Tutorato 1

Sara Trabucco

1 Ottobre, 2025

Esercizi

Esercizio 1.

Una variabile aleatoria discreta X può assumere i valori $0, 1, 2, 3$. Si sa che:

$$P(X = 0) = 0.1, \quad P(X = 1) = P(X = 2), \quad P(X = 3) = 0.4.$$

a. Calcolare il valore atteso $\mathbb{E}[X]$ e la varianza $\mathrm{Var}(X)$.

b. Determinare la funzione di ripartizione $F(x)$ di X.

c. Calcolare le probabilità $P(X \text{ è pari})$ e $P(X > 1)$.

d. Definire una nuova variabile aleatoria $Z = \mathbb{I}_{\{X>1\}}$, cioè la funzione indicatrice dell'evento $\{X > 1\}$. Trovare la distribuzione di Z.

Esercizio 2.

Un'azienda produce componenti elettroniche; di queste, si suppone che la probabilità che un componente estratto per un campione casuale sia in qualche modo difettoso sia del 2%. Determinare:

a. la probabilità che, estraendo casualmente 100 componenti, nessuno di questi sia difettoso;

b. in media, quanti componenti difettosi deve aspettarsi l'azienda su 100 componenti estratti;

c. la probabilità di avere meno di un decimo di pezzi difettosi su 100 estratti.

Esercizio 3.

Data X variabile aleatoria, sappiamo che la rispettiva funzione di ripartizione $F_X(x)$ è data da:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x}{3} & \text{se } 0 < x < 3 \\ 1 & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

Determinare:

a. La densità $f(x)$ di X;

b. Il valore atteso $\mathbb{E}[X]$ e la varianza $\mathrm{Var}(X)$;

c. $P(1 \leq x \leq 2)$.

Esercizio 4.

Ad un incrocio cittadino sappiamo che il numero di incidenti al mese (30 giorni) segue una distribuzione di Poisson di media 10. Determinare:

a. la probabilità che non avvenga nessun incidente in un mese;

b. la probabilità che avvengano almeno 130 incidenti in un anno;

c. in media, quanti incidenti possiamo aspettarci in due settimane.

Esercizio 5.

Su un banchetto per strada ci sono persone che giocano lanciando una moneta. Tale moneta (evidentemente truccata) fa uscire testa nel 20% dei casi, croce negli altri. Se definiamo X come la v.a. che rappresenta l'esito del lancio della moneta, determinare:

a. la funzione di probabilità $p(x)$ di X;

b. la sua media $\mathbb{E}[X]$ e la sua varianza $\mathrm{Var}(X)$;

c. supponendo di lanciare una seconda moneta (anche questa truccata), qual è la probabilità che escano entrambe testa?