

学号

姓名

专业班级

课程名称：线性代数 A

考核方式：（闭卷）

可使用计算器（否）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
评卷人										

得分：_____ 一、填空题（每题 2 分，共 20 分）

1. 若行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 5$ ，则 $\begin{vmatrix} 2a_{21} & a_{22}+a_{23} & a_{23} \\ 2a_{11} & a_{12}+a_{13} & a_{13} \\ 2a_{31} & a_{32}+a_{33} & a_{33} \end{vmatrix} =$ _____。
2. 已知 4 阶行列式的第 1 行元素分别为 3, 2, k , 4, 第 2 行元素的代数余子式分别为 5, -2, 3, 1, 则 $k=$ _____。
3. 行列式 $\begin{vmatrix} x & 2 & -2 \\ 3 & 0 & x \\ x & x & -1 \end{vmatrix}$ 中 x^2 的系数是_____。
4. 已知 3 阶矩阵 A 的秩为 2, P 是初等矩阵, 则 $|PA|=$ _____。
5. 已知正交矩阵 $A=(a_1, a_2, a_3)$, 则 $a_1^T a_2 =$ _____。
6. 已知 $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ 是 3 维实向量空间的标准正交基, 向量 γ 在该基下的坐标为 (1, 2, 3), 则 $\varepsilon_2^T \gamma =$ _____。
7. 设向量组 $A=(a_1, a_2, a_3)$ 的秩为 2, 而向量组 $B=(a_1, a_2, a_4)$ 的秩为 3, 则向量_____一定可以由其它向量线性表示。

8. 已知 3 阶方阵 A 的特征值为 1, 2, 0, 则 A 的秩为_____。
9. 已知 p_1, p_2 是对称矩阵 A 的两个不同的特征值对应的特征向量, 那么 p_1 和 p_2 的内积为_____。

10. 设二次型 $f(x) = x^T \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 8 & 2 & 7 \\ 10 & 1 & 3 \end{pmatrix} x$, 则它对应的矩阵为_____。

得分：_____ 二、计算题（每题 8 分，共 48 分）

得分：_____ 1. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, 求 $|AB|$ 。

得分：_____ 2. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, 求 $|A^{10}|$ 。

学号	<p>得分：_____ 3. 已知 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$，解矩阵方程 $A + AX = 2E$.</p>	<p>得分：_____ 5. 已知 3 阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, 3，求 $A^2 - 2A^* + 3E$.</p>
	<p>得分：_____ 4. 已知 B 为 3 阶矩阵，3 维列向量组 (a_1, a_2, a_3) 的秩为 3，且有 $Ba_1 = a_2 + a_3$， $Ba_2 = 2a_1 + a_3$，$Ba_3 = a_1 + a_2 + a_3$.</p> <p>(1) 求矩阵 P，满足 $B(a_1, a_2, a_3) = (a_1, a_2, a_3)P$</p> <p>(2) 求 B.</p>	<p>得分：_____ 6. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$，求 A^{2019}.</p>

学号

姓名

专业班级

得分：_____ 三、(10 分) 求非齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$
 的通解.

得分：_____ 四、(10 分) 已知向量组 $a_1 = (1, 1, 0, -1), a_2 = (-1, 0, 1, 0), a_3 = (0, 1, 1, 0), a_4 = (1, 1, -1, 1)$ 和向量 $b = (1, 2, 3, 4)$.

(1) 验证 a_1, a_2, a_3, a_4 是四维实向量空间的一个基。

(2) 求 b 在该基下的坐标。

得分：_____ 五、(12 分) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_2x_3$.

(1) 用正交线性变换将其化为标准形，并写出正交线性变换；

(2) 求该二次型的秩及正惯性指数，并判断其是否为正定二次型。