

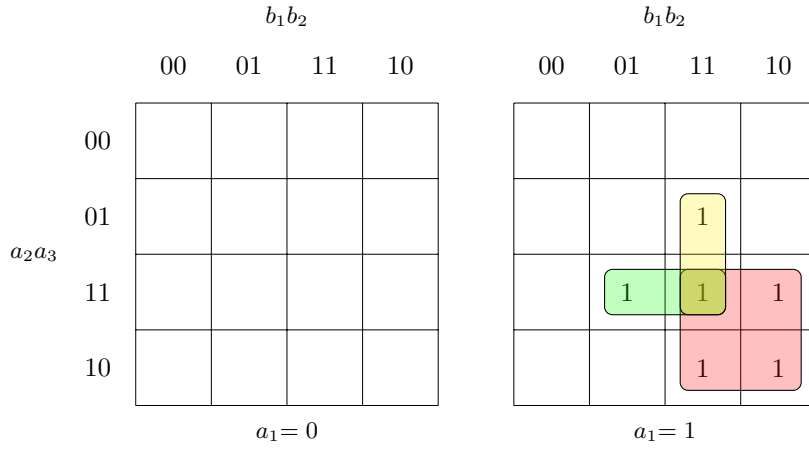
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = A + B$ (C — 4 бита, A — 3 бита, B — 2 бита).

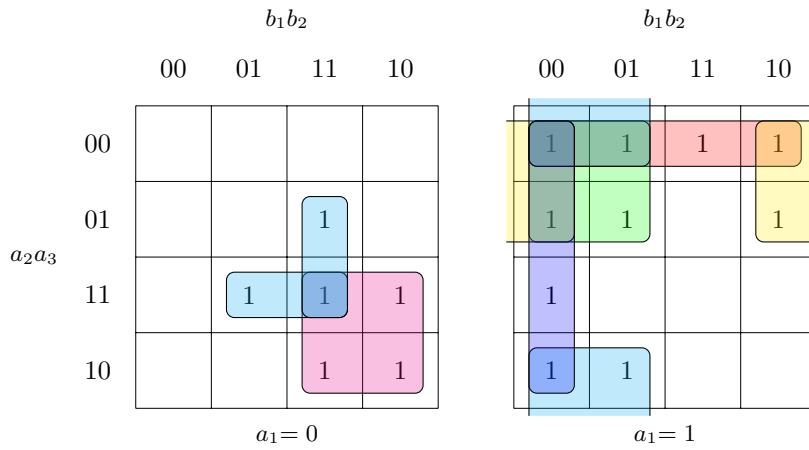
Таблица истинности

№	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	c_1	c_2	c_3	c_4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	1	0	0	1	0
6	0	0	1	1	0	0	0	1	1
7	0	0	1	1	1	0	1	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	1	0
9	0	1	0	0	1	0	0	1	1
10	0	1	0	1	0	0	1	0	0
11	0	1	0	1	1	0	1	0	1
12	0	1	1	0	0	0	0	1	1
13	0	1	1	0	1	0	1	0	0
14	0	1	1	1	0	0	1	0	1
15	0	1	1	1	1	0	1	1	0
16	1	0	0	0	0	0	1	0	0
17	1	0	0	0	1	0	1	0	1
18	1	0	0	1	0	0	1	1	0
19	1	0	0	1	1	0	1	1	1
20	1	0	1	0	0	0	1	0	1
21	1	0	1	0	1	0	1	1	0
22	1	0	1	1	0	0	1	1	1
23	1	0	1	1	1	1	0	0	0
24	1	1	0	0	0	0	1	1	0
25	1	1	0	0	1	0	1	1	1
26	1	1	0	1	0	1	0	0	0
27	1	1	0	1	1	1	0	0	1
28	1	1	1	0	0	0	1	1	1
29	1	1	1	0	1	1	0	0	0
30	1	1	1	1	0	1	0	0	1
31	1	1	1	1	1	1	0	1	0

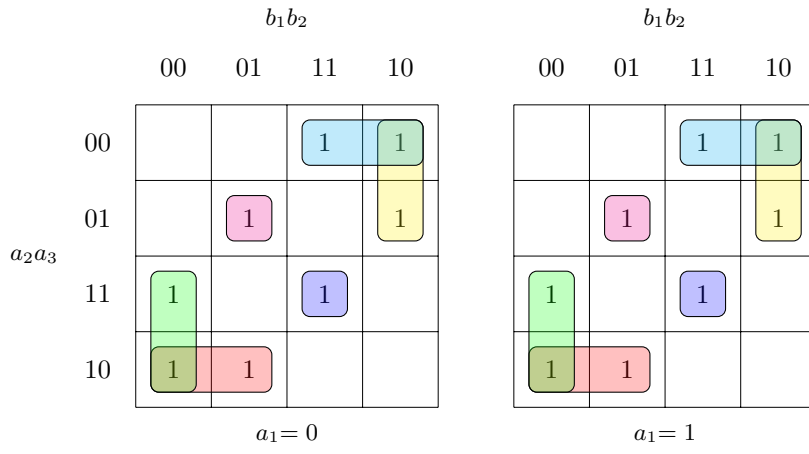
Минимизация булевых функций на картах Карно



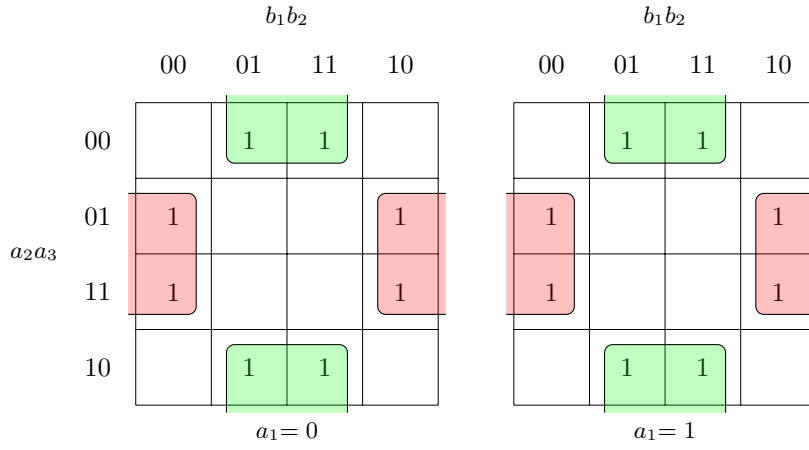
$$c_1 = a_1 a_2 b_1 \vee a_1 a_2 a_3 b_2 \vee a_1 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 14)$$



$$c_2 = a_1 \overline{a_2} \overline{a_3} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_1} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_2} \vee a_1 \overline{a_3} \overline{b_1} \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 \vee \overline{a_1} a_2 a_3 b_2 \vee \overline{a_1} a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 34)$$



$$c_3 = a_2 \overline{a_3} \overline{b_1} \vee a_2 \overline{b_1} \overline{b_2} \vee \overline{a_2} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{a_2} \overline{a_3} b_1 \vee a_2 a_3 b_1 b_2 \vee \overline{a_2} a_3 \overline{b_1} b_2 \quad (S_Q = 26)$$



$$c_4 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 \quad (S_Q = 6)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases}
 c_1 = a_1 a_2 b_1 \vee a_1 a_2 a_3 b_2 \vee a_1 a_3 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 14) \\
 c_2 = a_1 \overline{a_2} \overline{a_3} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_1} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_2} \vee a_1 \overline{a_3} \overline{b_1} \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 \vee \overline{a_1} a_2 a_3 b_2 \vee \\
 \vee \overline{a_1} a_3 b_1 b_2 & (S_Q^{c_2} = 34) \\
 c_3 = a_2 \overline{a_3} \overline{b_1} \vee a_2 \overline{b_1} \overline{b_2} \vee \overline{a_2} b_1 \overline{b_2} \vee \overline{a_2} \overline{a_3} b_1 \vee a_2 a_3 b_1 b_2 \vee \overline{a_2} a_3 \overline{b_1} b_2 & (S_Q^{c_3} = 26) \\
 c_4 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_4} = 6)
 \end{cases}$$

$(S_Q = 80)$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases}
 c_1 = a_1 a_3 b_2 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_1} = 11) \\
 c_2 = a_1 \overline{b_1} (\overline{a_3} \vee \overline{b_2}) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} a_2 b_1 \vee \overline{a_1} a_3 b_2 (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{c_2} = 24) \\
 c_3 = (\overline{a_3} \vee \overline{b_2}) (a_2 \overline{b_1} \vee \overline{a_2} b_1) \vee a_2 a_3 b_1 b_2 \vee \overline{a_2} a_3 \overline{b_1} b_2 & (S_Q^{c_3} = 21) \\
 c_4 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_4} = 6)
 \end{cases}$$

$(S_Q = 62)$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned}
 \varphi_0 &= a_3 b_2, \quad \overline{\varphi_0} = \overline{a_3} \vee \overline{b_2} \\
 \begin{cases}
 \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\
 c_1 = \varphi_0 a_1 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_1} = 10) \\
 c_2 = \varphi_0 \overline{a_1} (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\
 c_3 = \overline{\varphi_0} (a_2 \overline{b_1} \vee \overline{a_2} b_1) \vee \varphi_0 a_2 b_1 \vee \varphi_0 \overline{a_2} \overline{b_1} & (S_Q^{c_3} = 17) \\
 c_4 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_4} = 6)
 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$(S_Q = 56)$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= \varphi_0 (a_2 \vee b_1) \\
 \begin{cases}
 \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\
 c_3 = \overline{\varphi_0} (a_2 \overline{b_1} \vee \overline{a_2} b_1) \vee \varphi_0 a_2 b_1 \vee \varphi_0 \overline{a_2} \overline{b_1} & (S_Q^{c_3} = 17) \\
 c_4 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_4} = 6) \\
 \varphi_1 = \varphi_0 (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\
 c_1 = \varphi_1 a_1 \vee a_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_1} = 7) \\
 c_2 = \varphi_1 \overline{a_1} \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 17)
 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$(S_Q = 54)$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases}
 \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\
 c_3 = \overline{\varphi_0} (a_2 \overline{b_1} \vee \overline{a_2} b_1) \vee \varphi_0 (a_2 b_1 \vee \overline{a_2} \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 18) \\
 c_4 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_4} = 6) \\
 \varphi_1 = \varphi_0 (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\
 c_1 = a_1 (\varphi_1 \vee a_2 b_1) & (S_Q^{c_1} = 6) \\
 c_2 = \overline{a_1} (\varphi_1 \vee a_2 b_1) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} & (S_Q^{c_2} = 17)
 \end{cases}$$

$(S_Q = 54)$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = a_2 b_1$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = a_2 b_1 & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_3 = \varphi_0 (\varphi_2 \vee \overline{a_2} \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} (a_2 \overline{b_1} \vee \overline{a_2} b_1) & (S_Q^{c_3} = 16) \\ c_4 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_4} = 6) \\ \varphi_1 = \varphi_0 (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ c_1 = a_1 (\varphi_1 \vee \varphi_2) & (S_Q^{c_1} = 4) \\ c_2 = \overline{a_1} (\varphi_1 \vee \varphi_2) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} & (S_Q^{c_2} = 15) \\ & (S_Q = 50) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \varphi_1 \vee \varphi_2$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = a_2 b_1 & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_3 = \varphi_0 (\varphi_2 \vee \overline{a_2} \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} (a_2 \overline{b_1} \vee \overline{a_2} b_1) & (S_Q^{c_3} = 16) \\ c_4 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_4} = 6) \\ \varphi_1 = \varphi_0 (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ \varphi_3 = \varphi_1 \vee \varphi_2 & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ c_1 = \varphi_3 a_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = \varphi_3 \overline{a_1} \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} & (S_Q^{c_2} = 13) \\ & (S_Q = 48) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_4 = \overline{a_2} \overline{b_1}, \quad \overline{\varphi_4} = a_2 \vee b_1$$

$$\begin{cases} \varphi_4 = \overline{a_2} \overline{b_1} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ \varphi_2 = a_2 b_1 & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_3 = \varphi_0 (\varphi_2 \vee \varphi_4) \vee \overline{\varphi_0} (a_2 \overline{b_1} \vee \overline{a_2} b_1) & (S_Q^{c_3} = 14) \\ c_4 = a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 & (S_Q^{c_4} = 6) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \overline{\varphi_4} & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_3 = \varphi_1 \vee \varphi_2 & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ c_1 = \varphi_3 a_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ c_2 = \varphi_3 \overline{a_1} \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee \overline{\varphi_0} a_1 \overline{b_1} & (S_Q^{c_2} = 13) \\ & (S_Q = 47) \end{cases}$$

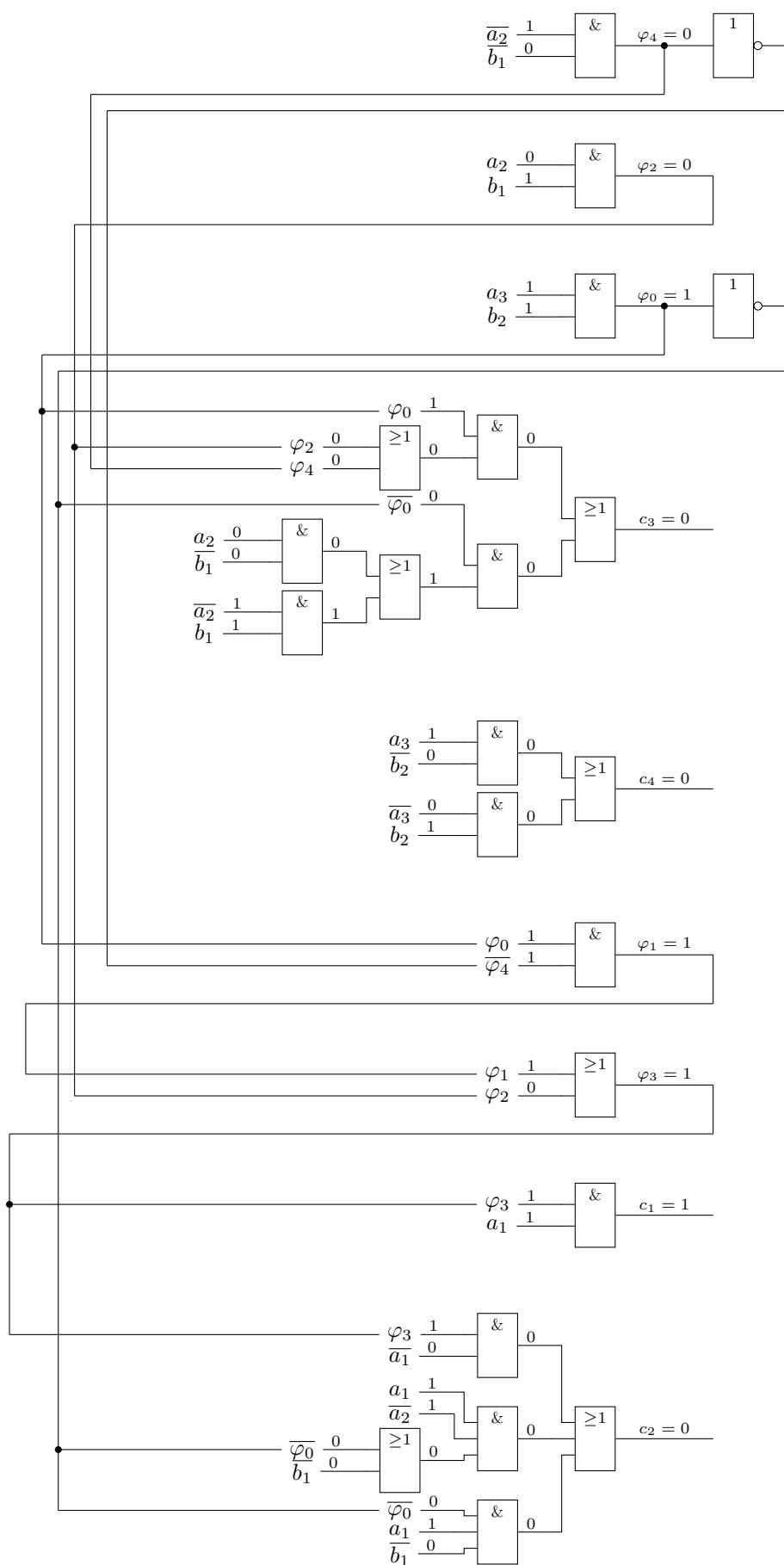
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 1, b_1 = 1, b_2 = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 1, c_2 = 0, c_3 = 0, c_4 = 0$$



Цена схемы: $S_Q = 47$. Задержка схемы: $T = 6\tau$.