Exercise 1.3

Q. 1: Which of the following matrices are conformable for addition?

A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, C = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$,

D = $\begin{bmatrix} 2+1 \\ 3 \end{bmatrix}$, E = $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, F = $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1+1 & -4 \\ 3+2 & 2+1 \end{bmatrix}$

Solution:

A and E is conformable for addition.

B and D is conformable for addition.

C and F is conformable for addition.

Q. 2: Find the additive inverse of following matrices.

A = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ C = $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$

D = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ E = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ F = $\begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$

Solution:

-A = $\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ -B = $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ -C = $\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$

-D = $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ -E = $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ -F = $\begin{bmatrix} -\sqrt{3} & -1 \\ 1 & -\sqrt{2} \end{bmatrix}$

Q. 3: If A = $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, C = $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, D = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, then find,

(i) A + $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} -1+1 & 2+1 \\ 2+1 & 1+1 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(ii) B + $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 1-2 \\ -1+3 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

(iii) C + $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 1-2 & -1+1 & 2+3 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(iv) D + $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 1+0 & 2+1 & 3+0 \\ -1+2 & 0+0 & 2+1 \end{bmatrix}$

= $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

(v) $2\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix}2\times -1 & 2\times 2\\ 2\times 2 & 2\times 1\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-2 & 4\\ 4 & 2\end{bmatrix}$

(vi) (-1)B $= (-1)\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}$

(vii) (-2)C $= (-2)\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-2\times 1 & -2\times -1 & -2\times 2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}-2 & 2 & -4\end{bmatrix}$

(viii) 3D $= 3\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 0 & 2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}3\times 1 & 3\times 2 & 3\times 3\\ 3\times -1 & 3\times 0 & 3\times 2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}3 & 6 & 9\\ -3 & 0 & 6\end{bmatrix}$

(ix) 3C $= 3\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}3\times 1 & 3\times -1 & 3\times 2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}3 & -3 & 6\end{bmatrix}$

Q. 4: Perform the indicated operations and simplify the following.

(i) $\left(\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 2\\ 3 & 0\end{bmatrix}\right)+\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}1+0 & 0+2\\ 0+3 & 1+0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1+1 & 2+1\\ 3+1 & 1+0\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 1\end{bmatrix}$

(ii) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\left(\begin{bmatrix}0 & 2\\ 3 & 0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\right)$ $= \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0-1 & 2-1\\ 3-1 & 0+0\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & 0\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1-1 & 0+1\\ 0+2 & 1+0\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$

(iii) $\begin{bmatrix}2 & 3 & 1\end{bmatrix}+\left(\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 2 & 2\end{bmatrix}\right)$ $= \begin{bmatrix}2 & 3 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1+2 & 0+2 & 2+2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2 & 3 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 2 & 4\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2+3 & 3+2 & 1+4\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}5 & 5 & 5\end{bmatrix}$

(iv) $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & -1 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 2\\ 3 & 3 & 3\end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix}1+1 & 2+1 & 3+1\\ -1+2 & -1+2 & -1+2\\ 0+3 & 1+3 & 2+3\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 1 & 1 & 1\\ 3 & 4 & 5\end{bmatrix}$

(v) $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 3 & 1\\3 & 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0 & -2\\-2 & -1 & 0\\0 & 2 & -1\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}1+1 & 2+0 & 3-2\\2-2 & 3-1 & 1+0\\3+0 & 1+2 & 2-1\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}2 & 2 & 1\\0 & 2 & 1\\3 & 3 & 1\end{bmatrix}$

(vi) $\left(\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}\right)+\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}1+2 & 2+1\\0+1 & 1+0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}3 & 3\\1 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}3+1 & 3+1\\1+1 & 1+1\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}4 & 4\\2 & 2\end{bmatrix}$

Q. 5: For the matrices A = $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 3 & 1\\1 & -1 & 0\end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\2 & -2 & 2\\3 & 1 & 3\end{bmatrix}$ and C = $\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\0 & -2 & 3\\1 & 1 & 2\end{bmatrix}$ verify the following rules.

(i) A + C = C + A

L.H.S = A + C

$=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 3 & 1\\1 & -1 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\0 & -2 & 3\\1 & 1 & 2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1-1 & 2+0 & 3+0\\2+0 & 3-2 & 1+3\\1+1 & -1+1 & 0+2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}0 & 2 & 3\\2 & 1 & 4\\2 & 0 & 2\end{bmatrix}$

R.H.S = C + A

$=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\0 & -2 & 3\\1 & 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 3 & 1\\1 & -1 & 0\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-1+1 & 0+2 & 0+3\\0+2 & -2+3 & 3+1\\1+1 & 1-1 & 2+0\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}0 & 2 & 3\\2 & 1 & 4\\2 & 0 & 2\end{bmatrix}$

L.H.S = R.H.S

(ii) A + B = B + A

L.H.S = A + B

$=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 3 & 1\\1 & -1 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\2 & -2 & 2\\3 & 1 & 3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1+1 & 2-1 & 3+1\\2+2 & 3-2 & 1+2\\1+3 & -1+1 & 0+3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}2 & 1 & 4\\4 & 1 & 3\\4 & 0 & 3\end{bmatrix}$

R.H.S $= B + A$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+1 & -1+2 & 1+3 \\ 2+2 & -2+3 & 2+1 \\ 3+1 & 1-1 & 3+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

L.H.S = R.H.S

(iii) $B + C = C + B$

L.H.S $= B + C$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-1 & -1+0 & 1+0 \\ 2+0 & -2-2 & 2+3 \\ 3+1 & 1+1 & 3+2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -4 & 5 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

R.H.S $= C + B$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+1 & 0-1 & 0+1 \\ 0+2 & -2-2 & 3+2 \\ 1+3 & 1+1 & 2+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -4 & 5 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

L.H.S = R.H.S

(iv) $A + (B + A) = 2A + B$

L.H.S $= A + (B + A)$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+1 & -1+2 & 1+3 \\ 2+2 & -2+3 & 2+1 \\ 3+1 & 1-1 & 3+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+4 \\ 2+4 & 3+1 & 1+3 \\ 1+4 & -1+0 & 0+3 \end{bmatrix}$$

$= \begin{bmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 6 & 4 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

R.H.S $= 2A + B$

$= 2\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2\times 1 & 2\times 2 & 2\times 3 \\ 2\times 2 & 2\times 3 & 2\times 1 \\ 2\times 1 & 2\times -1 & 2\times 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2+1 & 4-1 & 6+1 \\ 4+2 & 6-2 & 2+2 \\ 2+3 & -2+1 & 0+3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 6 & 4 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

L.H.S $=$ R.H.S

(v) $(C - B) + A = C + (A - B)$

L.H.S $= (C - B) + A$

$= \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1-1 & 0+1 & 0-1 \\ 0-2 & -2+2 & 3-2 \\ 1-3 & 1-1 & 2-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -2+1 & 1+2 & -1+3 \\ -2+2 & 0+3 & 1+1 \\ -2+1 & 0-1 & -1+0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

R.H.S $= C + (A - B)$

$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right)$

$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1-1 & 2+1 & 3-1 \\ 2-2 & 3+2 & 1-2 \\ 1-3 & -1-1 & 0-3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1+0 & 0+3 & 0+2 \\ 0+0 & -2+5 & 3-1 \\ 1-2 & 1-2 & 2-3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

(vi) $2A + B = A + (A + B)$

L.H.S $= 2A + B$

$$= 2\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times1 & 2\times2 & 2\times3 \\ 2\times2 & 2\times3 & 2\times1 \\ 2\times1 & 2\times-1 & 2\times0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+1 & 4-1 & 6+1 \\ 4+2 & 6-2 & 2+2 \\ 2+3 & -2+1 & 0+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 6 & 4 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

R.H.S $= A + (A + B)$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+1 & 2-1 & 3+1 \\ 2+2 & 3-2 & 1+2 \\ 1+3 & -1+1 & 0+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+4 \\ 2+4 & 3+1 & 1+3 \\ 1+4 & -1+0 & 0+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 6 & 4 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

(vii) $(C - B) - A = (C - A) - B$

L.H.S $= (C - B) - A$

$$= \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right) - \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1-1 & 0+1 & 0-1 \\ 0-2 & -2+2 & 3-2 \\ 1-3 & 1-1 & 2-3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2-1 & 1-2 & -1-3 \\ -2-2 & 0-3 & 1-1 \\ -2-1 & 0+1 & -1-0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & -1 & -4 \\ -4 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

R.H.S $= (C - A) - B$

$$= \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1-1 & 0-2 & 0-3 \\ 0-2 & -2-3 & 3-1 \\ 1-1 & 1+1 & 2-0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & -2 & -3 \\ -2 & -5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2-1 & -2+1 & -3-1 \\ -2-2 & -5+2 & 2-2 \\ 0-3 & 2-1 & 2-3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & -1 & -4 \\ -4 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

L.H.S = R.H.S

(viii) $(A + B) + C = A + (B + C)$

L.H.S $= (A + B) + C$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+1 & 2-1 & 3+1 \\ 2+2 & 3-2 & 1+2 \\ 1+3 & -1+1 & 0+3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2-1 & 1+0 & 4+0 \\ 4+0 & 1-2 & 3+3 \\ 4+1 & 0+1 & 3+2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 6 \\ 5 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

R.H.S $= A + (B + C)$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1-1 & -1+0 & 1+0 \\ 2+0 & -2-2 & 2+3 \\ 3+1 & 1+1 & 3+2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -4 & 5 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+0 & 2-1 & 3+1 \\ 2+2 & 3-4 & 1+5 \\ 1+4 & -1+2 & 0+5 \end{bmatrix}$$

$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 6 \\ 5 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

L.H.S = R.H.S

(ix) A + (B – C) = (A – C) + B

L.H.S = A + (B – C)

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}\right)$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+1 & -1-0 & 1-0 \\ 2-0 & -2+2 & 2-3 \\ 3-1 & 1-1 & 3-2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+2 & 2-1 & 3+1 \\ 2+2 & 3+0 & 1-1 \\ 1+2 & -1+0 & 0+1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

R.H.S = (A – C) + B

$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+1 & 2-0 & 3-0 \\ 2-0 & 3+2 & 1-3 \\ 1-1 & -1-1 & 0-2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2+1 & 2-1 & 3+1 \\ 2+2 & 5-2 & -2+2 \\ 0+3 & -2+1 & -2+3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

(x) 2A + 2B = 2(A + B)

L.H.S = 2A + 2B

$= 2\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2\times 1 & 2\times 2 & 2\times 3 \\ 2\times 2 & 2\times 3 & 2\times 1 \\ 2\times 1 & 2\times -1 & 2\times 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\times 1 & 2\times -1 & 2\times 1 \\ 2\times 2 & 2\times -2 & 2\times 2 \\ 2\times 3 & 2\times 1 & 2\times 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 4 & -4 & 4 \\ 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2+2 & 4-2 & 6+2 \\ 4+4 & 6-4 & 2+4 \\ 2+6 & -2+2 & 0+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 8 & 2 & 6 \\ 8 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

R.H.S $= 2\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}\right)$

$$= 2\begin{bmatrix} 1+1 & 2-1 & 3+1 \\ 2+2 & 3-2 & 1+2 \\ 1+3 & -1+1 & 0+3 \end{bmatrix}$$

$$= 2\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times 2 & 2\times 1 & 2\times 4 \\ 2\times 4 & 2\times 1 & 2\times 3 \\ 2\times 4 & 2\times 0 & 2\times 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 8 & 2 & 6 \\ 8 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Q. 6: If A = $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ **and** B = $\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$, **find (i) 3A – 2B (ii) $2A^t - 3B^t$**

(i) 3A – 2B $= 3\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 3\times 1 & 3\times -2 \\ 3\times 3 & 3\times 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2\times 0 & 2\times 7 \\ 2\times -3 & 2\times 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 9 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 14 \\ -6 & 16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3-0 & -6-14 \\ 9+6 & 12-16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -20 \\ 15 & -4 \end{bmatrix}$$

(ii) $2A^t - 3B^t$ $= 2\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^t - 3\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}^t$

$$= 2\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times 1 & 2\times 3 \\ 2\times -2 & 2\times 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3\times 0 & 3\times -3 \\ 3\times 7 & 3\times 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -4 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 21 & 24 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2-0 & 6+9 \\ -4-21 & 8-24 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 15 \\ -25 & -16 \end{bmatrix}$$

Q. 7: If $2\begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{-3} & \boldsymbol{a} \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \boldsymbol{b} \\ \mathbf{8} & \mathbf{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{7} & \mathbf{10} \\ \mathbf{18} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$, **then find a and b.**

Solution:

$$2\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & a \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 1 & b \\ 8 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 18 & 1 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 2\times 2 & 2\times 4 \\ 2\times -3 & 2\times a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3\times 1 & 3\times b \\ 3\times 8 & 3\times -4 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 18 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -6 & 2a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 3b \\ 24 & -12 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 18 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 4+3 & 8+3b \\ -6+24 & 2a-12 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 18 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 7 & 8+3b \\ 18 & 2a-12 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 18 & 1 \end{bmatrix}$

8 + 3b = 10 ----------- (i)

2a – 12= 1 ------------ (ii)

From equ-(i)

8 + 3b = 10

3b = 10 – 8

3b = 2

b $= \frac{2}{3}$

From Equ-(ii)

2a – 12 = 1

2a = 1 + 12

2a = 13

a $= \frac{13}{2}$

Q. 8: If A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, then verify that

(i) $(A + B)^t = A^t + B^t$

L.H.S $= (A + B)^t$

$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\right)^t$

$= \left(\begin{bmatrix} 1+1 & 2+1 \\ 0+2 & 1+0 \end{bmatrix}\right)^t$

$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

R.H.S $= A^t + B^t$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^t + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+1 & 0+2 \\ 2+1 & 1+0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

L.H.S = R.H.S

(ii) $(A - B)^t = A^t - B^t$

L.H.S $= (A - B)^t$

$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\right)^t$

$= \left(\begin{bmatrix} 1-1 & 2-1 \\ 0-2 & 1-0 \end{bmatrix}\right)^t$

$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

R.H.S $= A^t - B^t$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^t - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1-1 & 0-2 \\ 2-1 & 1-0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

L.H.S = R.H.S

(iii) $A + A^t$ is symmetric

$A + A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+1 & 2+0 \\ 0+2 & 1+1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

$(A + A^t)^t = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

$= A + A^t$

So, $A + A^t$ is symmetric.

(iv) $A - A^t$ is skew symmetric.

$A - A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1-1 & 2-0 \\ 0-2 & 1-1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

$(A - A^t)^t = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

$= -\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

$= -(A - A^t)$

So, $A - A^t$ is Skew Symmetric.

(v) $B + B^t$ is symmetric

$B + B^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 0+0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

$(B + B^t)^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

$= B + B^t$

So, $B + B^t$ is symmetric.

(vi) $B – B^t$ is skew symmetric.

$B - B^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1-1 & 1-2 \\ 2-1 & 0-0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$(B - B^t)^t = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^t$

$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

$= -\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$= -(B - B^t)$

So, $B - B^t$ is Skew Symmetric.