



分类号.....

UDC.....

密 级 公 开.....

黑龙江大学

硕士研究生学位论文  
切换系统的故障估计和容错控制

申 请 人: 苏 春 颖

学 号: 2180937

培养单位: 数学科学学院

学科专业: 数学

研究方向: 控制理论与应用

指导教师: 吕建婷 教授

副 导 师: 王 鑫 副教授

完成日期: 2021年5月29日



分类号.....

UDC.....

密 级 公 开.....

黑 龙 江 大 学

硕士研究生学位论文  
切换系统的故障估计和容错控制

申 请 人: 苏 春 颖

学 号: 2180937

培养单位: 数学科学学院

学科专业: 数学

研究方向: 控制理论与应用

指导教师: 吕建婷 教授

副 导 师: 王 鑫 副教授

完成日期: 2021年5月29日

## 中文摘要

切换系统由多个模态和切换信号构成,是一类重要的混杂系统,有着重要的理论研究价值和广泛的实际应用背景.针对切换系统的研究成果不断涌现,但是对切换系统的故障估计和容错控制的研究成果还很有限.近年来,现代控制系统的复杂度不断提高,人们对于系统的安全性,可靠性的要求也随之提高.因此,故障估计和容错控制问题受到很多人的关注和广泛研究.本文将针对切换系统的故障估计和容错控制进行研究,主要包括以下几个方面:

研究了基于中间估计器的切换系统故障估计问题.首先先设计一个中间变量,在此基础上设计中间估计器,再利用中间估计器对切换系统进行故障估计.基于Lyapunov函数,理论上证明了所提出算法能将切换系统中出现的执行器故障和传感器故障很好的估计出来.

研究了切换系统的容错控制问题.在之前故障估计的结果之上,设计出容错控制器,将容错控制器带入系统中,将故障补偿掉.基于故障估计和容错控制方法有效的解决了切换系统的执行器故障和传感器故障问题.

研究了带有外部干扰的切换系统的故障估计和容错控制问题.通过中间估计器可以很好的估计故障和干扰,根据故障估计的结果设计容错控制器补偿故障.通过这种方法可以很好的在有外部干扰的情况下将切换系统中出现的执行器故障和传感器故障估计并补偿.

建立数值仿真系统,对本文给出的控制算法进行仿真验证.仿真结果验证了算法的有效性和可行性.

**关键词:** 切换系统; 故障估计; 容错控制; 中间估计器

## Abstract

The switched system is composed of multiple modes and switched signals. It is an important hybrid system with important theoretical research value and a wide range of practical application background. Research results for switched systems are constantly emerging, but the research results of the fault estimation and fault-tolerant of switched systems are still very limited. In recent years, the complexity of modern control systems has continued to increase, and people's requirements for the safety and reliability of the system have also increased. Therefore, the problem of fault estimation and fault-tolerant control has been subject to many people attention and extensive research. This article will focus on the fault estimation and fault-tolerant control of the switched system, mainly including the following aspects:

The problem of switched system fault estimation based on the intermediate estimator is studied. First, an intermediate variable is designed, and the intermediate estimator is designed based on this, and then the intermediate estimator is used to estimate the fault of the switched system. Based on the Lyapunov function, the proposed theory is proved to be able to well estimate the actuator faults and sensor faults in the switched systems.

The fault-tolerant control problem of the switched system is studied. Based on the results of the previous fault estimation, a fault-tolerant controller is designed to introduce the fault-tolerant controller into the system to compensate for the fault. Based on the fault estimation and fault-tolerant control methods, the system's actuator fault and sensor fault problem in switched systems is effectively solved.

The fault estimation and fault-tolerant control problems of switched systems with external disturbances are studied. The intermediate estimator can estimate the faults and disturbances well, and the fault-tolerant controller can be designed to compensate for the faults according to the results of the fault estimation. In the external In the case of external interference, the actuator fault and sensor fault in the switched system will be estimated and compensation for fault.

A numerical simulation system is established to simulate and verify the control algorithm given in this article. The simulation results verify the effectiveness and feasibility of the algorithm.

**Keywords:** Switched system; fault estimation; fault-tolerant control; intermediate estimator

## 目录

中文摘要	I
Abstract	II
目录	IV
符号说明	VI
第1章 绪论	1
1.1 课题背景及意义	1
1.2 国内外研究现状及分析	1
1.2.1 故障估计现状及分析	2
1.2.2 容错控制现状及分析	3
1.3 本文的主要研究内容	4
第2章 基于中间估计器的切换系统故障估计	6
2.1 引言	6
2.2 问题描述	7
2.3 主要结果	8
2.3.1 中间估计器的设计	8
2.3.2 误差系统稳定性分析	9
2.3.3 仿真研究	13
2.4 本章小结	15
第3章 基于中间估计器的切换系统容错控制	17
3.1 引言	17
3.2 问题描述	18
3.3 主要结果	19
3.3.1 容错控制器的设计	19
3.3.2 仿真研究	23
3.4 本章小结	24

第4章 带有外部干扰的切换系统的故障估计和容错控制 . . . . .	26
4.1 引言 . . . . .	26
4.2 问题描述 . . . . .	27
4.3 带有外部干扰的切换系统的故障估计 . . . . .	28
4.3.1 中间估计器的设计 . . . . .	28
4.3.2 仿真研究 . . . . .	32
4.4 带有外部干扰的切换系统的容错控制 . . . . .	35
4.4.1 容错控制器的设计 . . . . .	36
4.4.2 仿真研究 . . . . .	40
4.5 本章小结 . . . . .	42
结论 . . . . .	44
参 考 文 献 . . . . .	45
致 谢 . . . . .	52
攻读学位期间发表的学术论文 . . . . .	53
独创性声明 . . . . .	54

## 符号说明

如果没有特殊说明, 本篇论文将使用下面的符号.

$\mathbb{R}$	实数域
$\mathbb{R}^n$	$n$ 维实数列向量空间
$\mathbb{R}^{m \times n}$	实数域 $\mathbb{R}$ 上所有 $m \times n$ 阶矩阵的集合
$\mathbf{I}_p \in \mathbb{R}^{p \times p}$	$p$ 阶单位阵
$\mathbf{0}_p \in \mathbb{R}^p$	元素均为0的 $p$ 维列向量
$\mathbf{A} > 0$	矩阵 $\mathbf{A}$ 为正定矩阵
$\mathbf{A} < 0$	矩阵 $\mathbf{A}$ 为负定矩阵
$\text{rank}(\mathbf{A})$	矩阵 $\mathbf{A}$ 的秩
$\mathbf{A}^T$	矩阵 $\mathbf{A}$ 的转置矩阵
$\mathbf{A}^{-1}$	矩阵 $\mathbf{A}$ 的逆矩阵
$\ \cdot\ $	矩阵或向量的2-范数
$\lambda_{\max}(\cdot)$	实对称矩阵的最大特征值
$\lambda_{\min}(\cdot)$	实对称矩阵的最小特征值
$*$	对称矩阵的对称部分
$\sigma(t)$	系统的切换信号
$\square$	结束符



## 第1章 绪论

### 1.1 课题背景及意义

切换系统是混合系统的一个分支, 该系统由多个子系统组成, 这些子系统可以是连续子系统, 也可以是离散子系统, 它们与切换规则相协调. 切换系统是在大量的实际背景与应用下产生的, 切换系统的应用领域也逐渐在扩大, 广泛应用于运输系统控制、变电站的切换控制、行走机器人的控制、化工过程、飞机控制、通信系统和水务质量控制系统等各个领域<sup>[1-8]</sup>.

切换系统的稳定性分析的研究已引起了很多学者的广泛研究, 得出了大量的研究成果. 切换系统中也不可避免会出现执行器或传感器故障, 导致系统性能下降甚至不稳定. 由于其理论和实践意义, 故障检测与隔离(FDI) 引起了学者的极大兴趣. 由于对安全性和可靠性有较高的要求, 采用FDI进行故障检测, 故障隔离. 随着技术的不断进步, 为了更好的处理故障, 故障估计技术可以通过设计故障估计器实现对故障位置大小等信息实现准确估计, 因此切换系统的故障估计问题也引起了学者的广泛关注. 故障估计的结果为解决故障即容错控制提供了数据, 容错控制则在故障估计的结果之上设计容错控制器实现在线补偿故障.

本文研究了切换系统的故障估计和容错控制问题. 主要考虑了以下问题: (1) 研究带有执行器故障和传感器故障的切换系统故障估计, 基于中间估计器设计故障估计器进行故障估计. (2) 研究带有执行器故障和传感器故障的切换系统容错控制, 利用中间估计器的结果设计容错控制器对故障进行补偿. (3) 研究带有外部干扰的切换系统的故障估计和容错控制. (4) 在Matlab/Simulink 环境下搭建仿真系统进行数值仿真, 来验证所设计方法的可行性.

### 1.2 国内外研究现状及分析

随着现代控制的发展, 切换系统成为了一个热门的研究话题. 切换系统长期工作时, 一旦发生故障, 故障信息会通过信息切换, 影响子系统之间的正常运转, 进而

影响整个系统, 同样为减小发生故障对系统运行的影响, 可以通过容错去补偿故障. 因此针对切换系统的故障估计和容错控制问题也有很重要的意义.

**切换系统稳定性分析** 切换系统的应用必须在稳定的基础之上进行研究, 所以, 针对切换系统的稳定性分析也变得尤为重要. 文献 [10] 通过比较原理和多个Lyapunov函数对确定性和随机切换系统的稳定性进行分析. 针对切换脉冲系统的稳定性分析, 文献 [11] 给出了结果. 文献 [12] 研究了扩展异步切换下切换随机非线性系统的输入状态稳定性. 针对时变切换非线性系统在受限切换下的稳定性问题, 文献 [13] 提出了需要弱Lyapunov 函数的系统标称部分的稳定性. 文献 [14] 考虑了具有随机切换信号的连续时间切换系统的稳定性分析. 切换时变脉冲系统的统一输入到状态稳定性, 文献 [15] 给出了研究, 文献 [16]- [20] 均是针对切换系统的FDI结果.

### 1.2.1 故障估计现状及分析

**故障估计** 故障估计的主要原理设计故障估计器对故障进行估计, 故障估计器的设计主要依靠系统的已知输入和可测输出信号, 通过分析重构的故障信号可以获取故障的相关信息. 与诊断方法相比, 故障估计可以更好地体现出故障的严重程度以及故障的变化情况. 通过故障估计方法, 可以获取诸如故障的大小、形状等信息. 这些信息在设计容错控制器时可以起到非常重要的作用. 文献 [21] 通过鲁棒或滑模观测器研究了非线性不确定系统故障估计问题, 根据对系统不确定性的不同假设, 提出了增强的滑模观测器. 文献 [22] 考虑一类具有乘法故障的非线性系统, 提出了鲁棒自适应故障估计方法. 文献 [23] 基于中间变量研究了具有Lipschitzian非线性的一类非线性系统的故障估计问题. 文献 [24] 针对一类不确定非线性系统, 基于鲁棒滑模观测器同时估计系统的状态和故障. 文献 [25] 引入了全列秩状态变量替换以满足故障估计的要求, 研究了一类具有Lipschitzian 非线性和故障的非线性系统的故障估计问题. 文献 [26] 考虑了一类具有Lipschitzian非线性的非线性系统的故障估计问题. 文献 [27] 研究一类马尔可夫跳跃系统的状态, 设计鲁棒观测器同时对系统故障和传感器故障进行估计. 文献 [28] 基于中间观测器针对具有多故障的非线性多智能体系统, 提出了鲁棒分布式故障估计方法来估计系统状态, 执行器故障和传感器故障. 文献 [29] 首次解决了具有故障和干扰的线性系统的收敛故障估计问题, 提出了一种基于微分方程的估计均值序列收敛定理, 设计了一种考虑线

性系统的收敛性故障估计策略. 文献 [30] 考虑了具有外部干扰的动态系统网络的鲁棒分布式故障估计问题, 基于本地输出测量值和来自邻居的状态估计, 为每个节点构造一个分布式中间估计量. 文献 [31] 针对具有外部干扰的互连系统, 提出了一种基于观测器的故障估计方法. 文献 [32] 提出了一种积分滑模观测器来估计欧拉-拉格朗日系统的外部扰动和速度, 为增强估计的鲁棒性, 设计了一种一体式滑动歧管.

**切换系统的故障估计** 针对切换系统的故障估计问题也已经有了一些研究. 文献 [33] 研究了基于LPV方法解决了执行器故障估计问题, 以切换的LPV系统的形式重写故障系统. 文献 [34] 研究了有限频率离散时间切换系统的执行器故障估计观测器设计问题, 提出了一个有限频率故障估计观测器来估计整个频域中的执行器故障. 文献 [35] 研究了输入未知的连续时间切换系统鲁棒故障估计观测器设计问题, 为扩展切换系统设计了未知输入观测器. 文献 [36] 研究了具有连续干扰的切换系统的状态和故障估计问题. 文献 [37] 考虑具有未知外部干扰广义系统的故障估计问题. 文献 [38] 研究了带有外部干扰的连续时间广义切换系统的有限时间状态和故障估计问题, 提出了自适应滑模观测器.

### 1.2.2 容错控制现状及分析

**容错控制** 容错控制是在故障估计的基础之上进行的研究, 容错控制需要用到故障估计的结果设计容错控制器对故障进行补偿, 继故障估计问题之后, 对容错控制的研究引起了许多学者的关注. 文献 [39] 基于求解Lyapunov方程和鲁棒状态空间观测器, 研究了具有有限输入扰动的Lipschitz非线性广义系统容错控制问题. 文献 [40] 针对同时具有输入和输出扰动的非线性It随机系统, 研究了针对传感器故障的故障估计和容错控制问题, 通过使用新的广义滑模方法, 可以同时获得对系统状态、故障矢量和干扰的准确估计. 文献 [41] 提出了一种离散时间估计器, 该估计器用于同时估计系统状态以及离散时间动态系统中的执行器/传感器故障, 基于估计的故障信号和系统状态, 提出了一种离散时间的容错控制方法. 文献 [42] 针对具有执行器故障的非线性多智能体系统, 提出了一种基于双向交互的基于层次结构的故障估计和容错控制设计. 文献 [43] 基于静态输出反馈, 构建分布式容错控制器, 研究了连续时间互连系统的分布式故障估计和容错控制. 文献 [44] 针对存在外部干扰、执行器故障和不确定性的Lipschitz 非线性多智能体系统, 设计了一种集

成的故障估计和容错跟踪控制策略. 文献 [45] 借助模糊逼近理论, 基于自适应模糊控制方法, 研究了一类具有不确定的执行器故障和外部干扰不确定的非线性系统. 文献 [46] 研究了为执行器饱和的线性时不变系统设计自适应容错控制器的问题, 提出了通过状态反馈设计间接自适应容错控制器的新方法, 用于执行器故障补偿. 文献 [47] 基于观测器研究了具有多个故障和外部干扰的线性系统的容错控制问题, 提出了两种容错控制方案. 文献 [48] 研究了一类具有故障的非线性系统的自适应鲁棒输出反馈容错控制问题, 通过测得的输出信号引入自适应故障估计器和非线性逼近器, 建立输出反馈容错控制器. 文献 [49] 针对一类具有不确定性、执行器故障和外部干扰的非线性系统, 提出了一种自适应滑模容错控制方法. 文献 [50] 基于故障估计结果, 给出了存在干扰时的容错控制问题两种解决方案.

**切换系统的容错控制** 随着切换系统在实际系统中的广泛应用, 对于切换系统容错控制问题的研究也引起了广泛的关注. 对于线性离散时间切换系统, 文献 [51] 研究了容错控制问题, 可以同时设计状态反馈控制器和切换策略. 文献 [52] 针对一类没有完整状态测量的周期性切换非线性系统, 提出了一种基于观测器的容错控制框架. 文献 [53] 针对切换系统的故障估计和容错控制问题, 设计了状态观测器同时故障估计和容错控制. 文献 [54] 针对一类带有执行器故障、不确定性和外部干扰非线性系统, 提出了一种观测器来估计状态、故障和外部干扰, 利用观测到的信息, 构造了输出滑模观察器进行容错控制. 文献 [55] 研究了不确定切换非仿射非线性系统的自适应容错控制问题, 基于平均值定理构造了具有可调参数因子的非线性故障补偿函数. 文献 [56] 针对一类具有执行器故障的非线性切换系统, 通过滤波器的方法, 提出了一种自适应神经容错控制策略. 文献 [57] 提出了一种用于连续时间切换系统的新型鲁棒容错控制设计, 基于状态/故障估计观测器, 设计了一种容错控制器来稳定系统并自动容忍执行器故障.

### 1.3 本文的主要研究内容

本文将基于Lyapunov稳定性理论, 研究带有执行器故障和传感器故障的切换系统的故障估计和容错控制以及存在外部干扰并带有执行器故障和传感器故障的故障估计和容错控制问题, 分别给出有效合理的控制算法. 论文的主要内容及章节

安排如下.

第一章是本文的绪论部分, 阐述了课题的研究背景和意义, 介绍了切换系统故障估计和容错控制的研究现状.

第二章介绍了一些需要的引理和定义, 还研究了带有执行器故障和传感器故障的切换系统故障估计问题. 首先, 设计中间变量, 在此基础上给出了中间估计器, 利用李雅普诺夫稳定性理论, 保证了误差系统最终一致有界.

第三章研究了带有执行器故障和传感器故障的切换系统容错控制问题. 在第二章的基础上, 基于中间估计器的结果设计容错控制律, 使得故障可以被补偿掉, 利用李雅普诺夫稳定性理论, 保证了系统最终一致有界.

第四章研究存在外部干扰的带有执行器故障和传感器故障的切换系统故障估计和容错控制问题. 首先, 通过中间估计器得到故障估计的结果, 然后, 设计存在外部干扰的容错控制律补偿故障. 利用李雅普诺夫稳定性理论, 保证了系统及误差系统最终一致有界.

## 第2章 基于中间估计器的切换系统故障估计

### 2.1 引言

近年来, 由于切换系统的广泛应用, 对于切换系统的安全性和可靠性的要求越来越高, 因此针对切换系统的故障估计问题也尤为值得研究. 针对非切换系统的故障估计结果已经有很多. 文献 [21] 基于鲁棒/滑模观测器研究了非线性不确定系统故障估计问题, 将非线性系统转换为具有不确定性的两个子系统. 第一个是广义观测器的形式, 不受故障影响. 第二个受故障影响但状态可以测量, 为第一个子系统构造一个非线性观测器可以估算第二个子系统的故障. 文献 [23] 研究了具有Lipschitzian非线性的一类非线性系统的故障估计问题. 引入了一个中间变量, 并提出了一种专门设计的中间估计器, 以利用故障分布矩阵的特性同时估计状态和故障. 文献 [28] 假定多智能体系统的通信拓扑是定向的, 基于中间观测器, 研究了具有执行器故障和传感器故障的非线性多主体系统的鲁棒分布式故障估计问题.

针对切换系统的故障估计研究结果也有一些, 文献 [37] 中, 基于LPV方法解决了执行器故障估计问题. 首先, 将执行器故障建模为乘法故障. 然后, 以切换的LPV系统的形式重写故障系统. 文献 [34] 研究了有限频率离散时间切换系统的执行器故障估计观测器设计问题. 提出了一个有限频率故障估计观测器来估计整个频域中的执行器故障. 基于广义卡尔曼-雅库波维奇-波波夫 (KYP) 引理和切换Lyapunov 函数方法, 获得了实现故障估计观测器设计的有效条件.

受上述研究的启发, 本章介绍了研究切换系统故障估计问题所用到的相关基础理论. 本章还将会针对带有执行器故障和传感器故障的切换系统的故障估计问题问题进行研究, 本章所应用的方法主要是通过设计一组中间变量再设计中间估计器. 然后给出了保证误差系统最终一致有界的充分条件. 最后, 仿真算例验证了本文所提的方法的有效性. 本章所介绍的内容为后续章节控制算法的设计和分析提供了理论基础.

## 2.2 问题描述

本章考虑如下形式的切换系统

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t) + E_{\sigma(t)}s_a(t), \quad (2-1)$$

$$\varpi(t) = C_{\sigma(t)}x(t) + D_{\sigma(t)}s_f(t), \quad (2-2)$$

其中  $\sigma(t) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathcal{P} = \{1, 2, \dots, P\}$  是一个切换信号, 也可以认为是时间的分段连续函数;  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  and  $\varpi(t) \in \mathbb{R}^p$  分别是状态, 控制输入和测量输出; 未知的时变执行器故障  $s_a(t)$  满足  $\|\dot{s}_a(t)\| \leq \theta$  且  $\theta \geq 0$ , 和未知的时变传感器故障  $s_f(t)$  满足  $\|\dot{s}_f(t)\| \leq \eta$  且  $\eta \geq 0$ ,  $s_a(t) \in R^r$  是代表过程故障信号或执行器故障信号(当  $E_{\sigma(t)} = B_{\sigma(t)}$  为执行器故障),  $s_f(t) \in R^q$  是代表传感器故障信号;  $A_{\sigma(t)}, B_{\sigma(t)}, C_{\sigma(t)}, D_{\sigma(t)}$  和  $E_{\sigma(t)}$  是具有适当维数的矩阵,  $(A_{\sigma(t)}, C_{\sigma(t)})$  是可观的,  $E_{\sigma(t)}, D_{\sigma(t)}$  是列满秩的, 即  $\text{rank}(E_{\sigma(t)}) = r$ ,  $\text{rank}(D_{\sigma(t)}) = q$ .

为方便描述, 令  $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x^T(t) & s_f^T(t) \end{bmatrix}^T$ , 将系统(2-1) 和(2-2) 改写为增广形式, 可以得到

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_{\sigma(t)}\bar{x}(t) + \bar{B}_{\sigma(t)}u(t) + \bar{E}_{\sigma(t)}s_a(t) + \bar{M}_{\sigma(t)}\dot{s}_f(t), \quad (2-3)$$

$$\varpi(t) = \bar{C}_{\sigma(t)}\bar{x}(t), \quad (2-4)$$

其中  $\bar{A}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} A_{\sigma(t)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{B}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} B_{\sigma(t)} \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{E}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} E_{\sigma(t)} \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{M}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ ,  $\bar{C}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} C_{\sigma(t)} & D_{\sigma(t)} \end{bmatrix}$ .

**假设 2.1** 当  $\sigma(t) = p$  时, 对于任意的实部非负的复数  $\lambda$  都满足

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \bar{A}_p + \lambda I & \bar{E}_p \\ \bar{C}_p & 0 \end{bmatrix} = n + q + \text{rank}(\bar{E}_p). \quad (2-5)$$

**假设 2.2** 当  $\sigma(t) = p$  时,  $E_p, D_p$  是列满秩矩阵, 即  $\text{rank}(E_p) = r, \text{rank}(D_p) = q$ .

**定义 2.1** <sup>[58]</sup> 对于时间区间  $[t, T)$ , 如果两个正数  $N_0$  和  $\tau_a$  存在并满足

$$N_{\sigma(t)}(T, t) \leq N_0 + \frac{T - t}{\tau_a}, \forall T \geq t \geq 0, \quad (2-6)$$

那么称  $\tau_a$  为平均驻留时间. 其中  $N_{\sigma(t)}(T, t)$  表示时间  $[t, T)$  区间内系统发生的切换次数,  $\sigma(t)$  是切换信号.

**定义 2.2** 当  $t \in [t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t) = j, j \in P$ , 说明第  $j$  个子系统被激活, 我们假设对于所有的  $i$  都满足  $(i \neq i+1)$ .

**定义 2.3** 令  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , 如果  $A$  的所有特征值的实部都小于零, 那么称  $A$  是 Hurwitz 的.

**引理 2.1** <sup>[59]</sup> (Schur补引理) 对给定的实对称矩阵

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{12}^T & X_{22} \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

其中,  $X_{11}$  是  $r \times r$  维的方阵, 则以下三个命题是等价的:

- (1)  $X < 0$ ;
- (2)  $X_{11} < 0, X_{22} - X_{12}^T X_{11}^{-1} X_{12} < 0$ ;
- (3)  $X_{22} < 0, X_{11} - X_{12} X_{22}^{-1} X_{12}^T < 0$ .

**引理 2.2** <sup>[60]</sup> (Young不等式) 对于任意的向量  $x, y \in \mathbb{R}^n$ , 下面的不等式成立

$$\|x^T y\| \leq \frac{\varepsilon^p}{p} \|x\|^p + \frac{1}{q\varepsilon^q} \|y\|^q \quad (2-8)$$

其中  $\varepsilon > 0, p > 1, q > 1$ , 并且  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ .

## 2.3 主要结果

### 2.3.1 中间估计器的设计

首先我们定义一个中间变量  $\gamma(t) = s_a(t) - K_{\sigma(t)} \bar{x}(t)$ , 其中  $K_{\sigma(t)}$  是一个待给定的矩阵. 由式(2-3),  $\gamma(t)$  可以满足下式

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}(t) = & \dot{s}_a(t) - K_{\sigma(t)}(\bar{A}_{\sigma(t)} \bar{x}(t) + \bar{B}_{\sigma(t)} u(t) + \bar{E}_{\sigma(t)} \gamma(t) + \bar{E}_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)} \bar{x}(t) \\ & + \bar{M}_{\sigma(t)} \dot{s}_f(t)). \end{aligned} \quad (2-9)$$

然后, 我们可以构造如下的中间估计器

$$\dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}_{\sigma(t)} \hat{x}(t) + \bar{B}_{\sigma(t)} u(t) + \bar{E}_{\sigma(t)} \hat{s}_a(t) + L_{\sigma(t)} (\varpi(t) - \hat{\varpi}(t)), \quad (2-10)$$

$$\dot{\hat{\gamma}}(t) = -K_{\sigma(t)} \bar{E}_{\sigma(t)} \hat{\gamma}(t) - K_{\sigma(t)} (\bar{A}_{\sigma(t)} \hat{x}(t) + \bar{B}_{\sigma(t)} u(t) + \bar{E}_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)} \hat{x}(t)), \quad (2-11)$$



其中,  $\hat{\omega}(t) = \bar{C}_{\sigma(t)} \hat{x}(t)$ ,  $\hat{s}_a(t) = \hat{\gamma}(t) + K_{\sigma(t)} \hat{x}(t)$ ,  $\hat{s}_f(t) = \tilde{C}_{\sigma(t)} \hat{x}(t)$ ,  $\tilde{C}_{\sigma(t)} = [0, I_q]$ ,  $\hat{x}(t)$ ,  $\hat{\gamma}(t)$ ,  $\hat{\omega}(t)$ ,  $\hat{s}_f(t)$  和  $\hat{s}_a(t)$  分别是  $\bar{x}(t)$ ,  $\gamma(t)$ ,  $\varpi(t)$ ,  $s_f(t)$  和  $s_a(t)$  的估计值.

定义估计误差信号  $\xi(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$ ,  $\delta(t) = \gamma(t) - \hat{\gamma}(t)$  和  $\iota(t) = s_a(t) - \hat{s}_a(t)$ . 可以得到误差系统为

$$\dot{\xi}(t) = (\bar{A}_{\sigma(t)} - L_{\sigma(t)} \bar{C}_{\sigma(t)}) \xi(t) + \bar{E}_{\sigma(t)} \iota(t) + \bar{M}_{\sigma(t)} \dot{s}_f(t), \quad (2-12)$$

$$\dot{\delta}(t) = \dot{s}_a(t) - K_{\sigma(t)} \bar{E}_{\sigma(t)} \delta(t) - K_{\sigma(t)} ((\bar{A}_{\sigma(t)} + \bar{E}_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)}) \xi(t) + \bar{M}_{\sigma(t)} \dot{s}_f(t)). \quad (2-13)$$

### 2.3.2 误差系统稳定性分析

**定理 2.1** 如果假设(2.1)-(2.2) 成立, 且对于给定标量  $\omega_p > 0, \varepsilon > 0$ , 存在矩阵  $Q_p > 0$ ,  $H_p$  和  $Z_p > 0$  使得

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_{11p} & \Pi_{12p} & Q_p \bar{M}_p & 0 & 0 \\ * & \Pi_{22p} & 0 & \omega_p Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p & Z_p \\ * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 \\ * & * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I \end{bmatrix} < 0, \quad (2-14)$$

当  $t \in [t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t) = p, p \in P$ , 其中,  $\Pi_{11p} = \bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p + \omega_p Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T + \omega_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T Q_p$ ,  $\Pi_{12p} = Q_p \bar{E}_p - \omega_p \bar{A}_p^T \bar{E}_p Z_p - \omega_p^2 \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p Z_p$ ,  $\Pi_{22p} = -\omega_p (Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p + \bar{E}_p^T \bar{E}_p Z_p)$ , 设计  $K_p = \omega_p \bar{E}_p^T$ ,  $\tau_a > \frac{\ln \mu}{a_0}$  对于给定的  $a_0 > 0$  和  $\mu = \{ \max \{ \frac{\lambda_{\max}(Q_k), \lambda_{\max}(Z_k)}{\min \{ \lambda_{\min}(Q_l), \lambda_{\min}(Z_l) \}} \}, k, l \in P \}$ , 且观测增益可以由  $L_p = Q_p^{-1} H_p$  得到, 中间估计器(2-10) 和(2-11) 确保误差系统状态是最终一致有界的.

**证明** 考虑如下形式的Lyapunov函数

$$V_{\sigma(t)}(t) = \xi^T(t) Q_{\sigma(t)} \xi(t) + \delta^T(t) Z_{\sigma(t)} \delta(t). \quad (2-15)$$

当  $t \in [t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t) = p, p \in P$ , 取  $V_p(t)$  关于时间的导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) &= \xi^T(t) ((\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)^T Q_p + Q_p (\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)) \xi(t) + 2\xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \iota(t) \\ &\quad + 2\xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \dot{s}_f(t) + 2\delta^T(t) Z_p \dot{s}_a(t) - 2\omega_p \delta^T Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \delta^T \\ &\quad \times Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{A}_p \xi(t) - 2\omega_p^2 \delta^T Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \dot{s}_f(t). \end{aligned} \quad (2-16)$$

把  $\iota(t) = \delta(t) + \omega_p \bar{E}_p^T \xi(t)$  带入到式(2-16) 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) = & \xi^T(t)((\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)^T Q_p + Q_p(\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p))\xi(t) + 2\xi^T(t)Q_p \bar{E}_p \delta(t) \\ & + 2\omega_p \xi^T(t)Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) + 2\xi^T(t)Q_p \bar{M}_p \dot{s}_f(t) + 2\delta^T Z_p(t) \dot{s}_a(t) - 2\omega_p \\ & \times \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{A}_p \xi(t) - 2\omega_p^2 \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \\ & \times \bar{E}_p^T \xi(t) - 2\omega_p \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \dot{s}_f(t). \end{aligned} \quad (2-17)$$

由Young 不等式有以下不等式成立

$$2\delta^T(t)Z_p \dot{s}_a(t) \leq \varepsilon \delta^T(t)Z_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2, \quad (2-18)$$

$$2\xi^T(t)Q_p \bar{M}_p \dot{s}_f(t) \leq \varepsilon \xi^T(t)Q_p \bar{M}_p \bar{M}_p^T Q_p \xi(t) + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2, \quad (2-19)$$

$$-2\omega_p \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \dot{s}_f(t) \leq \varepsilon \omega_p^2 \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{M}_p^T \bar{E}_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2. \quad (2-20)$$

根据式(2-17)-(2-20) 和  $L_p = Q_p^{-1} H_p$  可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) \leq & \xi^T(t)(\bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p)\xi(t) + 2\xi^T(t)Q_p \bar{E}_p \delta(t) \\ & + 2\omega_p \xi^T(t)Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) + \varepsilon \xi^T(t)Q_p \bar{M}_p \bar{M}_p^T Q_p \xi(t) + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2 + \varepsilon \delta^T(t) \\ & \times Z_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 - 2\omega_p \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \xi^T(t)Z_p \bar{A}_p^T \bar{E}_p \delta(t) \\ & - 2\omega_p^2 \xi^T(t)Z_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) + \varepsilon \omega_p^2 \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{M}_p^T \bar{E}_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2. \end{aligned} \quad (2-21)$$

记  $\tilde{e} = \begin{bmatrix} \xi^T(t) & \delta^T(t) \end{bmatrix}^T$ , 式(2-21) 可以写成

$$\dot{V}_p(t) \leq \tilde{e}^T \varrho_{1p} \tilde{e} + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 + \frac{2}{\varepsilon} \eta^2, \quad (2-22)$$

其中

$$\varrho_{1p} = \begin{bmatrix} \varrho_{11p} & \varrho_{12p} \\ * & \varrho_{22p} \end{bmatrix}, \quad (2-23)$$

和  $\varrho_{11p} = \bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p + \omega_p Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T + \omega_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T Q_p + \varepsilon Q_p \bar{M}_p \bar{M}_p^T Q_p$ ,  
 $\varrho_{12p} = Q_p \bar{E}_p - \omega_p Z_p \bar{A}_p^T \bar{E}_p - \omega_p^2 Z_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p$ ,  $\varrho_{22p} = \varepsilon Z_p Z_p^T - 2\omega_p Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p + \varepsilon \omega_p^2 Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p$   
 $\bar{M}_p^T \bar{E}_p Z_p^T$ . 然后从式(2-15) 可以得到

$$\begin{aligned} V_p(t) & \leq \lambda_{\max}(Q_p) \|\xi(t)\|^2 + \lambda_{\max}(Z_p) \|\delta(t)\|^2, \\ & \leq \max[\lambda_{\max}(Q_p), \lambda_{\max}(Z_p)](\|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2). \end{aligned} \quad (2-24)$$

由式(2-22) 和(2-24) 可以得到

$$\begin{aligned}\dot{V}_p(t) &\leq \lambda_{\max}(\varrho_{1p})(\|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2) + \frac{1}{\varepsilon}\theta^2 + \frac{2}{\varepsilon}\eta^2, \\ &= -\lambda_{\min}(-\varrho_{1p})(\|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2) + \frac{1}{\varepsilon}\theta^2 + \frac{2}{\varepsilon}\eta^2, \\ &\leq -\rho_p V_p(t) + \varsigma_p,\end{aligned}\quad (2-25)$$

其中,  $\rho_p = \frac{\lambda_{\min}(-\varrho_{1p})}{\max[\lambda_{\max}(Q_p), \lambda_{\max}(Z_p)]}$ ,  $\varsigma_p = \frac{1}{\varepsilon}\theta^2 + \frac{2}{\varepsilon}\eta^2$ .

令

$$\kappa = \min\{\rho_p\}, \alpha = \max\{\varsigma_p\}.\quad (2-26)$$

由式(2-26), 可以得到

$$\dot{V}_p(t) \leq -\kappa V_p(t) + \alpha.\quad (2-27)$$

考虑如下的函数

$$\phi(t) = \exp\{\kappa t\} V_{\sigma(t)}(\tilde{e}(t)).\quad (2-28)$$

对于每个时间段 $[t_i, t_{i+1})$ , 由(2-28) 可以得到

$$\dot{\phi}(t) \leq \alpha \exp\{\kappa t\}, t \in [t_i, t_{i+1}).\quad (2-29)$$

因为 $V_k(\tilde{e}(t)) \leq \mu V_l(\tilde{e}(t)), \forall k, l \in P$ , 我们可得

$$\phi(t_{i+1}) \leq \mu[\phi(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \alpha \exp\{\kappa t\} dt].\quad (2-30)$$

另外, 从式(2-30) 我们可得

$$\begin{aligned}\phi(T^-) &\leq \mu^{N_\sigma(T,0)}[\phi(0) + \sum_{i=0}^{N_\sigma(T,0)-1} \mu^{-i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \alpha \exp\{\kappa t\} dt \\ &\quad + \mu^{-N_\sigma(T,0)-1} \int_{t_{N_\sigma(T,0)}}^T \alpha \exp\{\kappa t\} dt].\end{aligned}\quad (2-31)$$

对于任意的 $\psi \in (0, \kappa - (\frac{\ln \mu}{\tau_a}))$ , 可得 $\tau_a > \frac{\ln \mu}{\kappa - \psi}$ . 根据(2-6) 可得

$$N_\sigma(T, t) \leq N_0 + \frac{(\kappa - \psi)(T - t)}{\ln \mu}, \forall T \geq t \geq 0.\quad (2-32)$$

对于  $\psi < \kappa$ , 我们可得

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} \alpha \exp\{\kappa t\} dt \leq \exp\{(\kappa - \psi)t_{i+1}\} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \alpha \exp\{\psi t\} dt. \quad (2-33)$$

由式(2-31) 到(2-33), 可得

$$\phi(T^-) \leq \mu^{N_\sigma(T,0)} \phi(0) + \mu^{1+N_0} \exp\{(\kappa - \psi)T\} \int_0^T \alpha \exp\{\psi t\} dt. \quad (2-34)$$

不难发现存在  $\underline{\varphi}, \bar{\varphi}$ , 使得  $\underline{\varphi}(\tilde{e}) \leq V_k(\tilde{e}) \leq \bar{\varphi}(\tilde{e})$ , 可以得出

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}(\|\tilde{e}(T)\|) &\leq \exp\{N_0 \ln \mu\} \exp\left\{\left(\frac{\ln \mu}{\tau_a} - \kappa\right)T\right\} \\ &\quad \times \bar{\varphi}(\|\tilde{e}(0)\|) + \mu^{1+N_0} \frac{\alpha}{\psi}, \forall T > 0. \end{aligned} \quad (2-35)$$

因此, 对于任何给定的常数  $\vartheta > 0$ , 可以得到  $\mu^{1+N_0} \frac{\alpha}{\psi} \leq \frac{1}{2}\vartheta^2$ , 然后可以得到  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}^2(t) \leq \vartheta^2$ , 可以得到  $[\xi(t), \delta(t)]$  和  $\iota(t)$  是最终一致有界的, 实现了最终控制目标. 证明完毕.

□

根据以上分析, 可以将估计器的设计过程归纳成如下算法.

---

### 算法 2.1 切换系统的故障估计器设计

---

- 1) 把状态和故障定义为一个新的向量, 系统重新改写成(2-3)-(2-4);
  - 2) 设计一个中间变量  $\gamma(t)$  并给出中间估计器(2-10)-(2-11);
  - 3) 找到正定矩阵  $Q_p$ , 在(2-14)两边乘以  $Q_p$  得到(2-22);
  - 4) 根据中间估计器(2-10)-(2-11), 选择估计器增益  $L_p = Q_p^{-1} H_p$ , 并计算平均停留时间  $\tau_a$ .
- 

**注 2.1** 可以看到, 如果  $s_a(t) = 0$  或者  $s_f(t) = 0$ , 那么多故障估计问题将变为单个故障估计问题. 通过类似的分析, 可以为单个故障估计问题提供充分的条件.

**注 2.2** 在此, 通过引入中间变量并将状态和传感器故障扩展到新的向量中, 给出了切换线性系统的故障估计方法, 以估计执行器和传感器故障. 故障估计器可以进一步用于容错控制问题中的补偿故障的容错控制器的设计.

### 2.3.3 仿真研究

在本章中, 将使用一个典型实例来验证所提出算法的重要性. 选择带有两个子系统的线性切换系统(2-1)-(2-2), 系统参数选择为:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.35 & 0.98 \\ 17.1 & -1.85 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.13 & -0.013 \\ 14.2 & 10.75 \end{bmatrix}, C_1 = [7 \ 0], E_1 = [0.01 \ 0.01]^T, \\ A_2 = \begin{bmatrix} -1.87 & 0.98 \\ 12.6 & -2.63 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.16 & -0.005 \\ -29.2 & 21.3 \end{bmatrix}, C_2 = [3 \ 0], E_2 = [0.1 \ 0.1]^T, \\ D_1 = 1, D_2 = 2.$$

执行器故障 $s_a(t)$ 和传感器故障 $s_f(t)$ 如表2-1所示.

表 2-1: 故障 $s_a(t)$ 和 $s_f(t)$

$t$	$[0s, 15s)$	$[15s, 32s)$	$[32s, 50s)$	$[50s, 65s)$	$[65s, 78s)$
$s_a(t)$	0	$\sin(t)$	$\sin(t)$	0	2
$t$	$[78s, 95s)$	$[95s, 110s)$	$[110s, 125s)$	$[125s, 155s)$	$[155s, 160s]$
$s_a(t)$	0	$\sin(t)$	0	0	0
$t$	$[0s, 15s)$	$[15s, 32s)$	$[32s, 50s)$	$[50s, 65s)$	$[65s, 78s)$
$s_f(t)$	0	$\sin(t)$	$\sin(t)$	0	1
$t$	$[78s, 95s)$	$[95s, 110s)$	$[110s, 125s)$	$[125s, 155s)$	$[155s, 160s]$
$s_f(t)$	0	$\sin(t)$	0	0	0

设初始状态 $x_1(0) = x_2(0) = [0 \ 0]^T$ , 控制输入 $u(t) = k_j \varpi$  ( $j = 1, 2$ ), 其中 $k_1 = [1 \ 1]$  and  $k_2 = [1.3 \ 1.3]$ . 选择 $\omega_1 = 1, \omega_2 = 1$ , 可得

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1.7224 & -1.6924 & -1.3301 \\ -1.6924 & 1.6871 & 1.3295 \\ -1.3301 & 1.3295 & 1.0484 \end{bmatrix}, L_1 = \begin{bmatrix} 216.3369 \\ 225.2579 \\ -9.3048 \end{bmatrix}, \\ Q_2 = \begin{bmatrix} 0.4797 & -0.4671 & -0.9285 \\ -0.4671 & 0.4643 & 0.9292 \\ -0.9285 & 0.9292 & 1.8641 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 307.6830 \\ 507.2608 \\ -98.4601 \end{bmatrix}.$$

切换信号如图2-1所示, 状态及其估计结果如图2-2所示, 故障 $s_a(t)$ 及其估计结果如图2-3所示, 故障 $s_f(t)$ 及其估计结果如图2-4所示. 从图2-2至图2-4可以看出,

得到了中间观测器对状态、执行器故障和传感器故障的估计, 已经实现了令人满意的估计性能.

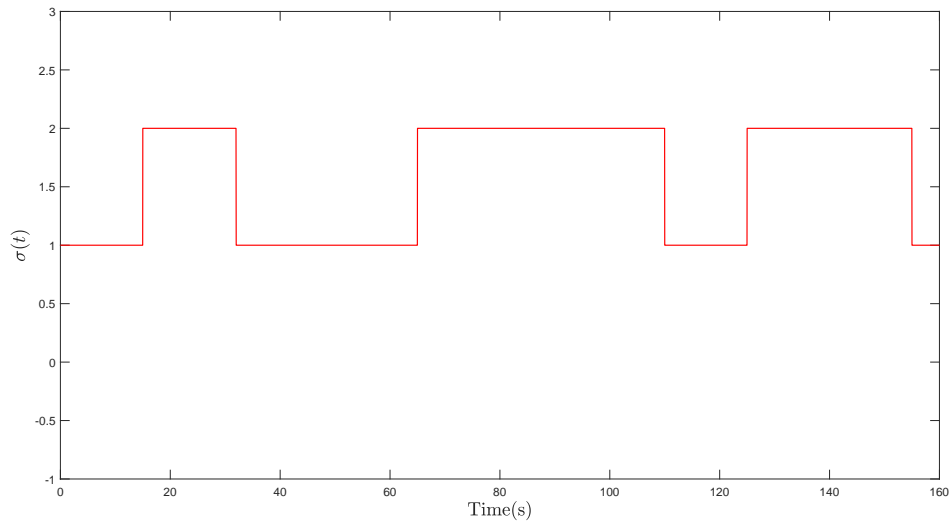


图 2-1: 切换信号

Figure 2-1: Switching signal

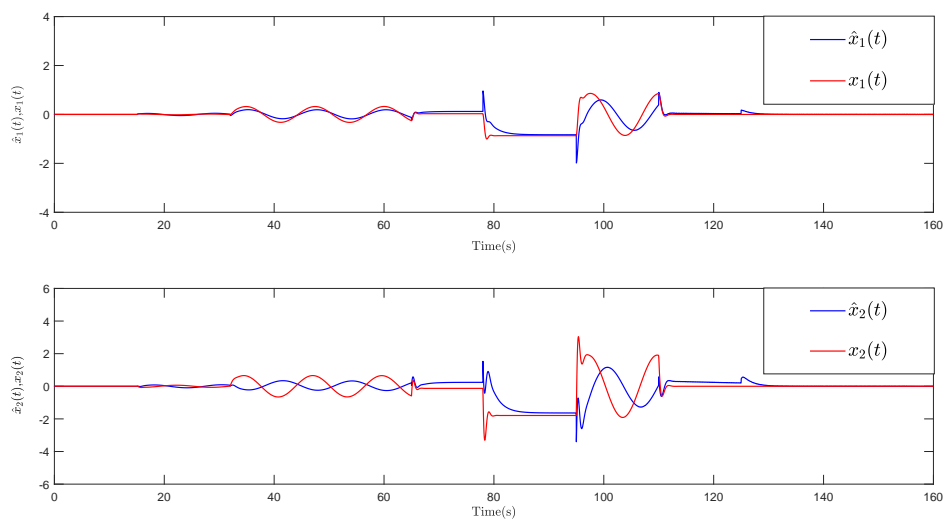


图 2-2: 状态及其估计

Figure 2-2: System state and estimate

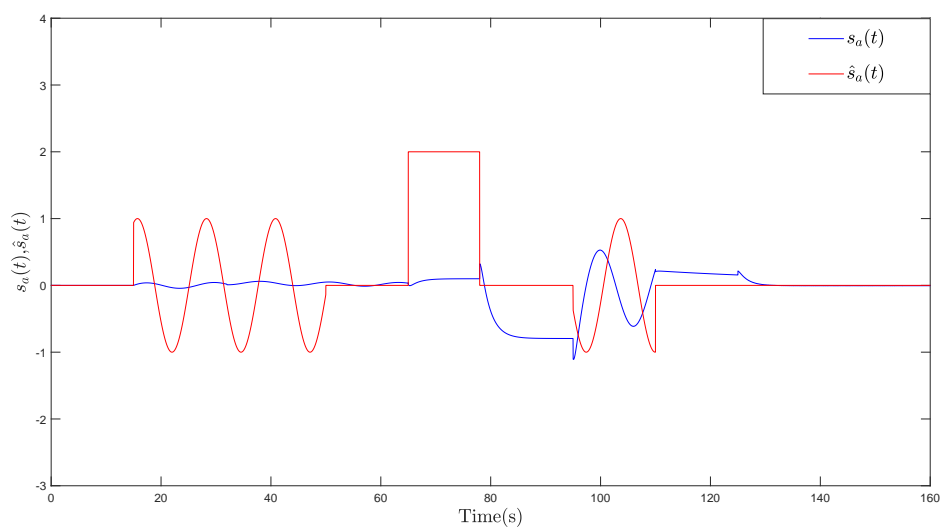


图 2-3: 执行器故障及其估计

Figure 2-3: Actuator fault and estimate

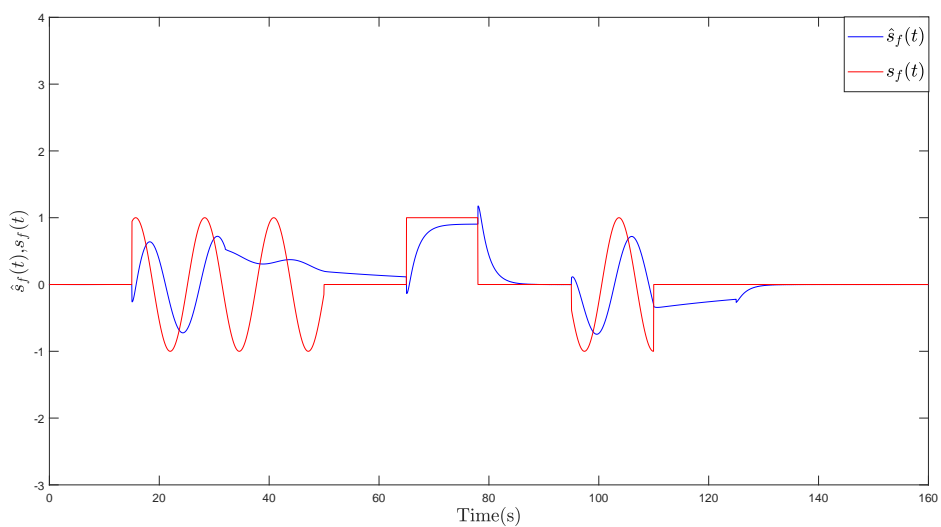


图 2-4: 传感器故障及其估计

Figure 2-4: Sensor fault and estimate

## 2.4 本章小结

本章介绍了研究切换系统故障估计问题所用到的一些概念和定理, 针对带有执行器故障和传感器故障的切换系统, 本章给出了故障估计方法. 为验证本章方法的

有效性最后给出了仿真算例.



## 第3章 基于中间估计器的切换系统容错控制

### 3.1 引言

容错控制的原理大多是通过估计器估计出故障的信息,再通过实时的故障信息设计容错控制器在线补偿故障. 针对容错控制的研究已经有很多. 近年来, 切换系统的广泛应用, 在对切换系统容错控制的研究也十分重要. 首先, 对于非切换系统容错控制的研究. 文献 [41] 提出了一种离散时间估计器, 该估计器可用于同时估计系统状态以及离散时间动态系统中的执行器/传感器故障. 基于估计的故障信号和系统状态, 提出了一种离散时间的容错设计方法, 通过该方法, 当执行器/传感器故障发生时, 系统可以恢复系统性能. 文献 [43] 研究连续时间互连系统的分布式故障估计和容错控制. 使用子系统之间的关联信息来设计观测器可以提高互连系统故障估计的准确性. 基于静态输出反馈, 互连系统的全局输出用于构建分布式容错控制. 文献 [44] 针对Lipschitz非线性多智能体系统的集成故障估计和容错跟踪控制问题. 首先, 对于每个智能体, 构造一个具有降阶/全阶的对应未知输入观测器以获得故障估计. 然后, 提出了一种基于积分滑模技术和自适应超扭曲算法的状态/输出反馈容错策略。

对于切换系统的容错控制研究也有了一些成果, 对于线性离散时间切换系统, 文献 [51] 研究了容错控制问题. 提出了一个充分条件, 使切换系统在针对传感器故障的任意切换下渐近稳定. 在容错控制的允许范围内, 可以同时设计状态反馈控制器和切换策略, 从而可以确保基于多重Lyapunov 函数技术的切换系统的全局渐近稳定性. 文献 [55] 研究了具有执行器故障和时滞的不确定非仿射非线性切换系统的自适应容错控制问题. 首先给出了从多输入单输出非仿射非线性系统到对应的仿射非线性系统的变换方法. 然后, 所设计的具有状态相关切换策略的自适应机制可以有效消除多个时间延迟和执行器故障.

受上述研究的启发, 本章将会针对带有执行器故障和传感器故障的切换系统的容错控制问题进行研究, 通过上章故障估计的结果, 设计容错控制器即参数调节容错控制方法, 给出了保证了误差系统最终一致有界的充分条件. 最后, 仿真算例验证了本文所提的方法的有效性.

### 3.2 问题描述

本章考虑如下形式的切换系统

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t) + E_{\sigma(t)}s_a(t), \quad (3-1)$$

$$\varpi(t) = C_{\sigma(t)}x(t) + D_{\sigma(t)}s_f(t), \quad (3-2)$$

其中  $\sigma(t) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathcal{P} = \{1, 2, \dots, P\}$  是一个切换信号, 也可以认为是时间的分段连续函数;  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  and  $\varpi(t) \in \mathbb{R}^p$  分别是状态, 控制输入和测量输出; 未知的时变执行器故障  $s_a(t)$  满足  $\|\dot{s}_a(t)\| \leq \theta$  且  $\theta \geq 0$ , 和未知的时变传感器故障  $s_f(t)$  满足  $\|\dot{s}_f(t)\| \leq \eta$  且  $\eta \geq 0$ ,  $s_a(t) \in \mathbb{R}^r$  是代表过程故障信号或执行器故障信号(当  $E_{\sigma(t)} = B_{\sigma(t)}$  为执行器故障),  $s_f(t) \in \mathbb{R}^q$  是代表传感器故障信号;  $A_{\sigma(t)}, B_{\sigma(t)}, C_{\sigma(t)}, D_{\sigma(t)}$  和  $E_{\sigma(t)}$  是具有适当维数的常数矩阵,  $(A_{\sigma(t)}, C_{\sigma(t)})$  是可观的,  $E_{\sigma(t)}, D_{\sigma(t)}$  是列满秩的, 即  $\text{rank}(E_{\sigma(t)}) = r$ ,  $\text{rank}(D_{\sigma(t)}) = q$ .

为方便描述, 令  $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x^T(t) & s_f^T(t) \end{bmatrix}^T$ , 将系统(3-1)和(3-2)改写为增广形式, 可以得到

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_{\sigma(t)}\bar{x}(t) + \bar{B}_{\sigma(t)}u(t) + \bar{E}_{\sigma(t)}s_a(t) + \bar{M}_{\sigma(t)}\dot{s}_f(t), \quad (3-3)$$

$$\varpi(t) = \bar{C}_{\sigma(t)}\bar{x}(t), \quad (3-4)$$

其中  $\bar{A}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} A_{\sigma(t)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{B}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} B_{\sigma(t)} \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{E}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} E_{\sigma(t)} \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{M}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ ,  $\bar{C}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} C_{\sigma(t)} & D_{\sigma(t)} \end{bmatrix}$ .

我们提出以下假设:

**假设 3.1** 当  $\sigma(t) = p$  时, 对于任意的实部非负的复数  $\lambda$  都满足

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \bar{A}_p + \lambda I & \bar{E}_p \\ \bar{C}_p & 0 \end{bmatrix} = n + q + \text{rank}(\bar{E}_p). \quad (3-5)$$

**假设 3.2** 当  $\sigma(t) = p$  时,  $E_p, D_p$  是列满秩矩阵, 即  $\text{rank}(E_p) = r, \text{rank}(D_p) = q$ .

**假设 3.3** 当  $\sigma(t) = p$  时,

$$\text{rank}(B_p, E_p) = \text{rank}(B_p). \quad (3-6)$$

### 3.3 主要结果

本章是在上一章的结果基础之上进行研究的, 主要研究切换系统的容错控制问题, 我们将给出基于中间估计器的容错控制器进行在线补偿故障.

#### 3.3.1 容错控制器的设计

假设3.3等价于存在矩阵 $B_{\sigma(t)}^*$  使得 $(I - B_{\sigma(t)}B_{\sigma(t)}^*)E_{\sigma(t)} = 0$ . 然后, 根据增广中间估计器的故障估计结果, 我们设计的容错控制器如下

$$u(t) = v_{\sigma(t)}\hat{x}(t) - B_{\sigma(t)}^*E_{\sigma(t)}\hat{s}_a(t), \quad (3-7)$$

其中 $\hat{x}(t)$  是 $x(t)$  的估计值,  $v$  需要被选取使得 $A_{\sigma(t)} + B_{\sigma(t)}v_{\sigma(t)}$  是赫尔维茨的. 将式(3-7) 带入式(2-3) 可得整个闭环系统

$$\dot{x}(t) = (A_{\sigma(t)} + B_{\sigma(t)}v)x(t) + G_{1\sigma(t)}\xi(t) + G_{2\sigma(t)}\delta(t), \quad (3-8)$$

$$\dot{\xi}(t) = (\bar{A}_{\sigma(t)} - L_{\sigma(t)}\bar{C}_{\sigma(t)})\xi(t) + \bar{E}_{\sigma(t)}\iota(t) + \bar{M}_{\sigma(t)}\dot{s}_f(t), \quad (3-9)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) = & \dot{s}_a(t) - K_{\sigma(t)}\bar{E}_{\sigma(t)}\delta(t) - K_{\sigma(t)}((\bar{A}_{\sigma(t)} + \bar{E}_{\sigma(t)}K_{\sigma(t)})\xi(t) \\ & + \bar{M}_{\sigma(t)}\dot{s}_f(t)), \end{aligned} \quad (3-10)$$

其中 $G_{1\sigma(t)} = \begin{bmatrix} -B_{\sigma(t)}v_{\sigma(t)} + \omega_{\sigma(t)}E_{\sigma(t)}E_{\sigma(t)}^T & 0 \end{bmatrix}$ ,  $G_{2\sigma(t)} = E_{\sigma(t)}$ .

**定理 3.1** 如果假设(3.1)-(3.2) 成立, 且对于给定标量 $\omega_p > 0, \varepsilon > 0$ , 存在矩阵 $\bar{Q}_p > 0, Q_p > 0, H_p$  和 $Z_p > 0$  使得

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_{11p} & \bar{Q}_p G_{1p} & \bar{Q}_p G_{2p} & 0 & 0 & 0 \\ * & \Pi_{22p} & \Pi_{23p} & Q_p \bar{M}_p & 0 & 0 \\ * & * & \Pi_{33p} & 0 & \omega_p Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p & Z_p \\ * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I \end{bmatrix} < 0, \quad (3-11)$$

当 $t \in [t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t) = p, p \in P$ , 其中,  $\Pi_{11p} = W_p A_p^T + N_p^T B_p^T + A_p W_p + B_p N_p$ ,  $\Pi_{22p} = \bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p + \omega_p Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T + \omega_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T Q_p$ ,  $\Pi_{23p} = Q_p \bar{E}_p - \omega_p \bar{A}_p^T \bar{E}_p Z_p -$

$\omega_p^2 \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p Z_p$ ,  $\Pi_{33p} = -\omega_p(Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p + \bar{E}_p^T \bar{E}_p Z_p)$ , 设计  $K_p = \omega_p \bar{E}_p^T$ ,  $\tau_a > \frac{\ln \mu}{a_0}$  对于给定的  $a_0 > 0$  和  $\mu = \{\max\{\frac{\lambda_{\max}(\bar{Q}_k), \lambda_{\max}(Q_k), \lambda_{\max}(Z_k)}{\min\{\lambda_{\min}(\bar{Q}_l), \lambda_{\min}(Q_l), \lambda_{\min}(Z_l)\}}\}, k, l \in P\}$ , 且观测增益可以由  $L_p = Q_p^{-1} H_p$  得到, 中间估计器(2-10), (2-11) 和容错控制器(3-7) 确保误差系统状态是最终一致有界的.

**证明** 选取如下形式的Lyapunov函数

$$V_{\sigma(t)}(t) = x^T(t) \bar{Q}_{\sigma(t)} x(t) + \xi^T(t) Q_{\sigma(t)} \xi(t) + \delta^T(t) Z_{\sigma(t)} \delta(t). \quad (3-12)$$

当  $t \in [t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t) = p, p \in P$ , 对  $V_p(t)$  求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) = & x^T(t) [\bar{Q}_p(A_p + B_p v_p) + (A_p + B_p v_p)^T \bar{Q}_p] x(t) + 2x^T(t) \bar{Q}_p G_{1p} \xi(t) \\ & + 2x^T(t) \bar{Q}_p G_{2p} \delta(t) + \xi^T(t) ((\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)^T Q_p + Q_p (\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)) \xi(t) \\ & + 2\xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \iota(t) + 2\xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \dot{s}_f(t) + 2\delta^T(t) Z_p \dot{s}_a(t) - 2\omega_p \delta^T Z_p(t) \\ & \times \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \delta^T Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{A}_p \xi(t) - 2\omega_p^2 \delta^T Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) \\ & - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \dot{s}_f(t). \end{aligned} \quad (3-13)$$

将  $\iota(t) = \delta(t) + \omega_p \bar{E}_p^T \xi(t)$  带入式(3-13) 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) = & x^T(t) [\bar{Q}_p(A_p + B_p v_p) + (A_p + B_p v_p)^T \bar{Q}_p] x(t) + 2x^T(t) \bar{Q}_p G_{1p} \xi(t) \\ & + 2x^T(t) \bar{Q}_p G_{2p} \delta(t) + \xi^T(t) ((\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)^T Q_p + Q_p (\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)) \xi(t) \\ & + 2\xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \delta(t) + 2\omega_p \xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) + 2\xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \dot{s}_f(t) \\ & + 2\delta^T Z_p(t) \dot{s}_a(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{A}_p \xi(t) \\ & - 2\omega_p^2 \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \dot{s}_f(t). \end{aligned} \quad (3-14)$$

根据Young 不等式, 可以容易得出下列不等式是成立的

$$2\delta^T(t) Z_p \dot{s}_a(t) \leq \varepsilon \delta^T(t) Z_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2, \quad (3-15)$$

$$2\xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \dot{s}_f(t) \leq \varepsilon \xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \bar{M}_p^T Q_p \xi(t) + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2, \quad (3-16)$$

$$-2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \dot{s}_f(t) \leq \varepsilon \omega_p^2 \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{M}_p^T \bar{E}_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2. \quad (3-17)$$

根据式(3-14)-(3-17), 令  $W_p = \bar{Q}_p^{-1}$ ,  $N_p = v_p W_p$ , 且由  $L_p = Q_p^{-1} H_p$  可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) \leq & x^T(t)(W_p A_p^T + N_p^T B_p^T + A_p W_p + B_p N_p)x(t) + 2x^T(t)\bar{Q}_p G_{1p}\xi(t) \\ & + 2x^T(t)\bar{Q}_p G_{2p}\delta(t) + \xi^T(t)(\bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p)\xi(t) \\ & + 2\xi^T(t)Q_p \bar{E}_p \delta(t) + 2\omega_p \xi^T(t)Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) + \varepsilon \xi^T(t)Q_p \bar{M}_p \bar{M}_p^T Q_p \xi(t) \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2 + \varepsilon \delta^T(t)Z_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 - 2\omega_p \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \xi^T(t)Z_p \\ & \times \bar{A}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p^2 \xi^T(t)Z_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) + \varepsilon \omega_p^2 \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{M}_p^T \bar{E}_p Z_p^T \delta(t) \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2. \end{aligned} \quad (3-18)$$

记  $\tilde{e}(t) = [x^T(t) \quad \xi^T(t) \quad \delta^T(t)]^T$ , 式(3-18) 可以改写为

$$\dot{V}_p(t) \leq \tilde{e}^T(t) \varrho_{1p} \tilde{e}(t) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 + \frac{2}{\varepsilon} \eta^2, \quad (3-19)$$

其中

$$\varrho_{1p} = \begin{bmatrix} \varrho_{11p} & \bar{Q}_p G_{1p} & \bar{Q}_p G_{2p} \\ * & \varrho_{22p} & \varrho_{23p} \\ * & * & \varrho_{33p} \end{bmatrix}, \quad (3-20)$$

且  $\varrho_{11p} = W_p A_p^T + N_p^T B_p^T + A_p W_p + B_p N_p$ ,  $\varrho_{22p} = \bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p + \omega_p Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T + \omega_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T Q_p + \varepsilon Q_p \bar{M}_p \bar{M}_p^T Q_p$ ,  $\varrho_{23p} = P_p \bar{E}_p - \omega_p Z_p \bar{A}_p^T \bar{E}_p - \omega_p^2 Z_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p$ ,  $\varrho_{33p} = \varepsilon Z_p Z_p^T - 2\omega_p Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p + \varepsilon \omega_p^2 Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{M}_p^T \bar{E}_p Z_p^T$ .

由式(3-12) 可以推导出

$$\begin{aligned} V_p(t) & \leq \lambda_{\max}(\bar{Q}_p) \|x(t)\|^2 + \lambda_{\max}(Q_p) \|\xi(t)\|^2 + \lambda_{\max}(Z_p) \|\delta(t)\|^2, \\ & \leq \max[\lambda_{\max}(\bar{Q}_p), \lambda_{\max}(Q_p), \lambda_{\max}(Z_p)] (\|x(t)\|^2 + \|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2). \end{aligned} \quad (3-21)$$

令  $\varrho_{2p} = -\varrho_{1p}$ , 那么如果  $\varrho_{1p} < 0$ , 即  $\varrho_{2p} > 0$ , 可以得出

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) & \leq \lambda_{\max}(\varrho_{1p}) (\|x(t)\|^2 + \|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 + \frac{2}{\varepsilon} \eta^2, \\ & = -\lambda_{\min}(\varrho_{2p}) (\|x(t)\|^2 + \|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 + \frac{2}{\varepsilon} \eta^2, \\ & \leq -\rho_p V_p(t) + \varsigma_p, \end{aligned} \quad (3-22)$$

其中  $\rho_p = \frac{\lambda_{\min}(\varrho_{2p})}{\max[\lambda_{\max}(\bar{Q}_p), \lambda_{\max}(Q_p), \lambda_{\max}(Z_p)]}$ ,  $\varsigma_p = \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 + \frac{2}{\varepsilon} \eta^2$ .

令

$$\kappa = \min\{\rho_p\}, \alpha = \max\{\varsigma_p\}. \quad (3-23)$$

由式(3-23), 可以得到

$$\dot{V}_p(t) \leq -\kappa V_p(t) + \alpha. \quad (3-24)$$

通过考虑如下的函数

$$\psi(t) = \exp\{\kappa t\} V_{\sigma(t)}(\tilde{e}(t)). \quad (3-25)$$

可以得到

$$\dot{\psi}(t) \leq \alpha \exp\{\kappa t\}, t \in [t_i, t_{i+1}). \quad (3-26)$$

由  $V_k(\tilde{e}(t)) \leq \mu V_l(\tilde{e}(t)), \forall k, l \in P$ , 可得

$$\psi(t_{i+1}) \leq \mu [\psi(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \alpha \exp\{\kappa t\} dt]. \quad (3-27)$$

由(2-6), 进一步可以得到

$$\psi(T^-) \leq \mu^{N_{\sigma}(T,0)} \psi(0) + \mu^{1+N_0} \exp\{(\kappa - \phi)T\} \int_0^T \alpha \exp\{\phi t\} dt. \quad (3-28)$$

由于存在  $\underline{\varphi}, \bar{\varphi}$ , 使得  $\underline{\varphi}(\tilde{e}) \leq V_k(\tilde{e}) \leq \bar{\varphi}(\tilde{e})$ , 可以得出

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}(\|\tilde{e}(T)\|) &\leq \exp\{N_0 \ln \mu\} \exp\left\{\left(\frac{\ln \mu}{\tau_a} - \kappa\right)T\right\} \\ &\quad \times \bar{\varphi}(\|\tilde{e}(0)\|) + \mu^{1+N_0} \frac{\alpha}{\phi}, \forall T > 0. \end{aligned} \quad (3-29)$$

进一步有  $\mu^{1+N_0} \frac{\alpha}{\phi} \leq \frac{1}{2}\vartheta^2$ ,  $\vartheta > 0$ , 最终得到  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}^2(t) \leq \vartheta^2$ , 因此,  $[\xi(t), \delta(t)]$  和  $\iota(t)$  是最终一致有界的. 证明完毕.  $\square$

**注 3.1** 可以看到, 如果  $s_a(t) = 0$  或者  $s_f(t) = 0$ , 那么多故障估计问题将变为单个故障估计问题. 通过类似的分析, 可以为单个故障容错控制问题提供充分的条件.

### 3.3.2 仿真研究

在本章中, 将使用一个典型实例来验证所提出算法的重要性. 选择带有两个子系统的线性切换系统(3-1)-(3-2), 系统参数选择为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.35 & 0.98 \\ 17.1 & -1.85 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.13 & -0.013 \\ 14.2 & 10.75 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}^T, \\ A_2 = \begin{bmatrix} -1.87 & 0.98 \\ 12.6 & -2.63 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.16 & -0.005 \\ -29.2 & 21.3 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 9 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 1.1 & 1.1 \end{bmatrix}^T, \\ D_1 = 0.1, D_2 = 1.$$

执行器故障 $s_a(t)$ 和传感器故障 $s_f(t)$ 如表3-1所示.

表 3-1: 故障 $s_a(t)$ 和 $s_f(t)$

$t$	$[0s, 15s)$	$[15s, 32s)$	$[32s, 50s)$	$[50s, 65s)$	$[65s, 78s)$
$s_a(t)$	0	$\sin(t)$	$\sin(t)$	0	2
$t$	$[78s, 95s)$	$[95s, 110s)$	$[110s, 125s)$	$[125s, 155s)$	$[155s, 180s)$
$s_a(t)$	0	0	0	0	0
$t$	$[0s, 15s)$	$[15s, 32s)$	$[32s, 50s)$	$[50s, 65s)$	$[65s, 78s)$
$s_f(t)$	0	$\sin(t)$	$\sin(t)$	0	1
$t$	$[78s, 95s)$	$[95s, 110s)$	$[110s, 125s)$	$[125s, 155s)$	$[155s, 180s)$
$s_f(t)$	0	0	0	0	0

设初始状态 $x_1(0) = x_2(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ , 选择 $\omega_1 = 1, \omega_2 = 15$ , 可得

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1.0223 & -0.3815 \\ -0.3836 & -0.3629 \end{bmatrix}, L_1 = \begin{bmatrix} 42.6686 & 45.9927 & -0.0009 \end{bmatrix}^T, \\ v_2 = \begin{bmatrix} 0.3601 & -0.1420 \\ -0.1498 & -0.0974 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 45.4447 & 102.8113 & -164.8046 \end{bmatrix}^T.$$

切换信号如图3-1所示, 状态及其估计结果如图3-2所示, 故障 $s_a(t)$ 及其估计结果如图3-3所示, 故障 $s_f(t)$ 及其估计结果如图3-4所示. 从图3-2至图3-4可以看出, 已经实现了令人满意的估计性能.

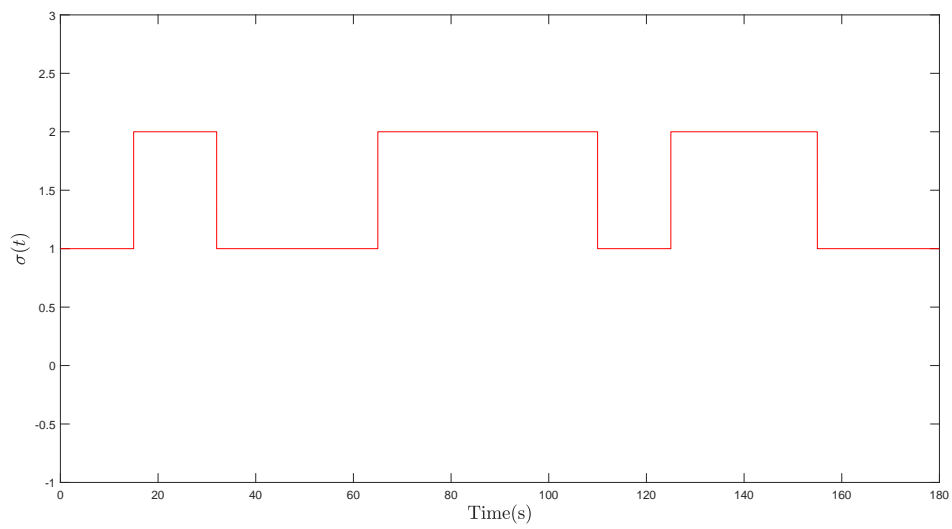


图 3-1: 切换信号

Figure 3-1: Switching signal

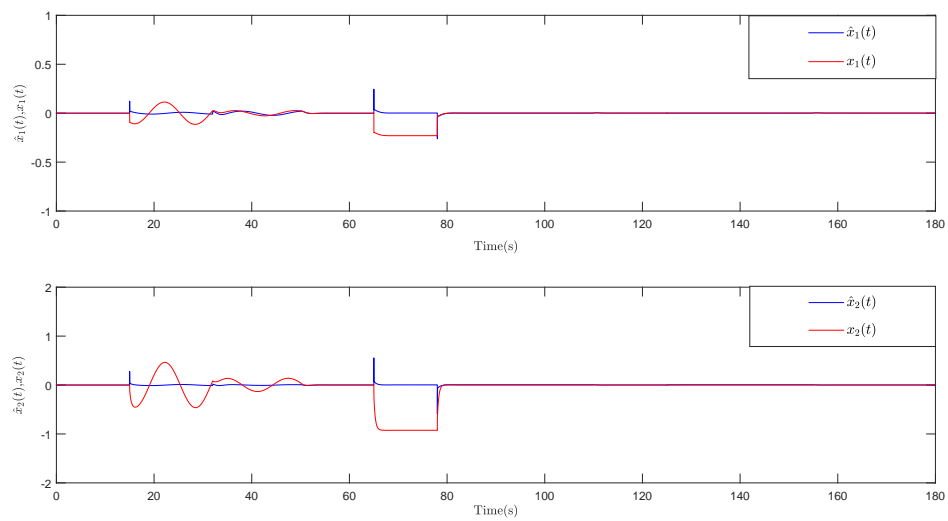


图 3-2: 状态及其估计

Figure 3-2: System state and estimate

### 3.4 本章小结

针对带有执行器故障和传感器故障的切换系统, 本章给出了容错控制方法. 本章是在上一章故障估计的基础之上完成的, 利用中间估计器的故障估计结果设计



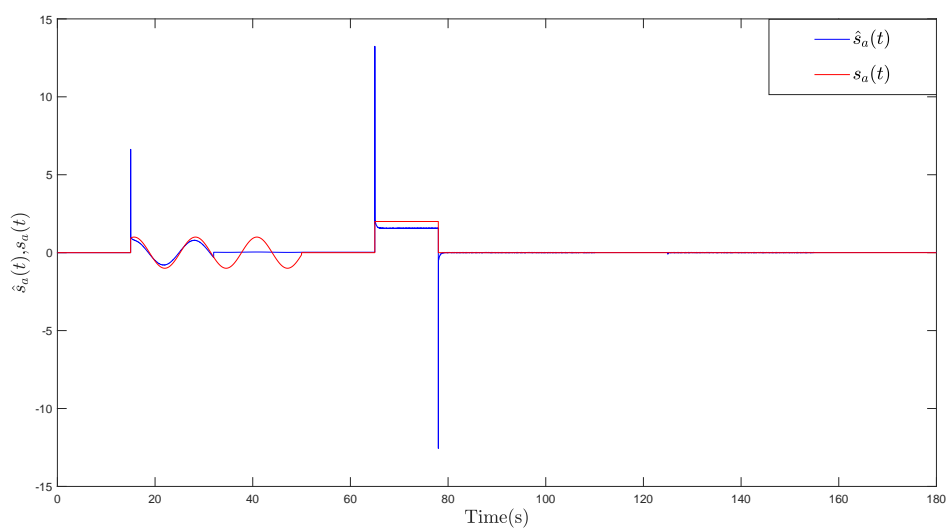


图 3-3: 执行器故障及其估计

Figure 3-3: Actuator fault and estimate

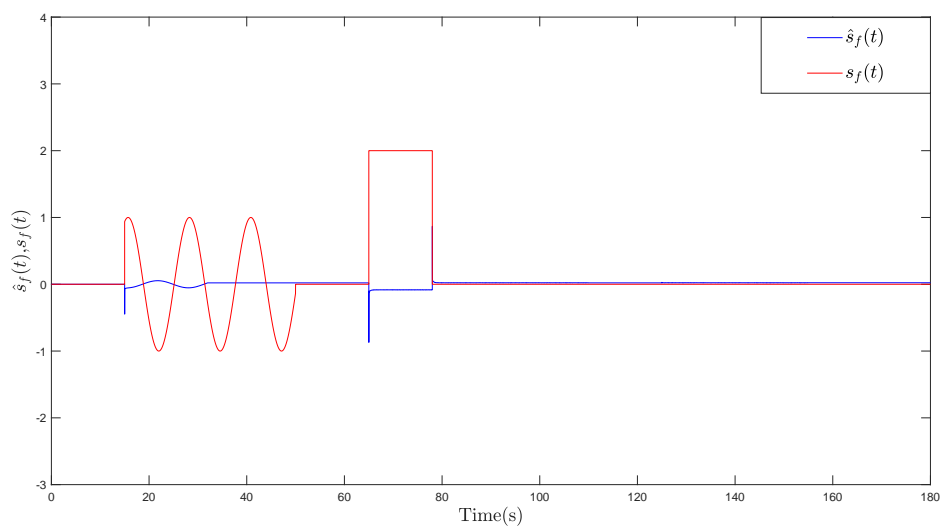


图 3-4: 传感器故障及其估计

Figure 3-4: Sensor fault and estimate

容错控制器补偿故障. 为验证本章方法的有效性最后给出了仿真算例.

## 第4章 带有外部干扰的切换系统的故障估计和容错控制

### 4.1 引言

对于切换系统也常常会出现外部干扰, 外部干扰和故障也有可能同时出现, 对于带有外部干扰的切换系统的故障估计问题也有了一些研究成果. 文献 [29] 研究了具有故障和干扰的线性系统的收敛故障估计. 设计了一种考虑线性系统的收敛性故障估计策略, 并从理论上证明了故障估计平均序列的收敛性. 随后给出迭代算法以计算故障估计. 文献 [36] 研究了具有连续干扰, 传感器和执行器故障的线性连续时间切换系统的状态和故障估计问题, 并提出了两种类型的观测器方法来解决该设计问题. 第一种是线性广义降阶观测器, 第二种是广义滑模观测器方法. 文献 [37] 考虑具有未知外部干扰广义系统的故障估计问题. 针对切换过程和状态不一致现象, 对广义切换系统开发了一种有限元方法. 通过参数设计, 该方法可以消除故障和干扰的影响, 同时实现状态和故障的准确估计.

与故障估计同等重要的是容错控制, 针对带有外部干扰的切换系统的容错控制也有了一些成果. 文献 [45] 借助模糊逼近理论, 针对考虑干扰和故障的一类不确定非线性系统, 提出了一种自适应模糊控制方法, 以适应操作过程中不确定的执行器故障并处理外部干扰. 文献 [50] 基于故障估计, 提出了存在干扰时的容错控制两种解决方案/控制器, 第一个包括一个故障估计器, 一个标称控制器和一个故障容纳块. 第二个它不包括故障估计器, 可以在控制回路之外添加专用的故障估计器, 以监视容错控制的性能.

在本章中, 我们主要考虑多故障和外部干扰同时出现的切换系统的故障估计和容错控制问题. 首先构造中间估计器, 对带有外部干扰、执行器故障和传感器故障的切换系统进行故障估计, 再根据中间估计器的结果设计容错控制器, 对故障和干扰补偿.

## 4.2 问题描述

考虑线性切换系统

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t) + E_{\sigma(t)}s_a(t) + F_{\sigma(t)}d(t), \quad (4-1)$$

$$\varpi(t) = C_{\sigma(t)}x(t) + D_{\sigma(t)}s_f(t) + \bar{F}_{\sigma(t)}d(t), \quad (4-2)$$

其中  $\sigma(t) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathcal{P} = \{1, 2, \dots, P\}$  是一个切换信号, 也可以认为是时间的分段连续函数;  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $d(t) \in \mathbb{R}^l$  和  $\varpi(t) \in \mathbb{R}^p$  分别是状态, 控制输入, 外部干扰和测量输出, 且  $d(t)$  满足  $\|\dot{d}(t)\| \leq \eta_1$ ,  $\eta_1 > 0$ ; 未知的时变执行器故障  $s_a(t)$  满足  $\|\dot{s}_a(t)\| \leq \theta$  且  $\theta \geq 0$ , 和未知的时变传感器故障  $s_f(t)$  满足  $\|\dot{s}_f(t)\| \leq \eta_2$  且  $\eta_2 \geq 0$ ,  $s_a(t) \in \mathbb{R}^r$  是代表过程故障信号或执行器故障信号(当  $E_{\sigma(t)} = B_{\sigma(t)}$  为执行器故障),  $s_f(t) \in \mathbb{R}^q$  是代表传感器故障信号;  $A_{\sigma(t)}, B_{\sigma(t)}, C_{\sigma(t)}, D_{\sigma(t)}, E_{\sigma(t)}, F_{\sigma(t)}$  和  $\bar{F}_{\sigma(t)}$  是具有适当维数的矩阵,  $(A_{\sigma(t)}, C_{\sigma(t)})$  是可观的,  $E_{\sigma(t)}, D_{\sigma(t)}$  是列满秩的, 即  $\text{rank}(E_{\sigma(t)}) = r$ ,  $\text{rank}(D_{\sigma(t)}) = q$ .

为方便描述, 令  $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x^T(t) & d^T(t) & s_f^T(t) \end{bmatrix}^T$ , 将系统(4-1)和(4-2) 改写为增广形式, 可以得到

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_{\sigma(t)}\bar{x}(t) + \bar{B}_{\sigma(t)}u(t) + \bar{E}_{\sigma(t)}s_a(t) + \bar{M}_{\sigma(t)}\bar{d}(t), \quad (4-3)$$

$$\varpi(t) = \bar{C}_{\sigma(t)}\bar{x}(t), \quad (4-4)$$

$$\text{其中 } \bar{A}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} A_{\sigma(t)} & F_{\sigma(t)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} B_{\sigma(t)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{E}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} E_{\sigma(t)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{M}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} C_{\sigma(t)} & \bar{F}_{\sigma(t)} & D_{\sigma(t)} \end{bmatrix}, \bar{d}(t) = \begin{bmatrix} \dot{d}(t) \\ \dot{s}_f(t) \end{bmatrix}.$$

我们提出以下假设:

**假设 4.1** 当  $\sigma(t) = p$  时, 对于任意的实部非负的复数  $\lambda$  都满足

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \bar{A}_p + \lambda I & \bar{E}_p \\ \bar{C}_p & 0 \end{bmatrix} = n + q + \text{rank}(\bar{E}_p). \quad (4-5)$$

**假设 4.2** 当  $\sigma(t) = p$  时,  $E_p, D_p$  是列满秩矩阵, 即  $\text{rank}(E_p) = r, \text{rank}(D_p) = q$ .

### 4.3 带有外部干扰的切换系统的故障估计

本节考虑带有外部干扰、执行器故障和传感器故障的切换系统故障估计问题, 先设计一个中间变量, 再设计中间估计器实现对系统的状态、外部干扰、执行器故障和传感器故障的估计.

#### 4.3.1 中间估计器的设计

本节针对切换系统构造一个中间估计器进行故障估计, 首先我们定义一个中间变量  $\gamma(t) = s_a(t) - K_{\sigma(t)}\bar{x}(t)$ , 其中  $K_{\sigma(t)}$  是一个待给定的矩阵. 由式(4-3),  $\gamma(t)$  可以满足下式

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}(t) = & \dot{s}_a(t) - K_{\sigma(t)}(\bar{A}_{\sigma(t)}\bar{x}(t) + \bar{B}_{\sigma(t)}u(t) + \bar{E}_{\sigma(t)}\gamma(t) + \bar{E}_{\sigma(t)}K_{\sigma(t)}\bar{x}(t) \\ & + \bar{M}_{\sigma(t)}\bar{d}(t)). \end{aligned} \quad (4-6)$$

然后, 我们可以构造如下的中间估计器

$$\dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}_{\sigma(t)}\hat{x}(t) + \bar{B}_{\sigma(t)}u(t) + \bar{E}_{\sigma(t)}\hat{s}_a(t) + L_{\sigma(t)}(\varpi(t) - \hat{\varpi}(t)), \quad (4-7)$$

$$\dot{\hat{\gamma}}(t) = -K_{\sigma(t)}\bar{E}_{\sigma(t)}\hat{\gamma}(t) - K_{\sigma(t)}(\bar{A}_{\sigma(t)}\hat{x}(t) + \bar{B}_{\sigma(t)}u(t) + \bar{E}_{\sigma(t)}K_{\sigma(t)}\hat{x}(t)), \quad (4-8)$$

其中,  $\hat{\varpi}(t) = \bar{C}_{\sigma(t)}\hat{x}(t)$ ,  $\hat{s}_a(t) = \hat{\gamma}(t) + K_{\sigma(t)}\hat{x}(t)$ ,  $\hat{d}(t) = C_d\hat{x}(t)$ ,  $\hat{s}_f(t) = \tilde{C}_{\sigma(t)}\hat{x}(t)$ ,  $\tilde{C}_d = [0, I_l, 0]$ ,  $\tilde{C}_s = [0, 0, I_q]$ ,  $\hat{x}(t)$ ,  $\hat{\gamma}(t)$ ,  $\hat{\varpi}(t)$ ,  $\hat{s}_f(t)$ ,  $\hat{d}(t)$  和  $\hat{s}_a(t)$  分别是  $\bar{x}(t)$ ,  $\gamma(t)$ ,  $\varpi(t)$ ,  $s_f(t)$ ,  $d(t)$  和  $s_a(t)$  的估计值.

定义估计误差信号  $\xi(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$ ,  $\delta(t) = \gamma(t) - \hat{\gamma}(t)$  和  $\iota(t) = s_a(t) - \hat{s}_a(t)$ . 可以得到误差系统为

$$\dot{\xi}(t) = (\bar{A}_{\sigma(t)} - L_{\sigma(t)}\bar{C}_{\sigma(t)})\xi(t) + \bar{E}_{\sigma(t)}\iota(t) + \bar{M}_{\sigma(t)}\bar{d}(t), \quad (4-9)$$

$$\dot{\delta}(t) = \dot{s}_a(t) - K_{\sigma(t)}\bar{E}_{\sigma(t)}\delta(t) - K_{\sigma(t)}((\bar{A}_{\sigma(t)} + \bar{E}_{\sigma(t)}K_{\sigma(t)})\xi(t) + \bar{M}_{\sigma(t)}\bar{d}(t)). \quad (4-10)$$

**定理 4.1** 如果假设(4.1)-(4.2) 成立, 且对于给定标量  $\omega_p > 0, \varepsilon > 0$ , 存在矩

阵  $Q_p > 0$ ,  $H_p$  和  $Z_p > 0$  使得

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_{11p} & \Pi_{12p} & Q_p \bar{M}_p & 0 & 0 \\ * & \Pi_{22p} & 0 & \omega_p Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p & Z_p \\ * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 \\ * & * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I \end{bmatrix} < 0, \quad (4-11)$$

当  $t \in [t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t) = p, p \in P$ , 其中,  $\Pi_{11p} = \bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p + \omega_p Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T + \omega_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T Q_p$ ,  $\Pi_{12p} = Q_p \bar{E}_p - \omega_p \bar{A}_p^T \bar{E}_p Z_p - \omega_p^2 \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p Z_p$ ,  $\Pi_{22p} = -\omega_p (Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p + \bar{E}_p^T \bar{E}_p Z_p)$ , 定义  $K_p = \omega_p \bar{E}_p^T$ ,  $\tau_a > \frac{\ln \mu}{a_0}$  对于给定的  $a_0 > 0$  和  $\mu = \{\max\{\frac{\lambda_{\max}(Q_k), \lambda_{\max}(Z_k)}{\min\{\lambda_{\min}(Q_l), \lambda_{\min}(Z_l)\}}\}, k, l \in P\}$ , 且观测增益可以由  $L_p = Q_p^{-1} H_p$  得到, 中间估计器(4-7) 和(4-8) 确保误差系统状态是最终一致有界的.

**证明** 考虑如下形式的Lyapunov函数

$$V_{\sigma(t)}(t) = \xi^T(t) Q_{\sigma(t)} \xi(t) + \delta^T(t) Z_{\sigma(t)} \delta(t). \quad (4-12)$$

当  $t \in [t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t) = p, p \in P$ , 取  $V_p(t)$  关于时间的导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) &= \xi^T(t) ((\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)^T Q_p + Q_p (\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)) \xi(t) + 2\xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \iota(t) \\ &\quad + 2\xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \bar{d}(t) + 2\delta^T(t) Z_p \dot{s}_a(t) - 2\omega_p \delta^T Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \delta^T \\ &\quad \times Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{A}_p \xi(t) - 2\omega_p^2 \delta^T Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{d}(t). \end{aligned} \quad (4-13)$$

把  $\iota(t) = \delta(t) + \omega_p \bar{E}_p^T \xi(t)$  带入到式(4-13) 式可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) &= \xi^T(t) ((\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)^T Q_p + Q_p (\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)) \xi(t) + 2\xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \delta(t) \\ &\quad + 2\omega_p \xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) + 2\xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \bar{d}(t) + 2\delta^T Z_p(t) \dot{s}_a(t) - 2\omega_p \\ &\quad \times \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{A}_p \xi(t) - 2\omega_p^2 \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \\ &\quad \times \bar{E}_p^T \xi(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{d}(t). \end{aligned} \quad (4-14)$$

根据  $\|\dot{d}(t)\| \leq \eta_1$ ,  $\|\dot{s}_f(t)\| \leq \eta_2$ , 存在一个正整数使得  $\|\bar{d}(t)\| \leq \eta$ , 根据Young 不等式, 则有以下不等式成立

$$2\delta^T(t) Z_p \dot{s}_a(t) \leq \varepsilon \delta^T(t) Z_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2, \quad (4-15)$$

$$2\xi^T(t)Q_p\bar{M}_p\bar{d}(t) \leq \varepsilon\xi^T(t)Q_p\bar{M}_p\bar{M}_p^TQ_p\xi(t) + \frac{1}{\varepsilon}\eta^2, \quad (4-16)$$

和

$$-2\omega_p\delta^T(t)Z_p\bar{E}_p^T\bar{M}_p\bar{d}(t) \leq \varepsilon\omega_p^2\delta^T(t)Z_p\bar{E}_p^T\bar{M}_p\bar{M}_p^T\bar{E}_pZ_p^T\delta(t) + \frac{1}{\varepsilon}\eta^2. \quad (4-17)$$

根据式(4-14)-(4-17) 和  $L_p = Q_p^{-1}H_p$  可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) &\leq \xi^T(t)(\bar{A}_p^TQ_p - C_p^TH_p^T + Q_p\bar{A}_p - H_p\bar{C}_p)\xi(t) + 2\xi^T(t)Q_p\bar{E}_p\delta(t) \\ &\quad + 2\omega_p\xi^T(t)Q_p\bar{E}_p\bar{E}_p^T\xi(t) + \varepsilon\xi^T(t)Q_p\bar{M}_p\bar{M}_p^TQ_p\xi(t) + \frac{1}{\varepsilon}\eta^2 + \varepsilon\delta^T(t) \\ &\quad \times Z_pZ_p^T\delta(t) + \frac{1}{\varepsilon}\theta^2 - 2\omega_p\delta^T(t)Z_p\bar{E}_p^T\bar{E}_p\delta(t) - 2\omega_p\xi^T(t)Z_p\bar{A}_p^T\bar{E}_p\delta(t) \\ &\quad - 2\omega_p^2\xi^T(t)Z_p\bar{E}_p\bar{E}_p^T\bar{E}_p\delta(t) + \varepsilon\omega_p^2\delta^T(t)Z_p\bar{E}_p^T\bar{M}_p\bar{M}_p^T\bar{E}_pZ_p^T\delta(t) + \frac{1}{\varepsilon}\eta^2. \end{aligned} \quad (4-18)$$

记  $\tilde{e} = \begin{bmatrix} \xi^T(t) & \delta^T(t) \end{bmatrix}^T$ , 式(4-18) 可以写成

$$\dot{V}_p(t) \leq \tilde{e}^T\varrho_{1p}\tilde{e} + \frac{1}{\varepsilon}\theta^2 + \frac{2}{\varepsilon}\eta^2, \quad (4-19)$$

其中,

$$\varrho_{1p} = \begin{bmatrix} \varrho_{11p} & \varrho_{12p} \\ * & \varrho_{22p} \end{bmatrix}, \quad (4-20)$$

和  $\varrho_{11p} = \bar{A}_p^TQ_p - C_p^TH_p^T + Q_p\bar{A}_p - H_p\bar{C}_p + \omega_pQ_p\bar{E}_p\bar{E}_p^T + \omega_p\bar{E}_p\bar{E}_p^TQ_p + \varepsilon Q_p\bar{M}_p\bar{M}_p^TQ_p$ ,  
 $\varrho_{12p} = Q_p\bar{E}_p - \omega_pZ_p\bar{A}_p^T\bar{E}_p - \omega_p^2Z_p\bar{E}_p\bar{E}_p^T\bar{E}_p$ ,  $\varrho_{22p} = \varepsilon Z_pZ_p^T - 2\omega_pZ_p\bar{E}_p^T\bar{E}_p + \varepsilon\omega_p^2Z_p\bar{E}_p^T\bar{M}_p\bar{M}_p^T\bar{E}_pZ_p^T$ .

由式(4-12) 可以得到

$$\begin{aligned} V_p(t) &\leq \lambda_{\max}(Q_p) \|\xi(t)\|^2 + \lambda_{\max}(Z_p) \|\delta(t)\|^2, \\ &\leq \max[\lambda_{\max}(Q_p), \lambda_{\max}(Z_p)](\|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2). \end{aligned} \quad (4-21)$$

由式(4-19) 和(4-21) 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) &\leq \lambda_{\max}(\varrho_{1p})(\|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2) + \frac{1}{\varepsilon}\theta^2 + \frac{2}{\varepsilon}\eta^2, \\ &= -\lambda_{\min}(-\varrho_{1p})(\|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2) + \frac{1}{\varepsilon}\theta^2 + \frac{2}{\varepsilon}\eta^2, \\ &\leq -\rho_p V_p(t) + \varsigma_p, \end{aligned} \quad (4-22)$$

其中  $\rho_p = \frac{\lambda_{\min}(-\varrho_{1p})}{\max[\lambda_{\max}(Q_p), \lambda_{\max}(Z_p)]}$ ,  $\varsigma_p = \frac{1}{\varepsilon}\theta^2 + \frac{2}{\varepsilon}\eta^2$ . 令

$$\kappa = \min\{\rho_p\}, \alpha = \max\{\varsigma_p\}. \quad (4-23)$$

由式(4-23), 可以得到

$$\dot{V}_p(t) \leq -\kappa V_p(t) + \alpha. \quad (4-24)$$

考虑如下形式的函数

$$Y(t) = \exp\{\kappa t\} V_{\sigma(t)}(\tilde{e}(t)). \quad (4-25)$$

可以得到

$$\dot{Y}(t) \leq \alpha \exp\{\kappa t\}, t \in [t_i, t_{i+1}). \quad (4-26)$$

因为  $V_k(\tilde{e}(t)) \leq \mu V_l(\tilde{e}(t)), \forall k, l \in P$ , 可得

$$Y(t_{i+1}) \leq \mu[Y(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \alpha \exp\{\kappa t\} dt]. \quad (4-27)$$

由式(2-6) 可以得到

$$Y(T^-) \leq \mu^{N_{\sigma}(T,0)} Y(0) + \mu^{1+N_0} \exp\{(\kappa - \psi)T\} \int_0^T \alpha \exp\{\psi t\} dt. \quad (4-28)$$

存在  $\underline{\varphi}, \bar{\varphi}$ , 使得  $\underline{\varphi}(\tilde{e}) \leq V_k(\tilde{e}) \leq \bar{\varphi}(\tilde{e})$ , 可以得出

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}(\|\tilde{e}(T)\|) &\leq \exp\{N_0 \ln \mu\} \exp\left\{\left(\frac{\ln \mu}{\tau_a} - \kappa\right)T\right\} \\ &\quad \times \bar{\varphi}(\|\tilde{e}(0)\|) + \mu^{1+N_0} \frac{\alpha}{\psi}, \forall T > 0. \end{aligned} \quad (4-29)$$

由于  $\mu^{1+N_0} \frac{\alpha}{\psi} \leq \frac{1}{2}\vartheta^2$ ,  $\vartheta > 0$ , 可以得到  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}^2(t) \leq \vartheta^2$ , 因此,  $[\xi(t), \delta(t)]$  是和  $\iota(t)$  是最终一致有界的. 证明完毕.  $\square$

根据以上分析, 可以将估计器的设计过程归纳成如下算法.

---

#### 算法 4.1 带有干扰的切换系统的故障估计器设计

---

- 1) 把状态, 干扰和故障定义为一个新的向量, 系统重新改写成(4-3)-(4-4);
- 2) 设计一个中间变量 $\gamma(t)$  并给出中间估计器(4-7)-(4-8);
- 3) 找到正定矩阵 $Q_p$ , 在(4-11)两边乘以 $Q_p$  得到(4-19);
- 4) 根据中间估计器(4-7)-(4-8), 选择估计器增益 $L_p = Q_p^{-1} H_p$ , 并计算平均驻留时间 $\tau_a$  .

**注 4.1** 可以看到, 如果 $s_a(t) = 0$ 或者 $s_f(t) = 0$ , 那么多故障估计问题将变为单个故障估计问题. 通过类似的分析, 可以为带有干扰的单个故障估计问题提供充分的条件.

**注 4.2** 在此, 通过引入中间变量并将状态和传感器故障扩展到新的向量中, 给出了切换线性系统的故障估计方法, 以估计干扰、执行器和传感器故障. 故障估计器可以进一步用于容错控制问题中的补偿故障的容错控制器的设计.

### 4.3.2 仿真研究

在本节中, 将使用一个典型实例来验证所提出算法的重要性. 选择带有两个子系统的线性切换系统(4-1)-(4-2), 系统参数选择为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.35 & 0.98 \\ 17.1 & -1.85 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.13 & -0.013 \\ 14.2 & 10.75 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 7 & 0 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}^T,$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1.87 & 0.98 \\ 12.6 & -2.63 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.16 & -0.005 \\ -29.2 & 21.3 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}^T,$$

$$D_1 = 1, F_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \end{bmatrix}^T, \bar{F}_1 = 1, D_2 = 2, F_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.01 \end{bmatrix}^T, \bar{F}_2 = 0.1.$$

执行器故障 $s_a(t)$  和传感器故障 $s_f(t)$  如表4-1 所示.

设初始状态 $x_1(0) = x_2(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ , 控制输入 $u(t) = k_j \varpi$  ( $j = 1, 2$ ), 其中 $k_1 = \begin{bmatrix} 5 & 1 \end{bmatrix}$  and  $k_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \end{bmatrix}$ . 选择 $\omega_1 = 0.1, \omega_2 = 1.8$ , 可得

$$L_1 = \begin{bmatrix} 291.3018 & 294.2661 & -0.3811 & -0.8469 \end{bmatrix}^T,$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 258.8561 & 483.8339 & 3.3567 & -110.1214 \end{bmatrix}^T.$$



表 4-1: 故障 $s_a(t)$  和 $s_f(t)$ 及干扰 $d(t)$ 

$t$	$[0s,15s)$	$[15s,32s)$	$[32s,50s)$	$[50s,70s)$	$[70s,90s)$
$s_a(t)$	0	$\sin(t)$	$\sin(t)$	2	0
$t$	$[90s,110s)$	$[110s,135s)$	$[135s,155s)$	$[155s,160s]$	
$s_a(t)$	$\sin(t)$	0	0	0	
$t$	$[0s,15s)$	$[15s,32s)$	$[32s,50s)$	$[50s,70s)$	$[70s,90s)$
$s_f(t)$	0	$\sin(t)$	$\sin(t)$	1	0
$t$	$[90s,110s)$	$[110s,135s)$	$[135s,155s)$	$[155s,160s]$	
$s_f(t)$	$\sin(t)$	0	0	0	
$t$	$[0s,15s)$	$[15s,32s)$	$[32s,50s)$	$[50s,70s)$	$[70s,90s)$
$d(t)$	0	0	$\sin(0.3t)$	$\sin(0.3t)$	$\sin(0.3t)$
$t$	$[90s,110s)$	$[110s,135s)$	$[135s,155s)$	$[155s,160s]$	
$d(t)$	$\sin(0.3t)$	0	0	0	

切换信号如图4-1所示, 状态及其估计结果如图4-2所示, 故障 $s_a(t)$  及其估计结果如图4-3所示, 故障 $s_f(t)$  及其估计结果如图4-4所示, 外部干扰 $d(t)$  及其估计结果如图4-5. 从图4-2至图4-5可以看出,已经实现了令人满意的估计性能.

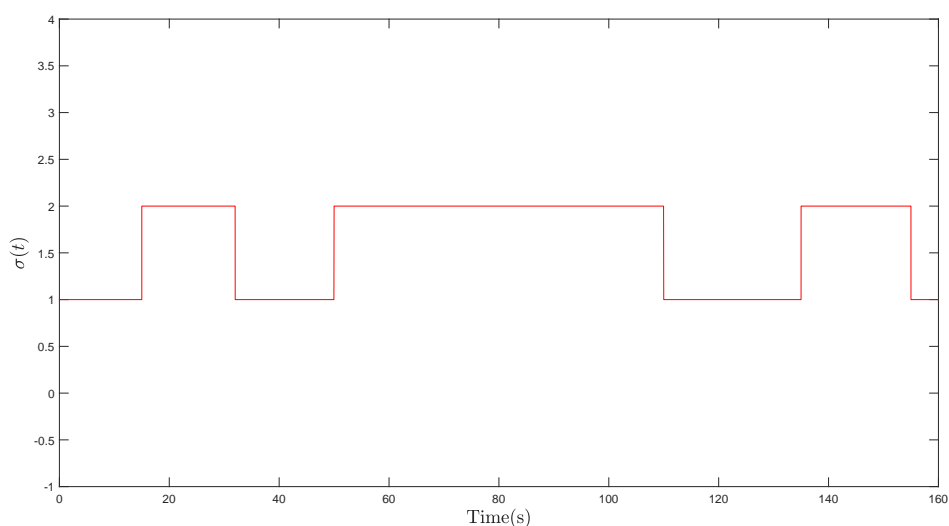


图 4-1: 切换信号

Figure 4-1: Switching signal

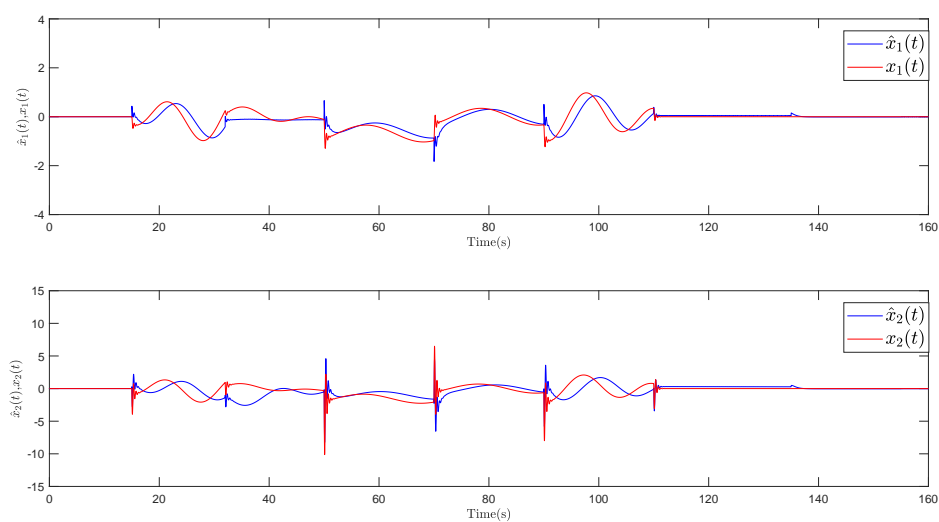


图 4-2: 状态及其估计

Figure 4-2: System state and estimate

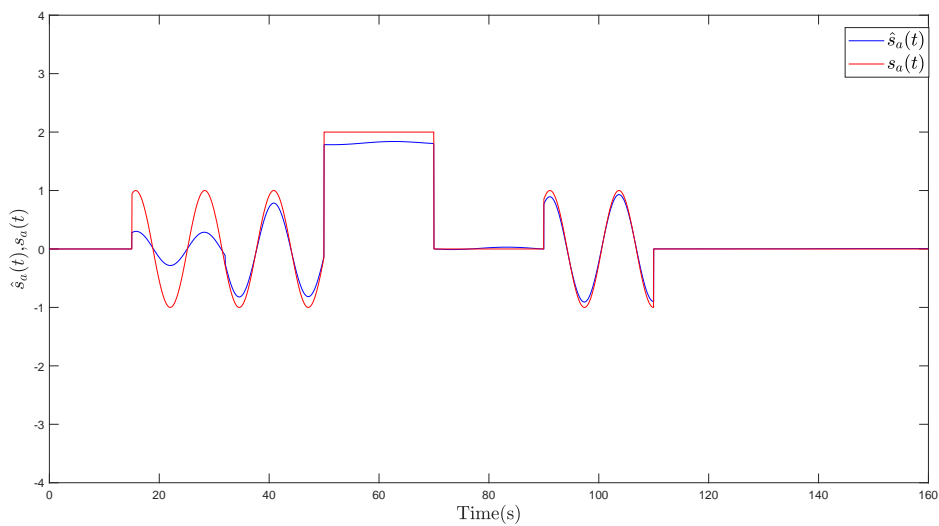


图 4-3: 执行器故障及其估计

Figure 4-3: Actuator fault and estimate

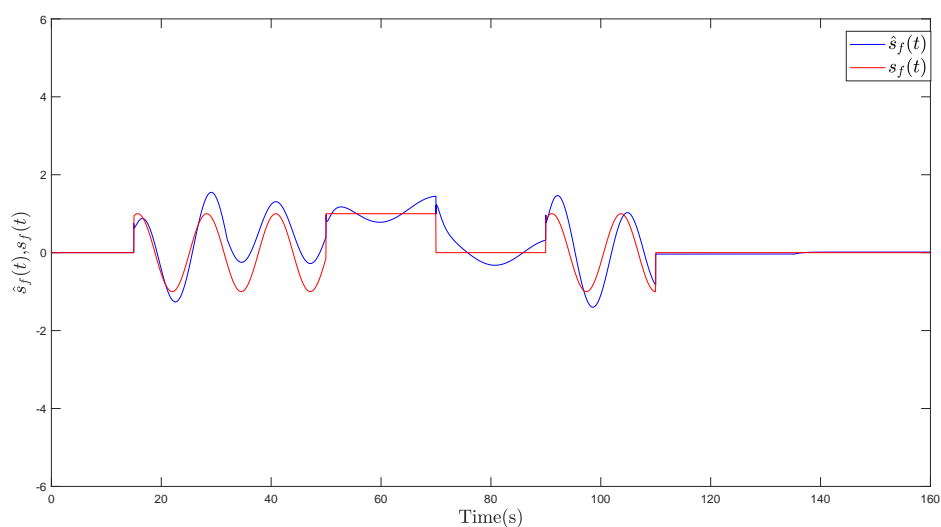


图 4-4: 传感器故障及其估计

Figure 4-4: Sensor fault and estimate

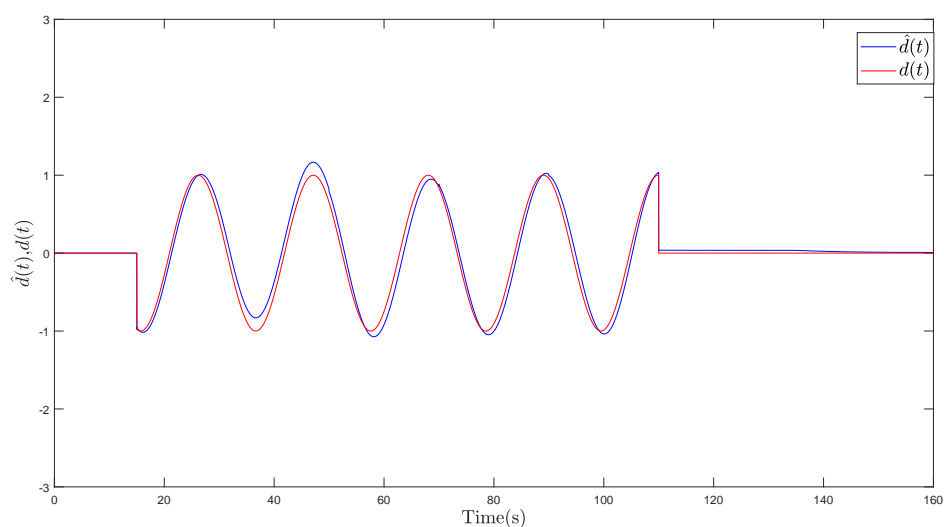


图 4-5: 外部干扰及其估计

Figure 4-5: External disturbances and estimate

## 4.4 带有外部干扰的切换系统的容错控制

本节是在上节的结果基础之上进行研究的, 主要研究带有外部干扰的切换系统的容错控制, 我们将给出基于中间估计器的容错控制律.

#### 4.4.1 容错控制器的设计

**假设 4.3** 当 $\sigma(t) = p$ 时,

$$\text{rank}(B_p, E_p) = \text{rank}(B_p). \quad (4-30)$$

**假设 4.4** 当 $\sigma(t) = p$ 时,  $F_p$  需要满足匹配条件 $F_p = B_p N_p$ , 其中 $N_p$  是已知矩阵.

假设4.3 等价于存在矩阵 $B_{\sigma(t)}^*$  使得 $(I - B_{\sigma(t)} B_{\sigma(t)}^*) E_{\sigma(t)} = 0$ . 然后, 根据增广中间估计器的故障估计结果, 我们设计的容错控制器如下

$$u(t) = v_{\sigma(t)} \hat{x}(t) - B_{\sigma(t)}^* E_{\sigma(t)} \hat{s}_a(t) - N_{\sigma(t)} \hat{d}(t), \quad (4-31)$$

其中 $\hat{x}(t)$  是 $x(t)$  的估计值,  $v_{\sigma(t)}$  需要被选取使得 $A_{\sigma(t)} + B_{\sigma(t)} v_{\sigma(t)}$  是赫尔维茨的. 将式(4-31) 带入式(4-3) 可得整个闭环系统

$$\dot{x}(t) = (A_{\sigma(t)} + B_{\sigma(t)} v_{\sigma(t)}) x(t) + G_{1\sigma(t)} \xi(t) + G_{2\sigma(t)} \delta(t), \quad (4-32)$$

$$\dot{\xi}(t) = (\bar{A}_{\sigma(t)} - L_{\sigma(t)} \bar{C}_{\sigma(t)}) \xi(t) + \bar{E}_{\sigma(t)} \iota(t) + \bar{M}_{\sigma(t)} \bar{d}(t), \quad (4-33)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) = & \dot{s}_a(t) - K_{\sigma(t)} \bar{E}_{\sigma(t)} \delta(t) - K_{\sigma(t)} ((\bar{A}_{\sigma(t)} + \bar{E}_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)}) \xi(t) \\ & + \bar{M}_{\sigma(t)} \bar{d}(t)), \end{aligned} \quad (4-34)$$

其中 $G_{1\sigma(t)} = \begin{bmatrix} -B_{\sigma(t)} v_{\sigma(t)} + \omega_{\sigma(t)} E_{\sigma(t)} E_{\sigma(t)}^T & F_{\sigma(t)} & 0 \end{bmatrix}$ ,  $G_{2\sigma(t)} = E_{\sigma(t)}$ .

**定理 4.2** 如果假设(4-1)-(4-3) 成立, 且对于给定标量 $\omega_p > 0, \varepsilon > 0$ , 存在矩阵 $\bar{Q}_p > 0, Q_p > 0, H_p$  和 $Z_p > 0$  使得

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_{11p} & \bar{Q}_p G_{1p} & \bar{Q}_p G_{2p} & 0 & 0 & 0 \\ * & \Pi_{22p} & \Pi_{23p} & Q_p \bar{M}_p & 0 & 0 \\ * & * & \Pi_{33p} & 0 & \omega_p Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p & Z_p \\ * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\frac{1}{\varepsilon} I \end{bmatrix} < 0, \quad (4-35)$$

当 $t \in [t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t) = p, p \in P$ , 其中,  $\Pi_{11p} = W_p A_p^T + N_p^T B_p^T + A_p W_p + B_p N_p$ ,  $\Pi_{22p} = \bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p + \omega_p Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T + \omega_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T Q_p$ ,  $\Pi_{23p} = Q_p \bar{E}_p - \omega_p \bar{A}_p^T \bar{E}_p Z_p -$

$\omega_p^2 \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p Z_p$ ,  $\Pi_{33p} = -\omega_p(Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p + \bar{E}_p^T \bar{E}_p Z_p)$ , 设计  $K_p = \omega_p \bar{E}_p^T$ ,  $\tau_a > \frac{\ln \mu}{a_0}$  对于给定的  $a_0 > 0$  和  $\mu = \{\max\{\frac{\lambda_{\max}(\bar{Q}_k), \lambda_{\max}(Q_k), \lambda_{\max}(Z_k)}{\min\{\lambda_{\min}(\bar{Q}_l), \lambda_{\min}(Q_l), \lambda_{\min}(Z_l)\}}\}, k, l \in P\}$ , 且观测增益可以由  $L_p = Q_p^{-1} H_p$  得到, 中间估计器(4-7), (4-8) 和容错控制器(4-31) 确保误差系统状态是最终一致有界的.

**证明** 选取如下形式的Lyapunov函数

$$V_{\sigma(t)}(t) = x^T(t) \bar{Q}_{\sigma(t)} x(t) + \xi^T(t) Q_{\sigma(t)} \xi(t) + \delta^T(t) Z_{\sigma(t)} \delta(t). \quad (4-36)$$

当  $t \in [t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t) = p, p \in P$ , 对  $V_p(t)$  求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) = & x^T(t) [\bar{Q}_p (A_p + B_p v_p) + (A_p + B_p v_p)^T \bar{Q}_p] x(t) + 2x^T(t) \bar{Q}_p G_{1p} \xi(t) \\ & + 2x^T(t) \bar{Q}_p G_{2p} \delta(t) + \xi^T(t) ((\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)^T Q_p + Q_p (\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)) \xi(t) \\ & + 2\xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \iota(t) + 2\xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \bar{d}(t) + 2\delta^T(t) Z_p \dot{s}_a(t) - 2\omega_p \delta^T Z_p(t) \\ & \times \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \delta^T Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{A}_p \xi(t) - 2\omega_p^2 \delta^T Z_p(t) \bar{E}_p^T \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) \\ & - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{d}(t). \end{aligned} \quad (4-37)$$

将  $\iota(t) = \delta(t) + \omega_p \bar{E}_p^T \xi(t)$  带入式(4-37) 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) = & x^T(t) [\bar{Q}_p (A_p + B_p v_p) + (A_p + B_p v_p)^T \bar{Q}_p] x(t) + 2x^T(t) \bar{Q}_p G_{1p} \xi(t) \\ & + 2x^T(t) \bar{Q}_p G_{2p} \delta(t) + \xi^T(t) ((\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)^T Q_p + Q_p (\bar{A}_p - L_p \bar{C}_p)) \xi(t) \\ & + 2\xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \delta(t) + 2\omega_p \xi^T(t) Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) + 2\xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \bar{d}(t) \\ & + 2\delta^T Z_p(t) \dot{s}_a(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{A}_p \xi(t) \\ & - 2\omega_p^2 \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) - 2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{d}(t). \end{aligned} \quad (4-38)$$

根据  $\|\dot{d}(t)\| \leq \eta_1, \|\dot{s}_f(t)\| \leq \eta_2$ , 存在一个正整数使得  $\|\bar{d}(t)\| \leq \eta$ , 根据Young 不等式, 可以容易得出下列不等式是成立的

$$2\delta^T(t) Z_p \dot{s}_a(t) \leq \varepsilon \delta^T(t) Z_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2, \quad (4-39)$$

$$2\xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \bar{d}(t) \leq \varepsilon \xi^T(t) Q_p \bar{M}_p \bar{M}_p^T Q_p \xi(t) + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2, \quad (4-40)$$

$$-2\omega_p \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{d}(t) \leq \varepsilon \omega_p^2 \delta^T(t) Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{M}_p^T \bar{E}_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2. \quad (4-41)$$

根据式(4-38)-(4-41), 令  $W_p = \bar{Q}_p^{-1}$ ,  $N_p = v_p W_p$ , 且由  $L_p = Q_p^{-1} H_p$  可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) &\leq x^T(t)(W_p A_p^T + N_p^T B_p^T + A_p W_p + B_p N_p)x(t) + 2x^T(t)\bar{Q}_p G_{1p}\xi(t) \\ &\quad + 2x^T(t)\bar{Q}_p G_{2p}\delta(t) + \xi^T(t)(\bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p)\xi(t) \\ &\quad + 2\xi^T(t)Q_p \bar{E}_p \delta(t) + 2\omega_p \xi^T(t)Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \xi(t) + \varepsilon \xi^T(t)Q_p \bar{M}_p \bar{M}_p^T Q_p \xi(t) \\ &\quad + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2 + \varepsilon \delta^T(t)Z_p Z_p^T \delta(t) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 - 2\omega_p \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p \xi^T(t)Z_p \\ &\quad \times \bar{A}_p^T \bar{E}_p \delta(t) - 2\omega_p^2 \xi^T(t)Z_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p \delta(t) + \varepsilon \omega_p^2 \delta^T(t)Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{M}_p^T \bar{E}_p Z_p^T \delta(t) \\ &\quad + \frac{1}{\varepsilon} \eta^2. \end{aligned} \quad (4-42)$$

记  $\tilde{e}(t) = \begin{bmatrix} x^T(t) & \xi^T(t) & \delta^T(t) \end{bmatrix}^T$ , 式(4-42) 可以改写为

$$\dot{V}_p(t) \leq \tilde{e}^T(t) \varrho_{1p} \tilde{e}(t) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 + \frac{2}{\varepsilon} \eta^2, \quad (4-43)$$

其中

$$\varrho_{1p} = \begin{bmatrix} \varrho_{11p} & \bar{Q}_p G_{1p} & \bar{Q}_p G_{2p} \\ * & \varrho_{22p} & \varrho_{23p} \\ * & * & \varrho_{33p} \end{bmatrix}, \quad (4-44)$$

且  $\varrho_{11p} = W_p A_p^T + N_p^T B_p^T + A_p W_p + B_p N_p$ ,  $\varrho_{22p} = \bar{A}_p^T Q_p - C_p^T H_p^T + Q_p \bar{A}_p - H_p \bar{C}_p + \omega_p Q_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T + \omega_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T Q_p + \varepsilon Q_p \bar{M}_p \bar{M}_p^T Q_p$ ,  $\varrho_{23p} = P_p \bar{E}_p - \omega_p Z_p \bar{A}_p^T \bar{E}_p - \omega_p^2 Z_p \bar{E}_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p$ ,  $\varrho_{33p} = \varepsilon Z_p Z_p^T - 2\omega_p Z_p \bar{E}_p^T \bar{E}_p + \varepsilon \omega_p^2 Z_p \bar{E}_p^T \bar{M}_p \bar{M}_p^T \bar{E}_p Z_p^T$ .

由(4-36) 可以推导出

$$\begin{aligned} V_p(t) &\leq \lambda_{\max}(\bar{Q}_p) \|x(t)\|^2 + \lambda_{\max}(Q_p) \|\xi(t)\|^2 + \lambda_{\max}(Z_p) \|\delta(t)\|^2, \\ &\leq \max[\lambda_{\max}(\bar{Q}_p), \lambda_{\max}(Q_p), \lambda_{\max}(Z_p)] (\|x(t)\|^2 + \|\xi(t)\|^2 \\ &\quad + \|\delta(t)\|^2). \end{aligned} \quad (4-45)$$

由式(4-43) 和(4-45) 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) &\leq \lambda_{\max}(\varrho_{1p}) (\|x(t)\|^2 + \|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 + \frac{2}{\varepsilon} \eta^2, \\ &= -\lambda_{\min}(-\varrho_{1p}) (\|x(t)\|^2 + \|\xi(t)\|^2 + \|\delta(t)\|^2) + \frac{1}{\varepsilon} \theta^2 + \frac{2}{\varepsilon} \eta^2, \\ &\leq -\rho_p V_p(t) + \varsigma_p, \end{aligned} \quad (4-46)$$

其中  $\rho_p = \frac{\lambda_{\min}(-\varrho_{1p})}{\max[\lambda_{\max}(\bar{Q}_p), \lambda_{\max}(\bar{Q}_p), \lambda_{\max}(\bar{Z}_p)]}$ ,  $\varsigma_p = \frac{1}{\varepsilon}\theta^2 + \frac{2}{\varepsilon}\eta^2$ .

令

$$\kappa = \min\{\rho_p\}, \alpha = \max\{\varsigma_p\}. \quad (4-47)$$

由式(4-47), 可以得到

$$\dot{V}_p(t) \leq -\kappa V_p(t) + \alpha. \quad (4-48)$$

考虑如下的函数

$$\varphi(t) = \exp\{\kappa t\} V_{\sigma(t)}(\tilde{e}(t)). \quad (4-49)$$

对于每个时间段  $[t_i, t_{i+1})$ , 由式(4-49) 可以得到

$$\dot{\varphi}(t) \leq \alpha \exp\{\kappa t\}, t \in [t_i, t_{i+1}). \quad (4-50)$$

因为  $V_k(\tilde{e}(t)) \leq \mu V_l(\tilde{e}(t)), \forall k, l \in P$ , 我们可得

$$\varphi(t_{i+1}) \leq \mu[\varphi(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \alpha \exp\{\kappa t\} dt]. \quad (4-51)$$

根据(2-6), 可得

$$\varphi(T^-) \leq \mu^{N_{\sigma}(T,0)} \varphi(0) + \mu^{1+N_0} \exp\{(\kappa - \psi)T\} \int_0^T \alpha \exp\{\psi t\} dt. \quad (4-52)$$

不难发现存在  $\underline{\phi}, \bar{\phi}$ , 使得  $\underline{\phi}(\tilde{e}) \leq V_k(\tilde{e}) \leq \bar{\phi}(\tilde{e})$ , 可以得出

$$\begin{aligned} \underline{\phi}(\|\tilde{e}(T)\|) &\leq \exp\{N_0 \ln \mu\} \exp\left\{\left(\frac{\ln \mu}{\tau_a} - \kappa\right)T\right\} \\ &\quad \times \bar{\phi}(\|\tilde{e}(0)\|) + \mu^{1+N_0} \frac{\alpha}{\psi}, \forall T > 0. \end{aligned} \quad (4-53)$$

对于任何给定的常数  $\vartheta > 0$ , 可以得到  $\mu^{1+N_0} \frac{\alpha}{\psi} \leq \frac{1}{2}\vartheta^2$ , 然后可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}^2(t) \leq \vartheta^2$ , 因此,  $[\xi(t), \delta(t)]$  和  $\iota(t)$  是最终一致有界的. 证明完毕.  $\square$

**注 4.3** 可以看到, 如果  $s_a(t) = 0$  或者  $s_f(t) = 0$ , 那么多故障估计问题将变为单个故障估计问题. 通过类似的分析, 可以为单个带有干扰和故障容错控制问题提供充分的条件.

## 4.4.2 仿真研究

在本节中, 将使用一个典型实例来验证所提出算法的重要性. 选择带有两个子系统的线性切换系统(4-1)-(4-2), 系统参数选择为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.35 & 0.98 \\ 17.1 & -1.85 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.13 & -0.013 \\ 14.2 & 10.75 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}^T,$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1.87 & 0.98 \\ 12.6 & -2.63 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.16 & -0.005 \\ -29.2 & 21.3 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}^T,$$

$$D_1 = 1, F_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.01 \end{bmatrix}^T, \bar{F}_1 = 1, D_2 = 1, F_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.01 \end{bmatrix}^T, \bar{F}_2 = 2.$$

执行器故障 $s_a(t)$ 和传感器故障 $s_f(t)$ 如表4-2所示.

表 4-2: 故障 $s_a(t)$ 和 $s_f(t)$ 及干扰 $d(t)$

$t$	$[0s, 15s)$	$[15s, 32s)$	$[32s, 50s)$	$[50s, 70s)$	$[70s, 90s)$
$s_a(t)$	0	$\sin(t)$	$\sin(t)$	2	0
$t$	$[90s, 110s)$	$[110s, 135s)$	$[135s, 155s)$	$[155s, 180s]$	
$s_a(t)$	$\sin(t)$	0	0	0	
$t$	$[0s, 15s)$	$[15s, 32s)$	$[32s, 50s)$	$[50s, 70s)$	$[70s, 90s)$
$s_f(t)$	0	$\sin(t)$	$\sin(t)$	1	0
$t$	$[90s, 110s)$	$[110s, 135s)$	$[135s, 155s)$	$[155s, 180s]$	
$s_f(t)$	$\sin(t)$	0	0	0	
$t$	$[0s, 15s)$	$[15s, 32s)$	$[32s, 50s)$	$[50s, 70s)$	$[70s, 90s)$
$d(t)$	0	0	$\sin(0.1t)$	$\sin(0.1t)$	$\sin(0.1t)$
$t$	$[90s, 110s)$	$[110s, 135s)$	$[135s, 155s)$	$[155s, 180s]$	
$d(t)$	$\sin(0.1t)$	0	0	0	

设初始状态 $x_1(0) = x_2(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ , 选择 $\omega_1 = 1.4, \omega_2 = 1.4$ , 可得

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0.9915 & -0.2091 \\ -0.2094 & -0.3735 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 0.3884 & 0.0302 \\ 0.0384 & -0.2179 \end{bmatrix},$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 7.0538 & 59.5776 & -7.8063 & -8.2619 \end{bmatrix}^T,$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 63.4867 & 75.2015 & -16.1819 & -17.3871 \end{bmatrix}^T.$$



切换信号如图4-6所示, 状态及其估计结果如图4-7 所示, 故障 $s_a(t)$  及其估计结果如图4-8所示, 故障 $s_f(t)$  及其估计结果如图4-9所示, 外部干扰 $d(t)$  及其估计结果如图4-10所示. 从图4-7 至图4-10 可以看出, 已经实现了令人满意的估计性能.

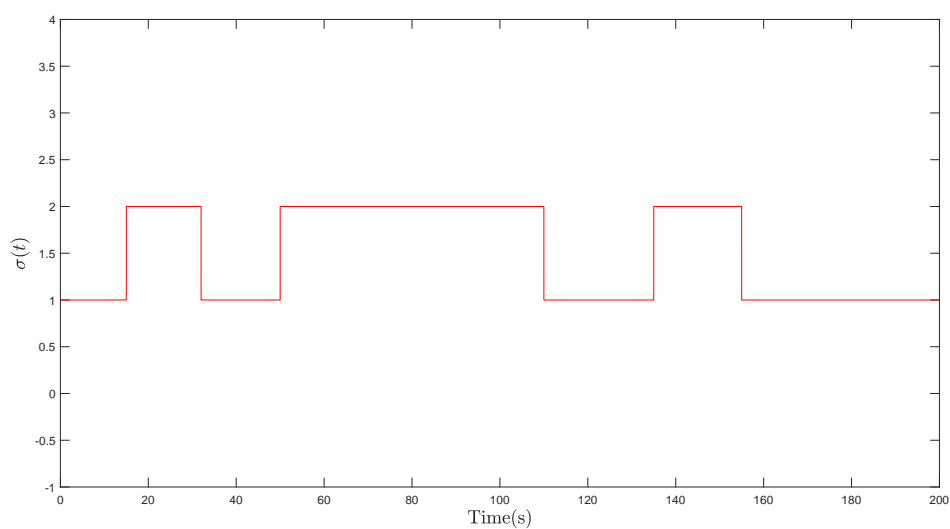


图 4-6: 切换信号

Figure 4-6: Switching signal

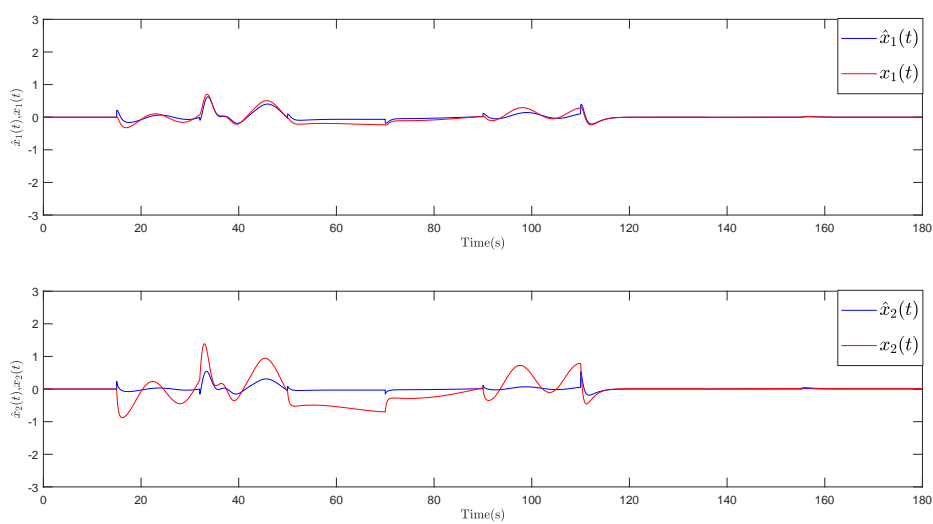


图 4-7: 状态及其估计

Figure 4-7: System state and estimate

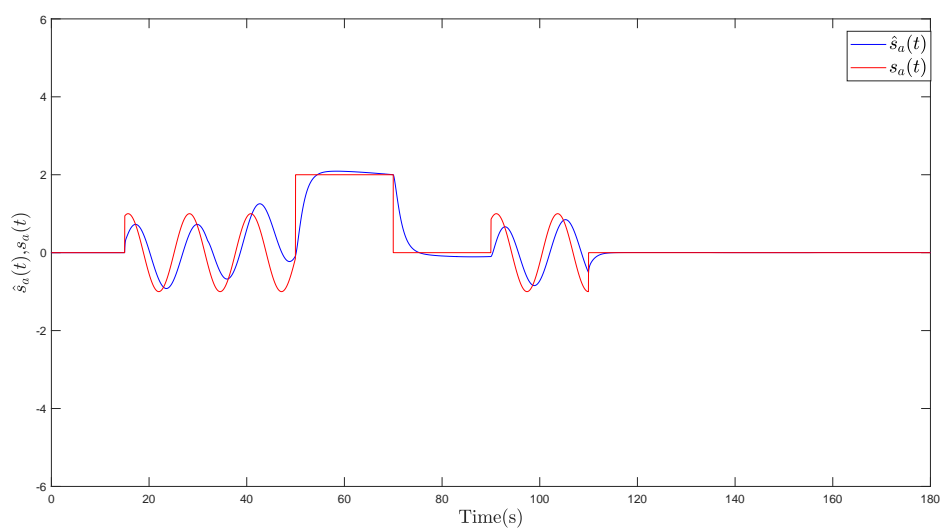


图 4-8: 执行器故障及其估计

Figure 4-8: Actuator fault and estimate

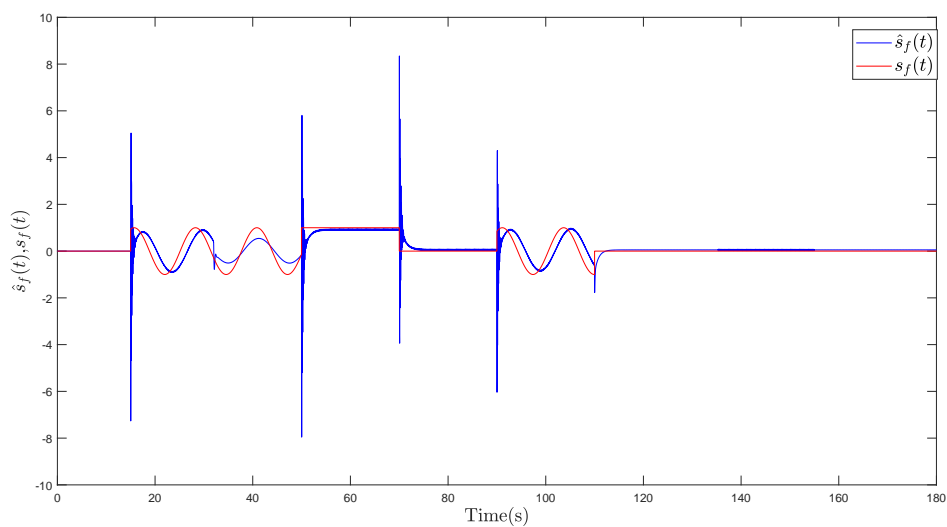


图 4-9: 传感器故障及其估计

Figure 4-9: Sensor fault and estimate

## 4.5 本章小结

针对存在外部干扰带有执行器故障和传感器故障的切换系统, 本章给出了故障估计和容错控制方法. 故障估计是基于设计增广中间估计器故障估计方法, 容错控

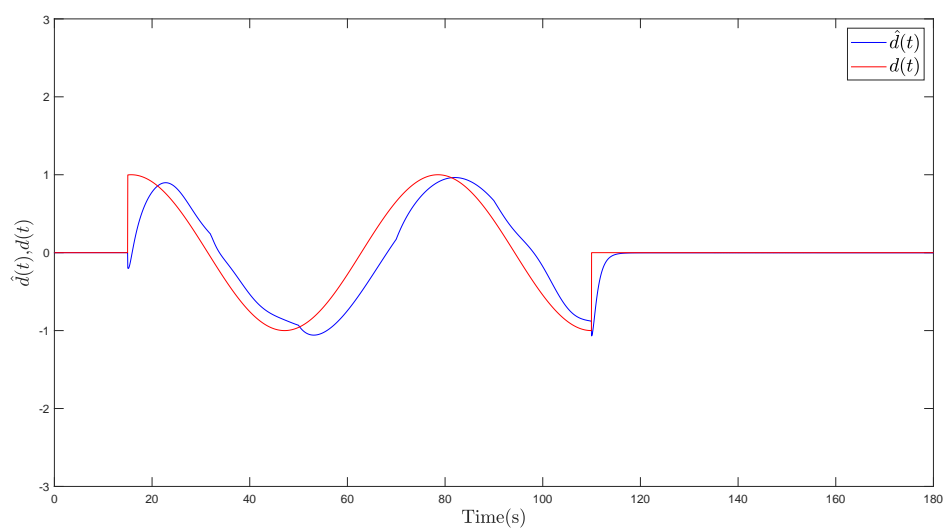


图 4-10: 外部干扰及其估计

Figure 4-10: External disturbances and estimate

制是利用中间估计器的故障估计结果设计容错控制律在线补偿故障. 为验证本章方法的有效性最后给出了仿真算例.

## 结论

本论文针对切换系统的故障估计和容错控制进行研究, 论文的主要研究成果如下.

1. 研究了带有执行器故障和传感器故障的切换系统故障估计问题. 基于中间估计器, 利用李雅普诺夫稳定性理论, 保证了误差系统最终一致有界. 最后的数值仿真验证了控制算法的有效性和可行性.

2. 研究了带有执行器故障和传感器故障的切换系统容错控制问题. 基于中间估计器的结果设计容错控制器, 使得故障可以被补偿掉, 利用李雅普诺夫稳定性理论, 保证了系统稳定. 最后的数值仿真验证了控制算法的有效性和可行性.

3. 研究存在外部干扰带有执行器故障和传感器故障的切换系统故障估计和容错控制问题. 基于中间估计器进行故障估计, 以及设计容错控制器补偿故障, 利用李雅普诺夫稳定性理论, 保证了系统稳定及误差系统最终一致有界. 最后的数值仿真验证了控制算法的有效性和可行性.

本文将故障估计和容错控制的方法应用到了切换系统及带有外部干扰的切换系统中, 同样的方法也可以被广泛的应用, 在未来的工作中, 希望可以将本文中的故障估计和容错控制的方法应用到切换多智能体系统中.

## 参考文献

- [1] A. Kirk, S.Natale. Assessing single fault immunity in an operating switching and transport system[C]. 2001 Twenty-Third International Telecommunications Energy Conference, 2001: 614-621.
- [2] V. Fernandez, T. Niewierowicz. Switching control strategy for power systems with losses[J]. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2007, 29(1): 36-41.
- [3] T. Lee, Z. Jiang. Uniform Asymptotic Stability of Nonlinear Switched Systems With an Application to Mobile Robots[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(5): 1235-1252.
- [4] M. Yazdi, M. Jahed-Motlagh. Stabilization of a CSTR with two arbitrarily switching modes using modal state feedback linearization[J]. Chemical Engineering Journal, 2009, 155(3): 838-843.
- [5] X. He, J. Zhao. Multiple Lyapunov functions with blending for induced  $L_2$ -norm control of switched LPV systems and its application to an F-16 aircraft model[J]. Asian Journal of Control, 2014, 16(1): 149-161.
- [6] D. Ma, J. Zhao. Stabilization of networked switched linear systems: An asynchronous switching delay system approach[J]. Systems and Control Letters, 2015, 77: 46-54.
- [7] G. Zong, R. Wang, W. Zheng, L. Hou. Finite-time  $H_\infty$  control for discrete-time switched nonlinear systems with time delay[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2015, 25(6): 914-936.
- [8] X. Yang, J. Lu. Finite-time synchronization of coupled networks with Markovian topology and impulsive effects[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(8): 2256-2261.

- [9] J. Daafouz, P. Riedinger, C. Iung. Stability analysis and control synthesis for switched systems: a switched Lyapunov function approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(11): 1883-1887.
- [10] D. Chatterjee, D. Liberzon. Stability analysis of deterministic and stochastic switched systems via a comparison principle and multiple Lyapunov functions[J]. Siam Journal on Control and Optimization, 2006, 45(1): 174-206.
- [11] W. Xiang and J. Xiao, Stability analysis and control synthesis of switched impulsive systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2012, 22(13): 1440-1459.
- [12] Y. Kang, D. Zhai, G. Liu, Y. Zhao. On input-to-state stability of switched stochastic nonlinear systems under extended asynchronous switching[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 46(5): 1092-1105.
- [13] J. Mancilla-Aguilar, H. Haimovich, R. García. Global stability results for switched systems based on weak Lyapunov functions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(6): 2764-2777.
- [14] X. Wu, Y. Tang, J. Cao, X. Mao. Stability analysis for continuous-time switched systems with stochastic switching signals[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(9): 3083-3090.
- [15] J. Mancillaaguilar, H. Haimovich. Uniform input-to-state stability for switched and time-varying impulsive systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(12): 5028-5042.
- [16] J. Han, H. Zhang, Y. Wang, X. Sun. Robust Fault Detection for Switched Fuzzy Systems With Unknown Input[J]. IEEE Transactions on cybernetics, 2018, 48(11): 3056-3066.
- [17] N. Meskin, K. Khorasani. Actuator fault detection and isolation for a network of unmanned vehicles[J]. IEEE Transactions on automatic control, 2009, 54(4): 835-840.

- 
- [18] Z. Zhang, M. Jaimoukha. On-line fault detection and isolation for linear discrete-time uncertain systems[J]. Automatica, 2014, 50(2): 513-518.
- [19] W. Tang, Z. Wang, Y. Shen. Fault detection and isolation for discrete-time descriptor systems based on  $H_-/L_\infty$  observer and zonotopic residual evaluation[J]. International Journal of Control, 2018: 1-12.
- [20] T. Park. Estimation strategies for fault isolation of linear systems with disturbances[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(12): 2781-2792.
- [21] B. Jiang, M. Staroswiecki, V. Cocquempot. Fault estimation in nonlinear uncertain systems using robust/sliding-mode observers[J]. IEE Proceedings Control Theory and Applications, 2004, 151(1): 29-37.
- [22] C. Gao, G. Duan. Robust adaptive fault estimation for a class of nonlinear systems subject to multiplicative faults[J]. Circuits Systems and Signal Processing, 2012, 31(6): 2035-2046.
- [23] J. Zhu, G. Yang, H. Wang, F. Wang. Fault estimation for a class of nonlinear systems based on intermediate estimator[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 61(9): 2518-2524.
- [24] J. Yang, F. Zhu, X. Wang, X. Bu. Robust sliding-mode observer-based sensor fault estimation, actuator fault detection and isolation for uncertain nonlinear systems[J]. International Journal of Control, 2015, 13(5): 1037-1046.
- [25] G. Yang, S. Huang. Fault estimation for a class of non-linear systems via full-column-rank state variable substitution[J]. IET Control Theory and Applications, 2016, 10(17): 2260-2270.
- [26] G. Wang, C. Yi. Fault estimation for nonlinear systems by an intermediate estimator with stochastic failure[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 89(2): 1195-1204.

- [27] X. Li, W. Zhang, Y. Wang. Simultaneous fault estimation for uncertain Markovian jump systems subjected to actuator degradation[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(13): 4435-4453.
- [28] J. Han, X. Liu , X. Gao, X. Wei. Intermediate Observer-Based Robust Distributed Fault Estimation for Nonlinear Multiagent Systems With Directed Graphs[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(12):7426-7436.
- [29] S, Huang, D Zhang, L Guo, L Wu. Convergent Fault Estimation for Linear Systems With Faults and Disturbances[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 63(3): 888-893.
- [30] J. Zhu , G. Yang. Robust Distributed Fault Estimation for a Network of Dynamical Systems[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2018, 5(99): 14-22.
- [31] K. Zhang, B. Jiang, P. Shi, J. Pan. Distributed fault estimation design of interconnected systems with external disturbances[J]. IET Control Theory and Applications, 2019, 13(3):377-386.
- [32] Z. Zhang , M. Leibold, D. Wollherr. Integral Sliding-Mode Observer-Based Disturbance Estimation for Euler – Lagrangian Systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 28(6): 2377-2389.
- [33] M. Nguyen, O. Sename, L. Dugard. A switched LPV observer for actuator fault estimation[J]. Ifac Papersonline, 2015, 48(26):194-199.
- [34] D. Du, S. Xu, V. Cocquempot. Actuator fault estimation for discrete-time switched systems with finite-frequency[J]. Systems and Control Letters, 2017, 108: 64-70.
- [35] D. Du, V. b, B. Jiang. Robust fault estimation observer design for switched systems with unknown input[J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 348: 70-83.



- 
- [36] S. Yin, H. Gao, J. Qiu, O. Kaynak. Descriptor reduced-order sliding mode observers design for switched systems with sensor and actuator faults[J]. Automatica, 2017, 76:282-292.
- [37] L. Chen, Y. Zhao, S. Fu, M. Liu, J. Qiu. Fault estimation observer design for descriptor switched systems with actuator and sensor failures[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2019, 66(2): 810-819.
- [38] J. Li , Y. Liu , J. Yu, Y. Sun, M. Liu. A new result of terminal sliding mode finite-time state and fault estimation for a class of descriptor switched system-s[J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 402(10):126085.
- [39] Z. Gao, S. Ding. Actuator fault robust estimation and fault-tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems[J]. Automatica, 2007, 43(5):912-920.
- [40] M. Liu, P. Shi. Sensor fault estimation and tolerant control for It stochastic systems with a descriptor sliding mode approach[J]. Automatica, 2013, 49(5):1242-1250.
- [41] Z. Gao. Fault estimation and fault tolerant control for discrete-time dynamic systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(6):3874-3884.
- [42] C.Liu, R. Patton, K. Zhang. Hierarchical structure-based fault estimation and fault-tolerant control for multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2019, 6(2): 586-597.
- [43] K. Zhang, B. Jiang, M. Chen, X. Yan. Distributed fault estimation and fault-tolerant control of interconnected systems[J]. IEEE Transactions on cybernetics, 2019, 99: 1-11.
- [44] X. Zhao, Q. Zong, B. Tian, W. Liu. Integrated Fault Estimation and Fault-Tolerant Tracking Control for Lipschitz Nonlinear Multiagent Systems[J]. IEEE Transactions on cybernetics, 2020, 50(2): 678-688.

- [45] P. Li, G. Yang. Adaptive fuzzy fault-tolerant control for unknown nonlinear systems with disturbances[C]. IEEE Conference on Decision and Control, 2008: 417-422.
- [46] W. Guan, G. Yang. Adaptive fault-tolerant control of linear systems with actuator saturation and  $L_2$ -disturbances[J]. Control Theory and Technology, 2009, 7(2): 119-126.
- [47] J. Zhu, G. Yang. Fault-tolerant control for linear systems with multiple faults and disturbances based on augmented intermediate estimator[J]. Iet Control Theory and Applications, 2017, 11(2): 164-172.
- [48] S. Huang, D. Zhang, L. Guo, L. Wu. Robust Adaptive Output Feedback Fault Tolerant Control for a Class of Nonlinear Systems With Faults and Disturbances[C]. The 37th Chinese Control Conference, 2018: 5687-5692.
- [49] L. Zheng, X. Dong, Q. Luo, M. Zeng, X. Yang, R. Zhou. Robust Adaptive Sliding Mode Fault Tolerant Control for Nonlinear System with Actuator Fault and External Disturbance[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019: 1-13.
- [50] J. Stefanovski, A. Jurii. Fault-tolerant control in presence of disturbances based on fault estimation[J]. Systems and Control Letters, 2020, 138: 104646.
- [51] X. Hong, H. Xu, H. Sun. Fault-tolerant Control of Discrete-time Switched Systems[C]. IEEE International Conference on Control and Automation. 2007: 3082-3086.
- [52] H. Yang, B. Jiang, V. Cocquempot. A fault tolerant control framework for periodic switched non-linear systems[J]. International Journal of Control, 2009, 82(1): 117-129.
- [53] 王佳伟, 沈毅, 王振华. 切换系统的同时故障估计与容错控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(1): 85-92.

- 
- [54] Y. Guan, H. Yang, B. Jiang. Fault-tolerant control for a class of switched parabolic systems[J]. Nonlinear Analysis Hybrid Systems, 2009, 32:214-227.
- [55] L. Wu, J. Park. Adaptive Fault-Tolerant Control of Uncertain Switched Non-affine Nonlinear Systems With Actuator Faults and Time Delays[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems , 2020, 50(9): 3470-3480.
- [56] Y. Wang, N. Xu, Y. Liu, X. Zhao. Adaptive fault-tolerant control for switched nonlinear systems based on command filter technique[J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 392: 125725.
- [57] A. Ladel, A. Benzaouia, R. Outbib, M. Ouladsine, E. Adel. Robust fault tolerant control of continuous-time switched systems: An LMI approach[J]. Nonlinear Analysis Hybrid Systems, 2021, 39: 100950.
- [58] C. Wu, J. Zhao.  $H_\infty$  Adaptive tracking control for switched systems based on an average dwell-time method[J]. International Journal of Systems Science, 2015, 46(19): 2547-2559.
- [59] 张显, 仲光苹, 高翔宇. 系统与控制中的矩阵理论[M]. 哈尔滨: 黑龙江大学出版社, 2017.
- [60] D. S. Bernstein. Matrix mathematics: theory, facts, and formulas[M]. Princeton university press, 2009.

## 致谢

回首三年研究生生活,收获了成长进步,庆幸我遇到了很多良师益友,感谢陪我度过美好时光的每一位老师和同学,是大家的帮助使我有创新学术成果的动力,使我最终能够顺利完成学业.

在此,首先我要感谢我的导师吕建婷教授,三年来,从导师身上不仅学到了专业知识,学到更多的是生活及工作态度.本人的学位论文是在导师的指导下完成的,我再一次向我的导师吕建婷老师表示深切的谢意,并祝愿老师今后工作顺利!

其次,我要感谢我的副导师王鑫副教授,王老师渊博的专业知识,谦虚的做人原则和积极乐观的处事风格对我影响深远.王老师在论文的选题以及研究过程中给予了很大的帮助,非常感谢王老师多次的耐心指导和答疑解惑,王老师的帮助使我对研究生阶段的学术研究开展顺利,祝愿老师今后可以工作顺利!

再次,我要感谢我的同学和朋友们,感谢实验室的师兄、师姐、师弟师妹们.三年来,感谢大家的陪伴与帮助使我的研究生生活是美好且难忘的,我很庆幸有温馨的实验室环境,在大家的帮助和带动下使我的学习生活是欢乐且顺畅的,感谢你们给予我的关心与帮助,祝愿大家前程似锦!

从次,我要感谢我的家人,在我的求学生涯中一如既往的支持我、鼓励我、相信我,他们对我无私的爱与照顾是我成长路上的前进动力,是我勇往直前的坚强后盾.

最后,我要感谢黑龙江大学数学科学学院以及研究生院的所有老师,在学习期间感受到了每一位老师渊博的专业知识,专业的学习使我在求学的路上更加顺畅.感谢百忙之中参与评阅、评议本论文的各位老师以及参与本人论文答辩的各位老师.

## 攻读学位期间发表的学术论文

[1]C. Su, J. Lyu, X. Wang, D. Gao. Fault Estimation of Switched Linear Systems with Actuator and Sensor Faults[C]. Proceedings of 2020 Chinese Intelligent Systems Conference, 579-589, 2020. (EI收录)

