Classical Mechanics - 经典力学

— 力学 A, 2025 Fall

Problem Set 1

注意事项:

- 请按照课堂进度完成相应的作业, 切不可积攒到最后!
- 按照课堂进度消化相应的知识点, 阅读 ppt 和教材相应的章节内容, 推导过程和例题务必亲自动手推导: 一定要动手! 一定要动手! 一定要动手!
- 解题一定要规范: 要有必要的逻辑分析过程、必要的交待、书写要严谨规范等.

1 简答题

1. $|\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}| = 0$ 与 $\frac{\mathrm{d}|\vec{v}|}{\mathrm{d}t} = 0$ 各代表什么样的运动? 两者有无区别?
2. 当物体的加速度恒定不变时, 它的运动方向可否改变? 为什么?
3. 分析下列说法的正确性: (1)作曲线运动的物体, 必有切向加速度; (2)作曲线运动的物体, 必有法向加速度; (3)具有加速度的物体, 其速率必随时间改.
4. 篮球运动员跑步投篮时, 若瞄准篮投反而投不进, 为什么? 应如何投才能投准?

2 教材习题

杨维纮力学, 1.1, 1.3, 1.25, 1.31, 1.33

3 补充习题

1. 设有矢量 $\vec{A}=3\vec{i}+4\vec{j}-4\vec{k}$, ($\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 分别为 x,y,z 方向的单位矢量)

   (a) 在 $x-y$ 平面内找到一个单位向量 $\hat{\vec{B}}$, 使其垂直于向量 $\vec{A}$;

   (b) 找到一个单位向量 $\hat{\vec{C}}$, 使得 $\hat{\vec{C}}\perp\vec{A},\hat{\vec{C}}\perp\hat{\vec{B}}$;

   (c) 证明 $\vec{A}$ 垂直于 $\hat{\vec{B}}$ 和 $\hat{\vec{C}}$ 所在的平面.

2. 设 $\vec{a}=(1,-2,1),\vec{b}=(1,-1,3),\vec{c}=(2,5,-3)$, 求:$\vec{a}\times\vec{b},(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c},\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$.

3. 求下列函数的导函数:

   (a) $y=8x^3+x+7$

   (b) $y=(x+1)(x-1)\tan x$

   (c) $y=\frac{9x+x^2}{5x+6}$

   (d) $y=x\cos x+\frac{\sin x}{x}$

4. 求不定积分:

   (a) $\int(3x^3+\sin x+\frac{5}{x})\mathrm{d}x$

   (b) $\int\sqrt{a^2-x^2}\mathrm{d}x(a>0)$

5. 验证函数 $y=C_1\cos\omega t+C_2\sin\omega t$ (其中 C_1,C_2 是任意常数)是微分方程 $y''+\omega^2y=0$ 的解.

6. 为了让电梯在上升、下降过程中平稳运行, 将按照如下的加速度从静止启动,

$$a(t)=(a_m/2)(1-\cos(2\pi t/T)),0\le t\le T$$
$$a(t)=-(a_m/2)(1-\cos(2\pi t/T)),T\le t\le 2T$$

   其中 a_m 是最大的加速度, $2T$ 是运行一趟(静止-运行-静止)所需的总时间.

   (a) 电梯运行的最大速度是多少?

   (b) 在电梯启动的很短时间内 $t\ll T$, 写出其速度的近似表达式;

   (c) 求电梯运行一趟距离为 D 所需要的时间.

7. 如图1所示, 一个运动员站在一倾角为 ϕ 的山坡顶上往坡面扔石头, 为使得石头扔出最远的距离, 应该从水平面以多大的角度向上扔出石头?

8. 以椭圆一个焦点 F 为原点，沿半长轴方向设置极轴，椭圆的极坐标方程是 $r = r_0/(1 + e\cos\theta)$. 设所给椭圆的半长轴为 A, 半短轴为 B, 且 F 位于椭圆中心 O 的右侧, 如图所示2,
   (a) 确定参量 r_0, e 与 A B 的关系;
   (b) 若质点以 $\theta = \omega t$ 方式沿椭圆运动, 试导出 v_θ, a_θ 与质点角位置 θ 的关系.

9. 极坐标系下的对数螺旋线可表述为 $r = r_0 e^{\alpha\theta}$, 试用运动学方法导出曲率半径 ρ.

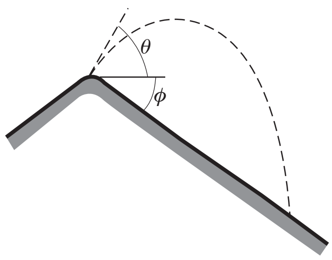

图 1

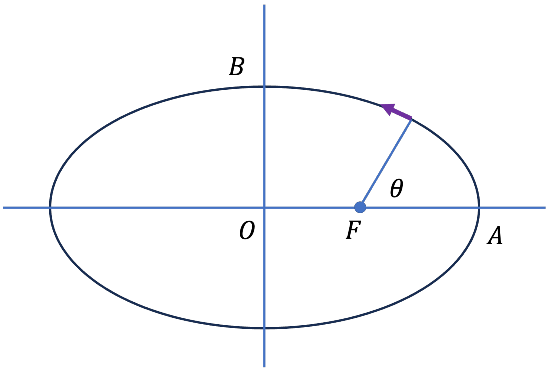

图 2