- $\ln ab = \ln a + \ln b$ or. $\log_e ab = \log_e a + \log_e b$
- $\ln\frac{a}{b} = \ln a - \ln b$ or. $\log_e \frac{a}{b} = \log_e a - \log_e b$
- $e^{\ln N} = N$ or. $e^{\log_e N} = N$
- $\log x \neq \log_e x$
- $\log_e x = \ln x$; ($\log x$ এবং $\log e$ উভয়ের ভিত্তি 10)
- $\log x = \log_{10} x$ বুঝায় ;
- $\log_e x = \ln x = 2.303 \log x = 2.303 \log_{10} x$;
- $= \ln x = 2.303 \log x$ or. $\ln x = 2.303 \log_{10} x$;
- $\log_e x = \ln x$ কিন্তু $\log x \neq \ln x$
- $x^{(x)^x} = x^{x^2}$; $(x^x)^x \neq x^{x^2}$; $x^{x^x} \neq x^{x^2}$
- $\ln(a^x + b^x) \neq \ln a^x + \ln b^x$ এরূপ ক্ষেত্রে ln দ্বারা গুন করা যায় না।
- $e^{\log_e x} = e^{\ln x} = x$;
- $u^v = e^{v \ln u}$
- $u^v = e^{\ln u^v}$

P-0-

ক্যালকুলাস

Md. Rasheeq Zaman 2014

লিমিটের প্রয়োজনীয় সূত্র ঃ- (θ) এর মান রেডিয়ানে প্রকাশ

1. $\mathrm{Lt}_{\theta \to 0} \left(\frac{\sin\theta}{\theta}\right) = 1$
2. $\mathrm{Lt}_{\theta \to 0} \left(\frac{\theta}{\sin\theta}\right) = 1$
3. $\mathrm{Lt}_{\theta \to 0} \left(\frac{\tan\theta}{\theta}\right) = 1$
4. $\mathrm{Lt}_{\theta \to 0} \left(\frac{\theta}{\tan\theta}\right) = 1$
5. $\mathrm{Lt}_{\theta \to 0} (\cos\theta) = 1$
6. $\mathrm{Lt}_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$
7. $\mathrm{Lt}_{x \to 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$
8. $\mathrm{Lt}_{x \to a} \frac{x^n - a^n}{(x - a)} = n a^{n-1}$
9. $\mathrm{Lt}\,(u \pm v) = \mathrm{Lt}\,(u) \pm \mathrm{Lt}\,(v)$
10. $\frac{m}{\infty} = 0$
11. $(m)^\infty = \infty$
12. $\frac{0}{\infty}$ অনির্ণেয়
13. $\frac{\infty}{0}$ অনির্ণেয়
14. যদি লিমিটে ∞ থাকে তবে হর এবং লবের ঘাত হইতে সর্বোচ্চ ঘাত কমন আনিতে হইবে ;
15. হর ও লবকে অন্তরিকরন করে লিমেটের মান নির্ণয় করা যায় :
16. $x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + a^3x^{n-4} + \ldots\ldots + a^{n-1})$
17. $x^n + a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - a^3x^{n-4} + \ldots\ldots - a^{n-1})$

    (n বিজোড় সংখ্যা)
18. $a^x = 1 + \frac{x}{\lfloor 1}(\log_e^a) + \frac{x^2}{\lfloor 2}(\log_e^a)^2 + \frac{x^3}{\lfloor 3}(\log_e^a)^3 + \ldots\ldots$
19. $e^{\log_e^n} = n$
20. $a^x = n$

    বা, $x = \log_a^n$
21. $\log a.b = \log a + \log b$
22. $\log\frac{a}{b} = \log a - \log b$
23. ${}^nC_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r}$
24. ${}^nP_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$
25. $\mathrm{Lt}\,(u.v) = \mathrm{Lt}\,(u).\mathrm{Lt}\,(v)$
26. $\mathrm{Lt}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{\mathrm{Lt}(u)}{\mathrm{Lt}(v)}$
27. $\frac{m}{0} = \infty$
28. $\frac{0}{0}$. অনির্ণেয়
29. $\frac{\infty}{\infty}$. অনির্ণেয়
30. $M.\infty$. অনির্ণেয়

31. $e^x = 1 + \frac{x}{\lfloor 1} + \frac{x^2}{\lfloor 2} + \frac{x^3}{\lfloor 3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

32. $e^{-x} = 1 - \frac{x}{\lfloor 1} + \frac{x^2}{\lfloor 2} - \frac{x^3}{\lfloor 3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

33. $e^x + e^{-x} = 2(1 + \frac{x^2}{\lfloor 2} + \frac{x^4}{\lfloor 4} + \frac{x^6}{\lfloor 6} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

34. $e^x - e^{-x} = 2(x + \frac{x^3}{\lfloor 3} + \frac{x^5}{\lfloor 5} + \frac{x^7}{\lfloor 7} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

35. $\log_e(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \ldots\ldots\ldots = \ln(1+x)$

36. $\log_e(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} - \ldots\ldots\ldots = \ln(1-x)$

37. $-\log_e(1-x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \ldots\ldots\ldots = -\ln(1-x)$

38. $\log_e \frac{1+x}{1-x} = 2(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots\ldots = \ln \frac{1+x}{1-x}$

39. $(x+a)^n = x^n + nx^{n-1}.a + \frac{n(n-1)}{\lfloor 2} x^{n-2}.a^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{\lfloor 3} x^{n-3}.a^3 + \ldots$

40. $(x+a)^n = C_0^n x^{n-0} a^0 + c_1^n x^{n-1} a^1 + C_2^n x^{n-2}.a^2 + \ldots\ldots$

41. $(x-a)^n = C_0^n x^{n-0} a^0 - c_1^n x^{n-1} a^1 + C_2^n x^{n-2}.a^2 - \ldots\ldots$

নোট :- $\log_e x = \ln x$ কিন্তু $\log x \neq \ln x$

* $e^{\log_e x} = e^{\ln x} = x$
* $u^v = e^{v \log_e u} = e^{v \ln u} = e^{\ln u^v} = u^v$
* $\log_e(x+y) \neq \log_e x + \log_e y$

ডিফারেন্সসিয়াল এবং ইনটিগ্র্যাল সূত্র

ডিফারেন্সসিয়াল, ইনটিগ্র্যাল এর বিপরীত পদ্ধতি :-

$\frac{dy}{dx} \neq dy \div dx$, যাহা ভাগ ফল বুঝায় কিন্তু $dz = (2x+1).dx$ আকারে থাকে তবে $dx = \frac{dz}{2x+1}$ আকারে লেখা যাইবে ; $\int$ চিহ্নটি সমাকলনের প্রতীক ;
সমাকলন ধ্রুবক (c)

42. $\frac{d}{dx}(x^n) = n.x^{n-1}$	42. $\int x^n.dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
43. $\frac{d}{dx}(c) = 0$	43. $\int 0.dx = c$
44. $\frac{d}{dx}(x) = 1$	44. $\int 1.dx = x + c$
45. $\frac{d}{dx}(mx) = m$	45. $\int m.dx = mx + c$
46. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$	46. $\int e^x dx = e^x + c$
47. $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \log_e a = a^x \ln a$	47. $\int a^x.dx = a^x.\log_a e + c = a^x \frac{1}{\ln a} + c$
48. $\frac{d}{dx}(\log_e x) = \frac{1}{x}$	48. $\int \frac{1}{x}.dx = \log_e x + c = \ln x + c$
49. $\frac{d}{dx}(\log_a^x) = \frac{1}{x}.\log_a e = \frac{1}{x \ln a}$	49. $\int \frac{1}{x}.dx = \log_e x + c = \ln x + c$
50. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$	50. $\int \cos x.dx = \sin x + c$
51. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$	51. $\int \sin x.dx = -\cos x + c$
52. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$	52. $\int \sec^2 x.dx = \tan x + c$
53. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\mathrm{cosec}^2 x$	53. $\int \mathrm{cosec}^2 x.dx = -\cot x + c$
54. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x.\tan x$	54. $\int \sec x.\tan x.dx = \sec x + c$
54. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$	54. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$

55. $\frac{d}{dx}(\text{cosec}x) = -\text{cosec}x.\cot x$; $\int \text{cosec}x.\cot x.dx = -\text{cosec}x + c$

56. $\frac{d}{dx}(e^{m.x}) = m.\ e^{m.x}$ 56. $\int e^{mx}.dx = \frac{1}{m}.e^{mx} + c$

57. $\frac{d}{dx}(e^{-mx}) = -m.e^{-mx}$ 57. $\int e^{-mx}.dx = -\frac{1}{m}.e^{-mx}$

58. $\frac{d}{dx}(\sin ax) = a.\cos ax$ 58. $\int \cos ax.dx = \frac{1}{a}.\sin ax + c$

59. $\frac{d}{dx}(\cos ax) = -a.\sin ax$ 59. $\int \sin ax.dx = -\frac{1}{a}.\cos ax + c$

60. $\frac{d}{dx}(\tan ax) = a.\sec^2 ax$ 60. $\int \sec^2 ax.dx = \frac{1}{a}.\tan ax$

61. $\frac{d}{dx}(\cot ax) = -a.\text{cosec}^2 ax$ 61. $\int \text{cosec}^2 ax.dx = -\frac{1}{a}\cot ax$

62. $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x.\log_e^a = a^x \log a = a^x \ln a$ 62. $\int a^x.dx = a^x.\log_a^e + c = a^x \frac{1}{\ln a} + c$

63. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1}x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 63. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.dx = \sin^{-1}x + c$

64. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1}x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 64. $\int -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.dx = \cos^{-1}x + c$

65. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1}x) = \frac{1}{1+x^2}$ 65. $\int \frac{1}{1+x^2}.dx = \tan^{-1}x + c$

66. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1}x) = -\frac{1}{1+x^2}$ 66. $\int -\frac{1}{1+x^2}.dx = \cot^{-1}x + c$

67. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1}x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ 67. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}.dx = \sec^{-1}x + c$

68. $\frac{d}{dx}(\text{cosec}^{-1}x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ 68. $\int -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}.dx = \text{cosec}^{-1}x$

69. $\frac{d}{dx}(u.v) = u\frac{d}{d_x}(v) + v\frac{d}{d_x}(u)$

69. $\int uv.dx = u\int v.dx - \int\{\frac{d}{d_x}(u).\int v.dx\}.dx$

$e^{\ln N} = N$ R_{SQ} Z_{MN}

70. $\frac{d}{dx}(\frac{u}{v}) = \frac{v\frac{d}{dx}(u) - u\frac{d}{dx}(v)}{v^2}$

71. $\frac{d}{dx}(\frac{x^{n+1}}{n+1}) = x^n$ 71. $\int x^n.dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

72. $\frac{d}{dx}(2\sqrt{x}) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 72. $\int \frac{1}{\sqrt{x}}.dx = 2\sqrt{x} + c$

73. $\frac{d}{dx}(\frac{-1}{(n-1).x^{n-1}}) = \frac{1}{x^n}$ 73. $\int \frac{1}{x^n}.dx = \frac{-1}{(n-1).x^{n-1}}$

74. $\frac{d}{dx}\log_e(\sec x) = \tan x$ 74. $\int \tan x.dx = \log_e(\sec x) + c = \ln(\sec x) + c$

75. $\frac{d}{dx}\log_e(\sin x) = \cot x$ 75. $\int \cot x.dx = \log_e(\sin x) + c = \ln(\sin x) + c$

76. $\frac{d}{dx}\{\log_e(\sec x + \tan x) = \sec x$ 76. $\int \sec x.dx = \log_e(\sec x + \tan x) = \ln(\sec x + \tan x) + c$

77. $\frac{d}{dx}(\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}) = \frac{1}{a^2+x^2}$ 77. $\int \frac{1}{a^2+x^2}.dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$

78. $\frac{dy}{dx} = \tan\theta = m$ (ঢাল)

79. $\frac{dy}{dx} = 0$ হইলে রেখাদ্বয় সমান্তরাল হইবে ;

80. $\frac{dy}{dx} = \infty$ হইলে রেখাদ্বয় লম্ব হইবে ;

81. রেখা দ্বয় অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করিলে $\frac{dy}{dx} = \pm 1$ হইবে ;

82. $\frac{dy}{dx}$ এর মান বিয়োগ বোধক হইলে স্থূল কোণ উৎপন্ন করে ;

83. $(y-y_1) = \frac{dy}{dx}(x-x_1)$, স্পর্শকের সমীকরন

84. $(y-y_1)\frac{dy}{dx} = -(x-x_1)$, অভিলম্বের সমীকরন

85. $\frac{d^2y}{dx^2}$ = + হইলে সর্ব নিম্ন মান

86. $\frac{d^2y}{dx^2}$ = - হইলে সর্বোচ্চ মান

87. $\int (ax+b)^n.dx = \frac{1}{a}.\frac{(ax+b)^{n+1}}{(n+1)} + c$

নোট: i) $\log x \neq \log_e x$

ii) $\log_e x = \ln x$;

($\log x$ এবং $\log e$ উভয়ের ভিত্তি 10;

iii) $\log x = \log_{10} x$

iv) $\log_e x = \ln x$

$= 2.303 \log x$

$= 2.3$ [illegible]

88. $\int \sin(ax+b).dx = -\frac{1}{a}\cos(ax+b)$

89. $\int \cos(ax+b).dx = \frac{1}{a}\sin(ax+b)$

90. $\int \tan x.dx = \log_e(\sec x) = -\log_e(\cos x)$ $= \ln(\sec x) = -\ln(\cos x)$

91. $\int \tan ax.dx = \frac{1}{a}\log_e(\sec ax)$ 92. $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$

93. $\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1}{2}(1-\cos x)$ 94. $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$

95. $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1}{2}(1+\cos x)$ 96. $\sin^3 x = \frac{1}{4}(3\sin x - \sin 3x)$

97. $\cos^3 x = \frac{1}{4}(3\cos x + \cos 3x)$

98. $\sin A.\sin B = \frac{1}{2}[\cos(A-B)-\cos(A+B)]$

99. $\sin A.\cos B = \frac{1}{2}[\sin(A+B)+\sin(A-B)]$

100. $\cos A.\sin B = \frac{1}{2}[\sin(A+B)-\sin(A-B)]$

101. $\cos A.\cos B = \frac{1}{2}[\cos(A+B)+\cos(A-B)]$

102. $\int \cot x.dx = \log_e(\sin x) = -\log_e(\operatorname{cosec} x) + c$

103. $\int \cot ax.dx = \frac{1}{a}\log_e(\sin ax) + c$

104. $\int \sec x.dx = \log_e\{\tan(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2})\}$

105. $\int \operatorname{cosec} x.dx = \log_e(\tan x/2)$

106. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \tan^{-1}x + c$

107. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c$

108. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{a} + c$

* $\int \frac{x^{\frac{p}{m}}}{1+x^{\frac{q}{n}}}dx$ আকারে থাকিলে। হরের m ও n এর ল,সা,গু = mn ধরি $x = z^{mn}$

* $\int \frac{dx}{\sqrt{(x+a)(x+b)}}$; ধরি $z = \sqrt{x+a}+\sqrt{x+b}$

109. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}.\log_e\frac{x-a}{x+a}$; $x > a$ $= \frac{1}{2a}\ln\frac{x-a}{x+a}$

110. $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}.\log_e\frac{a+x}{a-x}$; $x<a$ $= \frac{1}{2a}\ln\frac{a+x}{a-x}$

111. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2\pm a^2}} = \log_e(x+\sqrt{x^2\pm a^2})$

112. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{1}{a}\sec^{-1}\frac{x}{a}$

113. $\int \sqrt{a^2-x^2}.dx = x\sqrt{\frac{a^2-x^2}{2}} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a} + c$

114. $\int e^x\{f(x)+f'(x)\}.dx = e^x.f(x) + c$

115. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(a)$; যদি $\int f(x)dx = F(x)$ হয় ;

116. $\int_a^b f(x).dx = \int_a^b f(z).dz$ 117. $\int_a^b f(x).dx = -\int_b^a f(x).dx$

118. $\int_a^b f(x).dx = \int_a^b (a-x).dx$ 119. $\int_0^a f(x).dx = \int_0^a (a-x).dx$

120. $\int_a^{2a} f(x).dx = 2\int_0^a f(x).dx$; যখন $\int(2a-x)=f(x)$;

121. $\int_0^{2a} f(x).dx = 0$ যখন $f(2a-x) = -f(x)$;

122. $\int_{-a}^a f(x).dx = 2\int_0^a f(x)$; যখন $f(x) = f(-x)$;
এবং $\int_{-a}^a f(x).dx = 0$; যখন $f(-x) = -f(x)$ হয় ;

123. হাই পারবলিক ; (i) $\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

(ii) $\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

(iii) $\coth x = \frac{1}{2}(\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}})$

124. <u>বিশেষ কতিপয় গুরুত্বপূর্ন নিয়ম ঃ-</u>

(i) $\int \log x.dx$ আকারে থাকিলে, $\log x$ কে সর্বদা ১ম ফাংশন ধরিবে ;

$\int \ln x.dx = x\ln x - x + c$

$\frac{a+x}{a-x}$

(ii) $\int \cos^{-1} x.dx$ আকারে থাকিলে অর্থাৎ ইনভার্স আকারে যে কোন অংক থাকিলে ইনভার্স ফাংশন ১ম ফাংশন ধরিবে এবং 1 কে v হিসাবে ধরিবে ;

(iii) যদি কোন ইনটিগ্রালে sine এবং cos গুন আকারে থাকে তবে ইহাকে ত্রিকোনমিতি গুনিতক কোনে প্রকাশ করিয়া করিতে হইবে ;

(iv) যদি কোন ইনটিগ্রালে sin, cos বিভিন্ন ঘাত (power) থাকে তবে ইহাকে ত্রিকোনমিতি গুনিতক কোনে প্রকাশ করিতে হইবে ;

(v) যদি ইনটিগ্রেন্ডে এর এক অংশ ডিফারেন্শিয়েট করিলে অন্য অংশ পাওয়া যায় তবে ঐ অংশকে z ধরিয়া অংক করিতে হইবে ;

(vi) $\int \sqrt{a^2 - x^2}$ আকারে থাকিলে $x = a\sin\theta$ অথবা $x = a\cos\theta$ ধরিবে ;

(vii) $\int \sqrt{a^2 + x^2}$ আকারে থাকিলে $x = a\tan\theta$ অথবা $x = a\sin\theta$ ধরিবে ;

(viii) $\int \sqrt{x^2 - a^2}$ আকারে থাকিলে $x = a\sec\theta$ ধরিবে ;

(x) $\int \frac{dx}{ax^2 + b^2}$ আকারে থাকিলে x^2 এর সহ যুক্ত করিয়া নিতে হইবে ;

(xi) $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$; $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$; $\int \sqrt{ax^2+bx+c}$ আকারে থাকিলে

ইহাকে দুইটি বর্গের সমষ্টি অথবা অন্তর ফল রূপে প্রকাশ করিয়া করিবে ;

তবে প্রথমে a $\int$ এর বাহিরে আনিবে ;

125. $\int \frac{dx}{(ax+b)\sqrt{cx^2+d}}$ আকারে থাকিলে $cx+d = z^2$ ধরিবে ;

126. $\int \frac{dx}{(px+q)\sqrt{ax^2+bx+c}}$ আকারে থাকিলে $px+q = \frac{1}{z}$ ধরিবে ;

127. $\int \frac{dx}{(ax^2+b)\sqrt{cx^2+d}}$ আকারে থাকিলে $x = \frac{1}{z}$ ধরিবে ; এবং ইহার পর

$\sqrt{\ }$ এর ভিতরের মান কে u^2 ধরিবে ;

128. $\int e^{mx}.\sin ax.dx$ এবং $\int e^{mx}.\cos ax.dx$ আকারে থাকিলে sinax, cosax কে u (১ম ফাংশন) ধরিবে ;

129. $\int \cos^n x.dx$ আকারে থাকিলে :- (ক) n বিজোড় হইলে $z = \sin x$ ধরিবে ;

130. $\int \cos^n x.dx$ আকারে থাকিলে :- (খ) n জোড় হইলে ত্রিকোন মিতি গুনিতক কোনে প্রকাশ করিয়া অংক করিবে ;

131. $\int \sin^n x.dx$ আকারে থাকিলে :- (ক) n বিজোড় হইলে $z = \cos x$ ধরিবে ;

132. $\int \sin^n x.dx$ আকারে থাকিলে :- খ) n জোড় হইলে গুনিতক কোনে প্রকাশ করিয়া অংক করিতে হইবে ;

133. $\int \frac{dx}{e^{mx}+b}$ আকারে থাকিলে হর ও লব কে e^{-mx} দ্বারা গুন করিয়া করিতে হইবে

134. $\int \sec^n x .dx$ থাকিলে $z = \tan x$ ধরিবে ;

135. $\int \mathrm{cosec}^n x .dx$ থাকিলে $z = \cot x$ ধরিবে ;

136. $\int \frac{dx}{a+b\cos x}, \int \frac{dx}{a+b\sin x}, \int \frac{dx}{a\cos+b\sin x+c}$ আকারে থাকিলে

$\sin x = \frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$; $\cos x = \frac{1-\tan^2\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$ সূত্র ব্যবহার করে ইহার পর $z = \tan\frac{x}{2}$ ধরিবে

137. $\int \frac{dx}{a\cos^2 x+b\sin^2 x}$ থাকিলে হর ও লব কে $\cos^2 x$ দ্বারা ভাগ করে পরে

$z = \tan x$;

138. $\int \frac{dx}{a\cos x+b\sin x}$ আকারে থাকিলে $a = r\sin\alpha$ এবং $b = r\cos\alpha$ ধরিবে ;

139. $\int (a^2 - x^2)^{\frac{n}{2}}, \int \frac{1}{(a^2-x^2)^{\frac{n}{2}}}$ আকারে থাকিলে $x = a\sin\theta$ বা $x = a\cos\theta$

140. $\int (a^2 + x^2)^{\frac{n}{2}}, \int \frac{1}{(a^2+x^2)^{\frac{n}{2}}}$ আকারে থাকিলে $x = a\tan\theta$

141. $\int (x^2 - a^2)^{\frac{n}{2}}, \int \frac{1}{(x^2-a^2)^{\frac{n}{2}}}$ আকারে থাকিলে $x = a\sec\theta$

142. $\int \sqrt{(a+x)(a-x)}$ আকারে থাকিলে $x = a\cos\theta$

143. $\int \sqrt{(x+a)(x-a)}$ আকারে থাকিলে $x = a\cosh\theta$

144. $\int \frac{dx}{x^m(a+bx)^n}$ আকারে থাকিলে $a+bx=zx$ ধরিবে যখন $m+m=+$ পূর্ন সংখ্যা

145. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(x-b)}}$ আকারে থাকিলে $x - a = z^2$ ধরিবে এবং $b - x = b-a-z^2$

146. $(1-x^2)y_2 - xy_1 - 2 = 0$ হইলে লিবনীজের সূত্র সাহায্যে লিখিতে পারি

$$\therefore (1-x^2)y_{n+2} + ny_{n+1}(-2x) + \frac{n(n-1)}{\lfloor 2}y_n(-2) - xy_{n+1} - ny_n = 0$$

জনমিতি সূত্রাবলী

147. স্থূল বা অশোধিত জন্ম হার = $\frac{\text{মোট জন্ম সংখ্যা (জীবন্ত)} \times 1000}{\text{মোট লোক সংখ্যা}}$

148. সাধারন প্রজনন ক্ষমতার হার বা শোধিত জন্ম হার = $\frac{\text{মোট জন্ম সংখ্যা} \times 1000}{\text{মোট স্ত্রীলোক সংখ্যা}}$

149. বয়ঃ নির্দিষ্ট প্রজনন হার = $\frac{\text{জন্ম সংখ্যা (গ্রুপ)} \times 1000}{\text{স্ত্রীলোক সংখ্যা (গ্রুপ)}}$

150. সমাহিত প্রজনন হার = বয়সের পার্থক্য × বয়ঃ নির্দিষ্ট প্রজনন হার (গ্রুপ)

151. মোট প্রজনন হার = বয়সের পার্থক্য × মোট বয়ঃ নির্দিষ্ট প্রজনন হার ;

152. বয়ঃ নির্দিষ্ট বৈবাহিক প্রজনন হার = $\frac{\text{মোট জন্ম সংখ্যা (জীবন্ত)} \times 1000}{\text{মোট স্ত্রীলোক} - \text{অবিবাহিত স্ত্রীলোক}}$

153. স্থূল বা অশোধিত মৃত্যুর হার = $\frac{\text{মোট মৃত্যুর সংখ্যা} \times 1000}{\text{মোট লোক সংখ্যা}}$

154. বয়ঃ নির্দিষ্ট মৃত্যুর হার = $\frac{\text{মৃত্যুর সংখ্যা (গ্রুপ)} \times 1000}{\text{লোক সংখ্যা (গ্রুপ)}}$

155. স্বাভাবিক বৃদ্ধির হার = (অশোধিত জন্ম হার) - (অশোধিত মৃত্যু হার)

156. বহিরা গমন হার বা বহিরাগতের হার বা অশোধিত বহিগতের হার

$$= \frac{\text{মোট বহিরাগতের সংখ্যা} \times 1000}{\text{মোট লোক সংখ্যা}}$$

157. বহির্গমন হার বা অশোধিত প্রবাসগামীর হার

$$= \frac{\text{মোট দেশ ত্যাগীর সংখ্যা} \times 1000}{\text{মোট লোক সংখ্যা}}$$

158. নীট দেশান্তর হার বা নটি স্থানান্তর হর বা অশোধিত নীট স্থানান্তর হার

$$= \frac{\{(\text{মোট বাহিরা গতের সংখ্যা}) - (\text{মোট দেশত্যাগীর সংখ্যা})\} \times 1000}{\text{মোট লোক সংখ্যা}}$$

159. মোট স্থানান্তর হার

$$= \frac{(\text{মোট বাহিরা গতের সংখ্যা}) + (\text{মোট দেশত্যাগীর সংখ্যা}) \times 1000}{\text{মোট লোক সংখ্যা}}$$

160. নির্ভরশীল অনুপাত = $\frac{(P_{0-14} + P_{63}) \times 100 \text{ (একশত)}}{P_{14-63}}$

161. স্থূল বেকারত্ব হার = $\frac{\text{মোট বেকার সংখ্যা} \times 100 \text{ (একশত)}}{(14 - 63) \text{ মোট লোক সংখ্যা}}$

162. বয়ঃ নির্দিষ্ট বেকারত্ব হার = $\frac{\text{বেকার সংখ্যা (গ্রুপ)} \times 100}{\text{লোক সংখ্যা (গ্রুপ)}}$

163. আদর্শ মানকৃত বেকারত্ব হার = $\frac{(A_1 \times P_1 + A_2 \times P_2 + A_3 \times P_3 + \ldots}{\text{মোট লোক সংখ্যা}}$

এখানে $P_1, P_2, P_3 \ldots\ldots\ldots$ বয়ঃ নির্দিষ্ট লোক সংখ্যা

164. প্রত্যক্ষ ভাবে আদর্শ মান কৃত অশোধিত জন্ম হার

$$= \frac{\text{মোট স্ত্রীলোকের সংখ্যা (গ্রুপ)} \times \text{মোট বয়ঃ নির্দিষ্ট প্রজনন হার}}{\text{মোট লোক সংখ্যা}}$$

165. প্রত্যক্ষ ভাবে আদর্শ মান কৃত সাধারন বা শোধিত প্রজনন হার

$$= \frac{\text{মোট স্ত্রীলোকের সংখ্যা} \times \text{মোট বয়ঃ নির্দিষ্ট প্রজনন হার}}{\text{মোট স্ত্রীলোক সংখ্যা}}$$

166. পরোক্ষ ভাবে আদর্শ মান কৃত অশোধিত জন্ম হার

$$= \frac{\text{মোট জন্ম সংখ্যা (জীবন্ত)} \times \text{অশোধিত জন্ম হার}}{\text{মোট স্ত্রীলোক সংখ্যা} \times \text{মোট বয়ঃ নির্দিষ্ট প্রজনন হার}}$$

167. পরোক্ষ ভাবে আদর্শ মান কৃত শোধিত বা সাধারন প্রজনন হার

$$= \frac{\text{মোট জন্ম সংখ্যা (জীবন্ত)} \times \text{সাধারান প্রজনন হার}}{\text{মোট স্ত্রীলোক সংখ্যা} \times \text{মোট বয়ঃ নির্দিষ্ট প্রজনন হার}}$$

168. সংযোজন হার

$$= \frac{\text{মোট জন্ম গ্রহন কারী কন্যা সন্তানের সংখ্যা} \times \text{মোট প্রজনন হার}}{\text{মোট জন্ম সংখ্যা}}$$

169. নীট সংযোজন হার

$$= \frac{5\,(\text{মোট বয়ঃ নির্দিষ্ট প্রজনন হার}) \times \text{মোট জন্ম সংখ্যা (জীবন্ত)}}{\text{মোট মোট জন্ম গ্রহন কারী কন্যা সন্তানের সংখ্যা}}$$

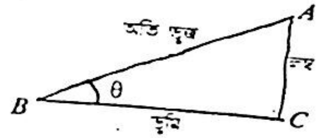
170. $I.Q = \dfrac{\text{মানসিক বয়স} \times 100}{\text{প্রকৃত বয়স}}$

171. (i) জনমিতী কাহাকে বলে ? উহার গুরুত্ব বিশ্লেষন কর ।

(ii) দেশান্তর বলিতে কি বুঝ ? আন্তর্জাতিক দেশান্তর এর কারন ব্যাখ্যা কর ।

(iii) নির্ভরশীলতা বলিতে কি বুঝ ? স্বাভাবিক ও অস্বাভাবিক নির্ভরশীলতা বিশদ ভাবে ব্যাখ্যা কর ।

ত্রিকোন মিতি সূত্রাবলী



172. $AB^2 = Ac^2 + Bc^2$

173. $\sin\theta = \dfrac{\text{লম্ব}}{\text{অতি}}$ $\quad \therefore \cos c e\theta = \dfrac{\text{অতি}}{\text{লম্ব}}$

174. $\cos\theta = \dfrac{\text{ভুমি}}{\text{অতি}}$ $\quad \therefore \sec\theta = \dfrac{\text{অতি}}{\text{ভুমি}}$

175. $\tan\theta = \dfrac{\text{লম্ব}}{\text{ভুমি}}$ $\quad \therefore \cot\theta = \dfrac{\text{ভুমি}}{\text{লম্ব}}$

176. $\sin\theta = \dfrac{1}{\cos ce\theta}$ $\quad \therefore \cos ce\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$

177. $\cos\theta = \dfrac{1}{\sec\theta}$ $\quad \therefore \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$

178. $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\quad \therefore \cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

179. $\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta}$

180. $\sin^2\theta = (\sin\theta)^2$

কিন্তু $\sin\theta^2 \neq (\sin\theta)^2$

181. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\therefore \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$\therefore \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

182. $\sin^2\theta^2 = (\sin\theta^2)^2$

কিন্তু $\sin^2\theta^2 \neq (\sin\theta)^4$

183. $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$\therefore \tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

184. $\sin^2\theta = (\sin\theta)^2$

কিন্তু $\sin\sqrt{\theta} \neq (\sin\theta)^{\frac{1}{2}}$

185. $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

$\therefore \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$

$\therefore \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

186. $2\sin\dfrac{\theta}{2} \neq \sin\theta$

187. $\sin\dfrac{4\theta}{2} = \sin 2\theta$

188. 2 সমকোন = $180^0 = 200^g = \pi^c$ (রেডিয়ান)

189. রেডিয়ান মাপে কোন $\theta = \dfrac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$

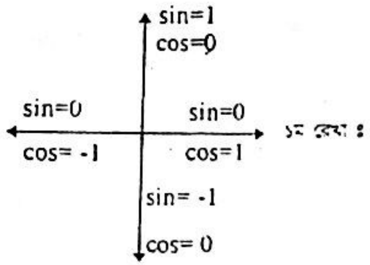
190. অমূলক সংখ্যা $e = 2.71828$ প্রায়

191. ষাট মূলীয় পদ্ধতিতে কোনের একক ডিগ্রী, মিনিট, সেকেন্ড

192. বৃত্তীয় মূলীয় পদ্ধতিতে কোনের একক রেডিয়ান

193. শত মূলীয় পদ্ধতিতে কোনের একক (গ্রেড)

Ex :- 4 <u>সংযুক্ত অনুপাত</u> প্রঃ- 2.1



194.
xox' রেখাকে ভূমি রেখা বলে। ভূমি রেখার উপর $\sin = 0$ এবং $\cos = \pm 1$
yoy' রেখাকে লম্ব রেখা বলে। লম্ব রেখার উপর $\sin = \pm 1$ এবং $\cos = 0$

যেমন :- (i) $\sin(90^0)=1$ (ii) $\sin(3.90) = -1$ (iii) $\sin(5.90) = 1$

যেমন :- (i) $\cos(90)=0$ (ii) $\cos(3.90) = 0$ (iii) $\cos(5.90) = 0$

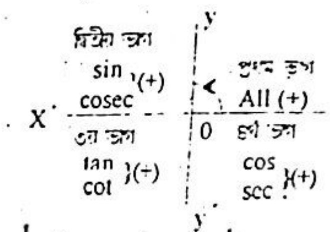
যেমন :- (i) $\sin(2.90^0) = 0$ (ii) $\sin(4.90) = 0$ (iii) $\sin(6.90) = 0$.

যেমন :- (i) $\cos(2.90)= -1$ (ii) $\cos(4.90) = 1$ (iii) $\cos(6.90) = -1$

195. n বিজোড় সংখ্যা হইলে $\sin(n.90) = \pm 1$
n বিজোড় সংখ্যা হইলে $\cos(n.90) = 0$
n জোড় সংখ্যা হইলে $\sin(n.90) = 0$
n জোড় সংখ্যা হইলে $\cos(n.90) = \pm 1$
$\sin(n\pi) = 0$; n এর যে কোন মানের জন্য। ($n \neq$ ভগ্নাংশ)

196. (i) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ (ii) $\mathrm{cosec}(-\theta) = -\mathrm{cosec}\theta$ (iii) $\tan(-\theta) = -\tan\theta$
(iv) $\cot(-\theta) = -\cot\theta$ (v) $\cos(-\theta) = \cos\theta$ (vi) $\sec(-\theta) = \sec\theta$

প্রঃ 2.1
Ex:-4



All students take chemistry

197. n বিজোড় সংখ্যা হইলে (n.90) অর্থাৎ 90^0 এর সাথে বিজোড় সংখ্যা থাকিলে প্রতীক চিহ্ন পরিবর্তন হইবে।
যেমন :-(i) sin $\xleftrightarrow{\text{থাকিলে পরিবর্তন}}$ cos হইবে
(ii) tan $\xleftrightarrow{\text{থাকিলে পরিবর্তন}}$ cot হইবে
(iii) sec $\xleftrightarrow{\text{থাকিলে পরিবর্তন}}$ cosec হইবে

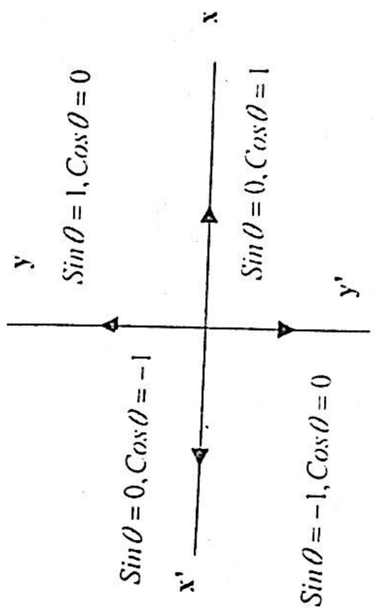
উদাহরন :- (i) $\sin(1.90+30) = \cos 30$ (ii) $\sin(3.90 + 30) = -\cos 30$
(iii) $\sin(5.90 + 30) = \cos 30$ (iv) $\cos(1.90 + 30) = -\sin 30$
(v) $\cos(3.90 + 30) = \sin 30$ (vi) $\tan(1.90 + 30) = -\cot 30$
(vii) $\tan(1.90 - 30) = \cot 30$

198. n জোড় সংখ্যা হইলে (n.90) অর্থাৎ 90^0 এর সাথে জোড় সংখ্যা থাকিলে প্রতীক চিহ্ন পরিবর্তন হইবেনা। যেমন :- (i) sin = sin (ii) cos = cos (iii) cot = cot (iv) tan = tan (v) cosec = cosec (vi) sec = sec
উদাহরন :- (i) $\sin(2.90 + 30) = -\sin 30$ (ii) $\sin(2.90 - 30) = \sin 30$

199. (i) n জোড় সংখ্যা হইলে $\sin(n.90) = 0$
(ii) n বিজোড় সংখ্যা হইলে $\sin(n.90) = \pm 1$
(iii) n জোড় সংখ্যা হইলে $\cos(n.90) = \pm 1$
(iv) n বিজোড় সংখ্যা হইলে $\cos(n.90) = 0$

200. $\sin(90 + \theta) = \cos\theta$
$\sin(90 - \theta) = \cos\theta$
$\cos(90 + \theta) = -\sin\theta$
$\sec(90 - \theta) = \mathrm{cosec}\theta$
$\mathrm{cosec}(180 + \theta) = -\mathrm{cosec}\theta$
$\mathrm{cosec}(180 - \theta) = \mathrm{cosec}\theta$

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120	240	150	210	135	300	330	360	180	270	15	75	18
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1	0	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	0	∞			



(2·2)

EX ঃ- 5 (যৌগিক কোনের অনুপাত)

203. $\sin(A+B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$

204. $\sin(A-B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$

205. $\cos(A+B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$

206. $\cos(A-B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$

207. $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B}$

208. $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B}$

209. $\cot(A+B) = \dfrac{\cot A \cdot \cot B - 1}{\cot A + \cot B}$

210. $\cot(A-B) = \dfrac{\cot A \cot B + 1}{\cot B - \cot A}$

211. $\tan(A+B+C) = \dfrac{\tan A + \tan B + \tan c - \tan A \cdot \tan B \cdot \tan c}{1 - \tan A \cdot \tan B - \tan B \cdot \tan c - \tan A \cdot \tan c}$

212. $\sin(A+B) \cdot \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A$

213. $\cos(A+B) \cdot \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \sin^2 A$

EX ঃ- 6 (সূত্রের রূপান্তর) (2·3)

214. $\sin(A+B) + \sin(A-B) = 2 \sin A \cdot \cos B$

215. $\sin(A+B) - \sin(A-B) = 2 \cos A \cdot \sin B$

216. $\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2 \cos A \cdot \cos B$.

217. $\cos(A-B) - \cos(A+B) = 2 \sin A \cdot \sin B$

218. $\sin C + \sin D = 2 \sin \dfrac{C+D}{2} \cdot \cos \dfrac{C-D}{2}$

219. $\sin C - \sin D = 2 \cos \dfrac{C+D}{2} \sin \dfrac{C-D}{2}$

220. $\cos C + \cos D = 2 \cos \dfrac{C+D}{2} \cos \dfrac{C-D}{2}$

221. $\cos C - \cos D = 2 \cdot \sin \dfrac{C+D}{2} \sin \dfrac{D-C}{2}$

222. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2\cos A.\cos B.\cos = 1$ বিশেষ ক্ষেত্রে সুত্র হিসাবে ব্যবহার করা যায় ; যখন $A + B + C = \pi$

(2·4) EX :- 7 (গুণিতক কোণের অনুপাত)

223. $\sin nA = 2\sin\frac{nA}{2}.\cos\frac{nA}{2}$

224. $\sin 2A = 2\sin A.\cos A$ $\quad \therefore \sin 32A = 2\sin 16A.\cos 16A$

225. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$; $\quad \therefore \cos 16A = \cos^2 8A - \sin^2 8A$

226. $\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A$

227. $\cos 2A = 2\cos^2 A - 1$

228. $2\sin^2 A = 1 - \cos 2A$

229. $2\cos^2 A = 1 + \cos 2A$ $\quad \therefore 2\cos^2 2A = 1 + \cos 4A$

230. $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

231. $\sin 2A = \frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$

232. $\cos 2A = \frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$

233. $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$ $\quad \therefore \sin^3 A = \frac{1}{4}(3\sin A - \sin 3A)$

234. $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$ $\quad \therefore \cos^3 A = \frac{1}{4}(3\cos A + \cos 3A)$

235. $\tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1-3\tan^2 A}$;

(2·5) EX :- 8 (উপ-গুণিতক কোণের অনুপাত)

236. $\sin A = 2\sin\frac{A}{2}.\cos\frac{A}{2}$

$\therefore \sin 5A = 2\sin\frac{5A}{2}.\cos\frac{5A}{2}$

237. $2\sin^2\frac{A}{2} = 1 - \cos A$

238. $\cos A = \cos^2\frac{A}{2} - \sin^2\frac{A}{2}$

239. $\cos A = 2\cos^2\frac{A}{2} - 1$

240. $2\cos^2\frac{A}{2} = 1 + \cos A$

241. $\cos A = 1 - 2\sin^2\frac{A}{2}$

242. $\tan A = \frac{2\tan\frac{A}{2}}{1-\tan^2\frac{A}{2}}$

243. $\sin A = \frac{2\tan\frac{A}{2}}{1+\tan^2\frac{A}{2}}$

244. $\cos A = \frac{1-\tan^2\frac{A}{2}}{1+\tan^2\frac{A}{2}}$

245. $\frac{1-\cos A}{1+\cos A} = \tan^2\frac{A}{2}$

EX :- 10 (সমাধান সুত্র) প্র: 4

246. $\sin\theta = \sin\alpha$ হইলে $\theta = n\pi + (-1)^n.\alpha = n\pi \pm \alpha$

247. $\cos\theta = \cos\alpha$ হইলে $\theta = 2n\pi \pm \alpha$

248. $\tan\theta = \tan\alpha$ হইলে $\theta = n\pi + \alpha$

249. $\sin\theta = 0$ হইলে $\theta = n\pi$

250. $\tan\theta = 0$ হইলে $\theta = n\pi$

251. $\cos\theta = 0$ হইলে $\theta = (2n+1).\frac{\pi}{2}$

252. $\cot\theta = 0$ হইলে $\theta = (2n+1).\frac{\pi}{2}$

253. $\sin\theta = 1$ হইলে $\theta = (4n+1).\frac{\pi}{2}$

254. $\sin\theta = -1$ হইলে $\theta = (4n-1).\frac{\pi}{2}$

255. $\cos\theta = 1$ হইলে $\theta = 2n\pi$

256. $\cos\theta = -1$ হইলে $\theta = (2n+1).\pi$

যখন n-এর মান শূন্য এবং অখন্ড সংখ্যা;

সূত্র:- (i) $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$ (ii) $\sec^{-1}x+\operatorname{cosec}^{-1}x=\frac{\pi}{2}$

প্রঃ 5

EX :- 11 (বিপরীত ফাংশন)

(iii) $\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}$

(iv) $\tan^{-1}\frac{x}{-y}=\pi-\tan^{-1}\frac{x}{y}$

(v) $\tan^{-1}x=\frac{\pi}{2}-\cot^{-1}x$

(i) $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$ (2) $\operatorname{cosec}^{-1}x+\sec^{-1}x=\frac{\pi}{2}$ (3) $\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}$

(4) $\tan^{-1}\frac{x}{-y}=\pi-\tan^{-1}\frac{x}{y}$

257. $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}$

258. $\tan^{-1}x-\tan^{-1}y=\tan^{-1}\frac{x-y}{1+xy}$

259. $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\tan^{-1}\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx}$

260. $2\tan^{-1}x=\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}=\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}=\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$

261. $\tan^{-1}x=\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}=\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{2x}{1-x^2}=\frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$

262. $\sin^{-1}x\pm\sin^{-1}y=\sin^{-1}\{x\sqrt{1-y^2}\pm y\sqrt{1-x^2}\}$

263. $\cos^{-1}x+\cos^{-1}y=\cos^{-1}\{xy-\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\}$

264. $\cos^{-1}x-\cos^{-1}y=\cos^{-1}\{xy+\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\}$

265. $\cos x=1-\frac{x^2}{\underline{|2}}+\frac{x^4}{\underline{|4}}-\frac{x^6}{\underline{|6}}+\ldots\ldots=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$

266. $\sin x=x-\frac{x^3}{\underline{|3}}+\frac{x^5}{\underline{|5}}-\frac{x^7}{\underline{|7}}+\ldots\ldots=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

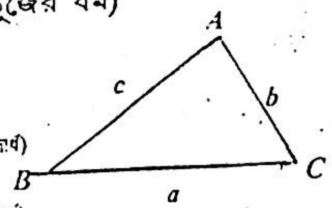
267. $\tan^{-1}x=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots\ldots$

268. $\cos^2x-\sin^2x=\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2-\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2$

269. $2\sin x\,.\cos x=2\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)=\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{2}$

প্রশ্ন 6

EX :- 12 (ত্রিভুজের ধর্ম)



ত্রিভুজের sin সূত্র :-

270. $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C}=2R$ (ব্যাসার্ধ)

271. $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$ (ব্যাসার্ধ)

272. $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

273. $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

274. $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

275. $a=b\cos c+c\cos B$

276. $b=c\cos A+a\cos C$

277. $c=a\cos B+b\cos A$

278. $\sin c=\frac{2\Delta}{ab}$, $\sin A=\frac{2\Delta}{bc}$

279. $\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$, $\sin\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{ac}}$

280. $\sin\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$, $\cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$,
$\cos\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{s(s-b)}{ac}}$,

281. $\tan\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}=\frac{(s-b)(s-c)}{\Delta}$.

282. $\sin A=\frac{2}{bc}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\frac{2\Delta}{bc}$.

283. $\tan A=\frac{abc}{R}\cdot\frac{1}{b^2+c^2-a^2}$

284. $\cot\frac{A}{2}=\frac{s(s-a)}{\Delta}$

285. $\cos\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$, $\sin\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$

286. $\log\tan\frac{A}{2}=\frac{1}{2}[\log(s-b)+\log(s-c)-\log s-\log(s-a)]$

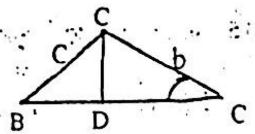
287. $L\tan\frac{A}{2}=10+\frac{1}{2}[\log(s-b)+\log(s-c)-\log s-\log(s-a)]$

288. ত্রিভুজের পরিসীমা $2s=a+b+c$

289. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\Delta=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

318. সুক্ষকোনী ত্রিভোজের ক্ষেত্রে :-

$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2.BD.CD$, $\angle C$ = সুক্ষকোন



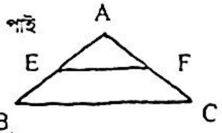
319. ত্রিভুজের পরিসীমা $2S = a+b+c$

320. ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$;

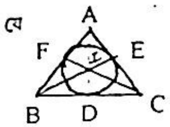
321. ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল $= \frac{1}{2}$ ভুমি $\times$ উচ্চতা ;

322. দুইটি ত্রিভুজ সদৃশ হইলে ΔABC ও ΔAEF হইতে পাই

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$$



323. ত্রিভুজের অন্তঃ কেন্দ্র :- ত্রিভূজের কোনগুলির সমদ্বিখন্ডক যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাহাই ত্রিভুজের অন্ত : কেন্দ্র ; অন্তঃ কেন্দ্র I হইলে $ID = IE = IF = r$ (অন্তঃ ব্যসার্ধ)

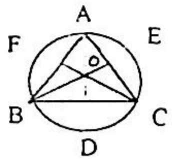


324. ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র :- ত্রিভুজের বাহু গুলির উপর মধ্যে বিন্দু হইতে লম্ব টানিলে যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাহাই পরিকেন্দ্র বলে।

$0A = 0B = 0C = r$ পরিব্যাসার্ধ

$0D \perp BC$, $0E \perp AC$

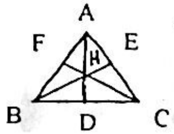
D, E, F, BC, AC, AB, এর মধ্য বিন্দু ;



325. লম্ব কেন্দ্র :- ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু হইতে প্রত্যেক বাহুর উপর লম্ব টানিলে যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাহাকেই লম্বকেন্দ্র বলে।

$AD \perp BC$; $BE \perp AC$;

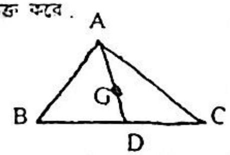
$CF \perp AB$; H লম্ব কেন্দ্র ;



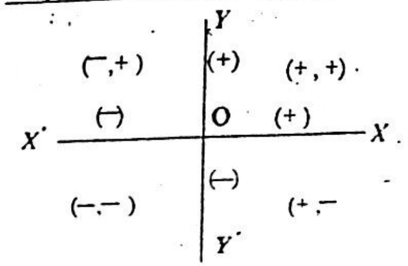
326. ত্রিভুজের ভার কেন্দ্র :- ত্রিভূজের মধ্যমাত্রয় যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাহাই ত্রিভুজের ভার কেন্দ্র।

G ভার কেন্দ্র ; ভার কেন্দ্র মধ্যমাত্রয়কে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত করে.

$$\frac{AG}{GD} = \frac{2}{1} = 2 : 1$$



স্থানাংক জ্যামিতি



327. 'O' মূল বিন্দু ; মূল বিন্দুর স্থানাংক $0(0,0)$; $X0X'$ রেখাকে X অক্ষ বলে। ;X অক্ষের উপর $Y=0$; X = ভুজ ;

$Y0Y'$ রেখাকে Y অক্ষ বলে। Y অক্ষের উপর $X = 0$; Y = কোটি ;

স্থানাংক দুই প্রকার যথা :- (i) কার্তেসীয় স্থানাংক (ii) পোলার স্থানাংক

কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাংকের মধ্যে সম্পর্ক :-

$P(x,y)$ কার্তেসীয় স্থানাংক ;

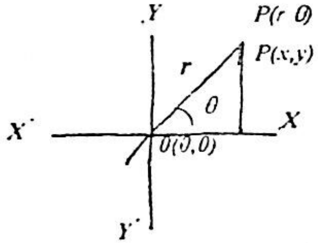
$P(r,\theta)$ পোলার স্থানাংক ;

$\therefore \sin\theta = \frac{y}{r}$

$\therefore y = r\sin\theta$ (1)

$\therefore \cos\theta = \frac{x}{r}$

$\therefore x = r\cos\theta$ (2)

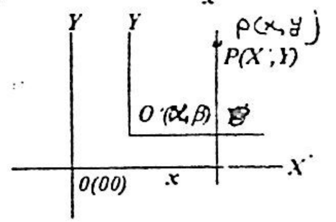


$(1)^2 + (2)^2 => r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $(1) \div (2) => \tan\theta = \frac{y}{x}$; পোল ≠ পোলার পোলার বলিতে সমীকরন বুঝায়।

328. অক্ষের স্থানান্তর :-

i) $x = X + \alpha$

ii) $y = Y + \beta$



329. অক্ষের ঘূর্নন :- (i) $x = x'\cos\theta - y'\sin\theta$ (ii) $x = x'\sin + y'\cos\theta$

330. একই সাথে মূল বিন্দুর স্থানান্তর ও অক্ষের ঘূর্নন :-

(i) $x = \alpha + x' \cos\theta - y' \sin\theta$. (ii) $y = \beta + x' \sin\theta + y' \cos\theta$

331 পোলার স্থানাংকের সাহায্যে দুই বিন্দুর মধ্য দূরত্ব নির্ণয় ঃ-

যদি $A(r_1 \theta_1)$; $B(r_2 \theta_2)$ হয় তবে দূরত্ব

$$AB = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}$$

332. পোলার স্থানাংক (r_1, θ_1) ; (r_2, θ_2) ; (r_3, θ_3) ; হইলে ত্রিভুজের

$$\text{ক্ষেত্র ফল} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} r_1\cos\theta_1 & r_1\sin\theta_1 & 1 \\ r_2\cos\theta_2 & r_2\sin\theta_2 & 1 \\ r_3\cos\theta_3 & r_3\sin\theta_3 & 1 \end{vmatrix}$$

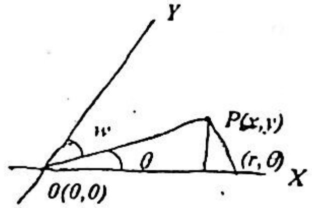
333. তীর্যক অক্ষে পোলার এবং কার্তেসীয় স্থানাংকের সম্পর্ক ঃ-

(i) $x = \dfrac{r\sin(w-\theta)}{\sin w}$

(ii) $y = \dfrac{r\sin\theta}{\sin w}$

(iii) $r = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy\cos w}$

(iv) $\tan\theta = \dfrac{y\sin w}{x + y\cos w}$



334. দূরত্ব

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + 2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)\cos w}$$

335. তীর্যক অক্ষে ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল ঃ-

$$\text{ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল} = \frac{1}{2}\sin w\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

336. তীর্যক অক্ষে ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল ঃ-

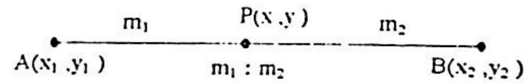
(i) $y = \dfrac{x\sin\theta}{\sin(w-\theta)} + c$; এখানে ঢাল $m = \dfrac{\sin\theta}{\sin(w-\theta)}$

(ii) দুইটি রেখার মধ্যবর্তী কোন $\tan = \dfrac{(m_1 - m_2)\sin\theta}{1 + m_1 m_2 + (m_1 + m_2)\cos w}$

337. দুই বিন্দুর মধ্যকার দূরত্ব নির্ণয় ঃ-

দূরত্ব $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

338. অনুপাত বিন্দু বা ভাগ বিন্দুর স্থানাংক ঃ-



(i) অনুপাত বিন্দুর ভুজ $x = \dfrac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$ — অন্তঃ বিভক্ত

(ii) অনুপাত বিন্দুর কোটি $y = \dfrac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 - m_2}$

(iii) অনুপাত বিন্দুর ভুজ $x = \dfrac{m_1 x_2 - m_2 x_1}{m_1 - m_2}$ — বহিঃ বিভক্ত

(iv) অনুপাত বিন্দুর কোটি $y = \dfrac{m_1 y_2 - m_2 y_1}{m_1 - m_2}$

339. মধ্য বিন্দুর স্থানাংক ঃ-

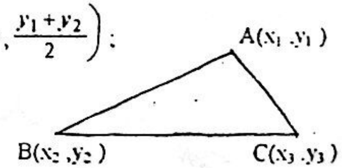
(i) মধ্য বিন্দুর ভুজ $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$

(ii) মধ্য বিন্দুর কোটি $y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$

$\therefore$ মধ্য বিন্দুর স্থানাংক $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$;

340. ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল নির্ণয় ঃ-

$$\Delta ABC = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$



বা $\Delta ABC = \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) + (x_2 y_3 - x_3 y_2)]$

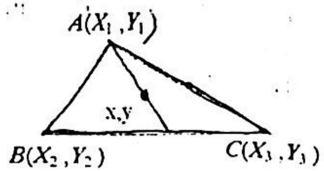
বা $\Delta ABC = \frac{1}{2}[(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (y_1 x_2 + y_2 x_3 + y_3 x_1)]$

341. তিনটি বিন্দু সমরেখ হইলে ঃ- $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ হইলে ;

342. ত্রি ভুজের ভার কেন্দ্র নির্ণয় ঃ-

(i) ভার কেন্দ্রের ভুজ $x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$

(ii) ভার কেন্দ্রের কোটি $y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$



343. ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল =

$\frac{1}{2}$ ভূমি × উচ্চতা = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ এখানে পরিসীমা 2S = a+b+c

344. সমান্তরিক ক্ষেত্র ফল = ভূমি × উচ্চতা ;

345. রম্বস ক্ষেত্র ফল = $\frac{1}{2}$ কর্নদ্বয়ের গুন ফল

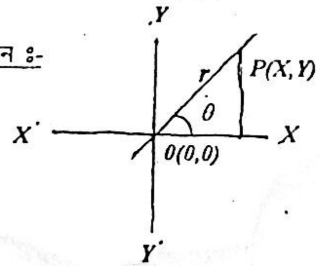
346. ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্র ফল = $\frac{1}{2}$ সমান্তরাল বাহুর যোগ ফল × উচ্চতা ;

347. মুল বিন্দু গামী সরল রেখার সমীকরন ঃ-

(i) $y = x \tan\theta$;

(ii) $y = mx$; এখানে $\tan\theta = m$ = ঢাল

যেমন ঃ- $y = \frac{3}{2}x$ ∴ ঢাল $m = \frac{3}{2}$



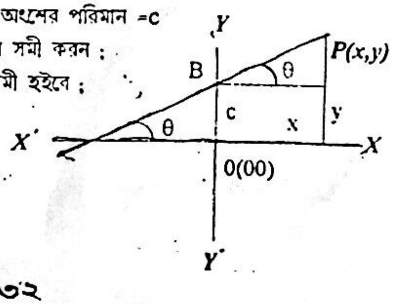
348. y অক্ষের ছেদক অংশের সমীকরন ঃ-

(i) $y = x \tan\theta + c$; (ii) $y = mx + c$, এখানে $\tan\theta = m$ = ঢাল ;

এখানে y অক্ষের খন্ডিত অংশ বা ছেদক অংশের পরিমান = c

$y = mx + c$, ইহাই সরল রেখার সাধারন সমী করন ;

(iii) c = 0 হইলে রেখাটি মুল বিন্দু গামী হইবে ;



349. অক্ষদ্বয়ের ছেদক অংশের সমীকরন ঃ-

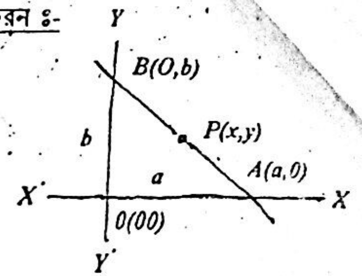
$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

∴ x অক্ষের উপর স্থানাংক A(a,0)

∴ y অক্ষের উপর স্থানাংক B(0,b)

x অক্ষের খন্ডিত অংশের পরিমান = a ;

y অক্ষের খন্ডিত অংশের পরিমান = b ;



350. দুইটি বিন্দু দেওয়া থাকিলে ঢাল বা কোন নির্ণয় ঃ-

ঢাল $\tan\theta = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$;

m_1

351. দুইটি সরল রেখা লম্ব হইলে $m_1 \times m_2 = -1$ হইবে ;

352. দুইটি সরল রেখা সমান্তরাল হইলে $m_1 = m_2$ হইবে ;

353. ax+by+c=0 রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরন ax+by+k=0, এখানে k ধ্রুব

354. ax + by + c = 0 রেখার উপর লম্বের সমীকরন bx - ay + k = 0 ;

355. দুই বিন্দু গামী সংযোগ সরল রেখা সমীকরন $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$;

356. দুইটি সরল রেখার মধ্যবর্তী ঢাল বা কোন নির্ণয় $\tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$;

357. একটি বিন্দু এবং একটি ঢাল দেওয়া থাকিলে সরল রেখা সমীকরন

$y - y_1 = m(x - x_1)$ অথবা $y = mx + c$;

358. x অক্ষের সমান্তরাল সরল রেখার সমীকরন :- y = b

359. y অক্ষের সমান্তরাল সরল রেখার সমীকরন ঃ- x = a

360. দুইটি সরল রেখার ছেদ বিন্দু দিয়া যায় এইরূপ রেখার সমীকরন ঃ-

$(a_1 x + b_1 y + c_1) + k(a_2 x + b_2 y + c_2) = 0$ এখানে k ধ্রুব

যখন $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ এবং $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$.

361. যদি $ax + by + c = 0$ এবং $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ সমীকরন দ্বয় একই সরল রেখা নির্দেশ করিলে $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$ হইবে ;

362. তিনটি সরল রেখা সমবিন্দু হইলে :- $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ হইবে ;

363. সরল রেখা সমীকরন $x \cos \alpha + y \sin \alpha = P$

364. সরল রেখা সমীকরন $\frac{x - x_1}{\cos\alpha} = \frac{y - y_1}{\sin\alpha} = r$ যদি $\cos \alpha = L$ এবং $\sin \alpha = n$ হয় তবে $\frac{x - x_1}{L} = \frac{y - y_1}{n} = r$ $\therefore x = x_1 + Ln$ এবং $y = y_1 + Ln$;

365. <u>দুইটি সরল রেখার ছেদ বিন্দুর স্থানান্তর নির্ণয় :-</u>

$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$

$a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$

$$\therefore \frac{x}{b_1 c_2 - b_2 c_1} = \frac{y}{a_2 c_1 - c_2 a_1} = \frac{1}{a_1 b_2 - a_2 b_1};$$

$\therefore$ ছেদ বিন্দুর ভুজ $x = \frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$; $\therefore$ ছেদ বিন্দুর কোটি $y = \frac{a_2 c_1 - c_2 a_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$

366. <u>লম্ব দুরত্ব নির্ণয় :-</u> $P(x_1\ y_1)$ বিন্দু হইতে $ax + by + c = 0$ রেখার উপর লম্ব দুরত্ব $= \pm \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$;

*দুইটি সমান্তরাল রেখার মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব $= \left| \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

367. $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ এবং $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ উপরক্ত রেখা দ্বয়ের অন্তঃভুক্ত কোন সমূহের সমাদ্বিখন্ডের সমীকরন :-

$$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

368. $L_1 = a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ এবং $L_2 == a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ হয় তবে

(ক) $a_1 a_2 + b_1 b_2 > 0$ হইলে L_1 ও L_2 এর স্থুল কোনের সমদ্বিখন্ডের সমীকরন

$$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = + \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

(খ) $a_1 a_2 + b_1 b_2 > 0$ হইলে L_1 ও L_2 এর সুক্ষ কোনের সমদ্বিখন্ডের সমীকরন

$$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = - \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

(গ) $a_1 a_2 + b_1 b_2 < 0$ হইলে L_1 ও L_2 এর স্থুল কোনের সমদ্বিখন্ডের সমীকরন

$$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = - \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

(ঘ) $a_1 a_2 + b_1 b_2 < 0$ হইলে L_1 ও L_2 এর সুক্ষ কোনের সমদ্বিখন্ডের সমীকরন

$$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = + \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

369. (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দু দ্বয় $ax + by + c = 0$ রেখার একই পার্শ্বে বা বিপরীত পার্শ্বে হইবে ইহার শর্ত :-

(ক) $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) > 0$ হইলে একই পার্শ্বে হইবে ;

(খ) $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) < 0$ হইলে বিপরীত পার্শ্বে হইবে ;

জোড়া সরল রেখা

370. যদি $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকরন দ্বারা এক জোড়া সমীকরন নির্দেশ করে তবে

(i) রেখা দ্বয়ের মধ্যবর্তী কোন $\tan\theta = \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{a + b}$;

(ii) $h^2 - ab = 0$ হইলে রেখা দ্বয় সমান্তরাল বা সমাপতিত হইবে ;

(iii) $a + b = 0$ হইলে রেখা দ্বয় লম্ব হইবে ;

371. সমদ্বিখন্ডের সমীকরন $\frac{x^2 - y^2}{a - b} = \frac{xy}{h}$; যদি মূল বিন্দু স্থানান্তর হয় তবে সমদ্বিখন্ডের সমীকরন $\frac{(x-\alpha)^2 - (y-\beta)^2}{a - b} = \frac{(x-\alpha)(y-\beta)}{h}$;

372. (i) যদি $h^2 - ab > 0$ হয় তবে রেখা দ্বয় বাস্তব ভিন্ন ভিন্ন হইবে

(ii) যদি $h^2 - ab = 0$ হয় তবে রেখা দ্বয় সমাপতিত হইবে

(iii) যদি $h^2 - ab < 0$ হয় তবে রেখা দ্বয় অবাস্তব হইবে

373. $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ দ্বিঘাত বা জোড়া সমীকরন নির্দেশ করিলে যদি $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0$ হয়

374. জোড়া সরল রেখার ছেদ বিন্দুর ভুজ $\alpha = \dfrac{hf-bg}{ab-h^2}$

জোড়া সরল রেখার ছেদ বিন্দুর কোটি $\beta = \dfrac{hg-af}{ab-h^2}$

375. $\Delta = abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2$

(i) $\Delta = 0$ হয় তবে জোড়া সরল রেখা নির্দেশ করিবে

(ii) $\Delta \neq 0$ এবং $a = b$, $h = 0$ হয় তবে বৃত্ত হইবে

(iii) $\Delta \neq 0$, $ab- h^2 = 0$ হয় তবে প্যারাবোলা (অবিবৃত্ত)

(iv) $\Delta \neq 0$, $ab- h^2 > 0$ হয় তবে ইলিপস

(v) $\Delta \neq 0$, $ab- h^2 < 0$ হয় তবে হাই প্যারাবোলা

(vi) $\Delta \neq 0$, $ab- h^2 < 0$ এবং $a+b = 0$ হয় তবে আয়ত আকার হাই প্যারাবোলা

বৃত্ত

376. $0(0,0)$; মুল বিন্দুতে কেন্দ্র এবং a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরন ঃ-
$x^2 + y^2 = a^2$; এখানে কেন্দ্র $(0,0)$; ব্যাসার্ধ $= a$;

377. (h,k) ; কেন্দ্র এবং a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরন $(x-h)^2 + (y- k)^2 = a^2$

378. বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করিলে ব্যাসার্ধ $a = |k| = |f|$

379. বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করিলে ব্যাসার্ধ $a = |h| = |g|$

380. বৃত্তের সাধারন সমীকরন বা তিন বিন্দু গামী বৃত্তের সমীকরন ঃ-
$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, এখানে কেন্দ্র $(- g , - f)$, ;
ব্যাসার্ধ $a = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$ এখানে $h = -g$ এবং $k = -f$

381. x অক্ষের ছেদক অংশের পরিমান $x = 2\sqrt{g^2 - c} = 2\sqrt{h^2 - c}$

382. y অক্ষের ছেদক অংশের পরিমান $y = 2\sqrt{f^2 - c} = 2\sqrt{k^2 - c}$

383. ধরি $A(x_1 ,y_1)$ এবং $B(x_2\ y_2)$;
$\therefore$ AB কে ব্যাস ধরিয়া অংকিত বৃত্তের সমীকরন ;
$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$

384. <u>খলিফা সুত্র ঃ- (তিন বিন্দুর ক্ষেত্রে)</u>
$(x - x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2) = k\ \{(x-x_1)(y-y_2)-(x-x_2)(y-y_1)\}$

385. $c = 0$ হইলে বৃত্তটি মুল বিন্দু দিয়া গমন করিবে ;

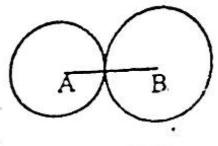
386. $g^2 = f^2 = c$ হইলে বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করিবে ;

387. বৃত্তটি মুল বিন্দু দিয়া যায় এবং y অক্ষকে স্পর্শ করিলে $f^2 = c = 0$ হইবে ;

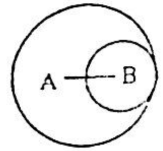
388. বৃত্তটি মুল বিন্দু দিয়া যায় এবং x অক্ষকে স্পর্শ করিলে $g^2 = c = 0$ হইবে ;

389. বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করিলে $g^2 = c$ হইবে ;

390. বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করিলে $f^2 = c$ হইবে ;



391. দুইটি বৃত্ত বহিস্থ ভাবে স্পর্শ করিলে কেন্দ্র দ্বয়ের দুরত্ব ব্যাসার্ধ দ্বয়ের যোগ ফলের সমান অর্থাৎ $AB = a_1 + a_2$



392. দুইটি বৃত্ত অন্তঃস্থ ভাবে স্পর্শ করিলে কেন্দ্র দ্বয়ের দুরত্ব ব্যাসার্ধ দ্বয়ের বিয়োগ ফলের সমান, অর্থাৎ $AB = a_1 - a_2$

বৃত্তের স্পর্শক

393. <u>ঢাল বা m এর যে কোন মানের জন্যে স্পর্শকের সমীকরন ঃ-</u>

(i) $y = mx \pm a\sqrt{1+m^2}$

(ii) $y = x\tan\theta \pm a\sqrt{1+\tan^2\theta}$

394. $p(x_1 , y_1)$ বিন্দু হইতে $x^2+y^2 = a^2$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরন $xx_1 + yy_1 = a^2$

395. $p(x_1 , y_1)$ বিন্দু হইতে $x^2+y^2 +2gx+2fy+c = 0$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরন
$xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y+y_1) + c = 0$

396.
$p(x_1 , y_1)$ বিন্দু হইতে $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের উপর অভিলম্বের সমীকরন $x_1 y - y_1 x=0$
স্পর্শকের স্পর্শ বিন্দুতে লম্ব রেখাকে অভিলম্ব বলে ।

397.
$p(x_1, y_1)$ বিন্দু হইতে $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের উপর অভিলম্বের সমীকরন $(x_1+g)y-(y_1+f)x+fx_1-gy_1=0$

398.

(x_1, y_1) বিন্দু হইতে $x^2+y^2=a^2$ বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ $=\sqrt{x_1^2+y_1^2-a^2}$.

399. (x_1, y_1) বিন্দু হইতে $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ $=\sqrt{x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c}$;

400. $ax+by+c=0$ রেখার সমান্তরাল স্পর্শকের সমীকরন => $ax+by+k=0$;

401. $ax+by+c=0$ রেখার উপর স্পর্শকের লম্বের সমীকরন $bx-ay+k=0$;

402.

$P(x_1\ y_1)$ বিন্দু হইতে $ax+by+c=0$ রেখার উপর লম্ব দুরত্ব $=\pm\dfrac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

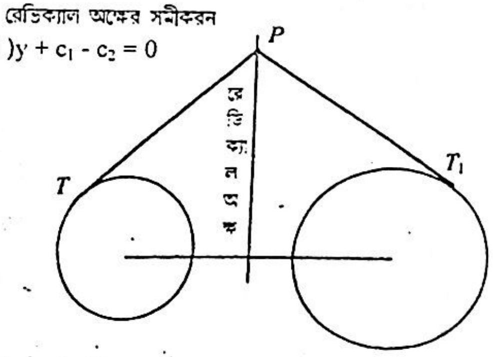
বৃত্তের কেন্দ্র হইতে স্পর্শকের উপর লম্ব দুরত্ব ব্যাসার্ধের সমান ;

403. স্পর্শকের জ্যা এর সমীকরন = > $xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c=0$

404. দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ লম্ব হওয়ার শর্ত :- $2g_1g_2+2f_1f_2=c_1+c_2$;

405. বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত : $c=\pm a\sqrt{1+m^2}$.

406. রেডিক্যাল অক্ষ :- রেডিক্যাল অক্ষের সমীকরন
$2(g_1-g_2)x+2(f_1-f_2)y+c_1-c_2=0$



407. রেডিক্যাল অক্ষের ধর্ম :- (ক) দুই বৃত্তের কেন্দ্র সংযোগ রেখা র‍্যাডিকেল অক্ষের উপর লম্ব ;

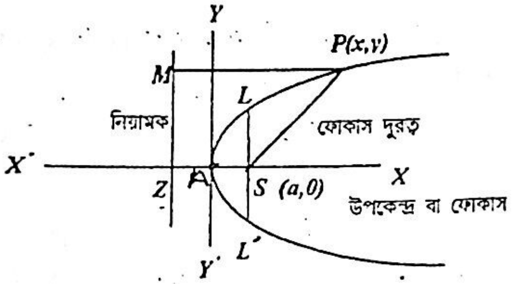
408. প্রদত্ত বৃত্ত এবং রেখার ছেদ বিন্দু গামী বৃত্তের সমীকরন $x^2+y^2+2gx+2fy+c+k(ax+by+c=0$;

409. দুই বৃত্তের ছেদ বিন্দু গামী বৃত্তের সমীকরন $s_1+k\,s_2=0$ এখানে s_1 এবং s_2 বৃত্তের সমীকরন

410. তিনটি বৃত্তের মধ্যে একত্রে দুইটি লইয়া প্রাপ্ত রেডিক্যাল অক্ষ ত্রয় সমবিন্দু এবং উক্ত ছেদ বিন্দুকে র‍্যাডিকেল কেন্দ্র বলে ;

$$\begin{vmatrix} g_1-g_2 & f_1-f_2 & c_1-c_2 \\ g_2-g_3 & f_2-f_3 & c_2-c_3 \\ g_3-g_1 & f_3-f_1 & c_3-c_1 \end{vmatrix}=0 \text{ হইবে ;}$$

~~অধিবৃত্ত~~ পরাবৃত্ত



পরাবৃত্ত

411. (i) যদি $e = 1$ হয় তবে ~~অধিবৃত্ত~~ নির্দেশ করে ;

(ii) যদি $e < 1$ হয় তবে উপবৃত্ত বা ইলিপস্ নির্দেশ করে ;

(iii) যদি $e > 1$ হয় তবে হাইপার বোলা বা পরাবৃত্ত নির্দেশ করে ;

412. জানি $sp = Mp$

পরাবৃত্ত

$y^2 = 4ax$ ~~অধিবৃত্তের~~ ক্ষেত্রে :-

(i) শীর্ষ বিন্দু $A\ (0,0)$

(ii) উপকেন্দ্র বা ফোকাস $s(a,0)$

(iii) নিয়ামকের বা দিকাক্ষের সমীকরন $X = -a$

(iv) অক্ষের সমীকরন $Y = 0$

(v) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ $= 4a$

(vi) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরন $x = a$

(vii) উপকেন্দ্রিক লম্বের ধন দিকের প্রান্ত বিন্দুর স্থানাংক $L(a, 2a)$

(viii) উপকেন্দ্রিক লম্বের ঋন দিকের প্রান্ত বিন্দুর স্থানাংক $L'(a, -2a)$

পরাবৃত্ত

413. **$x^2 = 4ay$ ~~অধিবৃত্তের~~ ক্ষেত্রে :-**

(i) শীর্ষ বিন্দু $A\ (0,0)$

(ii) উপকেন্দ্র বা ফোকাস $s(0,a)$

(iii) নিয়ামকের বা দিকাক্ষের সমীকরন $Y = -a$

(iv) অক্ষের সমীকরন $x = 0$

(v) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ $= 4a$

(vi) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরন $y = a$

পরাবৃত্ত

414. y অক্ষের সমান্তরাল ~~অধিবৃত্তের~~ সমীকরন $y = ax^2 + bx + c$ (তিন বিন্দুর ক্ষেত্রে)

পরাবৃত্ত

415. x অক্ষের সমান্তরাল ~~অধিবৃত্তের~~ সমীকরন $x = ay^2 + by + c$ (তিন বিন্দুর ক্ষেত্রে)

পরাবৃত্ত

416. $y^2 = 4ax$ ~~অধিবৃত্তের~~ (x_1, y_1) বিন্দু হইতে স্পর্শকের সমীকরন $yy_1 = 2a\ (x + x_1)$

417.

$y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দু হইতে অভিলম্বের সমীকরন $y - y_1 = \frac{-y_1}{2a}(x - x_1)$

418. $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তের বহিঃস্থ (x_1, y_1) বিন্দু হইতে অংকিত স্পর্শকদ্বয়ের স্পর্শ জ্যা এর সমীকরন $yy_1 = 2a(x + x_1)$

419. অধিবৃত্তের উপর স্পর্শক হওয়ার শর্ত এবং স্পর্শ বিন্দু নির্ণয় ।

ধরি অধিবৃত্ত $y^2 = 4ax$ এবং রেখা $y = mx + c$ ∴ রেখাটি স্পর্শক হওয়ার শর্ত $c = \frac{a}{m}$

এবং স্পর্শক বিন্দু $(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m})$

420. অধিবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরন $y = mx + \frac{a}{m}$

421. অধিবৃত্তের অভিলম্বের সমীকরন $y = mx - 2am - am^3$

422. $p(x_1\ y_1)$ বিন্দু হইতে $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ কনিকের স্পর্শকের সমীকরন $axx_1 + h\ (xy_1 + x_1 Y) + byy_1 + g(x + x_1) + f\ (y + y_1) + c = 0$

423. $p(x_1\ y_1)$ বিন্দু হইতে $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ কনিকের অভিলম্বের সমীকরন $\frac{x - x_1}{ax_1 + hy_1 + g} = \frac{y - y_1}{hx_1 + by_1 + f}$

424. স্পর্শকের ঢাল $m = (-1)\ \frac{ax_1 + hy_1 + g}{hx_1 + by_1 + f}$

425. স্পর্শক জ্যা বা পোলার সমীকরন $axx_1 + h(xy_1 + x_1Y) + byy_1 + g(x + x_1) f(y + y_1) + c = 0$

426. কনিকের কেন্দ্র $\left(\frac{hf-bg}{ab-h^2}, \frac{ah-af}{ab-h^2}\right)$: কনিকের তিনটি অভিলম্ব আকাঁ যায়

উপবৃত্ত বা ইলিপস্ $e<1$

* $SP = e \cdot MP$;

427. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তের ক্ষেত্রে :- $a>b$

(i) কেন্দ্র (0,0)

(ii) উপকেন্দ্র বা ফোকাস $(\pm ae,0)$ $\Rightarrow$ উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব $= 2ae = SS'$

(iii) শীর্ষ বিন্দু $(\pm a,0)$

(iv) বৃহৎ অক্ষের সমীকরন => $y = 0$

(v) ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরন => $x = 0$

(vi) নিয়ামকের সমীকরন => $x = \pm \frac{a}{e}$ $\Rightarrow z\left(\pm \frac{a}{e}, 0\right)$

(vii) নিয়ামকের পাদ বিন্দু $\left(\pm\frac{a}{e},0\right)$ $\Rightarrow$ নিয়ামকদ্বয়ের দূরত্ব $zz' = \frac{2a}{e}$

(viii) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরন $x = \pm ae$;

(ix) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2b^2}{a}$ যখন $a>b$

(x) বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a$

(xi) ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য $=2b$

(xii) উৎকেন্দ্রতা $e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$ উৎকেন্দ্রতা বা বিকেন্দ্রতা যখন $a>b$

(xiii) (x_1,y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরন $\frac{xx_1}{a2}+\frac{yy_1}{b^2}=1$

(xiv) (x_1,y_1) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরন => $\frac{a^2x}{x_1}-\frac{b^2y}{y_1}=a^2-b^2$

428. স্পর্শক হওয়ার শর্ত : $c^2 = a^2 m^2 + b^2$

উপবৃত্ত :- যদি $b > a$ হয় তবে

(i) কেন্দ্র (0,0); $b > a \Rightarrow \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

ii) উপকেন্দ্র $(0, \pm be)$ $\Rightarrow$ উপকেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব $SS' = 2be$

iii) শীর্ষ বিন্দু $(0 \pm b)$.

iv) বৃহৎ অক্ষের সমীঃ $\Rightarrow x = 0$ ...

v) ক্ষুদ্র অক্ষের সমীঃ $\Rightarrow y = 0$

vi) দিকাক্ষ বা নিয়ামকের সমীঃ $\Rightarrow y = \pm \frac{b}{e}$ $\Rightarrow z\left(0, \pm \frac{b}{e}\right)$ $\Rightarrow$ নিয়ামদ্বয়ের মধ্যকার দূরত্ব $zz' = \frac{2b}{e}$

v) নিয়ামকের পাদ বিন্দু $\left(0, \pm \frac{b}{e}\right)$

vi) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরন $y = \pm be$

vii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= \frac{2a^2}{b}$

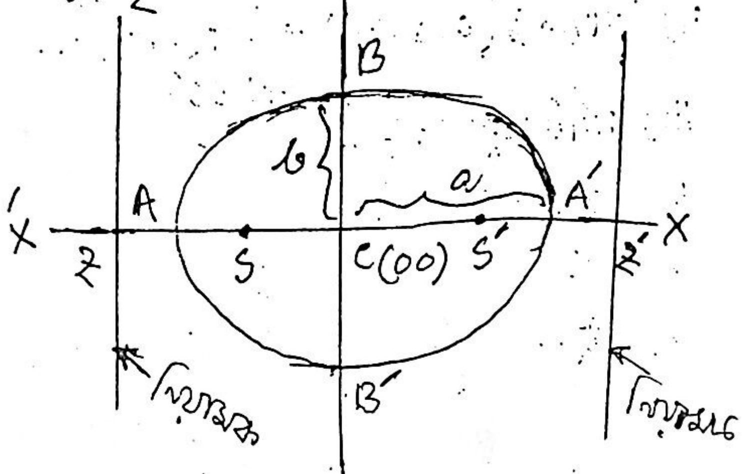
viii) বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2b$

ix) ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a$

x) উৎকেন্দ্রতা $e = \sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}$

* $SP = e \cdot MP$;

উপবৃত্ত:—

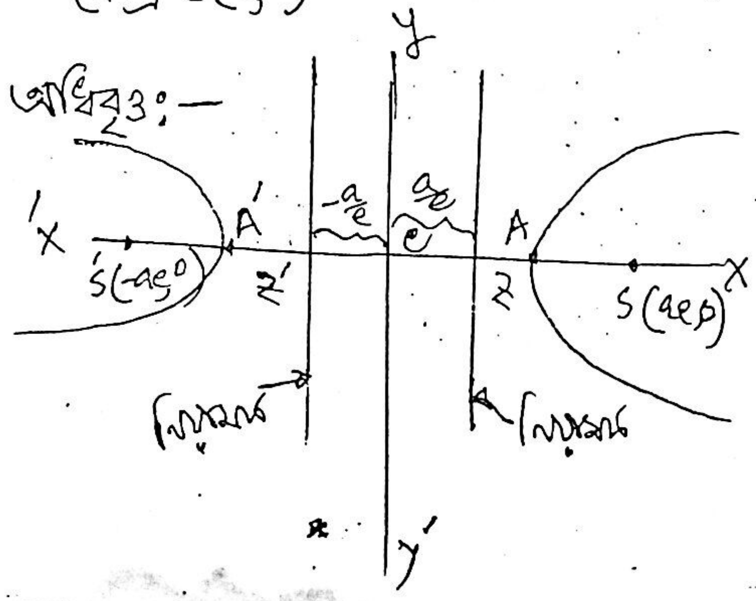


বৃহদাক্ষের দৈর্ঘ্য $AA' = 2a$; $AC = A'C = a$

ক্ষুদ্রাক্ষের " $BB' = 2b$; $BC = B'C = b$

কেন্দ্র $C(0,0)$

অধিবৃত্ত:—



429. স্পর্শক বিন্দু $\left(\frac{a^2m}{\sqrt{a^2m^2+b^2}}, \pm\frac{b^2}{\sqrt{a^2m^2+b^2}}\right)$

430. $lx + my + n = 0$ রেখাটি : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তের স্পর্শ হওয়ার শর্ত :

$n^2 = a^2l^2 + b^2m^2$

431. $x\cos + y\sin x = P$ রেখাটি $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তের স্পর্শ হওয়ার শর্ত :-

$=> a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x = P^2$

অধিবৃত্ত:—

হাইপার বোলা (e > 1)

$SP = e \cdot MP$;

আড় অক্ষ x অক্ষ বরাবর — আড় অক্ষ y অক্ষ বরাবর

432. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ হাইপার বোলার ক্ষেত্রে : অথবা $\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$ এ

- (i) কেন্দ্র (0,0) → (0,0)
- (ii) উপকেন্দ্র $(\pm ae, 0)$ → $(0, \pm be)$
- (iii) নিয়ামকের পাদ বিন্দু $(\pm\frac{a}{e}, 0)$ → $(0, \pm\frac{b}{e})$
- (iv) শীর্ষ বিন্দু $(\pm a, 0)$ → $(0, \pm b)$
- (v) নিয়ামকের সমীকরন $x = \pm\frac{a}{e}$ → $y = \pm\frac{b}{e}$
- (iv) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরন $x = \pm ae$ → $y = \pm be$
- (vii) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ $= \frac{2b^2}{a}$ → $= \frac{2a^2}{b}$
- (viii) উৎকেন্দ্রতা $e^2 = 1+\frac{b^2}{a^2}$ → $e^2 = 1+\frac{a^2}{b^2}$
- (x) প্রধান অক্ষের সমীকরন $y = 0$ → $x = 0$
- (xi) অনুবন্দি অক্ষের সমীকরন $x = 0$ → $y = 0$
- x(ii) বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a$ → $2b$
- x(iii) ক্ষুদ্র " " $= 2b$ → $2a$

433. $p(x_1,y_1)$ $Q(x_2,y_2)$ বিন্দু দ্বয়ের জোর সমীকরন

$(y - y_1)(x_1 - x_2) = (y_1 - y_2)(x - x_1)$

অথবা $y = mx + c$ অথবা $y - y_1 = m(x - x_1)$

$AA' = 2a$ (বৃহৎ অক্ষ আড় অক্ষ (x))

$BB' = 2b$ ক্ষুদ্র অক্ষ অনুবন্ধী অক্ষ y।

434. (x_1, y_1) বিন্দু হইতে ...

434.

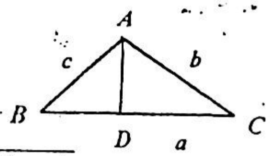
(x_1, y_1) বিন্দু হইতে $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ রেখার স্পর্শকের সমীকরণ $\frac{xx_1}{a^2} - \frac{y.y_1}{b^2} = 1$

435. $p(x_1, y_1, z_1), Q(x_2, y_2, z_2)$,
দূরত্ব $pq = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$

436. ত্রিভুজের ভার কেন্দ্রে $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}\right)$

437. মধ্য বিন্দু $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$

ঘন জ্যামিতি



438. ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = a+b+c$

439. ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল $= \frac{1}{2}$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

440. ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

441. ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল $\Delta = \frac{1}{2}$ a.b sin c $= \frac{1}{2}$ bc sin A $= \frac{1}{2}$ ac sin B

442. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin c} = 2R$ এখানে R = ব্যাসার্ধ

443. ত্রিভুজীয় প্রিজমের আয়তন $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \times h$

444. অন্ত ব্যাসার্ধ দেওয়া থাকিলে প্রিজমের আয়তন $V = \frac{1}{2} r\,(a+b+c) \times h$

445. সমপিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \times h$

446. সমপিরামিডের পার্শ্ব তলের ক্ষেত্র ফল $= \frac{1}{2} nal$, এখানে n = বাহু সংখ্যা, a বাহুর দৈর্ঘ, l (এল) হেলান বাহুর দৈর্ঘ

447. সমপিরামিডের সমগ্র তলের ক্ষেত্র ফল $= \frac{1}{2}\, 2sl + \Delta$

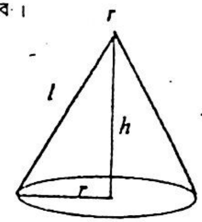
448. পিরামিডের ফ্রাস্টামের আয়তন $= \frac{1}{3} h(\Delta + a + \sqrt{\Delta . a})$, এখানে a = ভূমির উপরিতলের ক্ষেত্র ফল।

449. বহুভুজের ক্ষেত্রে, শীর্ষ + তল = ধার (বাহু) + 2 ; $\therefore V + P = E + 2$

450 বহু ভুজের ভিতরের মোট কোনের পরিমান $\theta = (n - 2).\pi$ রেডিয়ান, এখানে n বাহুর সংখ্যা

451. বহু ভুজের একটি কোন ডিগ্রীতে দেওয়া থাকিলে বাহুর সংখ্যা নির্ণয় :- ধরি একটি কোন α ডিগ্রী। $\therefore \frac{n\pi.\alpha}{180} = (n-2)\pi$; কোন ডিগ্রীতে দেওয়া থাকিলে রেডিয়ানে প্রকাশ করিতে হইবে

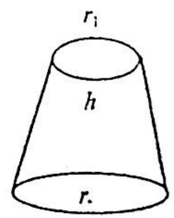
452. বহু ভুজের কোনের সংখ্যা যত বাহুর সংখ্যা তত হইবে।



453. বহু ভুজের কর্নের সংখ্যা $m = (n-2)$

454. বৃত্তের কেন্দ্রে কোন $\theta = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$ (রেডিয়ান মাপে)

455. কোনের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2.h$

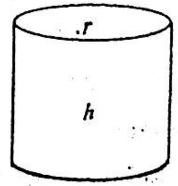


456. কোনের বক্র তলের ক্ষেত্র ফল $= \pi r l$,
এখানে l (এল) হেলানবাহুর দৈর্ঘ ; h উচ্চতা ; $\therefore l^2 = r^2 + h^2$

457. কোনের সম্পূর্ন তলের ক্ষেত্র ফল $= \pi r (r + l)$

458. কোনের ফ্রাস্টামের আয়তন $= \frac{1}{3}\pi h(r^2 + r_1^2 + 2 r r_1)$

459. বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$



460. ঘনত্ব $= \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}}$

461. সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h$

462. সিলিন্ডারের পৃষ্ঠের ক্ষেত্র ফল $= 2\pi r h$

463. সিলিন্ডারের সম্পূর্ন পৃষ্ঠের ক্ষেত্র ফল $= 2\pi r (h + r)$

464. গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

465. গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্র ফল $= 4\pi r^2$

466. গোলক আংশের ক্ষেত্র ফল = $2\pi r h$

467. গোলক আংশের আয়তন = $\pi h^2 (r - \frac{h}{3})$

468. গোলকের ফ্রাষ্টামের আয়তন = $\frac{1}{2}\pi h({r_1}^2+{r_2}^2)+\frac{1}{6}\pi h^3$

469. আয়ত ক্ষেত্রের কর্নের দৈর্ঘ $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

470. আয়ত ক্ষেত্রের সম্পূর্ন পৃষ্ঠের ক্ষেত্র ফল = $2(ab + bc + ca)$

471. আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্র ফল = দৈর্ঘ × প্রস্থ

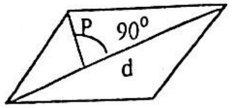
472. আয়তাকার ঘনবস্তু আয়তন = দৈর্ঘ × প্রস্থ × উচ্চতা

473. ঘনকের আয়তন = (একবাহু)^3 = a^3

474. বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্র ফল = (এক বাহু)^2 = a^2

475. সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

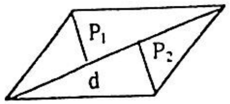
476. সমদ্বি বাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্র ফল = $\frac{c}{4}\sqrt{4a^2 - c}$



477. সমান্তরিকের ক্ষেত্র ফল = ভূমি × উচ্চতা = $a.h$

478. সমান্তরিকের ক্ষেত্র ফল = $p \times d$

479. রম্বসের ক্ষেত্র ফল = $\frac{1}{2}$(কর্ন দ্বয়ের গুন ফল)



480. চতুর্ভুজের ক্ষেত্র ফল = $\frac{1}{2}d \times p_1 \times p_2$

481. বৃত্তের অন্তর লিখিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্র ফল
$= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$
এখানে পরিসীমা $2s = a + b + c + d$

482. ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্র ফল = $\frac{1}{2}$(সমান্তরাল বাহু দ্বয়ের যোগ ফল) h

483. বহু ভুজের ক্ষেত্র ফল = $\frac{1}{2}na\,r$, এখানে n বাহুর সংখ্যা, a বাহুর দৈর্ঘ, r ব্যাসার্ধ ;

485. সুষম ষড় ভুজের ক্ষেত্র ফল = $\frac{3}{2}a^2\sqrt{3}$

486. সুষম অষ্ট ভুজের ক্ষেত্র ফল = $2a^2(\sqrt{2}+1)$

487. অষ্ট ভুজের অন্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{a}{2}(1+\sqrt{2})$

488. অষ্ট ভুজের পরি বৃত্তের ব্যাসার্ধ $R = \frac{a}{2}(\sqrt{4+2\sqrt{2}})$

489. বাহু দেওয়া থাকিলে সুষম বহুভুজের ক্ষেত্র ফল = $\frac{1}{4}a^2 n.\cot(\frac{180^0}{n})$

490. বহু ভুজের অন্তঃ বৃত্তের ব্যাসার্ধ দেওয়া থাকিলে বহু ভুজের ক্ষেত্র ফল

$= r^2 n \tan(\frac{180^0}{n})$

491. বহু ভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ দেওয়া থাকিলে বহু ভুজের ক্ষেত্র ফল
$= r.\frac{n}{2}\sin(\frac{360^0}{n})$

492. বৃত্তের ক্ষেত্র ফল = πr^2

493. বৃত্তের চাপের জ্যা এর দৈর্ঘ্য $AC = 2\sqrt{h(d-h)}$

494. অর্ধ চাপের জ্যা এর দৈর্ঘ্য $b = \sqrt{hd}$

495. চাপের দৈর্ঘ্য $L = 2\pi r.\frac{\theta}{360^0}$

496. চাপের দৈর্ঘ্য $L = \frac{8b-2a}{3}$

497. বৃত্ত কলার (sector) এর ক্ষেত্র ফল $= \frac{\theta}{360}.\pi r^2$

498. বৃত্ত কলার (sector) এর ক্ষেত্র ফল $= \frac{1}{2} l\, r$

499. আয়ত আকার ঘন বস্তুর আয়তন = দৈর্ঘ × প্রস্থ × উচ্চতা

500. ঘনকের আয়তন = (এক বাহু)^3 = a^3

501. উপবৃত্তের ক্ষেত্র ফল = πab

502. উপবৃত্তের পরিধি = $2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

503. ত্রিভুজের মধ্যমার দৈর্ঘ্য $d^2 = \frac{2(b^2+c^2)-a^2}{4}$

বীজ গণিত সূত্রাবলী

508. $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

509. $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

510. $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

511. $(a+b)^2 = (a-b)^2+4ab$

512. $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab$

514. $a^2+b^2 = (a-b)^2+2ab$

515. $(a^2+b^2)^2 = (a^2-b^2)^2+4a^2b^2$

516. $a^2+b^2 = \frac{1}{2}\{(a+b)^2+(a-b)^2\}$

517. $(a-b)^2 = (a+b)^2-4ab$

518. $a^2+b^2 = (a+ib)(a-ib)$; এখানে $i^2 = -1$

519. $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca.$

520. $(a-b+c)^2 = a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac$

521. $(a-b-c)^2 = a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc$

522. $(a+b-c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$

523. $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

524. $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

525. $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

526. $(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$

527. $(a-b)^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$

528. $a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b)$

529. $a^3-b^3 = (a-b)^3+3ab(a-b)$

530. $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2) = (a+b)(a+b\omega)(a+b\omega^2)$; $\omega^3 = 1$

531. $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2) = (a-b)(a-b\omega)(a-b\omega^2)$

532. $(a+b+c)^3 = (a+b)^3+3(a+b)^2.c+3(a+b).c^2+c^3$

533. $a^3+b^3+c^3-3ab = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

534. $a^3+b^3+c^3-3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

535. $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca = \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

536. যদি $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$ হয় তবে $(a-b)^2=0$, $(b-c)^2=0$, $(c-a)^2=0$ হইবে, (বাস্তব সংখ্যার ক্ষেত্রে কিন্তু জটিল রাশির ক্ষেত্রে নয়।)

537. $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca = b(b-c)+c(c-a)+a(a-b)$

538. $x^n+y^n = (x+y)(x^{n-1}-x^{n-2}.y+x^{n-3}y^2-\ldots\ldots-y^{n-1})$

539. $x^n-y^n = (x-y)(x^{n-1}+x^{n-2}.y+x^{n-3}.y^2+\ldots\ldots+y^{n-1})$

ইহা করণী নিরশন উৎপাদক সূত্র যখন 'n' বিজোড় সংখ্যা

উৎপাদক করিবার বিশেষ নিয়ম

(i) যদি উৎপাদক করার পর উৎপাদক মাত্রা সমান হয় তবে শুধু 'k' ধরিয়া বাকী উৎপাদক বাহির করিতে হইবে।

(ii) যদি উৎপাদক করার পর উৎপাদক মাত্রার চেয়ে ১ মাত্রা বেশী হয় তবে 'k(a+b+c) ধরিয়া বাকী উৎপাদক বাহির করিতে হইবে।

(iii) যদি উৎপাদক করার পর উৎপাদক মাত্রার চেয়ে ২ মাত্রা বেশী হয় তবে $\{k(a^2+b^2+c^2)+m(ab+bc+ca)\}$ ধরিয়া বাকী উৎপাদক বাহির করিতে হইবে।

বিশেষ আকার ঃ-

(i) $\frac{0}{0}$ অনির্ণয়

(ii) $\frac{\infty}{\infty}$ অনির্ণয়

(iii) $\frac{m}{\infty} = 0$

(iv) $\frac{m}{0} = \infty$

(v) $\frac{0}{\infty}$ অনির্ণয়

(vi) $\frac{\infty}{0}$ অনির্ণয়

(vii) $m \times \infty$ অনির্ণয়

(viii) $m^{\infty} = \infty$

এখানে ∞ এই চিহ্নটি অসীম বুঝায়।

সূচক সূত্রাবলী

537. $x^0 = 1$

538. $\sqrt[n]{x} = (x)^{\frac{1}{n}}$

539. $\frac{1}{x^m} = x^{-m}$

540. $x^{\frac{1}{m}} \neq x^{-m}$

541. $(xy)^m = x^m . y^m$

542. $\sqrt{x^n} = (x)^{\frac{n}{2}}$

543. $\left(\frac{x}{y}\right)^m = \left(\frac{y}{x}\right)^{-m}$

544. $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$

545. $x^{(x)^x} \neq x^{x^2}$

546. $\left(x^n\right)^m = \left(x^m\right)^n = x^{m.n}$

547. $\sqrt[n]{x^m} = (x)^{\frac{m}{n}}$

548$(x)^{\frac{1}{2}} = \pm A$ যেমন $(16)^{\frac{1}{2}} = \pm 4$

549. $\sqrt{x^2} = \pm x$ যেমন $\sqrt{4^2} = \pm 4$

550. $\left(\sqrt{x}\right)^2 = +x$ যেমন $\left(\sqrt{4}\right)^2 = +4$

551. $\sqrt{x} = +A$ যেমন $\sqrt{16} = +4$

□ $(1)^{\pm n} = 1$

552. $x^m \times x^n = x^{m+n}$

553. $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

554. $(x^{\frac{m}{n}})^n = x^m$

555. $(x^m)^n = x^{m \times n}$

556. $x^m . x^n . x^n . x^p .... = x^{m+n+r+p}$

557. $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ বা $\sqrt[2]{x} = x^{\frac{1}{2}}$

558. $x^m \times y^n \neq (xy)^{m+n}$

559. $\sqrt{-a} \times \sqrt{-b} = \sqrt{ab}$

560. $\left(x^x\right)^x = x^{x^2}$

561. $\sqrt[2]{x^2} = \pm x$ যেমন $\sqrt{4^2} = \pm 4$

সূচক লগারিদম সূত্রাবলী

562. $\log_e x^m = m \log_e x$

563. $(\log_e x)^m \neq m \log_e x$ তবে বিশেষ শর্ত সাপেক্ষে লেখা যায়।

564. $m \log_e^n = N$ তবে বিশেষ শর্ত সাপেক্ষে হতে পারে।

565. $x = \log_a n \therefore a^x = n$

566. $x = e^{\log_e^x}$ বিশেষ ক্ষেত্রে $\log_e 0 = \pm \infty$

567. $\log_e e = 1$

568. $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

569. $\log_a b = \log_k b . \log_a k$

570. $\log_b a . \log_a b = 1$

571. $\log_e\left(\frac{a}{b}\right) = -\log_e\left(\frac{b}{a}\right)$

572. $\log_e \frac{a}{b} = \log_e a - \log_e b$

573. $\log_e ab = \log_e a + \log_e b$

574. $\log_e abc = \log_e a + \log_e b + \log_e c$

575. $\log (a+b) \neq$ এর সরাসরি সূত্র নাই।

576. $\log (a-b) \neq$

577. $\log_a x = x \ (a>1)$

578. $\log_a x = -x \ (a<1)$

579. log কে log N এর অংশক $\therefore \log N = n + \log a$ = পূর্ণক + অংশক।

580. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ কে $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ যোজন বিয়োজন প্রক্রিয়া।

সমান্তর মধ্যক সূত্রাবলী

581. a, b, c তিনটি ক্রমিক পদ হয় তবে গাণিতিক মধ্যক বা সমান্তর মধ্যক a-b= b-c;

$=> b = \frac{a+c}{2}$

582. সমান্তর মধ্যক A. M $= \frac{a_1+a_2+a_3+ \ldots\ldots\ldots +a_n}{n}$

583. গাণিতিক গড় $A = \frac{a+b}{2}$; গাণিতিক মধ্যক / সমান্তর মধ্যক (A. M)

584. জ্যামিতিক গড় $G=\sqrt{ab}$ (G. M) জ্যামিতিক মধ্যক/সমানুপাতিক/গুণোত্তর মধ্যক :

585. $A > G \therefore \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$:

586. তাড়িত মধ্যক বা হারমনিক গড় $H = \frac{2ab}{a+b}$

587. সমানুপাতিক মধ্যক $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$

$=> b^2 = ac$

$\therefore b = \sqrt{ac}$

588. জ্যামিতিক গড় = $\sqrt{\text{গানিতিক গড়} \times \text{হারমনিক গড়}}$

$\therefore G = \sqrt{A.H}$

589. $A > G > H$

জটিল রাশি মালা

590. কাল্পনিক সংখ্যার একক i দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ইহার ধর্ম হইল $i^2 = -1 \therefore i = \sqrt{-1}$

591. $w^3 = 1$; $w^4 = w$; $w^5 = w^2$; $w^6 = w^3 = 1$; $w^7 = w^4 = w$

592. $w^2+w+1= 0$

593. $w = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$

594. $w^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

595. 1 এর ঘন মূল = 1, w, w^2 অথবা 1 ঘন মূল = $1, \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}, \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

596. 1 এর কাল্পনিক ঘন মূল = w, w^2

অথবা 1 এর কাল্পনিক ঘন মূল = $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}, \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

597. যদি a + ib = c + id হয় তবে a = c এবং b = d

598. যদি a+ib = 0 হয় তবে a = 0 এবং b = 0

599. $a^3+b^3 = (a+b)(a+bw)(a+bw^2)$

600. $a^3-b^3 = (a-b)(a-bw)(a-bw^2)$

601. $\sqrt{-a} \times \sqrt{-b} = -\sqrt{ab}$; কিন্তু $\sqrt{-a} \times \sqrt{-b} \neq \pm\sqrt{ab}$

602. $a^2+b^2 = (a+ib)(a-ib)$

603. মড (a+ib) = মড (a-ib) = $+\sqrt{a^2+b^2} = |z|$

604. মড (a+ib) মড (x+iy)

605. মড $\left(\frac{a+ib}{x+iy}\right) = \frac{\text{মড } (a+ib)}{\text{মড } (x+iy)}$

606. মড (a + ib) = $+\sqrt{a^2+b^2}$ আর্গুমেন্ট $\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}$

বর্গমূল = $\pm\left\{\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} + i\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right\}$

607. মড(a-ib) = $+\sqrt{a^2+b^2}$ আর্গুমেন্ট $\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{b}{a}\right)$
$= \pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

a + ib জটিল রাশি $\sqrt{a^2+b^2}$ কে রাশিটির পরম মান বা মড বা মডুলাস বলে।

লেখা হয় মড (a+ib)= $+\sqrt{a^2+b^2}$ বা $|a+ib| = +\sqrt{a^2+b^2}$

608. সমীকরনের একটি মূল (a + ib) হইলে অপর মূলটি (a-ib) হইবে।

609. $|a| = a$ যখন a ধনাত্মক $a > 0$

610. $|a| = -a$ যখন a ঋনাত্মক $a < 0$; a এর সংখ্যা মানকে পরম মান বলে।

611. | | ইহাকে মড বা মডুলাস ~~[illegible]~~ বা পরমমান বলে।

বহু পদী

$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ এর মূল α, β, γ

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$

$\therefore \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = \frac{c}{a}$

$\therefore \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

* α, β, γ মূল বিশিষ্ট সমীকরণ

$x^3 - (\alpha+\beta+\gamma)x^2 + (\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)x - \alpha\beta\gamma = 0$

বহু পদী
রাশি ~~তত্ত্ব~~

612. $ax^2+bx+c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমী করন। এর মূলদ্বয় α, β

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; (একটি দ্বিঘাত সমীকরনের শুধু মাত্র দুইটি মূল থাকে)

মূলদ্বয়ের যোগ ফল $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

মূল দ্বয়ের গুন ফল $\alpha . \beta = \frac{c}{a}$

613. সমীকরন নির্নয় :- x^2 - (মূলদ্বয়ের যোগ ফল) x + মূলদ্বয়ের গুন ফল = 0
$\Rightarrow x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$

614. মূলের প্রকৃতি নির্ণয় :-

নিরূপক বা নিশ্চায়ক $D=b^2-4ac$	মূলের প্রকৃতি
$D = 0$, $b^2 - 4ac = 0$, শুন্য (0)	বাস্তব, সমান, মূলদ ;
$b^2-4ac>0$ যোগ বোধক (+)	বাস্তব, অসমান, মূলদ ; অমূলদ
$b^2-4ac < 0$ বিয়োগ বোধক (-)	জটিল, অসমান, কাল্পনিক
পূর্ণ বর্গ হইলে	মূলদ, বাস্তব, অসমান
যোগ বোধক ও পূর্ণবর্গ	মূলদ, বাস্তব, অসমান

615. ax^2bx+c রাশিটির পূর্ন বর্গ হইবে যদি $b^2 - 4ac = 0$ হয়।

616. বৃহত্তম / ক্ষুদ্রতম মান :-

(i) $c+bx-ax^2$ এর বৃহত্তম মান $= \frac{b^2+4ac}{4a}$ যখন, $a > 0$ এবং $x = \frac{b}{2a}$

(ii) $c+bx+ax^2$ এর ক্ষুদ্রতম মান $= \frac{4ac-b^2}{4a}$; $a > 0$ এবং $x = -\frac{b}{2a}$

617. $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এবং $a_2x^2+b_2x+c_2 = 0$ সমীকরন দুইটির একটি সাধারন মূল থাকিলে ইহার শর্ত :- ধরি সাধারন মূল $\propto$ ।

$\therefore$ ১ম সমী : $\Rightarrow a_1\propto^2+b_1\propto+c_1 = 0$ ....(1)

$\therefore$ ২য় সমী : $\Rightarrow a_2\propto^2+b_2\propto+c_2 = 0$ ....(2)

(1) ও (2) বজ্র গুন করে $\therefore \dfrac{\propto^2}{b_1c_2-b_2c_1} = \dfrac{\propto}{a_2c_1-a_1c_2} = \dfrac{1}{a_1b_2-a_2b_1}$

$$\therefore \frac{\propto^2}{b_1c_2-b_2c_1} = \frac{\propto}{a_2c_1-a_1c_2} ; \frac{\propto}{a_2c_1-a_1c_2} = \frac{1}{a_1b_2-a_2b_1}$$

অথবা $(a_1b_2 - a_2b_1)(b_1c_2-b_2c_1) = (a_1a_2 - c_2a_1)^2$

অথবা $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix}$

618. $ax^2+bx+c = 0$ এবং $a_1x^2 + b_1x+c_1 = 0$ উভয়ের দুইটি সাধারন মূল থাকিলে ; মূলের শর্ত :- $\dfrac{a}{a1} = \dfrac{b}{b1} = \dfrac{c}{c1}$;

619. কোন দ্বিঘাত সমীকরন, অজ্ঞাত রাশিটির দুইয়ের অধিকমান দ্বারা সিদ্ধ হইলে, তাহা অবশ্যই একটি অভেদ হইবে ;

620. যদি $x^2+bx+c = 0$ এর মূল দ্বয় $\propto, \beta$ হয়
তবে $x^2+bx+c = (x-\propto)(x-\beta)$; হইবে ।

621. দুইটি চল রাশি x ও y এর দ্বিঘাতি রাশি $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c$ এর দুইটি একঘাত মূলদ উৎপাদকে বিশ্লেষন হওয়ার
শর্ত :- $abc + 2gfh - af^2 - bg^2 - ch^2 = 0$

622. যদি $P_0x^3+P_1x^2+P_2x+P_3 = 0$ একটি ত্রিঘাত সমীকরনের মূল $\propto, \beta, r$ হয়

তবে :- $\therefore \propto+\beta+r = \dfrac{-P_1}{P_0}$;

$\propto\beta+\beta r+\propto r = \dfrac{P_2}{P_0}$;

$\propto\beta r = \dfrac{P_3}{P_0}$

623. যদি $P_0x^4+P_1x^4+P_2x^2+P_3x+P_4 = 0$ এর মূল $\propto, \beta, r, \delta$ হয়

তবে :- $\varepsilon\propto \dfrac{-P_1}{P_0}$; $\varepsilon\propto\beta = \dfrac{P^2}{P_0}$; $\varepsilon\propto\beta r = \dfrac{P_3}{P_0}$ $\varepsilon\propto\beta r\delta = \dfrac{P_4}{P_0}$

624. $a^0x^n n+a^1x^n+a_2x^{n-2}+a_3x^{n-3}+ \ldots\ldots a_n = 0$ এর মূল
গুলি $\propto_১, \propto_২, \propto_৩ ....\propto_ন$

তবে $\varepsilon\propto_১ = -\dfrac{a_1}{a_0}$; $\varepsilon\propto_১\propto_২ = \dfrac{a_2}{a_0}$; $\varepsilon\propto_১\propto_২\propto_৩ = \dfrac{-a_3}{a_0}$; ....$\varepsilon\propto_১$

$\propto_১\propto_২ x_n = \dfrac{(-1)^n an}{a_0}$

অভিজ্ঞতালব্ধ পদ্ধতি

সহদ্বিঘাত সমীকরন সমাধান করবার কোন বাধা ধরা নিয়ম নাই।

625. $x+y+3 = 0$, $x-2y = 0$ দুইটি একঘাত সমীকরন থাকে তবে যে কোন একটির x বা y এর মান বের করে অপরটিতে বসাইতে হইবে ।

626. $x^2+y^2 = -61$, $xy = 30$ একটি একঘাত এবং অপরটি দ্বিঘাত হলে একঘাত সমীকরনের x বা y এর মান দ্বিঘাত সমীকরন বসাইতে হইবে ।

627. $(x-y)\dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{2}$; $(x-y)\dfrac{x}{y} = 2$ / $x^2 = 3x+2y$, $y^2 = 34+2x$ দুইটি দ্বিঘাত সমীকরন থাকে তবে একটি থেকে অপরটি ভাগ করে অথবা বিয়োগ করে একটির মান বের করে সেই মান অন্য সমীকরনে সেই মান বসাইয়া ।

আংশিক ভগ্নাংশের নিয়ম

কোন দ্বিঘাত সমীকরণ, অজ্ঞাত রাশিটির দুইয়ের অধিকমান দ্বারা সিদ্ধ হইলে, তাহা অবশ্যই একটি অভেদ হইবে।

628. হরের ঘাত বড় কিন্তু লবের ঘাত ছোট হইলে যেমন :-

$$\frac{ax^2+bx+c}{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)} \equiv \frac{A}{(x-\alpha)} + \frac{B}{(x-\beta)} + \frac{C}{(x-\gamma)}$$

629. হরের ঘাত বড় হইলে যেমন :-

$$\frac{ax^3+bx+c}{(x-\alpha)^3(x-\beta)} \equiv \frac{A}{(x-\alpha)} + \frac{b}{(x-\alpha)^2} + \frac{c}{(x-\alpha)^3} + \frac{d}{(x-\beta)}$$

630.

$$\frac{ax^3+bx^2+cx+d}{(x+\alpha)^n} \equiv \frac{A}{(x+\alpha)} + \frac{B}{(x+\alpha)^2} + \frac{C}{(x+\alpha)^3} + \ldots\ldots\ldots + \frac{N}{(x+\alpha)^n}$$

অথবা হরের একটি রাশি থাকে এবং হরের ঘাত থাকে তবে ঘাতের ভিতরের রাশিকে y ধরিয়া করিলে অংক সহজ হয়।

631. $$\frac{ax^2+bx+c}{(x^2+\alpha)(x+\beta)} \equiv \frac{(Ax+B)}{(x^2+\alpha)} + \frac{C}{(x+\beta)}$$

632. হরের ঘাত ও লবের ঘাত সমান হইলে যেমন :-

$$\frac{ax^3+bx^2+cx+d}{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)} \equiv A + \frac{B}{(x-\alpha)} + \frac{C}{(x-\beta)} + \frac{D}{(x-\gamma)}$$

633. লবের ঘাত হরের ঘাত অপেক্ষা ১বেশী হইলে যেমন :-

$$\frac{ax^4+bx^3+cx^2+dx}{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)} \equiv (Ax+B) + \frac{C}{(x-\alpha)} + \frac{D}{(x-\beta)} + \frac{E}{(x-\gamma)}$$

নির্ণয়ক

634. $$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$$

635. $$D = \begin{array}{c|ccc|l} & + & - & + & \\ & a_1 & b_1 & c_1 & \rightarrow \text{১ম সারি } r_1 \\ & a_2 & b_2 & c_2 & \rightarrow \text{২য় সারি } r_2 \\ & a_3 & b_3 & c_3 & \rightarrow \text{৩য় সারি } r_3 \\ \hline & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ & \text{১ম কলাম } c_1 & \text{২য় কলাম } c_2 & \text{৩য় কলাম } c_3 & \end{array}$$

বা $D = a_1(b_2c_3 - b_3c_2) - b_1(a_2c_3 - a_3c_2) + c_1(a_2b_3 - a_3b_2)$

636. $$D = \begin{vmatrix} a & a & a \\ a & a & a \\ a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix} = 0$$

দুইটি কলাম বা দুইটি সারি এক হইলে নির্ণায়কের মান শূন্য হইবে

637. $$D = \begin{vmatrix} 0 & a_1 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 \\ 0 & a_3 & b_3 \end{vmatrix} = 0$$

একটি কলাম বা একটি সারি শূন্য হইলে নির্ণায়কের মান শূন্য হইবে।

638. $$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} b_1 & a_1 & c_1 \\ b_2 & a_2 & c_2 \\ b_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

একটি কলাম বা একটি সারি পরিবর্তন করিলে সামনে বিয়োগ চিহ্ন দিতে হয়।

639. $$D = \begin{vmatrix} a_1+\alpha & b_1 & c_1 \\ a_2+\beta & b_2 & c_2 \\ a_3+\gamma & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha & b_1 & c_1 \\ \beta & b_2 & c_2 \\ \gamma & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

একটি যুক্ত নির্ণায়ক একাধিক নির্ণায় কে লিখা যায়।

640. বিবেশ ক্ষেত্রে শূন্য পদ্ধতিতে নির্ণায়ক প্রমান করা যায়।

সূচক ও লগারিদম ধারা

641. $\log_e(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \ldots\ldots\ldots\ldots$

642. $\log_e(1-x) = x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} \ldots\ldots\ldots\ldots$

$-\log_e(1-x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \ldots\ldots\ldots\ldots$

643. $\log_e\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots\ldots\ldots\ldots\right)$

644. $\log_e x^m = m \log_e x$ কিন্তু $\left(\log_e x\right)^m \neq m \log_e x$

645. $\log_e x^m \neq \left(\log_e x\right)^m$ তবে শর্ত সাপেক্ষে হইতে পারে।

646. $\log_e a.b = \log_e a + \log_e b$:

647. $\log_e\left(\frac{a}{b}\right) = \log_e a - \log_e b$

648. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log\left(\frac{b}{a}\right)^{-1} = -\log\left(\frac{b}{a}\right)$

649. $X = \log_a N$;

$\therefore a^x = N$:

$\log(A-B) \neq$ সূত্র নাই

$\log_e(A+B) \neq$ সূত্র নাই

650. $\log_e e = 1$; $\log_a a = 1$

651. $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

652. $\log_e a = \log_k a . \log_e k$

653. $\log_b a \times \log_a b = 1$

654. $\log 1 = 0$

655. $\log 0 = 1$; $\log 10 = 1$; $\log 10^2 = 2$; $\log 10^3 = 3$; $\log(.1) = -1$

$\log(.01) = -2$; $\log(.001) = -3$:

$\log N = n + \log a$ পূর্ণক + অংশক

656. $\log(A+B) = \log A\left(1+\frac{B}{A}\right) = \log A + \log\left(1+\frac{B}{A}\right)$

657. $\log(A+B) = \log A\left(1-\frac{B}{A}\right) = \log A + \log\left(1-\frac{B}{A}\right)$

658. $e^x = 1 + \frac{x}{\underline{|1}} + \frac{x^2}{\underline{|2}} + \frac{x^3}{\underline{|3}} + \frac{x^4}{\underline{|4}} + \frac{x^5}{\underline{|5}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

659. $e^{-x} = 1 - \frac{x}{\underline{|1}} + \frac{x^2}{\underline{|2}} - \frac{x^3}{\underline{|3}} + \frac{x^4}{\underline{|4}} - \frac{x^5}{\underline{|5}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

660. $\frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1 + \frac{x^2}{\underline{|2}} + \frac{x^4}{\underline{|4}} + \frac{x^6}{\underline{|6}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

661. $\frac{e^x - e^{-x}}{2} = x + \frac{x^3}{\underline{|3}} + \frac{x^5}{\underline{|5}} + \frac{x^7}{\underline{|7}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

662. $e = 1 + \frac{1}{\underline{|1}} + \frac{1}{\underline{|2}} + \frac{1}{\underline{|3}} + \frac{1}{\underline{|4}} + \frac{1}{\underline{|5}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

663. $e^{-1} = 1 - \frac{1}{\underline{|1}} + \frac{1}{\underline{|2}} - \frac{1}{\underline{|3}} + \frac{1}{\underline{|4}} - \frac{1}{\underline{|5}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

664. $\frac{e+e^{-1}}{2} = 1 + \frac{1}{\underline{|2}} + \frac{1}{\underline{|4}} + \frac{1}{\underline{|6}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

665. $\frac{e-e^{-1}}{2} = 1 + \frac{1}{\underline{|3}} + \frac{1}{\underline{|5}} + \frac{1}{\underline{|7}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

e একটি অমূলদ সংখ্যা ; $e = 2.71828$ (প্রায়)

666. $a^x = 1 + \frac{x}{\underline{|1}}\left(\log_e a\right) + \frac{x^2}{\underline{|2}}\left(\log_e a\right)^2 + \frac{x^3}{\underline{|3}}\left(\log_e a\right)^3 + \ldots$

667. n তম পদ. $= a+(n-1)d$; a = প্রথম পদ, n = পদ সংখ্যা d = সাধারন অন্তর

668. শেষ পদ $L = a+(n-1)d$;

669. $S = \frac{n}{2}\{2.a + (n-1)d\}$; S = সমষ্টি ;

670. $S = a.\frac{r^n - 1}{r-1}$ $(r > 1)$;

671. $S = a.\frac{1}{1-r}$ $(r < 1)$; এখানে r = ভাগ ফল বা অনুপাত

672. $e < 2 < 3$.;

673. $1+2+3+4+.........+n = \frac{n(n+1)}{2}$ ক্রমিক পদের জন্য ;

674. $1+3+5+7+............+(2n-1) = n^2$ বিজোড় পদের জন্য ;

675. $1^2+2^2+3^2+..............n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

676. $1^3+2^3+3^3+..............n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = (1+2+3+........n)^2$

677. $1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5+.......................= \frac{1}{4} n(n+1)(n^2+5n+9)$

678. $1-r+r^2+ar^3+......... = \frac{1-r^n}{1-r}$

679. $a+ar+ar^2+ar^3+.........+ar^{n-1} = a.\frac{1-r^n}{1-r}$

680. $x^n - y^n = (x-y)(x^{n-1}+x^{n-2}y+x^{n-3}y^2+.........y^{n-1})$

681. $x^n + y^n = (x+y)(x^{n-1}-x^{n-2}y+x^{n-3}y^2.........)$

[নোট :- n একটি বিজোড় সংখ্যা ।]

682. $\underline{|0} = 1$, $\underline{|1} = 1$, $\underline{|2} = 2.1$, $\underline{|3} = 3.2.1 = 6$, $\underline{|4} = 4.3.2.1 = 24$,

683. $\underline{|n}$
$= n\underline{|n-1}$
$= n(n-1)(n-2)\underline{|n-3}$

$\therefore$ $\underline{|-1} = \infty$

$\therefore$ $\underline{|-2} = \infty$

$\therefore$ $\underline{|-n} = \infty$

* $\underline{|n+1}$
$(n+1)\underline{|n}$
$= (n+1)n\underline{|n-1}$

$\therefore$ $\frac{1}{\underline{|-1}} = 0$

$\therefore$ $\frac{1}{\underline{|-2}} = 0$

$\therefore$ $\frac{1}{\underline{|-n}} = 0$

বিন্যাস ও সমাবেশ

বিন্যাস কি ? প্রদত্ত কত গুলি বস্তুর কয়েকটি বা সব গুলি একত্র লইয়া বিভিন্ন ক্রম অনুসারে যত প্রকারে সাজান যায় উহাদের প্রত্যেক প্রকারের সাজানোকে বস্তুগুলির এক একটি বিন্যাস বলে ।

684. $\underline{|0} = 1$, $\underline{|1} = 1$, $\underline{|2} = 2.1 = 2$, $\underline{|3} = 3.2.1 = 6$,

685. $\underline{|n}$
$= n\underline{|n-1}$
$= (n-1)\underline{|n-2}$
$= n(n-1)(n-2)\underline{|n-3}$

686. $\underline{|n+1}$
$= (n+1)\underline{|n}$
$= (n+1)\underline{|n-1}$

687. $\underline{|-1} = \infty \therefore \frac{1}{\underline{|-1}} = 0$, $\underline{|-2} = \infty \therefore \frac{1}{\underline{|-2}} = 0$

688. ${}^nP_r = n(n-1)(n-2)(n-3).............(n-r+1)$

689. ${}^nP_r = n(n-1)(n-2)(n-3).............(n-r+1) = \frac{\underline{|n}}{\underline{|n-r}} = \frac{n!}{(n-r)!}$

690. $\underline{|n} = n(n-1)(n-2)(n-3)...............5.4.3.2.1$

701. n সংখ্যক বস্তুর মধ্যে একটি বিশেষ বস্তু সর্বদাই থাকিবে, r সংখ্যক বস্তু লইয়া গঠিত সমাবেশ $= {}^{n-1}C_{r-1}$:

702. n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হইতে r সংখ্যক বস্তু একত্রে লইয়া যদি এরূপ সমাবেশ গঠন করা যায় যাহাতে P সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু কখনই থাকিবে না তবে এরূপ সমাবেশ সংখ্যা

$= {}^{n-p}C_r (p+r \le n$

703. m সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হইতে P সংখ্যক করিয়া আবার n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হইতে q সংখ্যক করিয়া লইয়া $(m+n)$ সংখ্যক বস্তু হইতে $(p+q)$ সংখ্যক বস্তুকে নির্বাচন করা যায় $= {}^mC_p \times {}^nC_q$ উপায়।

704. <u>সমাবেশের মোট সংখ্যা ঃ-</u> (ক) যখন বস্তু গুলি সকলেই বিভিন্ন ঃ- n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হইতে কিছু সংখ্যক বা সবগুলি বস্তু লইয়া যত গুলি সমাবেশ গঠন করা যায় তাহার সংখ্যা $= {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + {}^nC_n$

705. <u>সমাবেশ ও বিন্যাস মিশ্রিত ঃ-</u> শব্দ গঠন, সংখ্যা গঠন এই প্রকারের মিশ্রিত হইলে প্রয়োজনীয় নিয়ম ঃ- ১ম বিভাগের m সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হইতে r সংখ্যক বস্তু, ২য় বিভাগের n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হইতে s সংখ্যক বস্তু লইলে, $(r+s)$ সংখ্যক বস্তুর প্রতিটি বিন্যাসে থাকিবে, এইরূপ বিন্যাসের সংখ্যা হইবে $= {}^mC_r \times {}^nC_s \lfloor r-s$

706. $${}^nP_r = n(n-1)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(n-r+1) = \frac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$$

707. $\lfloor n = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots4.3.2.1$

708. n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তুর চক্র বিন্যাস সংখ্যা $= \lfloor n-1$

709. $${}^nC_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(n-r+1)}{\lfloor r}$$

710. ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$

711. ${}^nC_{r_1} = {}^nC_{n-r_2}$

$\therefore r_1 + r_2 = n$

712. ${}^nC_n = 1;\ {}^nC_0 = 1$

713. ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

714. ${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \ldots\ldots\ldots + {}^nC_n = 2^n - 1$

715. $\lfloor r \times {}^nC_r = {}^nP_r$

716. ${}^nC_r$ এর বৃহত্তম মান ঃ-

717. n জোড় হইলে ${}^nC_r$ এর মান বৃহত্তম হইবে যখন $r = \frac{n}{2}$

718. n বিজোড় হইলে ${}^nC_r$ এর মান বৃহত্তম হইবে যখন $r = \frac{n-1}{2}, \frac{n+1}{2}$

দ্বিপদী

719.

$(a+x)^n = {}^nC_0 a^{n-0} x^0 + {}^nC_1 a^{n-1} x^1 + {}^nC_2 a^{n-2} x^2 + {}^nC_3 a^{n-3} x^3 + \ldots$

$\ldots\ldots\ldots + {}^nC_n a^{n-n} x^n$

$\therefore$ ১ম পদ $T_1 = {}^nC_0 a^{n-0} x^0$

$\therefore$ ২য় পদ $T_2 = {}^nC_1 a^{n-1} x^1$

$\therefore$ ৩য় পদ $T_3 = {}^nC_2 a^{n-2} x^2$

$\therefore$ ৪র্থ পদ $T_4 = {}^nC_3 a^{n-3} x^3$

ধরি সাধারন পদ T_{r+1}

$\therefore$ সাধারন পদ (T_{r+1}) পদ $= {}^nC_r a^{n-r} x^r$

যদি ${}^nC_{r_1} = {}^nC_{r_2}$ হয় তবে

$r_1 + r_2 = n$ হবে।

যখন $n \geq r_1 + r_2$

720. <u>মধ্য পদ নির্ণয় ঃ-</u>

(ক) n জোড় সংখ্যা হইলে মধ্য পদ ১টি :

$\therefore$ নির্ণয় মধ্য পদ $T_{\frac{n}{2}+1} = {}^nC_{\frac{n}{2}} (a)^{n-\frac{n}{2}} (x)^{\frac{n}{2}}$

(খ) n বিজোড় সংখ্যা হইলে মধ্য পদ ২টি :

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্য পদ ১টি $T_{\frac{n+1}{2}+1} = {}^nC_{\frac{n+1}{2}}(a)^{n-\frac{n+1}{2}}(x)^{\frac{n+1}{2}}$

এবং অপর মধ্য পদ $T_{\frac{n-1}{2}+1} = {}^nC_{\frac{n-1}{2}}(a)^{n-\frac{n-1}{2}}(x)^{\frac{n-1}{2}}$

721.

$(a-x)^n = {}^nC_0a^{n-0}x^0 - {}^nC_1a^{n-1}x^1 + {}^nC_2a^{n-2}x^2 - {}^nC_3a^{n-3}x^3 + \ldots\ldots + {}^nC_na^{n-n}.x^n$

722. n জোড় সংখ্যা হইলে ; ${}^nC_r$ এর মান বৃহত্তম হইবে যখন $r = \frac{n}{2}$

723. n বিজোড় সংখ্যা হইলে : ${}^nC_r$ এর মান বৃহত্তম হইবে, যখন $r = \frac{n+1}{2}, \frac{n-1}{2}$

724. বৃহত্তম পদ $T_{\frac{n}{2}+1} = {}^nC_{\frac{n}{2}}$ যখন n জোড় ;

725. বৃহত্তম পদ $T_{\frac{n+1}{2}+1} = {}^nC_{\frac{n+1}{2}}$ যখন n বিজোড় ;

726. বৃহত্তম পদ $T_{\frac{n-1}{2}-1} = {}^nC_{\frac{n-1}{2}}$ যখন n বিজোড় ;

727. $(a+x)^n$ এর বিস্তারের জন্য বৃহত্তম পদ $\frac{t_{r+1}}{t_r} = \frac{n-r+1}{r}.\frac{x}{a}$

$\therefore t_{r+1} >=< t_r$ হইবে ;

728. $(a+x)^n$ এর বিস্তারে (T_{r+1}) তম পদ

$$T_{r+1} = {}^nC_ra^{n-r}.x^r = \frac{n(n-1)(n-2).....(n-r+1)}{\underline{|r}}a^{n-r}.x^r.$$

729. $(a+x)^n = {}^nC_0a^{n-0}x^0 + {}^nC_1a^{n-1}.x^1 + {}^nC_2a^{n-2}.x^2 + \ldots\ldots$

730. $(a+x)^n = a^n + \frac{n}{\underline{|1}}a^{n-1}x + \frac{n(n-1)}{\underline{|2}}a^{n-2}x^2 + \ldots\ldots\ldots$

731. $(1+x)^n = 1 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + {}^nC_3x^3 + \ldots\ldots\ldots$

সাধারন পদ $(r+1)$তমপদ $= {}^nC_r.x^r = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots(n-r+1)}{\underline{|r}}.x^r$

732. $(1-x)^{-n} = 1 + nx + \frac{n(n+1)}{\underline{|2}}x^2 + \frac{n(n+1)(n+2)}{\underline{|3}}x^3 + \ldots\ldots\ldots$

733. $(1+x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + {}^nC_3x^3 + \ldots\ldots\ldots$

${}^nC_0 = C_0;\quad {}^nC_1 = C_1;\quad {}^nC_2 = C_2$

$\therefore (1+x)^n = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + \ldots\ldots\ldots + C_rx^r +$

734. $C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + \ldots\ldots\ldots = 2^n$

735. $C_0 + C_2 + C_4 + C_6 + \ldots\ldots = C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + \ldots\ldots = 2^{n-1}$

736. $C_0^2 + C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + \ldots\ldots\ldots \frac{\underline{|2n}}{(\underline{|n})^2}$

ভেন্ডার উপপাদ্য (Vander Mode) ঃ-

737. $C_r^{m+n} = C_r^m + C_{r-1}^m C_1^n + C_{r-1}^m C_2^n + C_{r-3}^m C_n^3 + \ldots + C_1^m C_{r-1}^n \ldots$

738. $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{\underline{|2}}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{\underline{|3}}.x^3 + \ldots\ldots$

$\ldots\ldots\ldots + \frac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}{\underline{|r}}x^r + \ldots\ldots\ldots$

739. $(1+x)^{-n} = 1 - nx + \frac{n(n+1)}{\underline{|2}}x^2 - \frac{n(n+1)(n+2)}{\underline{|3}}x^3 + \ldots\ldots\ldots$

740. $(1-x)^{-n} = 1 + nx + \frac{n(n+1)}{\underline{|2}}x^2 + \frac{n(n+1)(n+2)}{\underline{|3}}x^3 + \ldots\ldots$

741. $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \ldots + (-1)^r x^r + \ldots$

742. $(1-x)^{-1} = 1+x+x^2+x^3+x^4+ \ldots\ldots + x^r + \ldots$

743. $(1+x)^{-2} = 1-2x+3x^2-4x^3+5x^4 - \ldots + (-1)^r(r+1)x^r + \ldots$

744. $(1-x)^{-2} = 1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+\ldots+(r+1)x^r+\ldots$

745. $(1+x)^{-3} = 1-3x+6x^2-10x^3+\ldots+\frac{1}{2}(-1)^r(r+1)(r+2)x^r+\ldots$

* $(1-x)^{-3} = 1+3x+6x^2+10x^3+\ldots+\frac{1}{2}(r+1)(r+2)x^r+\ldots$

746. $(1-x)^{n-1} = 1+(n-1)x+\frac{(n-1)(n-2)}{\lfloor 2}x^2+\ldots\ldots+x^{n-1}$

747. $(1-x)^{n+1} = 1+(n+1)x+\frac{(n+1)(n-2)}{\lfloor 2}x^2+\ldots\ldots\ldots$

748. $(1+x)^n$ এর বিস্তরে সাধারন পদ

$$T_{r+1}=\frac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}{\lfloor r}.x^r = {}^nC_r x^r$$

749. $(1-x)^n$ এর বিস্তারের সাধারন পদ

$$T_{r+1}=\frac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}{\lfloor r}.(-x)^r = {}^nC_r(-x)^r$$

750. $(1+x)^{-n}$ এর বিস্তারের সাধারন পদ

$$T_{r+1}=\frac{-n(-n-1)(-n-2)\ldots\ldots(-n-r+1)}{\lfloor r}x^r$$

751. $(1-x)^{-n}$ এর বিস্তারের সাধারন পদ

$$T_{r+1}=\frac{-n(-n-1)(-n-2)\ldots\ldots(-n-r+1)}{\lfloor r}(-x)^r$$

ধারার যোগফলের সূত্রঃ-

প্রথম পদ = a, সাধারণ অন্তর = d. পদ সংখ্যা = n হলে :-

৭৫২. n তম পদ, $u_n = a+(n-1).d$ বা শেষ পদ $L = a+(n-1).d$.

৭৫৩. n তম পদ, $u_n = V_n - V_{n-1}$ এটা সাধারণ ক্ষেত্রে ব্যবহার করা যাবে কিন্তু সর্ব ক্ষেত্রে ব্যবহার করা যাবে না।

৭৫৪. n তম পদ, $u_n = V_{n-1} - V_n$ এটা ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে।

৭৫৫. n তম পদ, $u_n = a.r^{n-1}$ এটা সাধারণ অনুপাতের ক্ষেত্রে।

৭৫৬. n তম পদ, $u_n = a + d_1\frac{(n-1)}{\underline{1}} + \frac{(n-1)(n-2)}{\underline{2}} + d_3.\frac{n(n-1)(n-2)(n-2)}{\underline{3}} + \ldots + $

এটা সাধারণ অন্তর সমান না হলে।

৭৫৭. n তম পদ $u_n = \{a+(n-1).d\}.r^{n-1}$ এটা সমান্তর সমানুপাতিক ক্ষেত্রে।

৭৫৮. সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\} = \frac{1}{2}$(১মপদ + শেষপদ)

৭৫৯. $S_n = c + \frac{u_n \times \text{পরবর্তী উৎপাদক}}{(\text{প্রতি পদের উৎপাদক সংখ্যা}+1).d}$ (ভগ্নাংশ না থাকলে) এখানে C ধ্রুব যাহা n এর উপর নির্ভরশীল নয়। এটা সর্বক্ষেত্রে ব্যবহার করা যাবে না।

৭৬০. $S_n = C - \frac{1}{(u_n \text{ এর ১ম উৎপাদক বাদ}) \times (\text{বাকী উৎপাদক}) \times (\text{উৎপাদকের পদসংখ্যা} - 1).d}$

এটা ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে।

৭৬১. $S_n = V_n - V_0$ এটা সর্বক্ষেত্রে ব্যবহার করা যাবে না।

৭৬২. $S_n = V_0 - V_n$ এটা ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে।

৭৬৩. যদি শেষ পদ n হয় তবে $S_n = \frac{n}{2}(n+1)$ ক্রমিক পদের জন্য

৭৬৪. $S_n = a.\frac{r^n - 1}{r-1}$ অনুপাতের ক্ষেত্রে যখন $r > 1$

৭৬৫. $S_n = a.\frac{1}{1-r}$ অনুপাতের ক্ষেত্রে যখন $r < 1$

৭৬৬. n অসীম হলে এবং $n \to 0$ তখন $S_\alpha = \frac{a}{1-r}$

৭৬৭. $1+2+3+4+\ldots n = \frac{n(n+1)}{2}$ ক্রমিক পদের জন্য।

৭৬৮. $1 + 3 + 5 + 7 + \text{----}(2n+1) = n^2$ বিজোড় পদের জন্য।

৭৬৯. $1^2 + 2^2 + 3^2 + --- + n^2 = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$

৭৭০. $1^3 + 2^3 + 3^3 + --- n^3 = \left\{\dfrac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = (1+2+3+---n)^2$

৭৭১. $e^x = 1 + \dfrac{x}{\angle 1} + \dfrac{x^2}{\angle 2} + \dfrac{x^3}{\angle 3} + --- \propto$

৭৭২. $e^{-x} = 1 - \dfrac{x}{\angle 1} + \dfrac{x^2}{\angle 2} - \dfrac{x^3}{\angle 3} + --- \propto$

৭৭৩. $\dfrac{e^x + e^x}{2} = 1 + \dfrac{x^2}{\angle 2} + \dfrac{x^4}{\angle 4} + \dfrac{x^6}{\angle 6} + --- \propto$

৭৭৪. $\dfrac{e^x - e^{-x}}{2} = x + \dfrac{x^3}{\angle 3} + \dfrac{x^5}{\angle 5} + \dfrac{x^7}{\angle 7} + --- \propto$

৭৭৫. $e = 1 + \dfrac{1}{\angle 1} + \dfrac{1}{\angle 2} + \dfrac{1}{\angle 3} + --- \propto$

৭৭৬. $e^{-1} = 1 - \dfrac{1}{\angle 1} + \dfrac{1}{\angle 2} - \dfrac{1}{\angle 3} + -- \propto$, e একটি অমূলদ সংখ্যা এর মান

e =2.71828 ---

<u>ভুল করি সূত্রের ব্যবহার ভালভাবে লক্ষ্য করি ঃ-</u>

৭৭৭. 1.2+2.3+3.4+--- এটার সর্বত্র অন্তর সমান তাই এটা $V_n = V_n - V_{n-1}$ বা $S_n = V_n - V_0$

বা $S_n = C + \dfrac{U_n \times \text{পরবর্তী উৎপাদক}}{(\text{প্রতিপদের উৎপাদক সংখ্যা}+1).d}$ সূত্র ব্যবহার করে অংক করা যাবে।

nতম পদ $u_n = \{1 + (n-1).1\}.\{2 + (n-1).1\}$এটা সত্য

৭৭৯. 1.5.9+2.6.10+3.7.11+--- এটার সাধারণ অন্তর সর্বত্র সমান নয় তাই এটা

$u_n = V_n - V_{n-1}$ বা $S_n = V_n - V_0$

বা $S_n = C + \dfrac{U_n \text{ পরবর্তী উৎপাদক}}{\text{প্রতিপদের------}}$ সূত্র সরাসরি ব্যবহার করে অংকন করলে ভুল হবে।

$\therefore$ n তম পদ $u_n = \{1 + (n+1).1\}.\{2 + (n-1).1\}.\{3 + (n-1).1\}$এটা মিথ্যা

$\therefore$ n তম পদ $U_n = \{1 + (n-1).1\}.\{5 + (n-1).1\}\{9 + (n-1).1\}$এটা সত্য।

৭৮০. 2.3+3.6+4.11+5.18+6.27----এটার সাধারণ অন্তর সর্বত্র সমান নয় তাই

$\therefore u_n = a + (n-1)d$ব্যবহার করলে ভুল হবে।

এটার জন্য n তমপদ $u_n = a + d_1 \dfrac{(n-1)}{\angle 1} + d_2 \dfrac{(n-1)(n-2)}{\angle 2} + --$ ব্যবহার করতে হবে

<u>সেটের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী</u>

<u>ভুলের লক্ষণীয় ঃ-</u>

(i) $x \in A \cup B \Rightarrow x \in A$ বা $x \in B$ (ii) $x \notin A \cup B \Rightarrow x \notin$ এবং $x \notin B$

(iii) $x \in A \cap B \Rightarrow x \in A$ এবং $x \in B$ (iv) $x \notin A \cap B \Rightarrow x \notin A$ বা $x \notin B$

(v) $x \in (A - B) \Rightarrow x \in$ এবং $x \notin B$ এবং এর পরিবর্তে কিন্তু ব্যবহার করা যায়।

(vi) $B \cup (A \cap B)'$

$\Rightarrow (B \cup A) \cap (B \cup B')$ সত্য

$\Rightarrow (B \cup A) \cup (B \cap B')$ মিথ্যা

(Vii) $(A \cap B') \cup B$

$\Rightarrow (A \cup B) \cap (B' \cup B)$ সত্য

$\Rightarrow (A \cap B) \cup (B' \cup B)$ মিথ্যা

<u>মারগানের উপপাদ্য ঃ-</u> ৭৮২. i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

<u>অন্তর বিধি বা বিয়োগ বিধিঃ-</u>

৭৮৩. (i) $A - B = A \cap B' = B' - A'$ (ii) $B - A' = B \cap A$

(iii) $B - A = A' - B'$ (iv) $(A - B)' = A' \cup B'$

(v) $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$ (vi) $(A - B) \cap B = \emptyset$

(vii) $A - B \subset B'; A - B \subset A, B - A \subset B$

<u>পূরক বিধি ঃ-</u>

৭৮৪. (i) $(A')' = A$ (ii) $A \cap A' = \emptyset$ (iii) $A \cup B = U$ (iv) $A \cap B = U'$

(v) $A \cup A' = U$ (vi) $A \cup A = A$ (vii) $\emptyset' = U$ (viii) $U' = \emptyset$

(ix) $A \cap A = A$ (x) $A \cup A = A$ (xi) $A \cap \emptyset = \emptyset$ (xii) $A \cup \emptyset = A$

(xiii) $A \cup U = U$ (xiv) $\emptyset \cup A = A$

(xv) $A \cap U = A$ (xvi) $A \cup B = \emptyset$ হলে $A = \emptyset$ এবং $B = \emptyset$

* $(x-a)(x-b) < 0$ হয় তবে $b < x < a$ হবে, যখন $a > b$

বিনিময় বিধি/ বন্টন বিধি/ বিশ্লেষণ বিধি/ বীজগণিতের বিধি

৭৮৫. (i) $A\cup B = B\cup A$ (ii) $A\cap B = B\cap A$

(iii) $(A-B)\cup C = A\cup(B\cup C)$---ইত্যাদি

ছেদের ধর্ম/ ছেদের বিধিঃ-

৭৮৬. (i) $(A\cap B)\subset A$ (ii) $A\subset(A\cup B)$ (iii) $(A\cap B)\subset B$

(iv) $B\subset(A\cup B)$ (v) $U\cap A = A$

(vi) $x\in(A\cap B)'$

$\Rightarrow x\notin(A\cap B)$

$\Rightarrow -(x\in A$ এবং $x\in B)$

$\Rightarrow x\notin A$ বা $x\in B$

(vii) $x\notin(A\cup B)$

$\Rightarrow -(x\in A$ বা $x\in B)$

$\Rightarrow x\notin A$ এবং $x\notin B$

চলরাশি সাপেক্ষে ফাংশন হওয়ার শর্ত ঃ-

৭৮৭. (i) x এর একটি মানের জন্য y এর একটি মাত্র নির্দিষ্ট গ্রহণযোগ্য মান থাকবে। তবেই ফাংশন হবে। কিন্তু x এর একটি মানের জন্য y এর একাধিক মান থাকবে না।

(ii) x এর একাধিক মানের জন্য y এর একটি মাত্র গ্রহণ যোগ্য মান থাকবে। অর্থাৎ y এর একটি মানের জন্য x এর একাধিক মান থাকতে পারে।

(iii) যদি A সেটের প্রত্যেক পদের সাথে B সেটের নির্দিষ্ট পদযুক্ত থাকে এবং সম্পূর্ণ পাল্লা B সেট হয় অর্থাৎ A সেটের সকল উপাদানের বর্গ B সেটের সদস্য হয় তবে ফাংশন হবে।

(iv) যদি কোন ক্রোমজোড় সেটের উপাদানগুলির মধ্যে প্রথম উপাদান একই হয় তবে সম্পর্ক ফাংশন নয়। আবার প্রথম উপাদান ভিন্ন ভিন্ন দ্বিতীয় উপাদান একই হয় তবে সম্পর্ক ফাংশন হবে।

(v) যদি কোন রেখা বা লেখচিত্র y অক্ষকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে তবে ফাংশন নয়।

(vi) যদি কোন রেখা বা লেখচিত্র y অক্ষের সমান্তরাল হয় তবে ফাংশন নয়।

(vii) যদি কোন রেখা বা লেখ চিত্র y অক্ষকে একটি বিন্দুতে ছেদ করে তবে ফাংশন হবে। (গ্রহন যোগ্য মানের জন্য)

(viii) যদি কোন রেখা x অক্ষকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে তবে ফাংশন হবে।

(ix) যদি কোন রেখা x অক্ষের সমান্তরাল হয় তবে ফাংশন হবে।

৭৮৮. One - One বা এক-এক ফাংশন হওয়ার শর্ত ঃ-

(i) ফাংশনটি One-One হবে যদি $X_1 = X_2$ হয় এবং $f(X_1)=f(X_2)$ হয়
অথবা $X_1\ne X_2$ হয় এবং $f(X_1)\ne f(X_2)$ হয়।

(ii) ফাংশনটি One- One হবে যদি domf=IR = rangf হয়।

(iii) ফাংশনটি One- One হবে যদি domf=IR = Co-domf = rangf= IR

(iv) ফাংশনটি One-One হবে যদি ভিন্ন ভিন্ন প্রতিবিম্ব থাকে। দুইটি উপাদানের একই প্রতিবিম্ব থাকবে না।

সার্বিক ফাংশন হওয়ার শর্ত ঃ-

৭৮৯. (i) যদি A সেটের প্রত্যেক পদের সাথে B সেটের একটি, নির্দিষ্ট পদ সংযুক্ত থাকে এবং সম্পূর্ণ পাল্লা B সেট হয় অর্থাৎ $f(A)=B$ হয় তবে ফাংশনটি সার্বিক হবে।

(ii) B সেটের সব উপাদান A সেটের কমপক্ষে একটি উপাদানের প্রতিবিম্ব হয় তবে ফাংশনটি সার্বিক হবে।

(iii) B সেটের সমস্ত উপাদানই A সেটের উপাদানের পাল্লা বা রেঞ্জ হিসেবে পাওয়া যায়। অর্থাৎ A সেটের সকল উপাদানের বর্গ B সেটের সদস্য হয় তবে ফাংশনটি সার্বিক হবে।

(iv) $f:A\to B$ হলে ফাংশনের পাল্লা $f(A)$ হবে B সেটের উপসেট যদি $B=f(A)$ হয়।

(v) ফাংশনটি সার্বিক হবে যদি domf=IR = rangf হয়।

(vi) ফাংশনটি সার্বিক হবে যদি domf= Co-domf = rangf= IR হয়।

বিপরীত ফাংশন হওয়ার শর্ত ঃ-

৭৯০. (i) ফাংশনটি বিপরীত ফাংশন হবে যদি domf = rangf হয়।

(ii) বিপরীত ফাংশন থাকবে যদি domf= rang f^{1} এবং domf^{1}= rangf হয়।

(iii) যদি ফাংশনটি একই সাথে One- One ও সার্বিক হয় তবে ফাংশনের বিপরীত ফাংশন থাকবে।

(iv) $f^{-1}(a)=\{X\in R: f(X)=a\}$

(v) $f^{-1}([a,b])=\{X\in R: f(x)=a, f(x)=b\}$

৭৯১. অভেদ ফাংশন ঃ- যদি domf= rangf =IR হয় তবে ফাংশনটি অভেদ হবে। অভেদ ফাংশন সর্বদাই One-One কিন্তু One-One ফাংশন সর্বদাই অভেদ নয়।

৭৯২. যুগ্ম ফাংশন যদি $f(-x)=f(x)$ হয় তবে ফাংশনটি যুগ্ম ফাংশন হবে।

৭৯৩. অযুগ্ম ফাংশন যদি $f(-x)=-f(x)$ হয় তবে ফাংশনটি অযুগ্ম হবে।

Integration

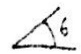
1. $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
2. $\int \frac{1}{x^n}\,dx = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + c$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + c$
4. $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln(x) + c$
5. $\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax} + c$
6. $\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
7. $\int \cos x\,dx = \sin x + c$
8. $\int \sin x\,dx = -\cos x + c$
9. $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$
10. $\int \operatorname{cosec}^2 x\,dx = -\cot x + c$
11. $\int \sec x \cdot \tan x\,dx = \sec x + c$
12. $\int \operatorname{cosec} x \cot x\,dx = -\operatorname{cosec} x + c$
13. $\int \tan x\,dx = \ln(\sec x) + c$
14. $\int \sec x\,dx = \ln|\sec x + \tan x| + c$
15. $\int \cot x\,dx = \ln(\sin x) + c$
16. $\int \operatorname{cosec} x\,dx = \ln|\operatorname{cosec} x - \cot x| + c$
17. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c$
18. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{a} + c$
19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{1}{a}\sec^{-1}\frac{x}{a} + c$
20. $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x+a}{x-a}\right| + c$

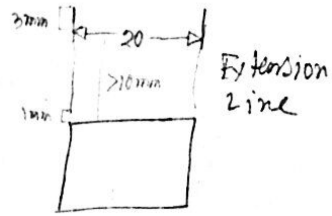
$* \int (uv)\,dx = u\int v\,dx - \int\left\{\frac{du}{dx}\int v\,dx\right\}dx$

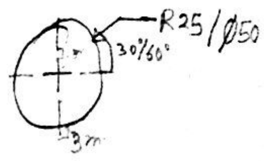
formula:

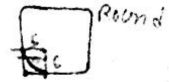
1. $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln f(x) + c$
2. $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}\,dx = 2\sqrt{f(x)} + c$
3. $\int \ln x\,dx = x\ln x - x + c$

21. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$
22. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right) + c$
23. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right) + c$
24. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+a^2}} = \frac{1}{2a}\ln\frac{\sqrt{x^2+a^2}-1}{\sqrt{x^2+a^2}+1} + c$









Round is removing
but Fillet is adding

$1-x^2 - t$

$(1-x^2)^{-3/2} - \int$

$\rightarrow -2x\,dx = \frac{dt}{dx}$

$-t^{-3/2+1}$

$\frac{1}{\frac{1}{2}t^{1/2}}$