

学号

姓名

专业班级

得分：_____ 一、填空题（每空 2 分，共 30 分）

1. 排列 $13\cdots(2n-1)24\cdots(2n)$ 的逆序数为_____。
2. 行列式 $\begin{vmatrix} 3 & x & -2 \\ 3 & 0 & 2x \\ x & -x & -1 \end{vmatrix}$ 中 x^3 的系数是_____。
3. 设 a 是一个 3 维非零列向量，则方阵 aa^T 是一个_____阶方阵，它的秩为_____。
4. 设 A 为 4 阶方阵，若线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系中只有 2 个向量，则 A 的伴随矩阵 A^* 的秩为_____。
5. 已知正交矩阵 $A=(a_1,a_2,a_3)$ ，则 $\|a_1\|$ =_____。
6. 设向量组 $A:a_1,a_2,a_3$ 的秩为 3，向量组 $B:a_1,a_2,a_4$ 的秩为 2，则向量_____一定可以由其它向量线性表示。
7. 设 3 维向量 $a_1=a_2+2a_3$ ，且 a_2 和 a_3 是不共线的非零向量，则方阵 $A=(a_1,a_2,a_3)$ 的行列式为_____。
8. 设 a_1,a_2,a_3,a_4 均是 3 维向量，那它们一定线性_____。（填相关或者无关）
9. 已知 3 阶方阵 A 的特征值为 $1,2,k$ ，且 $|-2A|=-32$ ，则 k =_____。
10. 设 2 是方阵 A 的一个特征值，则 $A^2+2A-3E$ 一定有一个特征值为_____。
11. 已知 5 阶方阵 A 的秩为 4，则齐次线性方程组 $Ax=0$ 的解空间的维数为_____。
12. 齐次线性方程组两个解的和_____一个解。（填“是”或者“不是”）
13. 向量空间 $V=\{(0,x,0,y)|x,y\in R\}$ 的基包含_____个向量。
14. 设二次型 $f(x)=x^T\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 6 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}x$ ，则它的秩为_____。

得分：_____ 二、计算题（每题 8 分，共 40 分）

- 得分：_____ 1. 计算 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix} a+b & a & \cdots & a \\ a & a+b & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a & \cdots & a+b \end{vmatrix}$ 。
- 得分：_____ 2. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ，求 $|A^4|$ 。
- 得分：_____ 3. 利用矩阵的初等行变换求逆矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$ 。
- 得分：_____ 4. 已知 B 为 3 阶矩阵，3 维列向量组 a_1,a_2,a_3 的秩为 3，且有 $Ba_1=2a_2-2a_3$ ， $Ba_2=a_1+3a_2$ ， $Ba_3=a_1-2a_2$ 。
- (1) 求矩阵 P ，满足 $B(a_1,a_2,a_3)=(a_1,a_2,a_3)P$ (2) 求 $|B|$ 。
- 得分：_____ 5. 设 4 阶方阵 $A=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ 的秩为 3，且 $a_1+a_2+a_4=0$ ，已知向量 $b=a_1+a_2+a_3$ ，求方程组 $Ax=b$ 的通解。
- 得分：_____ 三、(10 分) 已知 $p=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 是矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ a & 0 & 1 \\ 0 & -2 & b \end{pmatrix}$ 的一个特征向量。
- (1) 求参数 a 和 b 以及 p 对应的特征值；
- (2) 求 A 的所有特征值。
- 得分：_____ 四、(10 分) 已知向量组 $a_1=(1,1,0,-1),a_2=(-1,0,1,0),a_3=(0,1,1,0),a_4=(0,1,0,1)$ 和向量 $b=(1,1,1,1)$ 。
- (1) 验证 a_1,a_2,a_3,a_4 是四维实向量空间的一个基。
- (2) 求 b 在该基下的坐标。
- 得分：_____ 五、(10 分) 设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2-2\sqrt{2}x_1x_2$ 。
- (1) 求该二次型的标准形和规范形（不用写出线性变换）；
- (2) 求该二次型的秩及正惯性指数，并判断其是否为正定二次型。