

Tutorato 11

Sara Trabucco

10 Dicembre, 2025

Esercizi

Esercizio 1.

Supponiamo di avere un campione \underline{X} di ampiezza $n = 80$ estratto da una popolazione normale e di avere il seguente sistema d'ipotesi:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu = 15 \\ H_1 &: \mu > 15 \end{aligned}$$

Dal campione abbiamo ottenuto

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{80} x_i &= 1279 \\ \sum_{i=1}^{80} x_i^2 &= 20782 \end{aligned}$$

- a. Verificare l'ipotesi nulla per un livello di significatività pari a 0.05;
- b. Quanto vale il p -value in questo caso? E la regione di rifiuto?
[a. Si hanno prove per rifiutare H_0 , b. $p \approx 2.46 \cdot 10^{-5}$ e $\mathcal{R} = \{T > 1.66\}$]

Esercizio 2.

Nel solito negozio stavolta si vuole verificare se la campagna pubblicitaria effettuata nei mesi precedenti abbia dato i suoi frutti. Sappiamo che il numero di clienti in una giornata lavorativa segue una distribuzione di Poisson.

Il direttore vorrebbe in particolare verificare se il numero medio di clienti giornalieri è ora superiore a 20 e considera la campagna pubblicitaria un successo solo se si registrano almeno 152 clienti totali in una settimana.

- a. Calcolare la probabilità di errore del I tipo;
- b. Supponendo che il vero λ sia pari a 23, determinare la potenza del test;
- c. Quan'è il p -value se sono stati registrati 155 clienti totali questa settimana?
[a. $\alpha = 0.15525$, b. $\pi(23) = 0.76093$, c. $p = 0.10245$]

Esercizio 3.

La concentrazione di mercurio nei pesci gatto è distribuita come una normale di media μ e varianza σ^2 ; la concentrazione su un campione di 25 pesci gatto è risultata pari a 1.31ppm (parti per milione) e scarto quadratico medio pari a 0.3ppm. Il limite raccomandato è pari a 1.25ppm.

- a. Si verifichi al livello $\alpha = 0.02$ se la specie di pesci gatto studiata è non tossica per l'organismo;
- b. Si determini il livello di significatività osservato;
- c. Tre anni dopo, in un campione di 37 pesci gatto il livello medio di mercurio rilevato è stato pari a 1.2ppm con scarto quadratico medio pari a 0.2ppm. Assumendo che la varianza di tale popolazione sia la stessa di tre anni prima, si verifichi al livello $\alpha = 0.05$ l'ipotesi di uguaglianza tra livelli di mercurio nei due periodi;
- d. Nel punto c. si è assunta omoschedasticità tra le due popolazioni; si conduca un test al livello 0.05 per l'uguaglianza delle varianze utilizzando le informazioni date nei punti precedenti.

[a. $\mathcal{R} = \{\bar{x} \mid \bar{x} < 1.3802\}$, $\bar{x} = 1.31$, b. $p = 0.16364$, c. Non ci sono prove sufficienti a rifiutare H_0 , d. Il valore osservato della statistica test cade nella regione di rifiuto, quindi sembra esserci evidenza contro H_0]