Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и технологий

Высшая школа программной инженерии

Отчет по лабораторной работе

Вариант 11. Интерполяция функции и вычисление интеграла

посредством QUANC8

Выполнил студент гр. в3530904/00022 <подпись > В.Я. Копылов

Руководитель

доцент, к.ф.- м.н. <подпись> С.П. Воскобойников

Санкт-Петербург

2021г.

Оглавление

Условия задачи

Для функции $f(x) = 1/(1+x)$ по узлам $x_k = 0.1k$ $(k=0,1,\dots10)$ построить полином Лагранжа $L(x)$ 10-й степени и сплайн-функцию $S(x)$. Вычислить значения всех трех функций в точках $y_k = 0.05 + 0.1k$ $(k=0,1,\dots9)$. Результаты отобразить графически.

Используя программу **QUANC8**, вычислить два интеграла:

$\int_2^5 (\mathrm{abs}(x - \mathrm{tg}(x)))^m dx$, для $m = -1$ и для $m = -0.5$.

Рисунок 1. Условие задачи

Исходный код

main.f90:

```
program lab1_DECOMP_SOLVE

    use Environment
    use Group_Process

    ! Важные перменные для интерполяции
    real(R_)     :: xk(11), yk(11), zk(10)
    ! Важные переменные для интегрирования
    real(R_)     :: A, B, ABSERR, RELERR, RESULT, ERREST, FLAG
    integer(I_) :: NOFUN=0

    ! Для циклов, ввода-вывода и прочего
    integer(I_)                     :: i = 0, Out = 1
    character(:),    allocatable :: template, output_file,
format

    ! Создания x, y значений для функции f(x)
    do i=1, 11
        xk(i) = real(0.1, R_) * (i - 1)
        yk(i) = fx(xk(i))
    end do

    ! Создания значений z для проверки всех функций
    do i=1, 10
        zk(i) = real(0.05, R_) + 0.1 * (i - 1)
    end do

    ! Запись всех параметров в файл
    output_file = "interpolation.txt"
    open (file=output_file, newunit=Out, position="append")
        write(Out, "(a)") "Таблица значений функций:"
        write(Out, "(a)") "1: f(x): 1/(1+x)"
        write(Out, "(a)") "2: Полинома Лагранажа 10 степени
L(x)"
        write(Out, "(a)") "3: Кубического сплайна S(x)"
        write(Out, "(a)") "4: Отклонение L(x) от f(x)"
        write(Out, "(a)") "5: Отклонение S(x) от f(x)"
        write(Out, "(a)") "для аргумента z: 0.05 + 0.1 * k,
k=0,1,..,9"
        write(Out, "(a)")
"==============================================================
==========&
               ===================================="
        write(Out, "(a3, 6(a3, a14))") "#", " | ", "z", " | ",
"f(x)", " | ", "L(x)", " | ",&
```

```
               "S(x)", " | ", "ABS(f(x)-L(x))", " | ",
"ABS(f(x)-S(x))"

       write(Out, "(a)")
"-------------------------------------------------------------
----------&
               -----------------------------------"

       format = "(i3, 6(4(a3, 1f14.7), 2(a3, 1e14.7)))"
       do i=1, 10
           write(Out, format) i - 1, " | ",&
                   zk(i), " | ",&
                   fx(zk(i)), " | ",&
                   L_poly10(zk(i), xk, yk), " | ",&
                   Sx(zk(i), xk, yk), " | ", &
                   abs((fx(zk(i)) - L_poly10(zk(i), xk, yk))),
" | ", &
                   abs((fx(zk(i)) - Sx(zk(i), xk, yk)))
       end do
   close(Out)


   ! вычисление двух интегралов и запись их в файл
   output_file = "integral.txt"
   open (file=output_file, newunit=Out, position="append")
       write(Out, "(a)") "Вычисление интеграла с границами
2..5,"
       write(Out, "(a)") "с подинтегральной функцией
(abs(x-tan(x))) ** m, m: -1, -0.5"
       write(Out, "(a)") "ABSERR и RELERR = 10**(-6)"
       write(Out, "(a)") "==========================="

       ! вычисление для m=-1
       A = 2
       B = 5
       ABSERR = 1.E-06
       RELERR = 1.E-06
       call QUANC8(integralFunc1, A, B, ABSERR, RELERR,
RESULT, ERREST, NOFUN, FLAG)

       write(Out, "(a)") " "
       write(Out, "(a)") "m = -1"
       format = "(a10, e14.7/, a10, e14.7/, a10, i14/, a10,
f14.3)"
       write(Out, format) "Result: ", RESULT, &
               "Errest: ", ERREST, &
               "NOFUN: ", NOFUN, &
               "FLAG: ", FLAG
```

```fortran
        ! вычисление для m=-0.5
        A = 2
        B = 5
        ABSERR = 1.E-06
        RELERR = 1.E-06
        call QUANC8(integralFunc2, A, B, ABSERR, RELERR,
RESULT, ERREST, NOFUN, FLAG)

        write(Out, "(a)") " "
        write(Out, "(a)") "m = -0.5"
        format = "(a10, e14.7/, a10, e14.7/, a10, i14/, a10,
f14.3)"
        write(Out, format) "Result: ", RESULT, &
                "Errest: ", ERREST, &
                "NOFUN: ", NOFUN, &
                "FLAG: ", FLAG
    close(Out)

contains
    ! подинтегральная функция m = -1
    real(R_) function integralFunc1(x)
        ! Параметры
        real(R_)     :: x
        ! Переменные
        real(R_)     :: m = -1.0

        integralFunc1 = (abs(x - tan(x))) ** m
        return
    end function integralFunc1

    ! подинтегральная функция m = -0.5
    real(R_) function integralFunc2(x)
        ! Параметры
        real(R_)     :: x
        ! Переменные
        real(R_)     :: m = -0.5

        integralFunc2 = (abs(x - tan(x))) ** m
        return
    end function integralFunc2
end program lab1_DECOMP_SOLVE
```

group_process.f90:

```
module Group_Process
   use Environment

contains
   ! функция f(x)
   real(R_) function fx(x)
       ! Параметры
       real(R_) x

       fx = 1 / (1 + x)
       return
   end function fx

   ! Функция полинома Лагранжа 10 степени
   real(R_) function L_poly10(dot, xk, yk)
       ! Параметры
       real(R_)    :: dot, xk(11), yk(11)
       ! Локальные переменные
       integer(I_) :: i, j
       real(R_)    :: basis_poly

       L_poly10 = 0
       do i=1, 11
           basis_poly = 1
           do j=1, 11
               if (i /= j) then
                   basis_poly = basis_poly * ((dot - xk(j)) /
(xk(i) - xk(j)))
               end if
           end do
           L_poly10 = L_poly10 + basis_poly * yk(i)
       end do
       return
   end function L_poly10

   ! сплайн
   real(R_) function Sx(dot, xk, yk)
       ! Параметры
       real(R_)    :: dot, xk(11), yk(11)
       ! Локальные переменные
       real(R_)    :: B(11)=0, C(11)=0, D(11)=0

       call SPLINE(11, xk, yk, B, C, D)
       Sx = SEVAL(11, dot, xk, yk, B, C, D)
   end function Sx

end module Group_Process
```

Вывод программы

Ввиду того, что в поставленной задачи решались две совершенно разные подзадачи (Интерполяция и интегрирование), было решение разделить вывод на два файла. Первый файл включает подзадачу интерполяции, второй - задачу интегрирования.

```
Таблица значений функций:
1: f(x): 1/(1+x)
2: Полинома Лагранажа 10 степени L(x)
3: Кубического сплайна S(x)
4: Отклонение L(x) от f(x)
5: Отклонение S(x) от f(x)
для аргумента z: 0.05 + 0.1 * k, k=0,1,..,9
==================================================================================================
  # |            z |         f(x) |         L(x) |         S(x) | ABS(f(x)-L(x)) | ABS(f(x)-S(x))
--------------------------------------------------------------------------------------------------
  0 |    0.0500000 |    0.9523810 |    0.9523814 |    0.9524270 |  0.3576279E-06 |  0.4595518E-04
  1 |    0.1500000 |    0.8695652 |    0.8695647 |    0.8695487 |  0.5364418E-06 |  0.1657009E-04
  2 |    0.2500000 |    0.8000000 |    0.8000000 |    0.8000017 |  0.0000000E+00 |  0.1668930E-05
  3 |    0.3500000 |    0.7407407 |    0.7407407 |    0.7407385 |  0.5960464E-07 |  0.2264977E-05
  4 |    0.4500000 |    0.6896551 |    0.6896551 |    0.6896545 |  0.0000000E+00 |  0.6556511E-06
  5 |    0.5500000 |    0.6451613 |    0.6451614 |    0.6451606 |  0.1192093E-06 |  0.7748604E-06
  6 |    0.6500000 |    0.6060606 |    0.6060607 |    0.6060600 |  0.1192093E-06 |  0.5364418E-06
  7 |    0.7500000 |    0.5714286 |    0.5714285 |    0.5714285 |  0.5960464E-07 |  0.1192093E-06
  8 |    0.8500000 |    0.5405405 |    0.5405409 |    0.5405393 |  0.4172325E-06 |  0.1251698E-05
  9 |    0.9500000 |    0.5128205 |    0.5128200 |    0.5128239 |  0.4768372E-06 |  0.3457069E-05
```

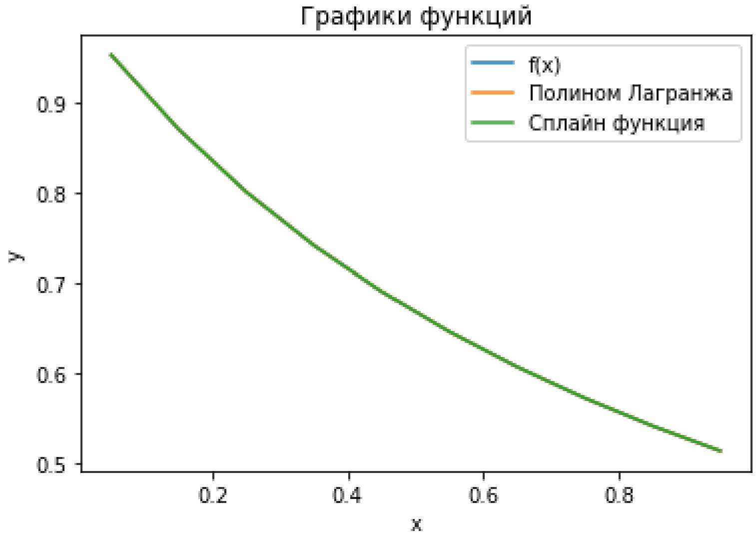
Рисунок 2. Файл interpolation.txt

```
Вычисление интеграла с границами 2..5,
с подинтегральной функцией (abs(x-tan(x))) ** m, m: -1, -0.5
ABSERR и RELERR = 10**(-6)
==========================

m = -1
  Result:  0.1999791E+01
  Errest:  0.1237040E-03
   NOFUN:           3921
    FLAG:         69.169

m = -0.5
  Result:  0.1767607E+01
  Errest:  0.2952142E-05
   NOFUN:           3921
    FLAG:         71.169
```

Рисунок 3. Файл integral.txt

Вывод для подзадачи интерполяции:

Сперва отобразим графики функций:



Из такого графика видно, что функции практически идентичны, по крайней мере заметить отличия на графиках довольно тяжело.

Из таблицы результатов видно, что сплайн функция постоянно отстает в точности на 1 или 2 порядка экспоненты. Из этого можно сделать вывод, **что на практике считать полиномы высоких степеней не так выгодно, как использовать сплайн-функции для интерпретации функции.** Т.е. сложность вычисления полинома Лагранжа гораздо выше, чем сложность вычисления сплайн-функции, при не сильно больших потерях точности.

Вывод для подзадачи интегрирования:

При интегрировании подынтегральной функции при помощи QUANC8 с разными степенными параметрами m было замечено, что:

1) Ни один из интегралов не был вычислен для заданной границы с заданной точности (значение FLAG не равнялось 0)
2) оценка величины ошибки была больше при m=-1, нежели при m=-0.5
3) для m=-1 количество интервалов, для которых не было сходимости **было меньше**, нежели для 0.5
4) При увеличении относительной и абсолютной ошибки достаточно 0.1E-03 для решения, которое бы подходило заданным условиям (FLAG равняется 0). Но в таком случае мы достаточно сильно теряем в истинности результатов, т.е. точность вычислений составит лишь 3 знака после запятой.