

Tutorato 9

Sara Trabucco

26 Novembre, 2025

Esercizi

Esercizio 1.

Sia dato un campione casuale \underline{X} di ampiezza 10 proveniente da un'esponenziale di parametro λ .

- a. Si trovi uno stimatore per λ usando il metodo dei momenti;
- b. Sapendo che $\sum_{i=1}^n X_i = 25$, si costruisca un intervallo di confidenza per λ al livello 0.95;
+ Si verifichi se lo stimatore trovato al punto a. sia distorto o meno.

[a. $\hat{\lambda}_{MOM} = \frac{1}{\bar{X}}$, b. $IC_{0.95}(\lambda) = [0.1918, 0.6834]$, bonus: è distorto (si verifica con Jensen)]

Esercizio 2.

Sia $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ un campione casuale di ampiezza n tale per cui $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, con media e varianza ignote.

- a. Trovare gli stimatori per media μ e varianza σ^2 usando il metodo dei momenti;
- b. Siano forniti ora la media campionaria $\bar{X}_n = 2$ e la varianza campionaria corretta $S_n^2 = 16$ per un campione di ampiezza $n = 40$; trovare un intervallo di confidenza per la vera media μ al livello 0.95;
- c. Supponendo ora che la media sia conosciuta e pari a 4 e che $\sum_{i=1}^n X_i^2 = 1000$, trovare un intervallo di confidenza per lo stimatore per la varianza trovato nel punto a. al livello 0.9.

[a. $\hat{\mu}_{MOM} = \bar{X}$, $\hat{\sigma}_{MOM}^2 = \hat{\sigma}^2$ (varianza campionaria non corretta), b. $IC_{0.95}(\mu) = [0.7217, 3.2782]$, c. $IC_{0.9}(\sigma^2) = [6.4564, 13.5801]$]

Esercizio 3.

Sempre nello stesso negozio c'è ancora interesse per la proporzione p di clienti soddisfatti: stavolta si vuole costruire un intervallo di confidenza (approssimato) al 95% per la proporzione, però tale per cui il margine d'errore non superi 0.04.

Determinare il minimo n tale per cui l'intervallo costruito rispetti tale richiesta nei casi in cui:

- a. Su 120 clienti, 90 si sono detti soddisfatti;
- b. Se non si ha alcuna informazione su p né su \hat{p} .

[a. $n \geq 451$, b. $n \geq 601$]