线　订　装

西安邮电大学试题卷标准答案专用纸

西安邮电大学 2023----2024 学年第 1 学期试题卷

标准答案

课程：工程线性代数　类型：A 卷　专业、年级：安全、对抗、网安、密码 2023 级

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分	30	40	10	10	10					100

一、填空题（每题 3 分，共 10 题，总分 30 分）

1. 0 或者 4；　2. 3；　3. 2；　4. 2；　5. 相关；
6. 1；　7. 3；　8. 2；　9. 2；　10. 2

二、计算题（每题 8 分，共 5 题，总分 40 分，需要写清解题步骤）

1. $D=\begin{vmatrix}1&-1&1&x-1\\1&-1&x+1&-1\\1&x-1&1&-1\\x+1&-1&1&-1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&-1&1&x-1\\0&0&x&-x\\0&x&0&-x\\x&0&0&-x\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&-1&1&x\\0&0&x&0\\0&x&0&0\\x&0&0&0\end{vmatrix}=x^4$　（8 分）

2. $AB=\begin{pmatrix}-1&5\\-1&-3\end{pmatrix},|AB|=3+5=8$　（4 分）

$BA=\begin{pmatrix}1&4&-1\\-1&-2&-1\\0&3&-3\end{pmatrix},|BA|=0$，也可只说明 ***BA*** 的秩不超过 2，因此其行列式为 0　（4 分）

3. $AX-A^2=3X-9E\Rightarrow(A-3E)X=A^2-9E=(A-3E)(A+3E)$　（2 分）

$|A\text{-}3E|=\begin{vmatrix}-1&1&0\\0&-2&2\\2&2&-1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-1&1&0\\0&-2&2\\0&4&-1\end{vmatrix}=-(2-8)=6\neq0$，因此 A-3E 可逆。　（4 分）

$X=A+3E=\begin{pmatrix}5&1&0\\0&4&2\\2&2&5\end{pmatrix}$　（2 分）

4. $A(a_1,a_2,a_3)=(a_1,a_2,a_3)\begin{pmatrix}1&0&0\\2&3&1\\1&0&-3\end{pmatrix}=(a_1,a_2,a_3)P\Rightarrow(a_1,a_2,a_3)^{-1}A(a_1,a_2,a_3)=P$

A 与 P 相似，因此特征值相同。　（4 分）

$|P-\lambda E|=\begin{vmatrix}1-\lambda&0&0\\2&3-\lambda&1\\1&0&-3-\lambda\end{vmatrix}=(3-\lambda)\begin{vmatrix}1-\lambda&0\\1&-3-\lambda\end{vmatrix}=-(3-\lambda)(1-\lambda)(3+\lambda)$　（2 分）

因此特征值分别为：3, 1，-3　（2 分）

5. $Ap=\begin{pmatrix}3&-2&0\\a&0&-1\\1&-2&b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\a-1\\b+1\end{pmatrix}=\lambda\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$　（4 分）

$\lambda=3,a=1,b=2$　（4 分）

三（10 分） 系数矩阵做初等行变换：$\begin{pmatrix}1&1&1&0\\1&0&2&3\\0&1&-1&3\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$　（5 分）

基础解系为$(-2, 1, 1, 0)^T$，通解为 $k(-2, 1, 1, 0)^T$　（5 分，不唯一）

四（10 分） $\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\1&1&1&0&2\\1&1&0&0&3\\1&0&0&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&0&0&-1&1\\0&0&-1&-1&2\\0&-1&-1&-1&3\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&1&1&-3\\0&0&1&1&-2\\0&0&0&1&-1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&4\\0&1&0&0&-1\\0&0&1&0&-1\\0&0&0&1&-1\end{pmatrix}$　（4 分）

可以看出前 4 列的秩为 4，因此 a_1，a_2，a_3，a_4 是四维实向量空间的一个基.　（3 分）

b 在该基下的坐标为(4, -1, -1, -1)　（3 分）

五（10 分） (1) 二次型矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&0&-2\\0&-2&3\end{pmatrix}$，求特征值得到-1,2,4　（3 分）

分别求解特征向量，并进行单位化，得到正交矩阵 $P=\begin{pmatrix}0&1&0\\\frac{2}{\sqrt5}&0&\frac{1}{\sqrt5}\\\frac{1}{\sqrt5}&0&-\frac{2}{\sqrt5}\end{pmatrix}$　（3 分）

正交线性变换 $x=Py$ 将其化为标准形：$-y_1^2+2y_2^2+4y_3^2$　（1 分）

(2) 秩为 3，正惯性指数为 2，不是正定二次型。　（3 分）

说明：1．标准答案务必正确无误。　2．将每道大题得分和总分填入得分栏中。