ ; celui-ci étant, en pratique, une ligne brisée dont les sommets correspondent aux latitudes de 5 en 5°.

Si  $P$  et  $Q$  désignent les points images de  $Z_n$  aux latitudes  $\varphi$  et  $\varphi + 5^\circ$  (fig. 2), le point  $U$  défini par l'équipollence vectorielle

$$\overline{OU} = \frac{g}{2a\omega} \cdot \frac{36}{\pi} \cdot \frac{1}{\sin \varphi^*} \cdot \overline{QP} \quad (18)$$

représente l'harmonique  $u_n$  à la latitude moyenne  $\varphi^* = \varphi + 2,5^\circ$ . Si  $\overline{OP}'$  désigne le vecteur qui se déduit de  $\overline{OP}$  par une rotation de  $-\pi/2$  (rotation rétrograde) (fig. 2), le vecteur

$$\overline{OV} = \frac{g}{2a\omega} \cdot \frac{n}{\sin \varphi \cos \varphi} \cdot \overline{OP}' \quad (19)$$

représente l'harmonique  $v_n$  à la latitude  $\varphi$ . Le facteur constant  $g/2a\omega$  qui figure dans (18) et (19) peut évidemment être incorporé dans l'échelle adoptée sur l'axe  $Oa$  pour  $u$  et  $v$ .

Si l'on étudie le transport méridien (géostrophique) d'une certaine grandeur  $X$ , on doit considérer le cospectre de  $X$  et  $v$ :

$$[X v] = \sum_{n=1}^k \frac{1}{2} [A_n(X) A_n(v) + B_n(X) B_n(v)]. \quad (20)$$

Tenons compte de la relation entre  $v_n$  et  $Z_n$ , d'après (8) et (15) ou d'après (16); il vient

$$[X v] = \sum_{n=1}^k \frac{ng}{4a\omega \sin \varphi \cos \varphi} [A_n(X) B_n(Z) - B_n(X) A_n(Z)]. \quad (21)$$

Or, la partie entre crochets du second membre est le double de l'aire du triangle  $OPW$  si  $P$  et  $W$  sont les points images de  $Z_n$  et  $X_n$  à la latitude envisagée; cette aire doit être affectée du signe  $+$  ou  $-$  suivant que la rotation de  $\overline{OP}$  vers  $\overline{OW}$  est rétrograde ou directe.

Dans le cas où  $X = u$ , le lien entre  $v_n$  et  $Z_n$  conduit à la formule

$$[u v]_n = \frac{ng^2}{a^2 \omega^2 \sin^2 \varphi^* \cos \varphi^*} \cdot \frac{9}{\pi} \cdot \text{aire du triangle } OPQ, \quad (22)$$

qui fournit  $[u v]_n$  à la latitude  $\varphi^* = \varphi + 2,5^\circ$ , si  $P$  et  $Q$  désignent les images de  $Z_n$  aux latitudes  $\varphi$  et  $\varphi + 5^\circ$ ; l'aire de  $OPQ$  doit être prise avec le signe  $+$  ou  $-$  suivant que la rotation de  $\overline{OP}$  vers  $\overline{OQ}$  est directe ou rétrograde.

De même que  $u$  est lié à  $\partial Z / \partial \varphi$ , la température  $T$  est liée à  $\partial Z / \partial p$  par la formule classique

$$T = -\frac{g}{R} \cdot \frac{\partial Z}{\partial \ln p} = -\frac{g}{R} p \frac{\partial Z}{\partial p}, \quad (23)$$

où  $R$  est la constante spécifique de l'air. Il en résulte des applications similaires. Par analogie avec (18), l'harmonique  $T_n$  de  $T$  peut se déduire du diagramme polaire représentant  $Z_n$  en fonction de  $p$  (à une latitude donnée  $\varphi_0$  et un instant donné  $t_0$ ). Par analogie avec (22), on trouve  $[T v]_n$ , qui fournit le transport méridien de  $T$  pour le nombre d'onde  $n$ . Ce transport est positif (c. à. d. dirigé vers le pôle) si les creux et les crêtes de  $Z_n$  sont inclinés vers l'ouest par rapport à la verticale ascendante; sur le diagramme polaire, où  $P$  est l'image de  $Z_n$ , cela correspond à une rotation directe du vecteur  $\overline{OP}$  dans le sens des pressions croissantes.

Les opérations graphiques de différence et moyenne, mentionnées au § 2.1, ont notamment comme applications: différence de deux cartes à deux niveaux différents (épaisseur) ou à deux instants différents (tendance); moyenne d'une carte sur une bande zonale; moyenne des cartes d'une période; fluctuation; etc.

### 3. Exemples d'utilisation du diagramme polaire

Grâce à sa simplicité et à la facilité de son interprétation, le diagramme polaire convient particulièrement à l'examen comparé de cartes synoptiques.

Nous nous bornerons ici à illustrer cet emploi par quelques exemples, qui sont extraits d'une étude basée sur les cartes de 500 millibars des mois de janvier, février des années 1946 à 1952 (les données de base, provenant du projet AROWA, Air Force Cambridge Research Centre, nous ont été aimablement fournies par l'intermédiaire du Dr. R. M. WHITE, que nous tenons à remercier ici).

## 3.1. Comparaison de cartes normales

Il nous a paru intéressant d'apprécier la valeur des cartes normales en comparant par l'analyse harmonique :

1. les «Normal Weather Charts for the Northern Hemisphere», US Weather Bureau, 1952;
2. les normales publiées par «Institut für Meteorologie und Geophysik der Freien Universität Berlin», Met. Abh. IV, 2 (1958);
3. les «normales» que nous avons obtenues en effectuant des moyennes sur les sept années 1946—1952.

Il faut noter que, pour des cartes normales, les harmoniques  $n \geq 4$  sont pratiquement négligeables.

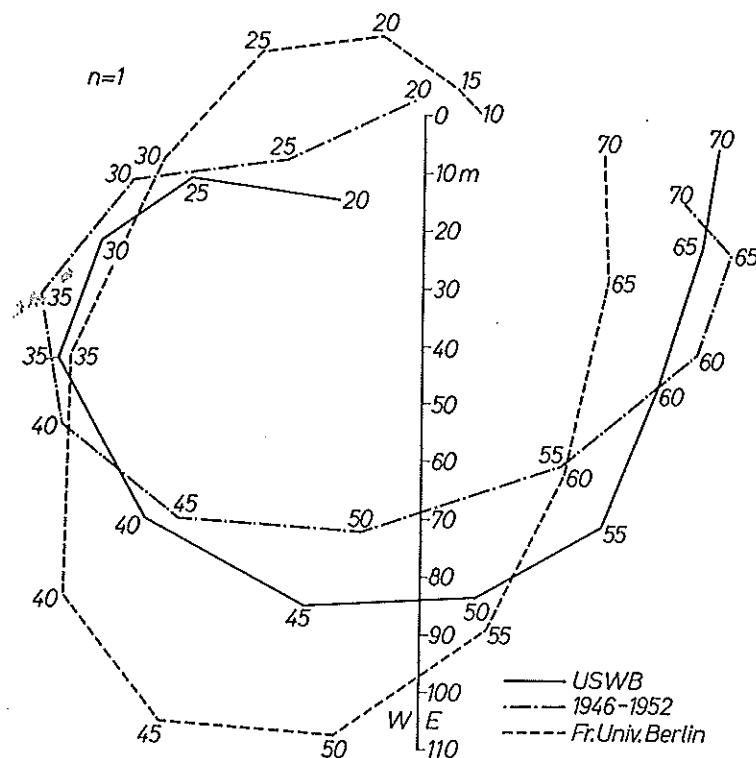


Fig. 3. Normales de janvier pour l'harmonique  $n = 1$ , 500 mb. En trait plein: normale US Weather Bureau; en tireté: moyenne des années 1946—52; en trait interrompu: normale Fr. Univ. Berlin (cf. texte). — Cotes en mètres géopotentiels sur l'axe  $Oa \equiv O$ , W/E. Les nombres inscrits aux sommets des lignes brisées désignent la latitude

La fig. 3 donne, pour l'harmonique  $n = 1$ , une idée des différences entre les trois normales du mois de janvier. Signalons que, pour janvier, l'accord entre les trois normales est excellent pour  $n = 0$ , relativement bon pour  $n = 2$  (sauf aux basses latitudes  $< 40^\circ N$ ); pour  $n = 3$ , les deux dernières normales sont très voisines, avec un décalage de phase de l'ordre de  $20^\circ$  à  $25^\circ$  vers l'ouest par rapport à la première normale.

## 3.2. Répartition des moyennes mensuelles des sept années 1946—52

L'examen des harmoniques des moyennes mensuelles permet d'analyser les différences entre les sept années et de déceler des catégories plus ou moins nettement tranchées, susceptibles de définir des types de circulation.

La fig. 4 illustre le cas de l'harmonique  $n = 1$ , pour les cartes mensuelles de janvier. On peut distinguer assez nettement deux catégories.

*Catégorie I:* diagrammes polaires dont la configuration géométrique ressemble à celle de la normale  $N$ , avec des variations plus ou moins grandes en phase et en amplitude d'une année à l'autre. Telles sont les années 1946, 1948 (fig. 4), ainsi que les années 1949, 1951, 1952, qui n'ont pas été reportées ici pour ne pas alourdir la figure. Grâce aux règles du § 2, les caractères généraux de cette catégorie se déduisent aisément de l'aspect du diagramme polaire. L'inclinaison («tilt») des creux et crêtes par rapport au méridien est assez régulière dans toute la zone envisagée (de  $25$  à  $70^\circ\text{N}$ ), ou du moins dans toute la partie centrale de cette zone. Il y a un seul maximum d'amplitude important, situé vers  $45$ – $55^\circ\text{N}$ ; il y correspond, sur la carte synoptique de  $Z_1$ , un centre anticyclonique  $H$  et un centre cyclonique  $L$

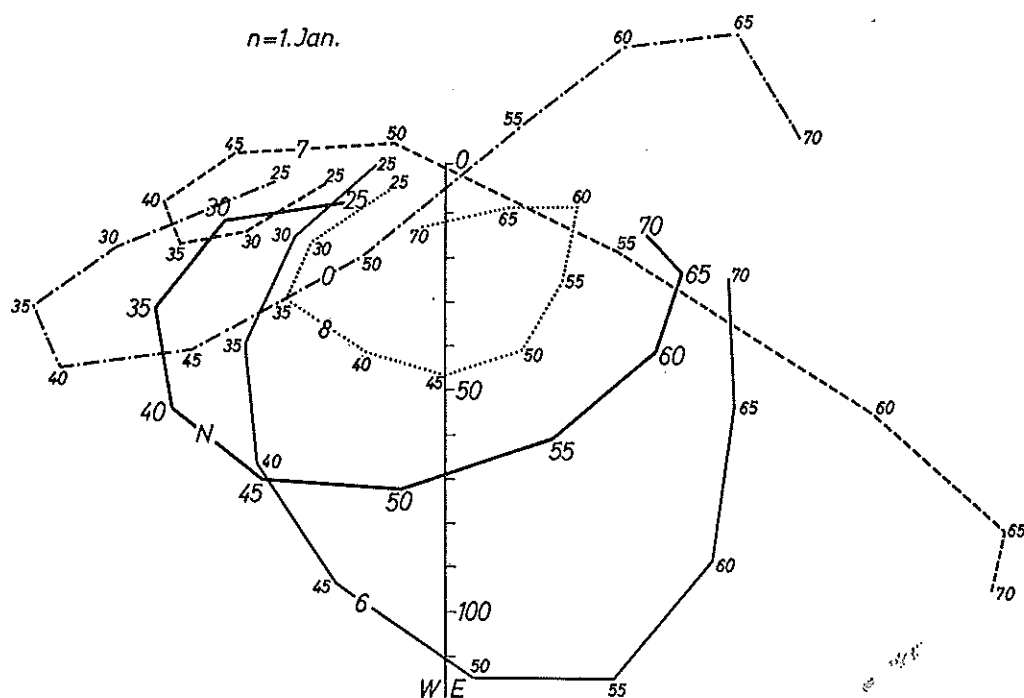


Fig. 4. Mois de janvier, harmonique  $n = 1$ , 500 mb. Normale ( $N$ ) et moyennes mensuelles des années 1946 (6), 1947 (7), 1948 (8), 1950 (0) –  $N$  désigne la «normale» calculée d'après les années 1946–52. –

(symétrique de  $H$  par rapport au pôle). La carte de  $Z_1$ , pour cette catégorie I, est du reste assez semblable à la carte normale de  $Z_1$  pour janvier (cf. fig. 30 dans [2]).

Notons aussi que la composante zonale  $u_1$  du vent géostrophique est relativement constante quand la latitude varie et reste en général nettement inférieure à la composante zonale  $u_0$ .

*Catégorie II:* diagrammes polaires d'aspect très différent de la normale (comme les années 1947, 1950), où se marquent au premier coup d'oeil deux zones, presque en opposition de phase, avec deux maximums d'amplitude situés respectivement vers  $40^\circ\text{N}$  et vers  $70^\circ\text{N}$ ; le renversement de phase a lieu entre  $50$  et  $55^\circ\text{N}$  (où l'amplitude devient voisine de zéro). Chacune des deux bandes zonales présente une faible inclinaison des creux et crêtes; en outre, l'amplitude  $H_1(u)$  de la composante zonale  $u_1$  est faible aux latitudes extrêmes, mais forte dans la zone de transition (grosso modo entre  $50$  et  $60^\circ\text{N}$ ), où elle peut parfois dépasser  $u_0$ . Ces caractères se reflètent dans l'aspect de la carte synoptique de  $Z_1$  (fig. 5). Dans les cas



extrêmes (comme 1947), où  $H_1(u)$  dépasse  $u_0$  dans la zone de transition, la carte peut présenter un blocage (cf. § 3).

Notons qu'aux latitudes voisines de  $50^\circ\text{N}$ , où se situe le maximum d'amplitude dans la catégorie I, l'amplitude est négligeable dans la catégorie II.

La fig. 4 montre le danger qu'il y aurait à réaliser l'analyse harmonique à une seule latitude; on voit par exemple que l'amplitude à  $50^\circ\text{N}$  peut être faible dans deux cas absolument distincts: soit une configuration de catégorie I de faible amplitude, soit une configuration de catégorie II (telle que 1947 ou 1950).

De l'examen que nous venons de faire, retenons aussi que la normale résulte en fait de la superposition de deux types de circulation très distincts.

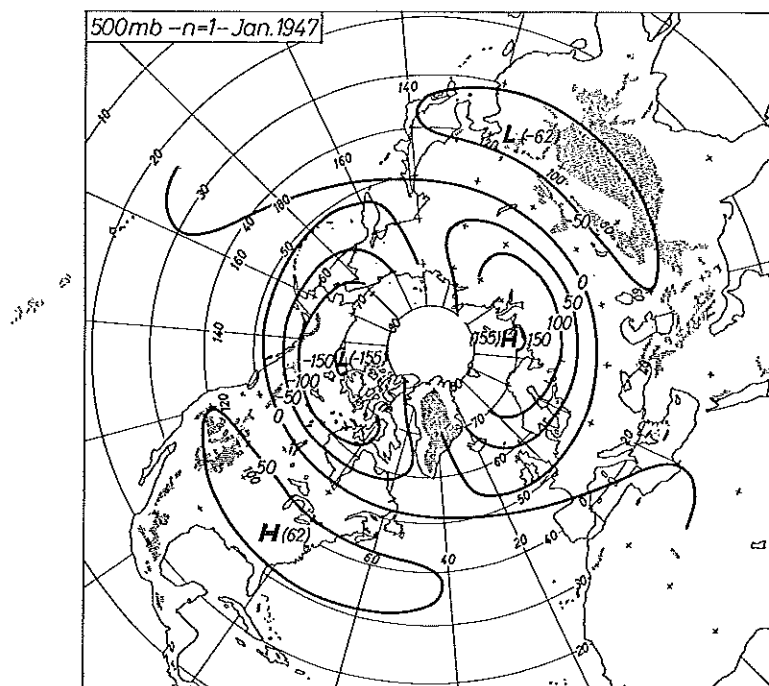


Fig. 5. Moyenne mensuelle de janvier 1947, harmonique  $n = 1$ , 500 mb. — Isohypses cotées en mètres géopotentiels

En ce qui concerne le courant fondamental ( $n = 0$ ) et les autres harmoniques, nous nous bornerons à quelques brèves indications.

Pour  $n = 0$ , beaucoup de cartes mensuelles de janvier-février 1946–52 sont assez voisines de la normale. Comme cas tout à fait anormaux, signalons: janvier 1949 (les vents zonaux  $u_0$  les plus forts sont décalés vers les latitudes élevées); février 1952 et surtout février 1947 (maximum de  $u_0$  décalé vers les basses latitudes).

Pour  $n = 2$ , la classification en catégories est moins nette que pour  $n = 1$ ; toutefois, nous étudierons au § 3 une configuration typique d'harmonique  $n = 2$  qui correspond au blocage.

Pour  $n = 3$ , il n'est plus guère possible de distinguer des catégories dans les cartes mensuelles; il y a des différences plus ou moins grandes en amplitude et en phase, mais pas d'anomalie nettement caractérisée.

Notons que, pour les cartes mensuelles, les harmoniques  $n = 4, 5, 6$  ne peuvent plus être systématiquement négligés, bien qu'ils soient souvent faibles.

### 3.3. Etude des cartes décadaires

Pour chacune des années 1946—52, nous avons découpé la période janvier-février en six décades et nous avons effectué l'analyse harmonique des cartes moyennes décadaires correspondantes. La succession de ces six cartes, pour chacun des harmoniques, présente une grande variété de cas. Les fig. 6, 7, 8 illustrent trois évolutions très différentes.

En 1946, l'harmonique  $n = 1$  (fig. 6) est remarquablement stable pendant les six décades (dont les trois dernières ne sont pas reproduites ici); il relève de la catégorie I décrite au § 3.2.

En 1947, l'harmonique  $n = 1$  (fig. 7) présente un renversement de situation: les décades 3 et 6 appartiennent toutes deux à la catégorie II (§ 3.2.) et sont similaires comme configuration, mais avec un changement de phase de près de  $180^\circ$ . Les décades 1 et 2 (non reportées

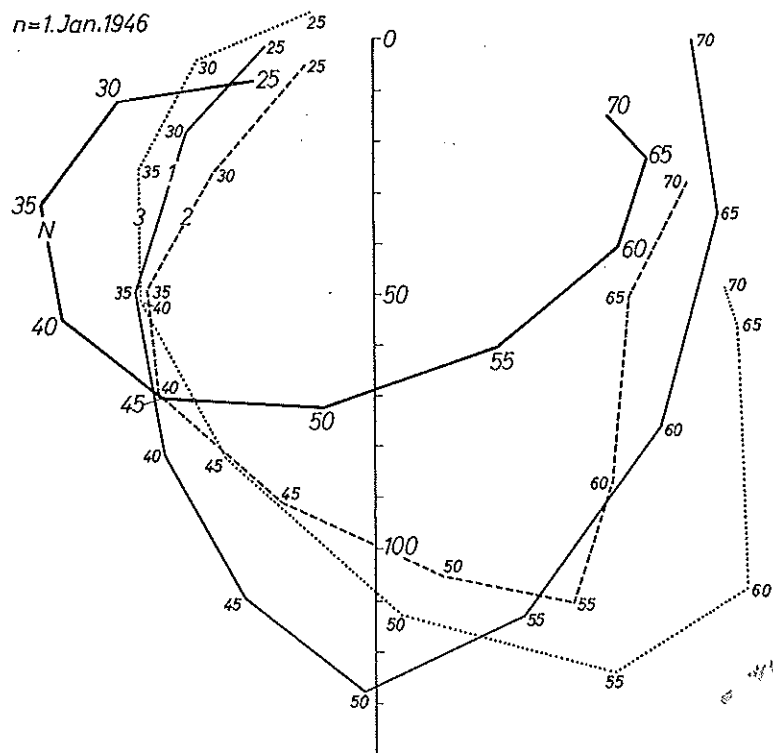


Fig. 6. Harmonique  $n = 1$ , 500 mb. — Normale (N) et moyennes décadaires des trois décades (1, 2, 3) de janvier 1946

sur la figure) sont assez voisines de la décade 3, de sorte que janvier est un mois assez homogène de la catégorie II (§ 3.2.); février, au contraire, n'est pas homogène, de sorte que la carte mensuelle n'est guère représentative.

En 1947, pour l'harmonique  $n = 2$  (fig. 8), l'évolution peut se décrire comme suit: au cours des décades (1, 2, 3), il y a une rotation rétrograde (d'est en ouest); en même temps, le maximum principal (situé aux latitudes 55—65°N) s'affaiblit; à la décade 3 apparaît un second maximum, presque en opposition de phase, à 40°N et ce maximum des latitudes 40—50°N devient ensuite le plus important; il subit au cours des décades 3, 4, 5, 6 une lente rotation rétrograde (les décades 4, 6 n'ont pas été reportées sur la fig. 8).

En règle générale, c'est l'harmonique  $n = 1$  qui est le plus stable, surtout en janvier. L'harmonique  $n = 2$  offre de nombreux cas de rotations rétrogrades, mais un cas de rotation

directe (décades 3-4-5, 1951). Pour  $n = 3$ , la succession des six cartes décadaires offre peu de régularité; en général, des rotations irrégulières se combinent avec des fluctuations d'intensité.

$n=1$ , 1947

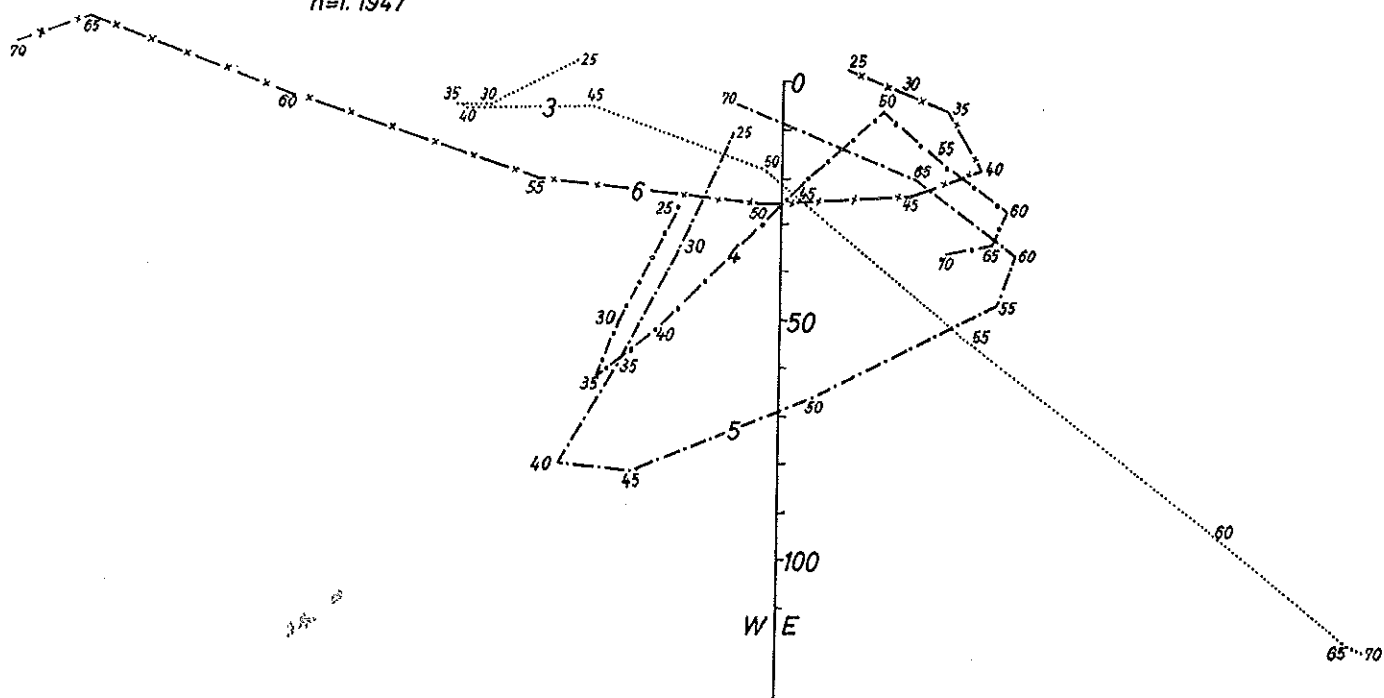


Fig. 7. Harmonique  $n = 1$ , 500 mb. - Moyennes décadaires des décades (3, 4, 5, 6) de la période janvier-février 1947

$n=2$ , 1947

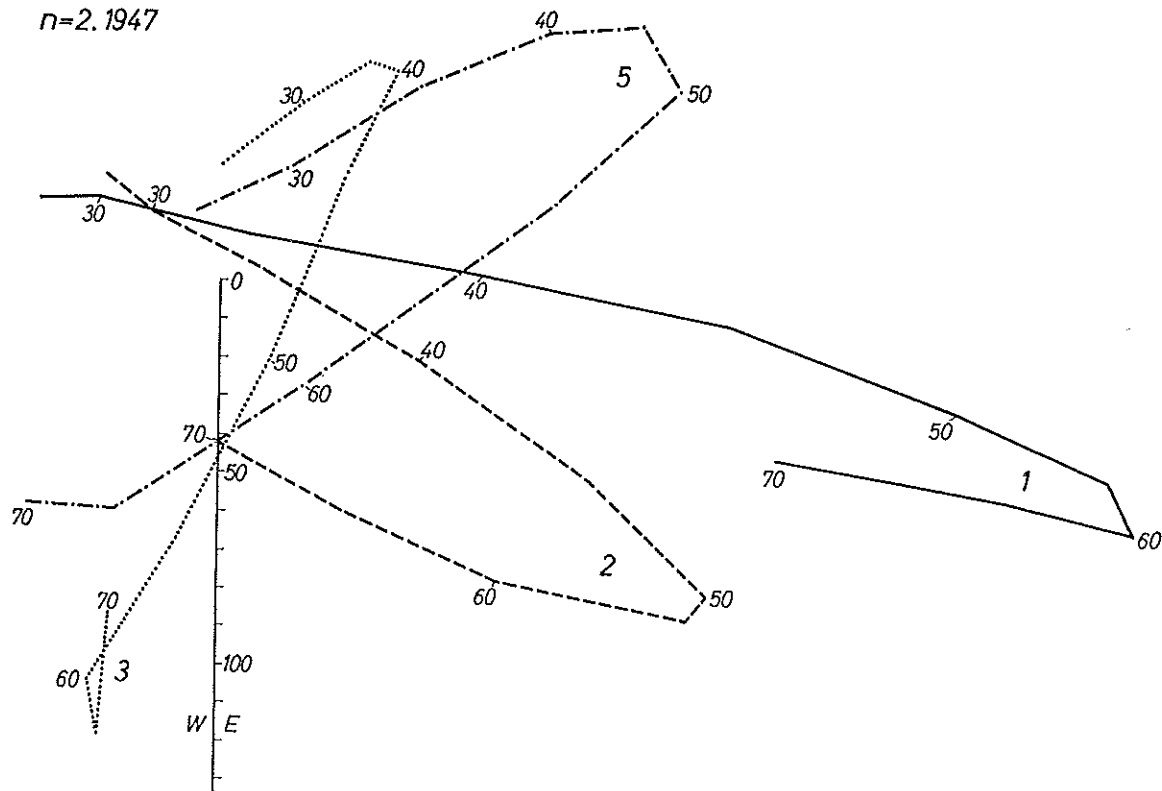


Fig. 8. Harmonique  $n = 2$ , 500 mb. - Moyennes décadaires des décades (1, 2, 3, 5) de la période janvier-février 1947

## 3.4. Blocage («blocking»)

Les blocages importants, au cours des mois de janvier-février des années 1946–1952, sont généralement liés à un type nettement défini d'harmonique  $n = 2$ .

A titre d'exemple, considérons la troisième décade de janvier 1950, marquée par un blocage persistant, qui se reflète donc dans la carte moyenne décadaire. L'analyse harmonique révèle que cette décade est dominée par l'harmonique  $n = 2$ : celui-ci, comme le montre le diagramme polaire (fig. 9) a une amplitude maximum très élevée et une forme aplatie, différente de la configuration normale: la partie 40–60°N est presque une ligne droite, passant très près

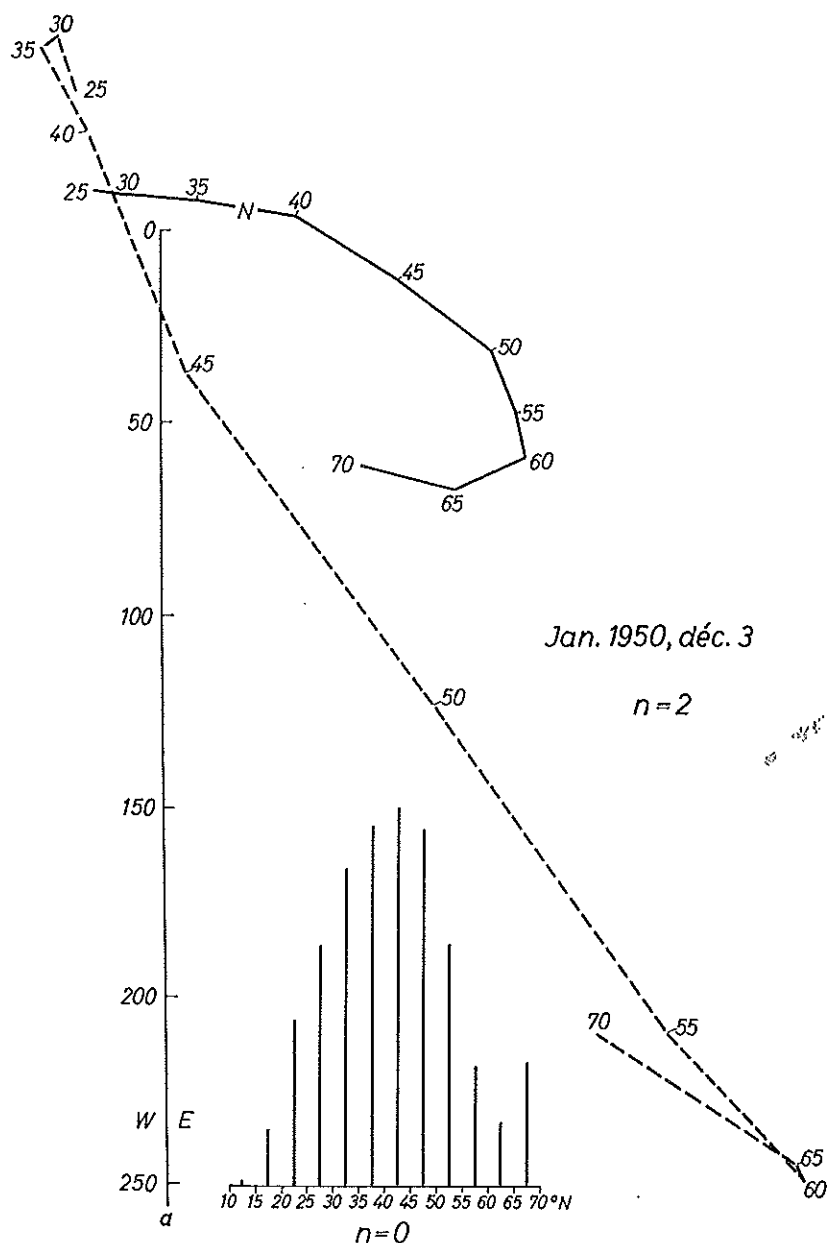


Fig. 9. Harmonique  $n = 2$ , 500 mb. — En trait plein: normale (N) du mois de janvier. En trait interrompu: moyenne décadaire, 3<sup>e</sup> décade de janvier 1950. — Graphique complémentaire  $n = 0$  pour cette même moyenne décadaire: en abscisses, les latitudes  $\varphi$ ; la différence  $Z_0(\varphi + 5^\circ) - Z_0(\varphi)$  est représentée par le segment vertical correspondant à l'abscisse  $\varphi + 2,5^\circ$ . (L'unité étant la même que sur l'axe  $Oa = O, W/E$ )

de l'origine  $O$ , avec des segments anormalement longs (surtout de  $45$  à  $55^\circ\text{N}$ ). La carte  $Z = Z_0 + Z_2$  obtenue (fig. 10) en superposant le seul harmonique  $n = 2$  au courant fondamental ( $n = 0$ ) suffit à reconstituer les traits essentiels du blocage. En l'occurrence, le courant fondamental ( $n = 0$ ) est quasi normal; on peut dire que c'est l'harmonique  $n = 2$ , avec sa configuration spécifique, qui est le facteur essentiel du blocage. Celui-ci est évidemment (puisque  $n = 2$ ) un blocage double, symétrique par rapport au pôle; il subirait certaines modifications par addition des harmoniques négligés ( $n = 1, 3$ , etc.).

Grâce aux règles du § 2, il est aisé de montrer que les propriétés spécifiques du diagramme polaire  $n = 2$  de la fig. 9, qui différencient celui-ci de la normale, correspondent aux critères synoptiques usuels définissant un blocage, sur la carte  $Z = Z_0 + Z_2$ , à savoir: l'existence

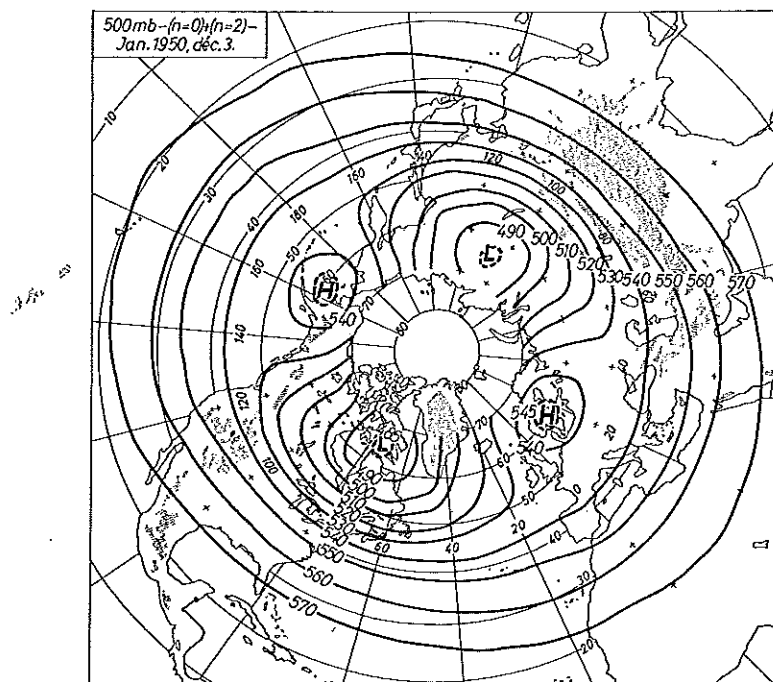


Fig. 10. Moyenne décadaire, 3<sup>e</sup> décennie de janvier 1950, 500 mb – Carte de  $Z = Z_0 + Z_2$ . Les isohypses sont cotées en décimètres géopotentiels

d'un centre anticyclonique bloquant  $H$ , qui implique une rupture du courant d'ouest<sup>1</sup>. Examinons la traduction graphique de ces critères sur la fig. 9. Comme au § 2, désignons par  $u_n, v_n$  les composantes zonale et méridienne du vent géostrophique, associées à l'harmonique  $n$ . Cela étant, les composantes zonale et méridienne, sur la carte  $Z = Z_0 + Z_2$ , sont

$$u = u_0 + u_2; \quad v = v_2. \quad (24)$$

Pour avoir un blocage, il faut une zone  $D$  suffisamment étendue située dans le courant fondamental d'ouest ( $u_0 > 0$ ), dans laquelle il y a rupture du courant d'ouest, c-à-d. dans laquelle on trouve une composante d'est:

$$u_0 + u_2(\lambda) < 0 \quad (25)$$

<sup>1</sup> Dans le cas qui nous occupe, tous les phénomènes sont évidemment doubles, puisque  $Z = Z_0 + Z_2$ , mais nous emploierons toujours le singulier, qui s'applique à chacune des branches du blocage.

dans un certain intervalle de longitude  $\lambda$ . Cela n'est possible que si, dans cette zone  $D$ ,

$$H_2(u) > u_0 \quad (26)$$

où  $H_2(u)$  désigne l'amplitude de  $u_2$ .

Grâce à (18), l'interprétation graphique de l'inégalité (26) est immédiate: il faut que les segments  $PQ$  du diagramme polaire de  $Z_2$ , dans la zone  $D$ , soient plus longs que les segments correspondants de  $Z_0$  (c-à-d. les segments représentant la variation de  $Z_0$  entre les latitudes relatives à  $P$  et  $Q$ ). Dans le cas de la fig. 9, les segments 45–50°, 50–55°, 55–60° répondent à cette condition: par exemple, le segment 45–50° est plus grand que le segment

$$Z_0(45^\circ) - Z_0(50^\circ) \quad (27)$$

qui est porté en ordonnée à la latitude 47,5°N dans le graphique auxiliaire  $n = 0$ .

Lorsque l'inégalité (26) est satisfaite, les conséquences suivantes en découlent, si  $\lambda$  désigne la longitude d'un creux de  $u_2$  dans la zone  $D$ :

1°) on trouve une composante d'est maximum

$$u = u_0 - H_2(u) < 0 \quad (28)$$

à la longitude  $\tilde{\lambda}$ ; la composante  $u$  reste d'est dans l'intervalle de longitude  $(\tilde{\lambda} - \delta, \tilde{\lambda} + \delta)$ , où  $\delta$  est déterminé par

$$\cos 2\delta = \frac{u_0}{H_2(u)}; \quad (29)$$

2°) le courant maximum d'ouest, dans cette zone  $D$ , est égal à

$$u = u_0 + H_2(u); \quad (30)$$

il est situé aux longitudes  $\tilde{\lambda} \pm \pi/2$ .

Dans la zone  $D$ , on passe donc du courant maximum d'ouest  $u_0 + H_2(u)$  à la composante d'est  $u_0 - H_2(u)$ . Dans la conception usuelle du blocage, le maximum  $u_0 + H_2(u)$  doit être un fort courant d'ouest, de sorte que la zone  $D$  doit être située aux latitudes où  $u_0$  est important. Il en résulte que la condition (26) est très restrictive, car à ces latitudes, le courant fondamental  $u_0$  dépasse nettement, en règle générale, les amplitudes de tous les harmoniques  $u_n$ . L'existence d'une composante d'est  $u = u_0 + u_2 < 0$ , dans un certain intervalle de longitude  $(\tilde{\lambda} - \delta, \tilde{\lambda} + \delta)$  centré sur  $\tilde{\lambda}$ , ne déterminera pas un véritable blocage si la composante méridienne  $v_2(\tilde{\lambda})$  dans cette région est importante. En effet, au sud du centre anticyclonique bloquant doivent apparaître des vents à composante d'est et à composante méridienne nulle ou faible. Il faut donc qu'à la longitude  $\tilde{\lambda}$  du creux de  $u_2$ , la composante  $v_2(\tilde{\lambda})$  dans la zone  $D$  soit faible; le cas d'une amplitude  $H_2(v)$  négligeable étant exclu, il faut que la longitude  $\tilde{\lambda}$  soit suffisamment voisine d'un zéro de  $v_2$ . La traduction graphique de cette exigence sur le diagramme polaire découle immédiatement des règles du § 2: le vecteur  $\overline{PQ}$  (dirigé vers les latitudes croissantes) du diagramme  $n = 2$  doit être à peu près parallèle aux vecteurs  $\overline{OP}$ ,  $\overline{OQ}$  et de même sens. Cela revient à dire que le vecteur  $\overline{PQ}$  doit être un vecteur centrifuge situé sur une droite passant près de  $O$ . Dans le cas de la fig. 9, cette condition est réalisée par les vecteurs 45–50°, 50–55°, 55–60°N; cela implique que tous ces vecteurs sont à peu près alignés avec l'origine  $O$ .

En conclusion, nous avons montré que l'apparition d'un blocage sur la carte  $Z = Z_0 + Z_2$  est logiquement liée à un type bien défini de diagramme polaire  $n = 2$ , tel qu'il est illustré

par la fig. 9, à savoir: ce diagramme comporte une partie presque droite, presque alignée avec l'origine  $O$ , qui s'éloigne de  $O$  avec les latitudes croissantes et dont les segments sont anormalement longs.

En fait, le raisonnement est indépendant de la valeur particulière  $n = 2$ , de sorte que la conclusion s'étend à n'importe quelle valeur de  $n$ . En d'autres termes, les mêmes caractéristiques du diagramme polaire, pour un harmonique d'ordre  $n$  quelconque, correspondent à l'apparition d'un blocage sur la carte  $Z = Z_0 + Z_n$ . Toutefois, comme nous l'avons dit en tête de ce § 3.4, il semble (d'après la période que nous avons étudiée) que le blocage soit le plus souvent lié à une configuration typique de l'harmonique  $n = 2$ , avec des modifications plus ou moins importantes provoquées par les autres harmoniques. Dans certains cas, auxquels nous avons fait allusion § 3.2, un blocage peut se manifester sur la carte  $Z = Z_0 + Z_1$ .

#### Index bibliographique

1. J. VAN MIEGHEM, Zonal harmonic analysis of the northern hemisphere geostrophic wind field. — Presidential address I.A.M.A.P. (Helsinki 1960); Monographie n° 8 de l'U.G.G.I. (Paris, 1961).
2. J. VAN MIEGHEM, P. DEFRISE et J. VAN ISACKER, Harmonic analysis of the normal monthly northern hemisphere geostrophic flow at 500 mb. — Med. Kon. Vl. Ak., Kl. Wet., XXII (1960).

Service d'aérologie expérimentale et théorique  
Institut Royal Météorologique de Belgique, Uccle, le 15 juillet 1962