|             | - CAN  | The second secon |
|-------------|--|--|
| 第三章 -       | 一阶理论   |  |
| Peano Lizão |  |  |
| 3124        | 的外符号:0(个体常元).函数符号  | '(后继)、一元谓词符。   |
|             | 个公式集队,使得在它的每一村真雪   |  |
| 必然          | 为别和年年为自然,数0,下引生函数  | 加自然数(集合)   |
| (PI)        | N(0)   | 14-28.   |
| (P2)        | とヨ: 右右追し<br>Yx (N(x7→ ヨ! y cy=x'nN(y)))  |  |
| (P3)        | $\forall x \neq (0=x')$  |  |
| (P4)        | ∀x∀y(x'=y'→x=y)  |  |
| (P5)        | P(O) A Yx (P(x) -> P(x')) -> Yx P(x)   | P为任意渭沟   |
| 3           | $x p(x) =_{def} \exists x (p(x) \land \forall y (p(y) \leftrightarrow y)$  | =x))   |
| 1           | 可题:=没有定义   |  |
| (T的语言K      | (Y)比K(Y)多一个符号"≈",标为等》  | 园,在K上增加多为"学  |
|             | u≈u  | . V  |
| (Z2)        | $\mathcal{U}_{k} \approx \mathcal{U} \rightarrow (f_{i}^{n}(\mathcal{U}_{i}, \dots, \mathcal{U}_{k}, \dots, \mathcal{U}_{n}) \approx f_{i}^{n}(\mathcal{U}_{i}, \dots, \mathcal{U}_{i}, \dots, \mathcal{U}_{n}) \approx f_{i}^{n}(\mathcal{U}_{i}, \dots, \mathcal{U}_{i}, \dots, \mathcal{U}_{n}) \approx f_{i}^{n}(\mathcal{U}_{i}, \dots, \mathcal{U}_{n}) \approx f_{i}^{n}(\mathcal{U}_{i},$ | in (U1, ", U, ", Un)   |
| (B)         | $\mathcal{M}_{k} \approx \mathcal{U} \rightarrow (P_{i}^{n}(\mathcal{M}_{i}, -), \mathcal{M}_{k}, -), \mathcal{M}_{n}) \approx$  | Pi (u, -, u,, un)  |
| 红石型行法科      | OM=(D,F,P).若≈MD上的相等。   | MFY存等词公没都是   |
| V有致的        |  |  |
| 在K+的任何      | 模型M中,《M是否一定是DLAV相答   | ?未必  |
| 等词公汝不       | 强迫"任何时模型一定把二解释》  | 相等 同有民…  |
|             | 110  | 01C-08 201412·2500   |



| 若M=(D.F.P)是-个K+模型,M≈M是D上等价关系  |
|---|
| 等项可精护性:   |
|   |
| 中用以替换以的结果   |
| 2° $F_{k}$ + $U \approx \nu \rightarrow (p(u) \rightarrow p(\nu))$ , 其中 $p(x)$ 是任意 $k$ +公式, $u, \nu$ 又 $p(x)$ 中 $\chi$ 自由 |
| 正规模型:设下二K+(Y), M=(D,F,P)是P的一个K+模型,蒸~~为D上  |
| M相等,M和M为P的一个正规模型  |
| 若下厅上+模型,MP-定有正规上+模型:  |
| M~=(D~, F~, P~)是P的时止机模型.  |
| D=是由D中关于≈M的等价类为介本组成的集合「[X] (XeD)  |
| [x]=aq [yeD]y="x]. F中所有函数的定义技。值域,伊中   |
| 所有关系的定义权,都安护的 D~  |
| 非正规模型的必然性;没产物产的任何相密扩张,则产有非正规模型。   |
| 形式语言版(Y):   |
| 逻辑符号:同K   |
| 非逻辑符号:  |
| 个作家元: 万   |
| 一元函数符号:   |
| 二元函数符号: ————————————————————————————————————  |
| गेंद्रिगेत्रिकः ≈   |

1101C-08 201412·2500



| —————————————————————————————————————   |
|---|
| 公理: 逻辑公理(模式): 图 K   |
| 非逻辑公理/公设:等词公没: 团 K+   |
| (NI) 7(u'≈∂)  |
| $(N2) \ \nu' \approx \mu' \rightarrow \gamma \approx \mu$   |
| (N3) U# ⑦≈ U \ か沒的递归定义  |
| (N4) v#u'≈(v#u)'  |
| (N5) V※ 0≈ 0 } 乘法的递归定义.   |
| (Nb) v * u'=(v* u)#v  |
| $(N7) P(G) \rightarrow ((\forall x p(x) \rightarrow p(x')) \rightarrow \forall x p(x)) i = i n x i x i x i x i x i x i x i x i x i$ |
| 推理规则:同长.  |
| 构造的的主要目的是形式化数论的一个片断,即用的刻面、该片  |
| 断中的概念、分题、打到等。这个片断是一个正规K <sup>†</sup> 模型   |
| N=(INI, F.P), N/为自然数字, F包含自然数的后继函讲之力的经验   |
| 数和乘法函数.P包含自然数的相等关系,并且可分的e/NI,   |
| #~为INL的+,XN为INL的x, I~为INL的后继(可到在为+1)  |
| 上述N是K的模型,N部为K的标准模型  |
| 简写: 井, X分别简写为 +, X 并约定可: 可"分别简写为了。"   |
| 一, 7, 称为从的数写、公式7(2≈以)简写为2年以   |
| n+m中加强自然校里的,这处的加强。汽车军=5和=5和   |
| 们中加分别。1101C-08 201412-2500  |



## 中国神学技术大学

| 定理11° Fm m+ n≈ m+n                          |
|---|
| 2° FEN Mx m ≈ mxn                           |
| 3° try 10+ u≈ u                             |
| 4° + KN V'+ u ≈ (V+u)'                      |
| 5° / ky V+ U ≈ U+V                          |
| 6° / (W+U)+V≈ W+(U+V)                       |
| 定理21°+ky U1+Us≈Us→U1≈0                      |
| 2° / kn U1+U2 ≈ U2 → U1 ≈ 0                 |
| 3° トkw Uキロ→アミル いミルン定义为ヨX(X+U,=U)            |
| 4° + (U*O NNU≠ m-1) → m ∈ U                 |
| 5° tru7(X(m)→ mex, n>0                      |
| m=n → Fram ≈ n; m+n → Fram × n              |
| K = (Z) K+ (O. 1. t. X.N) KN                |
| K元函钟: f: IN→IN; k元奏系:R⊆IN+                  |
| 可表示函数:长元函数分子在长、中可表示、大小果存在今上十一个自由变元的公式       |
| P(X,···XxXxx)/建得:对红色对p(X,···Xxxx)中的Xxx1自由   |
| 的顶u及ninz:::nem E/N有                         |
| (i) f(n,, nd = nxy =) + (n, nx, -, nk, nxy) |
| (ii) f(n,, nk) + nk+ > ten 7 p(n,, nk, nkn) |
| (iii) F= P(n, -, n, u) → u≈ f(n, -, n)      |
| 11.010-09 201412-2500                       |



| 可表示关系: 火元关系R在上的中可表示, 女心界存在含火个自由安元的公式         |
|--|
|  |
| (i) (n, -, nx) ER = twp (n, -, nx)           |
| (ii) (n, -, nk) \$/R →   +,7p(n, -, nk)      |
| 是否每个人以公式都可用来表示一个数论函数?否。 X~X~y*y              |
| 面一个以公式是否可用于表示两个不同的比无函数?否                     |
| 是否每个数论函数是可用的表示的?否                            |
| (扩展) 国                                       |
| 可计算函数就是通归函数一片的表示一图灵机                         |
| 基本函数:以下三种函数称为基本函数                            |
| 1°-元零函数至. Z(n)=0;                            |
| 2°-元后继函数S, Scn=n+1;                          |
| 3° K元投路函数Pk, Pk(n,,,,nk)=n;(i=1,,,k)         |
| 复合规则:一个广元逐数9和广个上元逐投行;;;f;附复含是一个上元函数          |
| L(n,,-,nk)=def g(f,(n,,-,nk),-,,f;(n,,-,nk)) |
| 递归规则:由上元函约至2元函约于使用递归规则生成的比元                  |
| 函数1定处了:                                      |
| [ (n,, nk, 0) = def g(n,, nk)                |
| L(n,, nk, n+1) = def f(n,,nk,n,l(n,,nk,n))   |
| 有限时间和核场等有算出                                  |

1101C-08 201412·2500



| 从算子, 万复片11 元函数消费及根存在杂片,对任意内,…,加存在文使 g(n,…,nk,x)=0。应用从算子可生成的函数与完义为;   |       |               |                  |   |
|--|-------|---------------|------------------|---|
| g(n,…,ne,x)=0。应用以算3于g生成的函数分完义为:<br>  | 川等3:5 | 文 KH 元函数港     | 为及1根存在分4         | .对任意n,,nk存在x使                             |
| 通归函表》:三丁基本函数以及由它们经有限次应用三条规则生成的函数分析为(一般)通归函数,不要求限存在有特的应用从算3生成的标为 阿尔尔斯·奇尔马通归函数及,不要求限存在有特的应用从算3生成 的标识的一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个一个  |       |               |                  |   |
| 函数分析为(一般)递归函数、不用从算子生成的标为<br>「原文的递归函数、不要求根存在有生的证用从算子生成<br>的标为音节分通归函数<br>若比元关系限的生针正函数 CR(M,一,M) = { 1, (M,一,M) e R<br>若比元关系限的生针正函数 CR(M,一,M) = { 0, otherwise 是通归函数,<br>原M R 为递归关系,一元递归关系和为逾归集<br>下价有递归函数 及逐归关系是 KN 可表示的<br>下价有 KN 可表示的 函数 (关系)是逐归函法 (关系)<br>Grodel (编码: 将下价公式和公式序列 映身物自然,数 (唯一) |       | f(n, ", nx)=1 | min{xlg(n,,ne    | (x) = 0                                   |
| 原始為国函数、不要求根存在行作的应用从算马生成的标为音节的通用函数、 有的标为音节的通用函数(Re(Mi,-, Me)={0, otherwise 是通用函数, MR为通用关系,一元通归关系标为通归集  事价有通归函数及通归关系是从可表示的  事价有,从可表示的函数(关系)是通归函数(关系)  Grodel编码:特产所有公式和公式序列、映身物自然数(唯一)  | 通归函数  | :三个基本函数       | 以及由它门经有          | 限次应用三条规则生成的                               |
| 原始為国函数、不要求根存在行作的应用从算马生成的标为音节的通用函数、 有的标为音节的通用函数(Re(Mi,-, Me)={0, otherwise 是通用函数, MR为通用关系,一元通归关系标为通归集  事价有通归函数及通归关系是从可表示的  事价有,从可表示的函数(关系)是通归函数(关系)  Grodel编码:特产所有公式和公式序列、映身物自然数(唯一)  |       | 函数初为(一        | 般)递归函数           | 不用业等多生成的和为                                |
| 的标为部分通用函数<br>若比元关系很的特征函数(Q(M,一, M)) = { 1, (M,, ME) \in R<br>老此元关系很的特征函数(Q(M,, ME)) = { 0, otherwise 是通归函数,<br>MR为通归关系,一元递归关系术为通归集<br>产价有递归函数(及递归关系是 KN可表示的)<br>产价有 KN可表示的)函数(关系)是通归函法(关系)<br>Grodel分流码: 将产所有公式和公式序列。此身的自然类似了一)  |       |               |                  |   |
| 若比元关系R的华年正函数CR(NI、TONE)= { 1, (NI、TONE) ER 0, otherwise 是通归函数, MR PN通归及系, 一元递归及系标为通归集 下价有递归函数及逐归关系是从间表标的 下价有以间表示的函数(关系)是通归函数(关系) Grodel 编码: 特所有公式和公式序列 映身物自然数(第一)  |       | 的称为部          | 分逐归函数            | •   |
| MR为海归关系,一元递归关系标为逾归集 下竹有递归函数及逐归关系是以可表示的 下竹有以可表示的函数(关系)是逐归函数(关系) Godel(编码:将所有公式和公式序列)映集的自然数(第一)  | 若比元头孙 | R的特征函数(       | R(M1, -, Mk) = 0 | (N.,-;NE) ER<br>Otherwise 是通用函数,          |
| 下竹有遂归函数及遂归关系是从何表示的<br>下竹有以可表示的函数(关系)是遂归亟治(关系)<br>Grodel编码:将所有公式和公式序列映身构自然数(第一)   |       |               |                  | N. C. |
| F所有KV可表示的函数(关系)是通归函法(关系) Grodel编码:将所有公式和公式序列映射的自然类(明章一)  |       |               |                  |   |
| Godel须加码: 对每所有公式有心式序列 映身的自然,类如了一)  | •     |               |                  | 以(美乔)                                     |
|  |       |               | ,                |   |
|  |       |               |                  |   |
|  |       |               |                  | 14.                                       |
|  |       |               |                  |   |
|  | 1 1   |               |                  | 14/4                                      |
|  | d)    |               |                  | - 26                                      |
|  |       |               |                  |   |
|  | - 4   |               | e grade en en el |   |
|  |       |               |                  |   |

1101C-08 201412·2500

