2017 通院线性代数 A 校考

一、填空题（每题 2 分，共 20 分）

1. 已知 4 阶行列式 D 的第 2 行元素分别是-1，0，2，1，第 4 行元素的代数余子式分别是 5，10，a，3，则 $a=$________。
2. 若 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}^2$-2$\boldsymbol{A}$-4$\boldsymbol{E}$=$\boldsymbol{O}$，则 $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E})^{-1}=$____________。
3. 设 4 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式为-2，则 $\left|\boldsymbol{A}^*\right|=$__________。
4. 设 $\boldsymbol{A}$ 是 5×4 矩阵，$\boldsymbol{B}$ 是 4×5 矩阵，则 $|\boldsymbol{AB}|=$_________。
5. 已知非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有唯一解，则其导出组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的解的情况为_________。
6. 向量空间 $V_1=\{(0,x_2,x_3,\ldots,x_n)^T \mid x_i\in R\}$ 的维数为___________。
7. 设向量组 α_1, α_2, α_3 线性无关，且向量组 α_1, α_2, α_3, α_4 线性相关，则 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的秩为__________。
8. 若向量 α 与 β 正交，则 $\alpha^T\beta$=__________。
9. 已知 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值分别为 1，-2，3，则 $|\boldsymbol{A}|=$__________。
10. 正交矩阵 $\boldsymbol{A}$ 指的是满足条件_____________的矩阵。

二、计算题（每题 8 分，共 40 分）

1. 设行列式 $D=\begin{vmatrix}1&4&0&1\\2&2&2&2\\0&5&0&0\\-3&-1&1&-1\end{vmatrix}$，求（1）D；（2）$A_{31}+A_{32}+A_{33}+A_{34}$.
2. 解矩阵方程 $\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&2&0\\1&-1&2\end{pmatrix}\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\\1&-2\end{pmatrix}+\boldsymbol{X}$
3. 设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&2&3\\-2&0&2\\-3&t&3\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}$ 为秩为 1 的 3×4 矩阵，若 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$，试求 t.

4. 求齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0 \\ 2x_1-x_2-4x_3=0 \\ 4x_1+3x_2+2x_3=0 \end{cases}$的通解，并写出其基础解系

5. 已知 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值分别为 1、2、-1，试求$\left|\boldsymbol{A}^*+\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{E}\right|$。

三、(10 分) 设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$，试求它的列向量组的最大线性无关组，并把不属于最大无关组的列向量用该最大无关组线性表示。

四、(10 分) 设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶方阵，三个特征值分别为 $\lambda_1=1$，$\lambda_2=-1$，$\lambda_3=2$，相应的三个特征向量分别为 $\boldsymbol{p}_1=(1\ 0\ 0)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{p}_2=(1\ 1\ 1)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{p}_3=(1\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$，求矩阵 $\boldsymbol{A}$.

五、(10 分) 已知 R^3 中的两个向量$\alpha=(1,2,0)^T,\beta=(2,0,2)^T$，求与 α 和 β 都正交的单位向量.

六、(10 分) 设实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=3x_1^{\ 2}+3x_2^{\ 2}-x_3^{\ 2}-2x_1x_2$

(1) 试写出该二次型的矩阵；

(2) 用正交线性变换化该二次型为标准形（无需写出变换过程），并写出其规范形；

(3) 求该二次型的秩、正惯性指数，并判断是否为正定二次型。