

得分：_____ 一、填空题（每空 3 分，共 30 分）

- 行列式 $\begin{vmatrix} x & 2 & -2 \\ 3 & 0 & x \\ x & x & -1 \end{vmatrix}$ 中 x^3 的系数是_____。
- 已知 \mathbf{A} 是 3×4 矩阵， \mathbf{B} 是 4×3 矩阵，则 $|\mathbf{BA}| =$ _____。
- 已知 4 阶方阵 \mathbf{A} 的秩为 3，则 \mathbf{A}^* 的秩为_____。
- 已知正交矩阵 $\mathbf{A} = (a_1, a_2, a_3)$ ，则 $a_2^T a_2 =$ _____。
- 设向量组 $\mathbf{A}: a_1, a_2, a_3$ 的秩为 2，向量组 $\mathbf{B}: a_1, a_2, a_4$ 的秩为 3，则向量_____一定可以由其它向量线性表示。
- 已知 3 阶方阵 \mathbf{A} 的特征值为 1, 2, 0，则 \mathbf{A} 的秩为_____。
- 已知 4 阶方阵 \mathbf{A} 的秩为 2，则方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ 的解空间的维数为_____。
- 已知 3 阶方阵 $\mathbf{A} = (a_1, a_2, a_3)$ 的秩为 2，且 $a_1 = a_2 + a_3$ ，则方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ 的通解为_____。
- 向量空间 $V = \{(0, x, y, z)^T \mid x, y, z \in \mathbb{R}\}$ 的基包含_____个向量。
- 设二次型 $f(x) = x^T \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -8 & 8 & 7 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} x$ ，则它对应的矩阵为_____。

得分：_____ 二、计算题（每题 8 分，共 40 分）

- 设 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ ，求 $|\mathbf{A}^{10}|$ 。
- 已知 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ，解矩阵方程 $\mathbf{A} + \mathbf{AX} = 2\mathbf{E}$ 。

得分：_____ 3. 设 \mathbf{A} 为 4 阶方阵，其行列式为 -2，求
(1) $|\mathbf{A}^*|$ ； (2) $|\mathbf{-A}|$ ； (3) $|\mathbf{A}^{-3}|$ ； (4) $|\mathbf{A}^* - \mathbf{A}^{-1}|$

得分：_____ 4. 已知向量 $\alpha = (1, 1, 0)^T, \beta = (0, 1, -1)^T$ ，求与它们都正交的单位向量。

得分：_____ 5. 已知 3 阶矩阵 \mathbf{A} 的特征值为 1, 2, 3，求 $|\mathbf{A}^2 - 2\mathbf{A}^* + 3\mathbf{E}|$ 。

得分：_____ 三、(10 分) 求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_4 = 4 \end{cases}$ 的通解。

得分：_____ 四、(10 分) 设矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & -6 & -2 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & 9 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ ，求矩阵 \mathbf{A} 的列向量组的一个最大无

关组，并把不属于最大无关组的列向量用最大无关组线性表示。

得分：_____ 五、(10 分) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_2x_3$ 。

- 写出该二次型对应的标准形和规范形（不用写出线性变换）；
- 求该二次型的秩及正惯性指数，并判断其是否为正定二次型。