

# Информатика



Учебный год 2023/2024.



# Информатика



Лекция №1. Тема: «Теория информации. Представление данных. Системы счисления.»





- Кандидат технических наук.
- Стаж преподавания 12 лет.
- Доцент факультета ПИиКТ.
- Ответственный за аспирантуру по факультету ПИиКТ.
- Стаж в ІТ-индустрии 18 лет.
- Lead RPA Engineer в MD Cloud.
- Область научных интересов: RPA, речевые технологии, новые технологии в IT-сфере.





# Ссылка на Yandex-Форму: https://forms.yandex.ru/u/6500cd12e010db26618b8eae/

- ФИО.
- Группа.
- Электронный адрес (почта).
- Цель поступления на вашу образовательную программу (специальность).
- Ваши ожидания от курса «Информатика».
- Какие языки программирования вы изучали в школе?
- Какие языки программирования вы изучали самостоятельно?
- Изучали ли вы ранее ....?



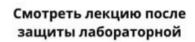


### **Лекции** (раз в две недели):

- Посещать обязательно (почти).
- При себе иметь ручку.

#### **Лабораторные занятия** (раз в две недели):

- Выполняются дома, защищаются в университете.
- Выполняются строго последовательно.
- При сильно несвоевременной сдаче штраф.



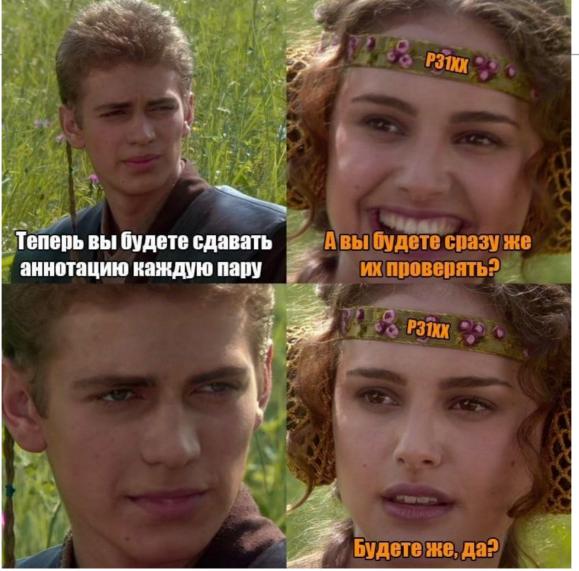


Смотреть лекцию до защиты лабораторной

### Контроль усвоения знаний:

- Аннотации (желательно по тематике последней лекции).
- 2 рубежных тестирования в ЦДО.
- Экзамен.
- Поощрение неординарных решений.
- Бонусы за обнаруженные ошибки.





## Про аннотации





Диапазон баллов	Оценка
[0; 60)	2F
[60;67]	3E
(67;74]	3D
(74;83]	4C
(83;90]	4B
(90;100]	5A

Важно: личностные качества составляют 10% от оценки!





- Основы теории информации
- E=?
- Представление чисел в ЭВМ
- Основы языка Python для обработки данных
- Основы форматов и языков разметки документов
- Основы регулярных выражений
- Полезные навыки работы с офисными пакетами
- Работа с системами вёрстки текста
- Программное обеспечение профессионального программиста

Требования к слушателям: освоенный школьный курс информатики.









Ваши замечания, пожелания преподавателю или анекдот о программистах

Я очень устал...



#### Полезные примеры:

- https://missing.csail.mit.edu/about/
- https://compscicenter.ru/courses/practical-minimum/2020-autumn/
- https://www.vedomosti.ru/opinion/columns/2023/05/10/974295-vtoraya-professiya-aitishnik
- «В целом мне понравилось, программа довольно разнообразная, и я считаю приобретённые умения должны входить в так называемую базу любого уважаемого программиста.»



Онлайн-курс «Информатика для втузов» https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/COMTEC/

Черновик методического пособия «Информатика» https://vk.com/doc-31201840\_566998093

Старое методическое пособие с лабораторными работами https://books.ifmo.ru/file/pdf/2464.pdf

Телеграм-канал «Студенты Балакшина П.В.»: https://t.me/balakshin\_students



# Список ІТ-ориентированных новостных ресурсов

habr.com, 3dnews.ru, 4pda.to, android.com, betanews.com, blogs.intel.com, cam.ac.uk, cnews.ru, computerworld.com, dailytechinfo.org, datbaze.ru, discovery.com, extremetech.com, gizmodo.com, hi-news.ru, hitech.vesti.ru, iksmedia.ru, it-news-world.ru, it-top.ru, it-world.ru, it.tut.by, itc.ua, itnews.com.ua, itupdate.ru, itworld.com, mobiledevice.ru, news-it.net, news.softpedia.com, osp.ru, overclockers.ru, research.ibm.com, sciencedaily.com, sciencemag.org, singularityhub.com, thehackernews.com, theverge.com, thg.ru, usenix.org, wired.co.uk ...

# Triogramon to the property of the property of

## Определение термина «информатика»

**Информатика** – дисциплина, изучающая свойства и структуру информации, закономерности ее создания, преобразования, накопления, передачи и использования.

**AHFA:** informatics = information technology + computer science + information theory

#### Важные даты

- 1956 появление термина «информатика» (нем. Informatik, Штейнбух)
- 1968 первое упоминание в СССР (информология, Харкевич)
- 197Х информатика стала отдельной наукой
- 4 декабря день российской информатики





Международный стандарт ISO/IEC 2382:2015 «Information technology – Vocabulary» (вольный пересказ):

**Информация** – знания относительно фактов, событий, вещей, идей и понятий.

**Данные** – форма представления информации в виде, пригодном для передачи или обработки.

- Что есть предмет информатики: информация или данные?
- Как измерить информацию? Как измерить данные? Пример: «Байкал самое глубокое озеро Земли».



# Терминология: информация и данные (2)



# Измерение количества информации

**Количество информации ≡ информационная энтропия** – это численная мера непредсказуемости информации. Количество информации в некотором объекте определяется непредсказуемостью состояния, в котором находится этот объект.

Пусть і (s) — функция для измерения количеств информации в объекте s, состоящем из n независимых частей  $s_k$ , где k изменяется от 1 до n. Тогда свойства меры количества информации i(s) таковы:

- Неотрицательность: i(s) ≥ 0.
- Принцип предопределённости: если об объекте уже все известно, то i(s) = 0.
- Аддитивность:  $i(s) = \sum i(s_k)$  по всем k.
- Монотонность: i(s) монотонна при монотонном изменении вероятностей.



• **Классическое определение** (существует только *n* равновозможных исходов эксперимента, из них *m* исходов приведут к событию A)

$$p(A)=m/n$$

• **Статистическое определение** (в результате проведённых *п* экспериментов события А возникло *m* раз)

$$p(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{m}{n}$$

• Свойства вероятности

$$0 \le p(A) \le 1$$
,

сумма вероятностей всех возможных несовместных событий равна 1



# Мера количества информации по Хартли

Система S может находиться в одном из N равновероятных состояний. Вероятность каждого из состояний p = 1/N. Передадим сообщение о выпавшем состоянии S, используя двоичное сообщение длины d:

$$2^d \ge N \rightarrow d \ge \log_2 N$$

Значит, для однозначного описания системы требуется  $\log_2 N$  бит. По определению Хартли, количество информации в системе S равно  $i_{\perp}(s) = \log_x N = -\log_x p$ .



Ральф Хартли (1880--1970)

#### Единицы измерения количества информации:

 $i_{_{\rm H}} = ({\rm lb}\ N\ {\rm бит} = {\rm lb}\ N\ {\rm ШH} = {\rm lb}\ N\ {\rm Sh}) = {\rm log_3}N\ {\rm трит} = ({\rm lg}\ N\ {\rm харт} = {\rm lg}\ N\ {\rm Hart} = {\rm lg}\ N\ {\rm дит}) = {\rm ln}\ N\ {\rm Hart}$ 

Какова этимология названий единиц измерения? Сколько дит содержится в 33 битах? **Ответ 1:** (bit  $\rightarrow$  **bi**nary digi**t**), (dit  $\rightarrow$  **d**ecimal dig**it**), (Шн  $\rightarrow$  Шеннон), (харт  $\rightarrow$  Хартли) и т. д. **Ответ 2:** т. к. 33 бит =  $\log_2 N$ , то  $\log_{10} N = x$  дит, отсюда найдём x через N:  $x = \log_{10} 2^{33} \approx 9,9$  дит.

# riografico de la companya del companya de la companya del companya de la companya

# Пример применения меры Хартли на практике

**Пример 1.** Ведущий загадывает число от 1 до 64. Какое число вопросов типа «данет» понадобится, чтобы гарантировано угадать число?

- <u>Первый</u> вопрос: «Загаданное число меньше 32?». Ответ: «Да».
- Второй вопрос: «Загаданное число меньше 16?». Ответ: «Нет».
- ...
- <u>Шестой</u> вопрос (в худшем случае) точно приведёт к верному ответу.
- Значит, в соответствии с мерой Хартли в загадке ведущего содержится ровно  $\log_2 64 = 6$  бит непредсказуемости (т.е. информации).

**Пример 2.** Ведущий держит за спиной ферзя и собирается поставить его на произвольную клетку доски. Насколько непредсказуемо его решение?

- Всего на доске 8x8 клеток, а цвет ферзя может быть белым или чёрным, т. е. всего возможно 8x8x2 = 128 равновероятных состояний.
- Значит, количество информации по Хартли равно  $\log_2 128 = 7$  бит.



Экспериментатор одновременно подбрасывает монету (М) и кидает игральную кость (К). Какое количество информации содержится в эксперименте (Э)?

#### Аддитивность:

$$i(3) = i(M) + i(K) = i(12 \text{ исходов}) = i(2 \text{ исхода}) + i(6 \text{ исходов}): \log_x 12 = \log_x 2 + \log_x 6$$

#### Неотрицательность:

Функция  $log_x N$  неотрицательно при любом x > 1 и  $N \ge 1$ .

#### Монотонность:

С увеличением p(M) или p(K) функция i(Э) монотонно возрастает.

#### Принцип предопределённости:

При наличии всегда только одного исхода (монета и кость с магнитом) количество информации равно нулю:  $\log_{x} 1 + \log_{x} 1 = 0$ .



# Мера количества информации по Шеннону

Мера Хартли подходит лишь для систем с равновероятными состояниями. Если состояния системы S не равновероятны, используют меру Шеннона:

$$i(S) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \cdot \log_2 p_i,$$

где N – число состояний системы,  $p_i$  – вероятность того, что система S находится в состоянии i (сумма всех  $p_i$  равна 1).



Клод Шеннон (1916-2001)

#### Формула Хартли является частным случаем формулы Шеннона!

**Пример 1.** Количество информации в акте подбрасывания обычной монеты по формуле Хартли равно  $\log_2 2 = 1$  бит. По формуле Шеннона получим то же:  $i_{s1} = -0.5*\log_2 0.5 - 0.5*\log_2 0.5 = 1$  бит. **Пример 2**. При подбрасывании монеты со смещённым центром тяжести количество непредсказуемости становится меньше:  $i_{s2} = -0.75*\log_2 0.75 - 0.25*\log_2 0.25 \approx 0.8$  бит.

# Пример использования меры Шеннона



Шулер наугад вытаскивает одну карту из стопки, содержащей 9 известных ему карт: 3 джокера, 3 туза, 1 король, 1 дама и 1 валет. Какое количество информации для шулера содержится в этом событии s?

Вероятность вытащить 
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Джокера} \\ \text{туза} \\ \text{короля} \\ \text{даму} \\ \text{валета} \end{array} \right\}$$
 равна  $\left\{ \begin{array}{l} 3/9 = 1/3 \\ 3/9 = 1/3 \\ 1/9 \\ 1/9 \end{array} \right.$ 

Количество информации, выраженное в тритах, равно:

$$i(s) = -\left(\frac{1}{3} \cdot \log_3 \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \log_3 \frac{1}{3} + \frac{1}{9} \cdot \log_3 \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \cdot \log_3 \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \cdot \log_3 \frac{1}{9}\right) =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = 1\frac{1}{3} \approx \log_3 5 \text{ vs } \log_3 14$$

# Нестрогий вывод формулы Шеннона



Задача. Монета имеет смещённый центр тяжести. Вероятность выпадения «орла» – 0,25, вероятность выпадения «решки» – 0,75. Какое количество информации содержится в одном подбрасывании?

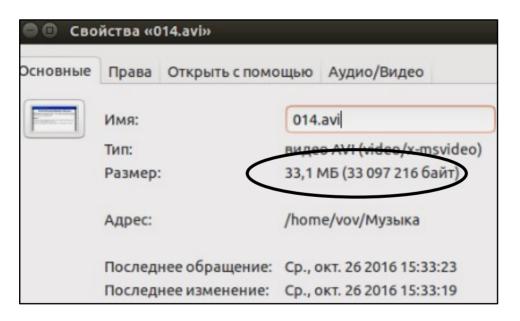
#### Решение

- Пусть монета была подброшена N раз ( $N \rightarrow \infty$ ), из которых «решка» выпала M раз, «орёл» K раз (очевидно, что N = M + K).
- Количество информации в N подбрасываниях:  $i_N = M*i(\text{«решка»}) + K*i(\text{«орёл»}).$
- Тогда среднее количество информации в одном подбрасывании:  $i_1 = i_N/N = (M/N)*i(«решка»)+(K/N)*i(«орёл») = p(«решка»)*i(«решка»)+p(«орёл»)*i(«орёл»).$
- Подставив формулу Шеннона для i, окончательно получим:  $i_1 = -p(\text{«решка»})*\log_{\text{v}}p(\text{«решка»}) p(\text{«орёл»})*\log_{\text{v}}p(\text{«орёл»}) \approx 0,8 \text{ бит.}$

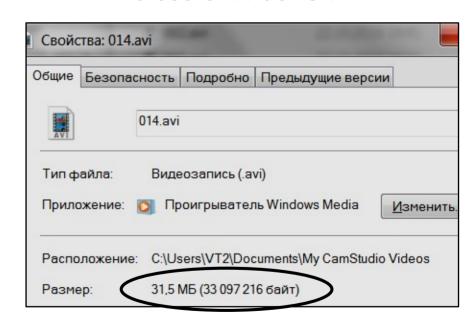


# Приставки для единиц измерения количества информации/данных: проблема

#### Linux Ubuntu 14



#### Microsoft Windows 7



33 097 216 байт — это **33,1** МБ или **31,5** МБ?



# Приставки для единиц измерения количества информации/данных: решение

- **1.** IEEE 1541-2002 Институт инженеров по электротехнике и радиоэлектронике.
- 2. ISO/IEC 80000-13:2008 Международная организация по стандартизации.
- 3. ГОСТ ІЕС 60027-2-2015 Международная электротехническая комиссия.

Приставки единиц СИ	Новые двоичные префиксы	$\Delta$ ,%
килобайт (KB) = 10 <sup>3</sup> байт	кибибайт (КіВ, КиБ) = 2¹0 байт	2
мегабайт (MB) = 10 <sup>6</sup> байт	мебибайт (МіВ, МиБ) = 2 <sup>20</sup> байт	5
гигабайт (GB) = 10 <sup>9</sup> байт	гибибайт (GiB, ГиБ) = 2 <sup>30</sup> байт	7
терабайт (ТВ) = 10 <sup>12</sup> байт	тебибайт (ТіВ, ТиБ) = 2 <sup>40</sup> байт	10

**Краткое обозначение битов и байтов**: b = bit = бит, B = Б = байт 1024 B = 1024 Б = 8192 b = 8192 бит = 8 Кибит = 1 КиБ = 1 КіВ



# Приставки для единиц измерения количества информации/данных: детали

#### Полное произношение названий приставок

З КиБ = «три кибибайта» = «три килобинарных (kilobinary) байта».

7 Гибит = «семь гибибитов» = «семь гигабинарных (gigabinary) битов».

### Сложившаяся практика использования приставок

Объем памяти (HDD, RAM, Cache): 512 KiB = 524 288 bytes. Скорость передачи данных: 512 kbps = 512 000 bps = 512 000 бит/с.

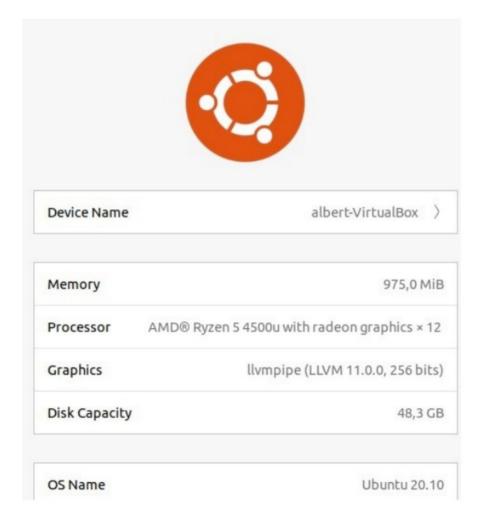
#### Типовая задача

Сколько мегабит содержится в двух гигабинарных байтах?

$$2\Gamma$$
иБ =  $2 \cdot 2^{30}$ Б =  $16 \cdot 2^{30}$ бит =  $\frac{16 \cdot 2^{30}}{1000000}$  Мбит  $\approx 17180$  Мбит (округл.)



# Приставки для единиц измерения количества информации/данных: пример





## Системы счисления: историческая справка

Унарная система счисления
Основной недостаток — отсутствие нуля

Полезная и интересная ссылка: https://ancientcivilizationsworld.com/number-systems/



# Системы счисления: историческая справка (2)

Основание	Кто и как использовал				
нет	Австралийские племена	3=два-один, 4=два-два, 5=два-два-один, 6=два-два-два, 7=много			
5	Африканские племена				
12	Тибетцы, нигерийцы				
20	Индейцы Майя, кельты				
60	Вавилоняне, шумеры				
10	5 век (Индия) 16 век (Европа) 17 век (Россия)				



$$X = 2017,042 = 2*1000 + 0*100 + 1*10 + 7*1 + 4/100 + 2/1000$$

$$X_{(q)} = X_{n-1}X_{n-2}X_1X_0, X_{-1}X_{-2}X_{-m}$$

 $X_{(a)}$  — запись числа в системе счисления с основанием q;

х. – натуральные числа меньше q, т.е. цифры;

n — число разрядов целой части;

т - число разрядов дробной части.

$$X_{(q)} = x_{n-1}q^{n-1} + x_{n-2}q^{n-2} + ... + x_1q^1 + x_0q^0 + x_{-1}q^{-1} + x_{-2}q^{-2} + ... + x_{-m}q^{-m}$$

$$X_{(q)} = \sum_{i=-m}^{n-1} x_i \cdot q^i$$

ПРИМЕРЫ:  $123_{(4)} = 1*4^2 + 2*4 + 3$  (если основание СС не указано => 10-ричная СС)  $456,78_{(10)} = 4*10^2 + 5*10^1 + 6*10^0 + 7*10^{-1} + 8*10^{-2}$ 



# Перевод из одной СС в другую. Пример 1

$$231_{(10)} = ABC_{(10)} = ...HGFE_{(8)} = ...+ H*8³ + G*8² + F*8 + Е, при натуральных H, G, F, E < 8.$$
 Как найти E, F, G, H?

Решение: (...+ 
$$H*8^3 + G*8^2 + F*8 + E$$
)/8 = ...+  $H*8^2 + G*8^1 + F$  (плюс остаток E) => (... $HGFE_{(8)}$ )/8 = ... $HGF_{(8)}$  (с остатком E)

Номер шага ( <i>i</i> )	0	1	2	3	4	•••
Частное от деления на 8	231	28	3	0	0	0
Остаток от деления на 8	0	7	4	3	0	О

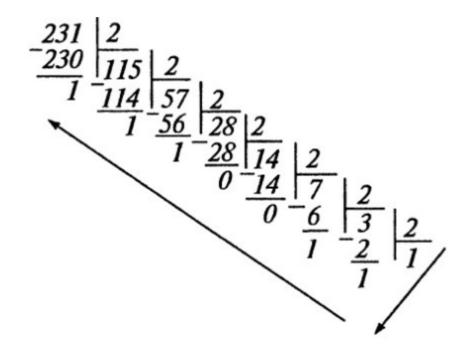
**OTBET:** E=7, F=4, G=3, H=0. 
$$231_{(10)} = 347_{(8)}$$



**З**адача:  $231_{(10)} = ?_{(2)}$ 

Ход решения →

**OTBET:**  $231_{(10)} = 11100111_{(2)}$ 







**Задача:** 
$$0.15_{(10)} = ?_{(3)} = 0.$$
ABCD... $_{(3)} = A/3^1 + B/3^2 + C/3^3 + D/3^4 + ...$ 

Решение: 
$$(A/3^1 + B/3^2 + C/3^3 + D/3^4 + ...)*3 = A*3^0 + (B/3^1 + C/3^2 + D/3^3 + ...)$$

$$=> 3*0,ABCD..._{(3)} = A,BCD..._{(3)}$$

Номер шага ( <i>i</i> )	0	1	2	3	4	5	•••
Целая часть после умножения дробной части на 3	0	0	1	1	0	0	***
Дробная часть после умножения на 3	0,15	0,45	0,35	0,05	0,15	0,45	

**OTBET:** 
$$0.15_{(10)} = 0.011001100..._{(3)} = 0.01100_{(3)}$$



**З**адача:  $0,8125_{(10)} = ?_{(2)}$ 

Ход решения  $\rightarrow$ 

0	, 8125 2
1	, 625 2
1	, 25
0	, 5 2
1	0

**OTBET:**  $0.8125_{(10)} = 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} + 1 * 2^{-4} = 0.1101_{(2)}$ 



$$231_{(10)} = 11100111_{(2)}$$

$$0,8125_{(10)} = 0,1101_{(2)}$$

$$231,8125_{(10)} = 11100111,1101_{(2)}$$



## Перевод из СС с основанием 2 в СС с основанием 4

Сложный путь: 1) CC-2 -> CC-10:  $10100_{(2)} = 20_{(10)}$ 

2) CC-10 -> CC-4:  $20_{(10)} = 110_{(4)} => 10100_{(2)} = 110_{(4)}$ 

Примечание: «СС-*N*» означает «система счисления с основанием *N*»

#### Простой путь:

$$x_{i+1}2^{i+1} + x_{i}2^{i} + \dots + x_{3}2^{3} + x_{2}2^{2} + x_{1}2^{1} + x_{0}2^{0}$$

$$x_{2k+1}2^{2k+1} + x_{2k}2^{2k} + \dots + x_{3}2^{2*1+1} + x_{2}2^{2*1} + x_{1}2^{1} + x_{0}2^{0}$$

$$2^{2k}(x_{2k+1}2^{1} + x_{2k}) + \dots + 2^{2}(x_{3}2^{1} + x_{2}) + 2^{0}(x_{1}2^{1} + x_{0})$$

$$4^{k}(x_{2k+1}2^{1} + x_{2k}) + \dots + 4^{1}(x_{3}2^{1} + x_{2}) + 4^{0}(x_{1}2^{1} + x_{0})$$



# Преобразование из СС-2 в СС-2<sup>k</sup> и обратно

Двоичная <-> Четверичная	Двоичная <-> Восьмеричная	Двоичная <-> Шестнадцатеричная
00 <-> 0	000 <-> 0	0000 <-> 0
01 <-> 1	001 <-> 1	0001 <-> 1
10 <-> 2	010 <-> 2	0010 <-> 2
11 <-> 3	11 <-> 3	
	100 <-> 4	•••
	101 <-> 5	1101 <-> D
	110 <-> 6	1110 <-> E
	111 <-> 7	1111 <-> F

Пример: 1111110001,1110001 $_{(2)}$  = 0011 1111 0001,1110 0010 $_{(2)}$  = 3F1,E2 $_{(16)}$ 



#### Преобразование из СС-N в СС-N<sup>k</sup> и обратно

#### Из CC-N в $CC-N^k$

- дополнить число, записанное в СС с основанием N, незначащими нулями так, чтобы количество цифр было кратно k;
- разбить полученное число на группы по k цифр, начиная от нуля;
- заменить каждую такую группу эквивалентным числом, записанным в СС с основанием  $N^k$ .

Задача:  $1020101_{(3)} = ?_{(27)}$ 

Решение:  $1020101_{(3)} = 001 020 101_{(3)} = 16A?_{(27)}$ 

#### Из $CC-N^k$ в CC-N

• заменить каждую цифру числа, записанного в СС с основанием  $N^k$ , эквивалентным набором из k цифр СС с основанием N.

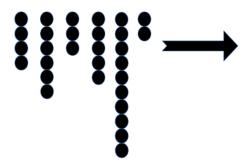
Задача:  $2345_{(125)} = ?_{(5)}$ 

Решение:  $2345_{(125)} = 002 003 004 010_{(5)} = 2003004010_{(5)}$ 



**Задача**. Робинзон Крузо нашёл на острове 60 камней. Сколько прошедших дней можно ими закодировать в разных СС?

Пример СС-10:



463502-й день из 999999 возможных, где 999999 =  $10^6$  - 1





#### Оптимальная система счисления (2)

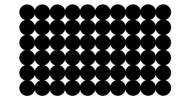
#### Пример СС-60:

0 камней = 0 дней 1 камень = 1 день 2 камня = 2 дня

. . .

**60 камней** = 60 дней

1 день2 дня



60 дней



#### Оптимальная система счисления (3)

#### Пример СС-30:

0 камней ≠ 0 дней 1 камень = 0 дней 2 камня = 1 день или 30 дней ...

... **60 камней** = 29\*30 + 29 = = 899 дней

•	0	•	0	0 дней
•	0	••	1	1 день
•	0	\$2555 \$2555 \$2555 \$2555	29	29 дней
••	30	•	0	30 дней
•••	60	••	1	61 день





#### Пример СС-20:

0 камней ≠ 0 дней 1 камень = 0 дней 2 камня = 1 день или 20 дней или 400 дней

...

60 камней =
= 19*400 +
+ 19*20 + 19 =
= 7999 дней

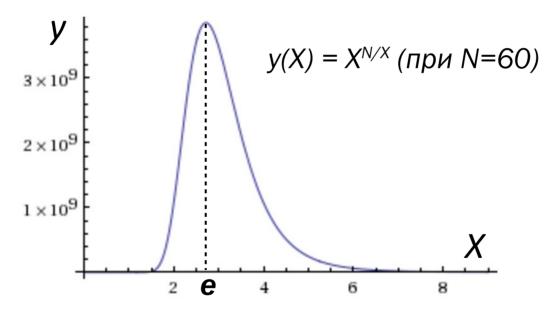
• 0	• 0	• 0	0 дней
• 0	• 0	•• 1	1 день
• 0	• 0	<b>20000</b> 19	19 дней
• 0	<b>••</b> 20	• 0	20 дней
<b>••</b> 400	<b>••</b> 20	•• 1	421 день

Возможные варианты в других СС:

 $2^{30}$ ,  $3^{20}$ ,  $4^{15}$ ,  $5^{12}$ ,  $6^{10}$ ,  $7^{8}$ ,  $8^{7}$ ,  $9^{6}$ ,  $10^{6}$ ,  $11^{5}$ ,  $12^{5}$ , ...,  $20^{3}$ , ...,  $30^{2}$ , ...,  $60^{1}$ 



Если взять N камней, а за основание СС принять число X, то получится N/X разрядов, которыми можно закодировать  $y=X^{N/X}$  дней (для простоты полагаем, что число разрядов может быть нецелым).



Вывод: оптимальная система счисления имеет основание e=2,7183...



#### Оптимальность: корректность использования

Оптимальный — это означает лучший по какому-либо критерию.

Самый оптимальный Наиболее оптимальный

https://www.quora.com/ls-the-phrase-most-optimal-grammatically-correct

https://forum.wordreference.com/threads/the-most-optimal-way.3508002/

#### Как начать выглядеть умнее за 3 слова



**Обеспечивать** — научный синоним глаголов давать, создавать, предоставлять, покрывать, оказывать.

Всё, что можно подсчитать, — **число**. А то, что нельзя, — количество. Number, Count vs Amount, Value

Вопрос: число чисел или количество чисел?

Функциональность (англ. utility, capability, functinality, feature) — набор возможностей (функций), которые предоставляет данная система или устройство. Функционал:

- 1)(матем.) Функция, заданная на произвольном множестве и имеющая числовую область значений.
- 2)(секс.) Активный гомосексуальный партнёр.



#### Каким может быть основание позиционной СС?

$$X_{(q)} = \sum_{k=-m}^{n-1} d_k \cdot q^k$$

m — число цифр справа от запятой,

n — число цифр слева от запятой,

 $d_{_{k}}$  — цифра числа, стоящая на k-й позиции,

*q* — основание системы счисления.

Пример: **789,13**<sub>10</sub> = **7**\*10<sup>2</sup> + **8**\*10<sup>1</sup> + **9**\*10<sup>0</sup> + **1**\*10<sup>-1</sup> + **3**\*10<sup>-2</sup>

Что если *q* отрицательно? иррационально? переменно?

#### Система счисления Бергмана



Любое действительное число можно представить в виде

$$x = \sum_{k=-m}^{n-1} d_k \cdot z^k$$
, где  $d_k \in \{0,1\}$ ,  $z = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 



Джорж Бергман (р. 1943)

m — число цифр справа от запятой, n — число цифр слева от запятой,  $d_{_k}$  — цифра числа, стоящая на k-й позиции, z — число золотой пропорции. Запись числа x в системе Бергмана имеет вид :  $x_{(E)} = d_{n-1} \dots d_2 d_1 d_0 \text{ , } d_{-1} d_{-2} d_{-3} \dots d_{-m \ (E)}$ 

$$2_{(10)} = 10,01_{(6)} = z^1+z^{-2}$$
 $3_{(10)} = 11,01_{(6)} = z^1+z^0+z^{-2}$ 
 $3_{(10)} = 100,01_{(6)} = z^2+z^{-2}$ 

Чтобы исключить неоднозначность, используют запись с наибольшим количеством разрядов, т. е.  $3_{(10)} = 100,01_{(5)}$ 

**Применение**: запись иррациональных чисел конечным числом цифр:  $10_{(6)} = 1,618033998...$ , контроль арифметических операций, коррекция ошибок, самосинхронизация кодовых последовательностей при передаче по каналу связи.



## Примеры использования системы счисления Бергмана

```
z^5 = 1.618033988749895^5 = 11.090169943749476
z^4 := ·1.618033988749895^4 := · ·6.854101966249686¶
z^3 = 1.618033988749895^3 = 1.4.23606797749979
z^2 ·= ·1.618033988749895^2 ·= · ·2.618033988749895¶
z^1 ·= ·1.618033988749895^1 ·= ··1.618033988749895¶
z^0 := 1.618033988749895^0 := 1.09
\mathbf{z}^{(-1)} := \cdot 1.618033988749895^{(-1)} := \cdot \cdot 0.6180339887498948
z^{(-2)} = \cdot 1.618033988749895^{(-2)} = \cdot \cdot 0.38196601125010515
\mathbf{z}^{(-3)} := \cdot 1.618033988749895^{(-3)} := \cdot \cdot 0.23606797749978967
z^{(-4)} = \cdot 1.618033988749895^{(-4)} = \cdot \cdot 0.14589803375031543
z^{(-5)} = 1.618033988749895^{(-5)} = 0.09016994374947422
z^{(-6)} = 1.618033988749895^{(-6)} = 0.0557280900008412
```



## Примеры использования системы счисления Бергмана (2)

$$16 = 11.090169943749476 + 4.23606797749979 +$$
+  $0.6180339887498948+ + 0.0557280900008412 =$ 
=  $z^5 + z^3 + z^{(-1)} + z^{(-6)} = 101000.100001_{(B)}$ 

$$7 = 6.854101966249686 + 0.14589803375031543 =$$
  
=  $z^4+z^(-4) = 10000.0001_{(B)}$ 



#### Система счисления Цекендорфа (фибоначчиева СС)

Любое целое число можно представить в виде

$$x = \sum_{k=1}^{n} d_k F_k$$
, где  $d_k \in \{0,1\}$ , а  $F_k$  – числа Фибоначчи (ЧФ)



Эдуард Цекендорф (1901-1983)

n — число цифр в записи числа,  $d_{_{k}}$  — цифра числа, стоящая на k-й позиции, каждое ЧФ есть сумма двух предыдущих ЧФ:  $F_{_{i}}$  = {1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...} , где i = 0, 1,... . Запись числа x в системе Цекендорфа будет иметь вид  $x_{(\coprod)} = d_{n} d_{n-1} \dots d_{1(\coprod)}$ 

**Проблема неуникальности:** 16 = 8+5+2+1 = 13+3, т.е.  $16 = 11011_{(LI)} = 100100_{(LI)}$ . Чтобы исключить неоднозначность, введён запрет на использование двух единиц подряд: т. е.  $16_{(10)} = 100100_{(LI)}$ , а запись  $11011_{(LI)}$  считается ошибочной!

**Применение**: минимизация числа зёрен маиса в счётах у инков, кодирование данных с маркером завершения «11».





Любое целое число можно представить в виде

$$x = \sum_{k=1}^{n} d_k k!$$
, где  $0 \le d_k \le k$ ,  $k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot k$ .

n — число цифр в записи числа,  $d_{\nu}$  — цифра числа, стоящая на k-й позиции,

Запись числа х в факториальной системе счисления будет иметь вид:

$$x_{(\Phi)} = d_n d_{n-1} \dots d_{1(\Phi)}.$$

Примеры: 
$$310_{(\Phi)} = 3*3! + 1*2! + 0*1! = 20_{(10)}$$

$$106_{(10)} = d_5*5! + d_4*4! + d_3*3! + d_2*2! + d_1*1! = ...$$
подбор  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$ ,  $d_5$  ... =  $0*5! + 4*4! + 1*3! + 2*2! + 0*1! = 4120_{(\Phi)}$ 

# 1 Control of the first of the f

#### Перевод чисел из СС-10 в факториальную СС

Дано: 
$$x = d_4 d_3 d_2 d_{1(\Phi)} = (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4) d_4 + (1 \cdot 2 \cdot 3) d_3 + (1 \cdot 2) d_2 + (1) d_1$$
.

- 1)  $(x \operatorname{div} 2) = (3.4)d_4 + (3)d_3 + d_2$  (и остаток, равный  $d_1$ ).
- 2)  $(x \operatorname{div} 2) \operatorname{div} 3 = (4) d_4 + d_3$  (и остаток, равный  $d_2$ ).
- 3)  $((x \operatorname{div} 2) \operatorname{div} 3) \operatorname{div} 4 = d_4 (и остаток, равный <math>d_3).$
- 4)  $(((x \operatorname{div} 2)\operatorname{div} 3)\operatorname{div} 4)\operatorname{div} 5 = 0$  (и остаток, равный  $d_4$ ).

Примечание: «A div B» означает целочисленное деление A на B.

«A mod B» означает остаток от деления A на B.

#### **Пример:** $106_{(10)} = ?_{(\Phi)}$

- 1)  $106 \text{ div } 2 = 53, d_1 = 106 \text{ mod } 2 = 0$
- 2) 53 div 3 = 17,  $d_2 = 53 \mod 3 = 2$
- 3) 17 div 4 = 4,  $d_3 = 17 \text{ mod } 4 = 1$
- 4) 4 div 5 = 0,  $d_4 = 4 \text{ mod } 5 = 4$

$$x_{(\Phi)} = d_4 d_3 d_2 d_{1(\Phi)} = 4120_{(\Phi)}$$

#### Факториальная СС: применение



Проблема: как упорядочить перестановки букв АБВ: 1-АБВ, 2-АВБ, 3-ВБА, 4-ВАБ, 5-БАВ, 6-БВА.

**Пример.** Пусть имеется n=5 чисел (1,2,3,4,5) и нужно найти все их перестановки. Известно, что всего существует n! = 5! = 120 таких перестановок. Как найти перестановку, если задан её номер k?

**Решение.** Найдём 21-ю перестановку (k=21). Переведём k в факториальную систему:  $21=3*3!+1*2!+1*1!=311_{(\Phi)}$ . Дополним его до (n-1) разрядов:  $311_{(\Phi)} \rightarrow 0311_{(\Phi)}$ .

#### Расставим символы по местам:

- 0) имеется 5 свободных позиций для цифр (\_ \_ \_ \_ \_)
- 1) **справа** от «5» есть **О**: меньших цифр (\_\_\_\_5)
- 2) **справа** от «4» есть <u>3</u> меньшие цифры (4 \_ \_ \_ 5)
- 3) **справа** от «3» есть: <u>1</u> меньшая цифра (4 \_ 3 \_ 5)
- 4) **справа** от «2» есть <u>1</u> меньшая цифра (4 2 3 \_ 5)



**OTBET:** 42315

Значение k	0	1	2	3	 21	 119
k-я перестановка	12345	21345	13245	23145	 42315	 54321

#### Факториальная СС: применение (2)



Проблема: как упорядочить перестановки букв АБВ: 1-АБВ, 2-АВБ, 3-ВБА, 4-ВАБ, 5-БАВ, 6-БВА.

**Пример.** Пусть имеется n=5 чисел (1,2,3,4,5) и нужно найти все их перестановки. Известно, что всего существует n! = 5! = 120 таких перестановок. Как найти перестановку, если задан её номер k?

**Решение.** Найдём 93-ю перестановку (k = 93). Переведём k в факториальную систему: 93 = 3\*4!+ 3\*3!+ 1\*2! + 1\*1! = 3311<sub>( $\Phi$ )</sub>. Имеем уже 4 разряда.

#### Расставим символы по местам:

- 0) имеется 5 свободных позиций для цифр (\_ \_ \_ \_ \_)
- 1) **справа** от «5» есть З:меньших цифр (\_ 5 \_ \_ \_)
- 2) **справа** от «4» есть: <u>3</u> меньшие цифры (4 5 \_ \_ \_)
- 3) **справа** от «3» есть: <u>1</u> меньшая цифра (4 5 \_ 3 \_)
- 4) **справа** от «2» есть **1** меньшая цифра (4 5 2 3 \_)

 /	
V	

OTBET: 45231

Значение k	0	1	2	3	 21	 119
k-я перестановка	12345	21345	13245	23145	 42315	 54321

#### СС с отрицательным основанием или цифрами

- 1. Нега-позиционные (с отрицательным основанием). Примеры в нега-десятичной СС:
  - $123_{(-10)} = 1 \cdot (-10)^2 + 2 \cdot (-10)^1 + 3 \cdot (-10)^0 = 100 20 + 3 = 83_{(10)}$
  - $58_{(-10)} = 5 \cdot (-10)^1 + 8 \cdot (-10)^0 = -50 + 8 = -42_{(10)}$

Числа с чётным количеством цифр — отрицательные.

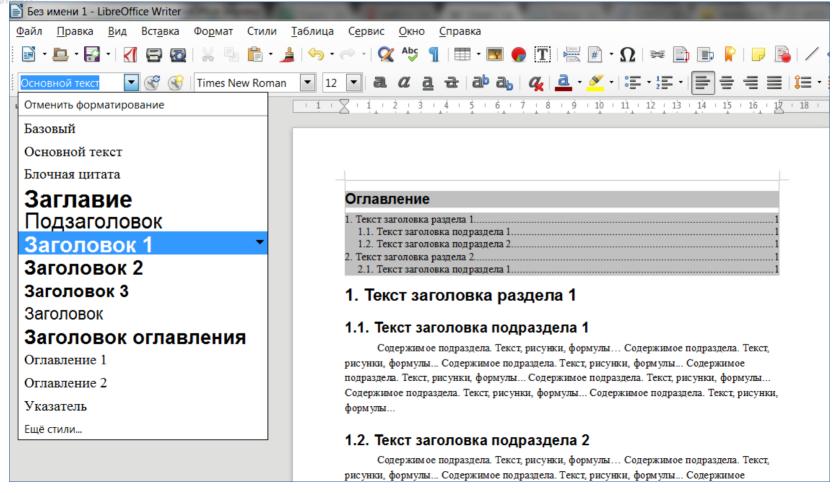
- **2. Симметричные** (с отрицательными цифрами). Например, в симметричной пятеричной СС вместо привычных цифр {0, 1, 2, 3, 4} используются {-2, -1, 0, 1, 2}:
  - $20210_{(5C)} = (2) \cdot 5^4 + (0) \cdot 5^3 + (-2) \cdot 5^2 + (1) \cdot 5^1 + (0) \cdot 5^0 = 1250 50 + 5 = 1205_{(10)}$
  - $\overline{2}02\overline{1}0_{(5C)} = (-2)\cdot5^4 + (0)\cdot5^3 + (2)\cdot5^2 + (-1)\cdot5^1 + (0)\cdot5^0 = -1250 + 50 5 = -1205_{(10)}$

Симметричные СС определены только для нечётных оснований!

**Применение.** В негапозиционных и симметричных СС не требуется специального знака для обозначения отрицательных чисел. Это позволяет использовать их для представления отрицательных чисел в компьютерах.



#### Концепция стилей в текстовых процессорах





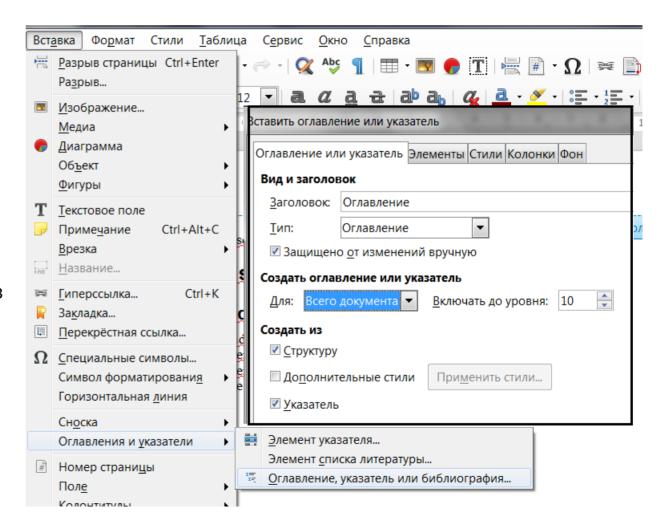
#### Автособираемое оглавление с помощью стилей

#### **Алгоритм**

- 1. При первичном наполнении документа использовать **только** стили для разметки структуры текста.
- 2. Наполняя документ, не тратить время на оформление внешнего вида «буковок».
- 3. Приступить к настройке внешнего вида стилей только после окончательного наполнения документа текстом.

**Не нужно** форматировать текст вручную без стилей, задавая кегль, цвет шрифта и т. п. «врукопашную»!

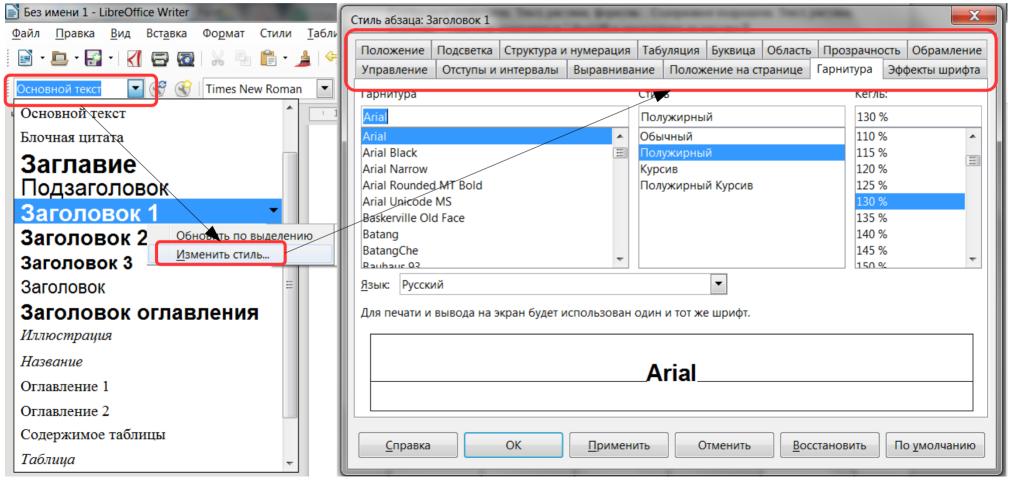
**Примечание.** Приведённые рекомендации имеют смысл лишь при оформлении больших сложных документов!







При изменении настроек стиля автоматически изменится отображение текста во всём документе во всех местах, где этот стиль был использован!

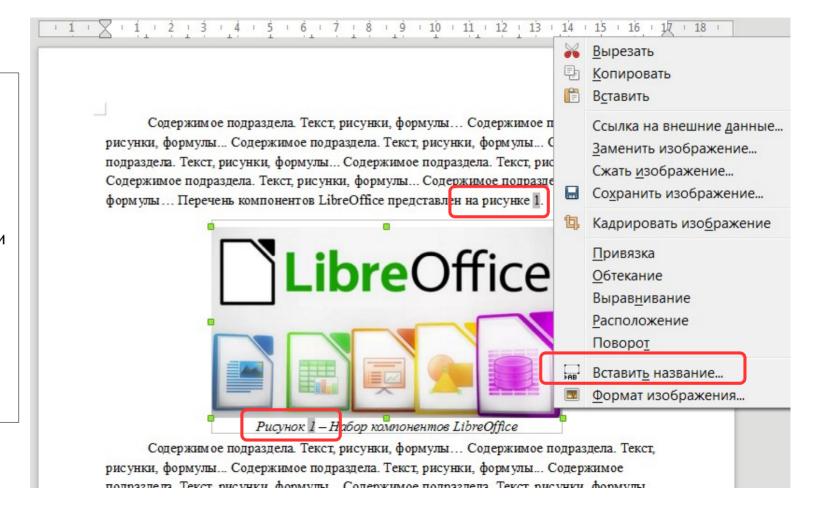




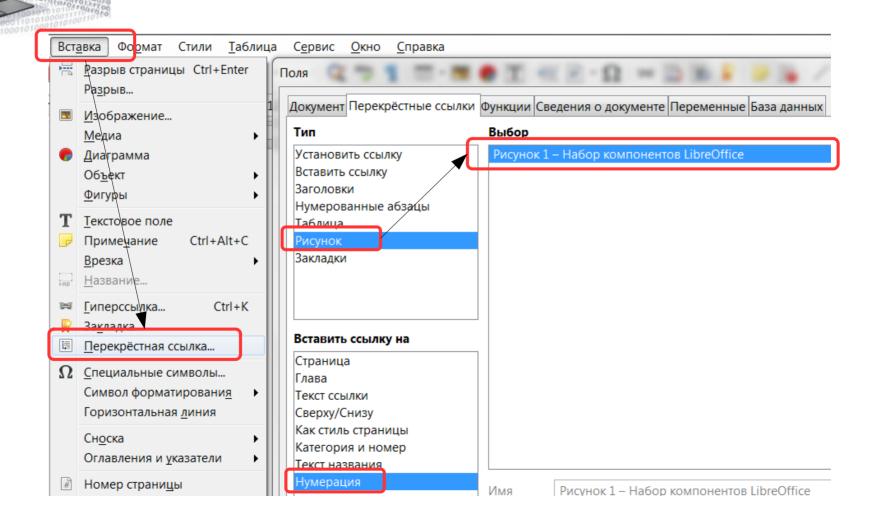
#### Перекрёстные ссылки и автонумерация рисунков

#### Памятка

- При добавлении нового рисунка его порядковый номер будет выбран автоматически.
- При изменении порядка следования рисунков они автоматически перенумеруются
- Для принудительной перенумерации следует нажать F9 (или меню «Сервис --> Обновить»).

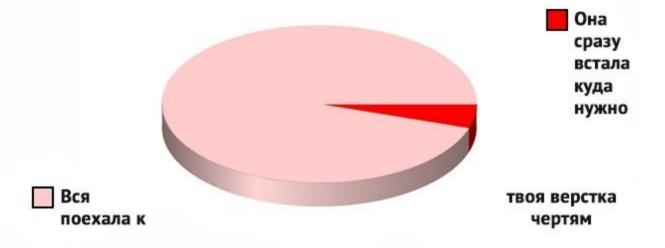


#### Перекрёстные ссылки и автонумерация рисунков (2)





### КОГДА НАДО ПОДВИНУТЬ KAPTUHKY B MS WORD



## Когда зашёл в Word и решил немного выровнять таблицу:

