Tutorato 9

Sara Trabucco

26 Novembre, 2025

Esercizi

Esercizio 1.

Sia dato un campione casuale $\underline{X}$ di ampiezza 10 proveniente da un'esponenziale di parametro λ.

a. Si trovi uno stimatore per λ usando il metodo dei momenti;

b. Sapendo che $\sum_{i=1}^{n} X_i = 25$, si costruisca un intervallo di confidenza per λ al livello 0.95;

+ Si verifichi se lo stimatore trovato al punto a. sia distorto o meno.

Esercizio 2.

Sia $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ un campione casuale di ampiezza n tale per cui $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, con media e varianza ignote.

a. Trovare gli stimatori per media μ e varianza σ^2 usando il metodo dei momenti;

b. Siano forniti ora la media campionaria $\bar{X}_n = 2$ ora la varianza campionaria corretta $S_n^2 = 16$ per un campione di ampiezza $n = 40$; trovare un intervallo di confidenza per la vera media μ al livello 0.95;

c. Supponendo ora che la media sia conosciuta e pari a 4 e che $\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = 1000$, trovare un intervallo di confidenza per lo stimatore per la varianza trovato nel punto a. al livello 0.9.

Esercizio 3.

Sempre nello stesso negozio c'è ancora interesse per la proporzione p di clienti soddisfatti: stavolta si vuole costruire un intervallo di confidenza (approssimato) al 95% per la proporzione, però tale per cui il margine d'errore non superi 0.04.

Determinare il minimo n tale per cui l'intervallo costruito rispetti tale richiesta nei casi in cui:

a. Su 120 clienti, 90 si sono detti soddisfatti;

b. Se non si ha alcuna informazione su p né su $\hat{p}$.

Esercizio 4.

In una fabbrica sono presenti due macchinari (A e B) che producono lo stesso tipo di componente e di cui si è interessati a valutarne le prestazioni. Si sa che, dati due campioni casuali da ambo le macchine:

	n	$\bar{X}$	S^2
A	25	105	16
B	20	98	25

Si assume che $X_A \sim \mathcal{N}(\mu_A, \sigma^2)$ e $X_B \sim \mathcal{N}(\mu_B, \sigma^2)$, quindi che le due popolazioni abbiano la stessa varianza.

Costruire un intervallo di confidenza al 95% per la differenza delle medie delle due popolazioni.