2017 通院线性代数 A 院考

一、填空题（每空 3 分，共计 15 分）

1、矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 3 \end{pmatrix}$，求 $\left|2A^T\right|=$________________

2、计算排列 4 6 1 5 2 3 的逆序数 ________________

3、矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，求 $(A^*)^{-1}=$________________

4、矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \end{pmatrix}$，求 $R(A)=$________________

5 、 求 五 元 齐 次 方 程 组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3-2x_5=0 \\ x_2+x_3-3x_4+x_5=0 \end{cases}$ 解 空 间 的 秩

Rs=________________

二、计算题（每题 6 分，共计 30 分）

1.设$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$，求$(AB)^T$

2.利用矩阵的初等变换，求方阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$的逆阵$A^{-1}$

3.设 $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$，求$\left|A^8\right|$。

4. 向量 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是 R^3 的一组基，且 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,k)^T,\boldsymbol{\alpha}_2=(-2,2k,-2)^T,\boldsymbol{\alpha}_3=(3k,-3,3)^T$,求解$k$应满足的条件。

5.设矩阵 **B** 满足 $AB-A^2=3B-9E$，其中 $A=\begin{pmatrix}1&-3&1\\0&2&-1\\0&0&4\end{pmatrix}$，求 **B**；

三、（8 分）设 $D=\begin{vmatrix}1&1&2&4\\1&2&0&2\\10&5&2&0\\0&1&1&7\end{vmatrix}$，D 的(i,j)元的代数余子式记作 A_{ij}，余子式记作 M_{ij}，求：$A_{31}+3A_{32}-2A_{33}+2A_{34}$；2）$M_{11}-M_{21}-2M_{41}$

四、（**8** 分）设二次型 $f=x_1^2+3x_2^2+9x_3^2-2x_1x_2+4x_1x_3$

1. 写出此二次型的矩阵 ***A***，并用矩阵形式表示 f；

2. 判断此二次型是否为正定二次型.

五、（**8** 分）用基础解系表示下列方程组的通解：$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=1,\\3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=0,\\x_2+2x_3+2x_4+6x_5=3,\\5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=2.\end{cases}$

六、（8 分）利用初等行变换求下列向量组的**秩**和**一个最大无关组**，并把**其余向量**用最大无关组**线性表示**.

$\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\2\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}1\\2\\0\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix}2\\1\\3\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_4=\begin{pmatrix}2\\5\\-1\\4\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_5=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\\-1\end{pmatrix}$

七、（**9** 分）使用施密特方法将下列向量组正交化，再标准化：

$(a_1,a_2,a_3)=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&4\\1&3&9\end{pmatrix}$

八、（**14** 分）方阵 $A=\begin{pmatrix}2&-1&2\\5&-3&3\\-1&0&-2\end{pmatrix}$ 1. 求 A 的全部特征值和特征向量.

2. 判断 A 是否能对角化，若能写出可逆矩阵 P 以及对角矩阵 Λ，使得 $P^{-1}AP=\Lambda$.