

# Tutorato 9

Sara Trabucco

26 Novembre, 2025

## Esercizi

### Esercizio 1.

Sia dato un campione casuale  $\underline{X}$  di ampiezza 10 proveniente da un'esponenziale di parametro  $\lambda$ .

- Si trovi uno stimatore per  $\lambda$  usando il metodo dei momenti;
  - Sapendo che  $\sum_{i=1}^n X_i = 25$ , si costruisca un intervallo di confidenza per  $\lambda$  al livello 0.95;
- + Si verifichi se lo stimatore trovato al punto a. sia distorto o meno.

[a.  $\hat{\lambda}_{MOM} = \frac{1}{\bar{X}}$ , b.  $IC_{0.95}(\lambda) = [0.1918, 0.6834]$ , **bonus:** è distorto (si verifica con Jensen)]

### Esercizio 2.

Sia  $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$  un campione casuale di ampiezza  $n$  tale per cui  $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , con media e varianza ignote.

- Trovare gli stimatori per media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$  usando il metodo dei momenti;
- Siano forniti ora la media campionaria  $\bar{X}_n = 2$  e la varianza campionaria corretta  $S_n^2 = 16$  per un campione di ampiezza  $n = 40$ ; trovare un intervallo di confidenza per la vera media  $\mu$  al livello 0.95;
- Supponendo ora che la media sia conosciuta e pari a 4 e che  $\sum_{i=1}^n X_i^2 = 1000$ , trovare un intervallo di confidenza per lo stimatore per la varianza trovato nel punto a. al livello 0.9.

[a.  $\hat{\mu}_{MOM} = \bar{X}$ ,  $\hat{\sigma}_{MOM}^2 = \hat{\sigma}^2$  (varianza campionaria **non** corretta), b.  $IC_{0.95}(\mu) = [0.7217, 3.2782]$ , c.  $IC_{0.9}(\sigma^2) = [6.4564, 13.5801]$ ]

### Esercizio 3.

Sempre nello stesso negozio c'è ancora interesse per la proporzione  $p$  di clienti soddisfatti: stavolta si vuole costruire un intervallo di confidenza (approssimato) al 95% per la proporzione, però tale per cui il margine d'errore non superi 0.04.

Determinare il minimo  $n$  tale per cui l'intervallo costruito rispetti tale richiesta nei casi in cui:

- a. Su 120 clienti, 90 si sono detti soddisfatti;
- b. Se non si ha alcuna informazione su  $p$  né su  $\hat{p}$ .

[a.  $n \geq 451$ , b.  $n \geq 601$ ]