

# Tutorato 6

Sara Trabucco

5 Novembre, 2025

## Esercizi

### Esercizio 1.

Sia  $X_1, \dots, X_{10}$  un campione casuale tale per cui  $X_i \sim \mathcal{N}(2, \sigma^2)$  con media nota e varianza sconosciuta. Sapendo che  $S^2$  rappresenta la varianza campionaria e  $\bar{X}$  la media campionaria, calcolare  $a, b$  e  $c$  tali per cui

- $P(S^2 \leq a\sigma^2) = 0.9$
- $P(\bar{X} - \mu \geq b \cdot S) = 0.2$
- se  $\sigma^2 = 1$ ,  $P(|\bar{X} - 2| \geq c) = 0.3$

### Esercizio 2.

Sappiamo che l'altezza delle persone di un paese è distribuita come una normale  $X$  di media  $\mu$  (in cm) sconosciuta e varianza  $\sigma^2 = 9$ .

- Sapendo che  $P(X \geq 167) = 0.84134$ , determinare la media di  $X$ ;
- Su 150 persone, qual è la probabilità che più di 100 persone siano più alte di 168cm?

### Esercizio 3.

In un negozio viene registrato il numero di clienti giornalieri e si assume che tale numero  $X_i$  segua una distribuzione di Poisson di parametro  $\lambda > 0$ .

Sapendo che in 20 giorni si sono presentati 196 clienti:

- Scrivere la funzione di verosimiglianza e log-verosimiglianza per  $\lambda$ ;
- Scrivere la funzione di score e l'informazione attesa;
- Calcolare il valore di  $\lambda$  che massimizza la verosimiglianza.

#### Esercizio 4.

In una fabbrica, la produzione di un certo capo di abbigliamento avviene grazie a tre componenti indipendenti che sono posti **in serie**: il malfunzionamento di uno dei pezzi implica l'interruzione della produzione.

Il primo componente segue una distribuzione esponenziale di media (in giorni) pari a 20, il secondo un'esponenziale di media 30 mentre il restante di media 15.

- a. Determinare la probabilità che la produzione continui senza problemi per più di 20 giorni;
- b. Sapendo di avere soltanto due pezzi di riserva per il terzo componente, supponendo ora che gli altri due non si guastino, quanto può andare avanti in media la produzione?