

质量单位千克定义的历史、现状和发展趋势

沈乃激[†]

(中国计量科学研究院 北京 100029)

2014-04-17 收到

† email: shennacheng0910@163.com

DOI: 10.7693/wl20140905

The history, status and developments in the definition of the kilogram mass unit

SHEN Nai-Cheng[†]

(National Institute of Metrology, Beijing 100029, China)

摘要 自1889年以来，千克的国际原器作为国际单位制(SI)质量单位的定义。这是SI定义基本单位最后一个人工制造的基准，它的重新定义必将影响着几个其他基本单位。文章介绍了瓦特天平的工作原理以及普朗克常数的实验测定。这些结果对物理学和计量学具有重要的意义。

关键词 千克国际原器，普朗克常数，瓦特天平实验，物理学和计量学

Abstract Since 1889, the international prototype of the kilogram has served as the definition of the unit of mass in the International System of Units (SI). It is the last man-made standard to be used to define a basic SI unit, and its redefinition will influence several other base units. This paper describes the principle of the watt balance and the experimental determination of Planck's constant. These results are of great significance for physics and metrology.

Keywords international prototype of the kilogram, Planck constant, watt balance experiment, physics and metrology

1 引言

牛顿是力学的创始人，在引力定律和第二定律中，他首次引出了质量的物理概念，一直沿用至今。质量是国际单位制中7个基本单位之一。它既是一个宏观物体的物理量，也是一个微观物理量，如电子质量和质子质量。但是，当今的计量学家建议要用普朗克常数来重新定义质量单位千克，不禁使人感到有些难以理解，本文为读者解开从牛顿力学过渡到普朗克常数的测量之谜。

2 质量单位千克的概念和定义

2.1 质量的概念

质量是物理学中最基本的概念之一，它的含义和内容随着科学的发展而不断完善和加深。大至天体和星系的宏观世界，小至原子和基本粒子的微观世界，凡是物质都具有质量。力学的创始人牛顿，在他著名的牛顿第二定律中指出，力与加速度成正比，其比例系数就是质量，由于它表征物体的惯性，因此又称为惯性质量。在牛顿万

有引力公式中，引力与质量成正比，其中的质量又称为引力质量。

至今的物理实验证明，惯性质量与引力质量相等，可以归结成著名的等效原理。计量上定义的质量属于哪类质量？回答是两者兼而有之，因为砝码是在天平上比对的，比对结果与地球纬度无关，应该属于惯性质量。但天平两端的砝码所受的地球引力相等，比对的也是引力质量相等。因此，质量基准是符合等效原理的标准。

2.2 历史上的质量单位定义

在国际单位制中，质量单位是一个基本单位，也是最早定义的基本单位之一，它与长度单位米可以视为一对孪生兄弟，几乎同时诞生。

1878年，国际计量局(BIPM)向伦敦的约翰逊·马瑟公司订购了3个铂铱合金圆柱体砝码，分别用KI、KII和KIII表示，到货后在巴黎进行抛光和质量值的精密调准。

1887年10月15日，国际计量委员会(CIPM)正式决定，将KIII砝码的质量定义为质量单位千克。1889年9月26日，第一届国际计量大会(CGPM)正式批准了以上选择^[1]，规定铂铱合金中铱的含量为10%，误差约在万分之一；其密度为 21.558 g/cm^3 ，其高度与直径均为39 mm。第一届CGPM后，将40个调准过的40个基准型铂铱合金砝码中的34个分发给各米制公约成员国，其中标记为No.30和No.31的砝码作为BIPM的工作原器使用，KI和KII砝码作为作证基准使用。1929年至1974年间，又增添制作了23个千克砝码，分别标记为No.41至No.63，除最后一个留用外，其他22个均先后分发给有关国家使用。1965年，中国计量科学研究院获得了No.61作为国家千克基准使用，当时的质量为 $1 \text{ kg} + 0.271 \text{ mg}$ ， 0°C 时的体积为 46.3867 cm^3 。国际千克砝码保存在BIPM用三层玻璃罩罩住的专用器皿内，如图1所示。

现已发现，千克原器的质量逐年在发生变化，120余年来变化约为 $50 \mu\text{g}$ 量级。这是人工制造物体不可避免的结果。

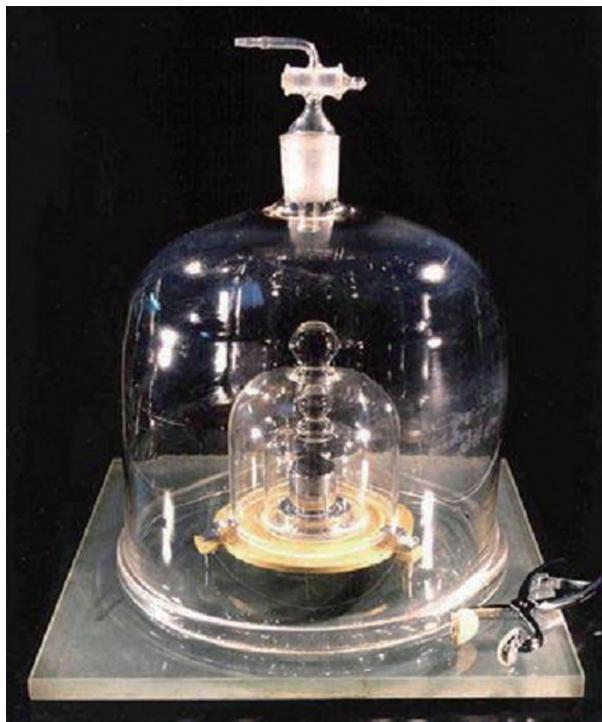


图1 保存在BIPM的国际千克砝码

3 质量单位重新定义的表述

2005年，国际单位咨询委员会(CCU)推荐了千克、安培、开尔文和摩尔等4个基本单位采用新定义的步骤，其建议是，通过固定普朗克常数 h 、基本电荷 e 、玻尔兹曼常数 k_B 和阿伏伽德罗常数 N_A ，分别重新定义这4个基本单位^[2, 3]。在2009年5月CCU的一次会议上，进行了详细的讨论。

基本单位的定义具有很严格的程序。如果要用一个新的定义来取代老定义，必须满足下列7个条件^[4]：其一，新老定义之间应保持连续性；其二，新定义应比老定义的测量不确定度更小；其三，新定义应具有更高的稳定性；其四，新定义应与其他基本单位具有相关性和一致性；其五，原则上，保证在任何时候和地点都能复现这个定义；其六，定义的依据应是可接受的物理学定律；其七，定义的概念清晰，易于理解。上述七个条件堪称严格和严密。

以上述条件对照质量单位，当前的质量单位千克是用人工制造的铂铱合金砝码的质量定义

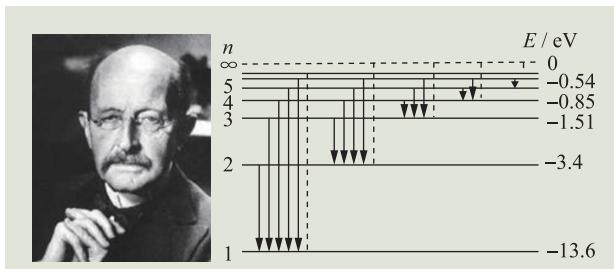


图2 普朗克(1858—1947)(左)和氢原子的量子能级图(右)

表1 百余年普朗克常数 h 测量进展一览表

发表年份	测定者	$h/(\times 10^{-34} \text{ Js})$	原理或方法及不确定度
1900	普朗克(理论计算)	6.626	液体和气体的布朗运动
1905	爱因斯坦(理论计算)	6.56	根据扩散系数计算
1916	密立根	6.57(3)	油滴实验 5×10^{-3}
1924	Nouy	6.004(9)	水中薄膜 1.5×10^2
1955	Bearden	6.62517(23)	用X射线对硅晶格参数的测量 2×10^{-5}
1969	B.N.Taylor等	6.626196(50)	7.6×10^{-6}
1973	CODATA	6.626176(36)	5.4×10^{-6}
1986	CODATA	6.6260755(40)	6.0×10^{-7}
1998	CODATA	6.62606876(52)	7.8×10^{-8}
2002	CODATA	6.6260693(11)	1.7×10^{-7}
2010	CODATA	6.62606957(29)	4.4×10^{-8}

的，其量值的稳定性在百余年来已发生明显的变化，因此，采用基本物理常数的恒定值取而代之，是科学发展的大势所趋。目前，计量专家提出的更新千克定义的方案可分为两类：一类是主张采用普朗克常数 h ，通过功率天平的测量来间接导出质量单位千克的定义；另一类是主张用原子质量，通过测量阿伏伽德罗常数 N_A 来直接导出质量单位千克的定义。我们知道，质量是一个经典的物理概念，它属于牛顿力学的范畴。基于原子质量的定义具有明显的直观含义，因此可以认为是直接的方案。而普朗克常数是一个属于量子力学范畴的基本物理常数。从经典观念来看，普朗克常数和康普顿频率等常数与宏观质量不属于同一类量。

4 量子和普朗克常数的诞生

1900年，德国物理学家马克斯·普朗克在解

决黑体辐射问题的困扰时，提出了一个大胆的假说，在科学界一鸣惊人。这一假说认为，辐射能(即光波能)不是一种连续不断流动的形式，而是由小微粒组成的。他把这种小微粒称为量子。普朗克的假说与经典的光学理论和电磁学理论相对立，使物理学发生了一场革命，从而使人们对物质性和放射性有了更为深刻的理解。普朗克于1900年10月下旬在《德国物理学会通报》上发表一篇只有3页纸的论文，题目是《论维恩光谱方程的完善》，第一次提出了黑体辐射公式。他为了从理论上得出正确的辐射公式，必须假定物质辐射(或吸收)的能量不是连续地、而是一份一份地变化的，只能取某个最小数值的整数倍。这个最小数值称为能量量子，其辐射频率 ν 与能量的关系为 $\varepsilon=h\nu$ ，其中的系数 h ，普朗克当时称为基本作用量子，现称为普朗克常数。1906年，普朗克在《热辐射讲义》一书中，系统地总结了他的工作，为开辟探索微观物质运动规律新途径提供了重要的基础。1918年，普朗克由此获得诺贝尔物理学奖。

普朗克常数 h 是一个常数，普朗克给出的数值为 $6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 。

图2(右)是氢原子的量子能级图。由图可见，氢原子中电子的最低能量是 -13.6 eV ，每一个能级之间的间距并不是相等的，它与人们走楼梯时的等间距台阶是绝然不同的。表1列出了百余年来普朗克常数 h 测量的进展，其测量不确定度有了明显的改进。

5 约瑟夫森效应

约瑟夫森效应是电子通过两块超导体之间薄绝缘层的量子隧道效应。1962年，英国剑桥大学就读研究生的B.D.约瑟夫森^[5]首先在理论上预言了该效应，在不到一年内，P.W.安德森和J.M.罗厄耳等人^[6]从实验上证实了他的预言。约瑟夫森效应的物理内容很快得到充实和完善，应用也快速发展，逐渐形成一门新兴学科——超导电子学。

两块超导体通过一绝缘薄层(厚度为10 Å左右)连接起来, 绝缘层对电子来说是一势垒, 一块超导体中的电子可穿过势垒进入另一超导体中, 这是特有的量子力学的隧道效应。当绝缘层太厚时, 隧道效应不明显, 太薄时, 两块超导体实际上连成一块, 这两种情形都不会发生约瑟夫森效应。绝缘层不太厚也不太薄时称为弱连接超导体。两块超导体夹一层薄绝缘材料的组合称为S—I—S超导隧道结或约瑟夫森结。

当结两端的直流电压 $V \neq 0$ 时, 通过结的电流是一个交变的振荡超导电流, 振荡频率(称为约瑟夫森频率) f 与电压 V 成正比, 即 $f = (2e/h)V$ 。其中 e 为基本电荷, h 为普朗克常数, $(2e/h)$ 现称为约瑟夫森常数。自1973年起, 这个新常数已列入基本物理常数的国际推荐表中。

这种超导隧道结具有辐射或吸收电磁波的能力。以微波辐照隧道结时可产生共振现象。连续改变所加的直流电压, 可以改变交流振荡频率。当约瑟夫森频率 f 等于微波频率的整数倍时, 就发生共振, 此时有直流成分的超导电流流过隧道结, 在 $I-V$ 特性曲线上, 可观察到一系列离散的阶梯式的恒定电流。测定约瑟夫森频率 f 后, 就可由电压 V 测定常量 $2e/h$, 或从已知常量 e 和 h 精确测定 V 。交流约瑟夫森效应已被用来作为电压标准。表2列出了40余年来 $2e/h$ 的测量进展。

1988年, 国际计量委员会(CIPM)做出决议, 建议从1990年1月1日起, 在世界范围内, 采用约瑟夫森电压自然基准, 以代替保存在巴黎国际计量局的电压实物基准——标准电池组, 并给出了约瑟夫森常数 K_J 的国际公认值^[9](见表2第4行):

$$K_J = 483597.9 \text{ GHz/V}_{90}$$

6 用普朗克常数定义质量单位的原因

宏观质量与普朗克常数之间的直接联系是通过建立一台瓦特天平来实现的。千克的新定义可以表述如下: “千克(kg)是一个质量单位; 其量值为固定的普朗克常数的数值, 它精确地等于

表2 约瑟夫森常数 $2e/h$ 测量进展一览表

发表年份	测定者	$(2e/h) / (\text{Hz/V} \times 10^9)$	不确定度
1969	B.N.Taylor等	483593.6(1.2)	2.4×10^{-6}
1973 ^[7]	CODATA	483593.9(1.3)	2.6×10^{-6}
1986 ^[8]	CODATA	483597.67(14)	3.0×10^{-7}
1990 ^[9]	CODATA	483597.9 GHz/V ₉₀	0
1998 ^[10]	CODATA	483597.898(19)	3.9×10^{-8}
2006 ^[11]	CODATA	483597.891(19)	2.5×10^{-8}
2010 ^[12]	CODATA	483597.870(11)	2.2×10^{-8}

6.62606×10^{-34} ”, 其单位以 $\text{s}^{-1}\text{m}^2\text{kg}$ 表示, 等于 J s ”。当上述定义被正式采用时, X作为数字附加在数值之后。这个定义等效于下面的精确的关系式:

$$h=6.62606 \times 10^{-34} \text{ s}^{-1}\text{m}^2\text{kg}$$
。普朗克常数是一个基本物理常数, 其数值原则上是恒定的, 所取数值将来应由国际推荐的数值确定。因此, 这个方程的作用是对单位千克进行定义。

任何单位的重新定义的重要方面是具有连续性。新定义的单位应该与原来单位具有相同的数值, 因此不需要改变过去测量的结果。由此可见, 测定普朗克常数的不确定度目标是 2×10^{-8} 。如上所述, 普朗克常数可以用瓦特天平直接测定, 其优点是可以在单独实验室完成, 并且可用多台瓦特天平进行比对。

7 瓦特天平测量的原理

瓦特天平建立了宏观质量 m 与普朗克常数 h 之间的关系。其中 m 是宏观物体的质量, 普朗克常数 h 是量子物理的基本常数, 后者描述了微观世界的行为。因此, 瓦特天平需要建立宏观与微观世界两个完全不同领域之间的联系。这种联系由宏观电学量子效应即约瑟夫森效应和量子霍尔效应所提供。

约瑟夫森效应是1962年由约瑟夫森^[5]所预言, 并于1963年由S.Shapiro^[6]首次观测到。交流约瑟夫森效应是通过频率为 f 的微波辐射辐照到约瑟夫森结时观测到的现象。结上的电压 U_J 在数值上是量子化的, 即

$$U_J = nfh/2e = nJ/K_J \quad , \quad (1)$$

式中 n 是一个整量子数， e 是基本电荷， K_J 称为约瑟夫森常数。选用通过结的直流电流值就能选择 n 的精确值和所用的电压能级。

1980 年，冯·克里青等^[13]在实验上观测到量子霍尔效应，他们是在含有二维电子气体的样品上观测的。当这类结构处于低温和强磁场中时，电子态群体进入分裂的朗道能级，其结构具有的量子化霍尔电阻为

$$R_H = h/e^2 = R_K/i \quad , \quad (2)$$

式中 i 是一个整量子数， R_K 现称为冯·克里青常数。

上述两个量子效应的共性是建立了宏观可测量的电压 U_J 和电阻 R_K 与两个常数基本电荷 e 和普朗克常数 h 之间的关系。这两个量子效应现已在电压和电阻计量学中作为标准广泛使用。

瓦特天平实验具有联系电功率与普朗克常数之间关系的优点，其电功率可表示为以下形式：

$$P_{el} = U_1 I = U_1 U_2 / R \quad , \quad (3)$$

式中电流 I 是用电阻 R 上的电压降 U_2 来测量的。电阻的值可用量子霍尔电阻确定，电压可用约瑟夫森电压标准测量。因此，电功率可表示为

$$P_{el} = C_{el} f_1 f_2 h \quad , \quad (4)$$

式中 C_{el} 是电学标定常数， f_1 和 f_2 是两个约瑟夫森电压测量的微波频率。因此，电功率与普朗克常

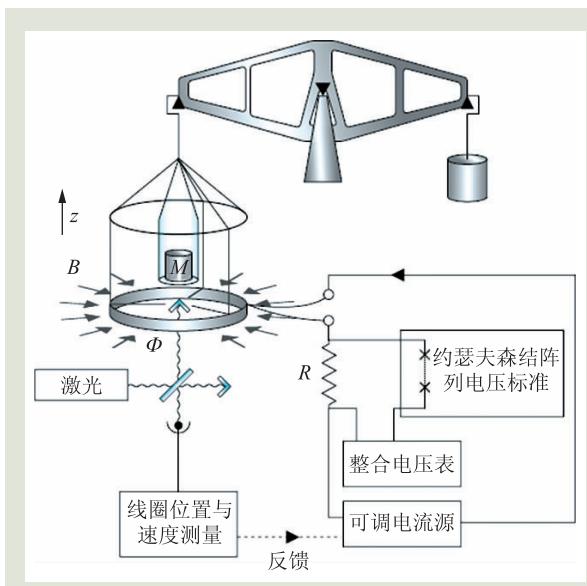


图3 瓦特天平测量普朗克常数的示意图

数之间就建立了联系。

机械功率 P_m 和电功率 P_{el} 是具有相同单位和类别的物理量，它们可以彼此比较和转换。对于机械功率而言，通常与质量、速度和加速度等有关。例如， $P_m = Mgv$ 一式就描述了质量为 M 的物体在重力加速度 g 方向上以速度 v 运动的行为。

将瓦特天平上述形式的机械功率 P_m 与相应的电功率 P_{el} 进行比较，可以得到下式：

$$Mgv = VI = C_{el} f_1 f_2 h \quad . \quad (5)$$

从原则上讲，每一个将电功率转换为机械功率的实验都能建立质量与普朗克常数之间的关系。如图 3 所示，应用传统的双盘等臂天平，将质量为 M 的物体所受的重力 Mg 与磁通量 Φ 的线圈所产生的力进行比较。线圈中的电流 I 在沿着垂直(z)轴产生的力为 $I\partial\Phi/\partial z$ ，它使质量为 M 的物体所受的重力 Mg 得到平衡，即

$$Mg = I\partial\Phi/\partial z \quad . \quad (6)$$

随后按称量步骤取走质量为 M 的砝码，图 3 左下方的具有相同磁通量 Φ 的线圈以垂直向上的速度 u 运动，它产生的电压为

$$V = ud\Phi/dz \quad , \quad (7)$$

并在图 3 左下方所示的外电路中，对线圈的位置和速度进行测量(图 3 中未示出取走 M 而导致增加了线圈垂直向上运动的速度 u)，如果在两次测量中的 $\partial\Phi/\partial z$ 不变，则可将(6)式和(7)式联立后消除 $\partial\Phi/\partial z$ ，从而得到

$$Mgu = IV \quad , \quad (8)$$

其中 V 可以用约瑟夫森效应测量，即

$$V = hf_m/2e \quad , \quad (9)$$

式中 f_m 是有效频率。(8)式中的电流 I 可用约瑟夫森效应进行测量， u 表示线圈的垂直速度， V 是线圈的电压。(9)式还可改写为

$$V_w = hf_w/2e \quad , \quad (10)$$

式中 V_w 是与称量测量有关的电压， f_w 是与称量测量有关的有效频率。根据量子霍尔效应原理，量子霍尔效应方程为

$$R = h/ne^2 \quad , \quad (11)$$

式中 n 是一个小的整数。联立(10)式和(11)式，

表3 用新方法测量普朗克常数得到的结果

发表年份	测定者	$h/(10^{-34}\text{J s})$	原理或方法及不确定度
1979	英国NPL	6.6260730(67)	质子旋磁比法(1.0×10^{-6})
1980	美国NIST	6.6260657(88)	法拉第常数法(1.3×10^{-6})
1989	NMI	6.6260684(36)	(5.4×10^{-7})
1990	英国NPL	6.6260682(13)	瓦特天平法(2.0×10^{-7})
1991	德国PTB	6.6260670(42)	(6.3×10^{-7})
1995	中国计量科学研究院NIM	6.626071(11)	质子旋磁比法(1.6×10^{-6})
1998	美国NIST	6.62606891(58)	瓦特天平法(8.7×10^{-8})
2006	CODATA	6.62606896(33)	(5.0×10^{-8})
2007	美国NIST	6.62606891(24)	瓦特天平法(3.6×10^{-8})
2010	CODATA	6.62606957(29)	(4.4×10^{-8})
2011	METAS	6.6260691(20)	瓦特天平法(2.9×10^{-7})
2011	国际 N_A 合作组IAC	6.62607009(20)	^{28}Si -晶体计数法(3.0×10^{-8})
2012	英国NPL	6.6260712(13)	瓦特天平法(2.0×10^{-7})
2012	加拿大NRC	6.62607063(43)	瓦特天平法(6.5×10^{-8})
2012	加拿大NRC	6.62607055(21)	^{28}Si -晶体计数法(3.2×10^{-8})

可得

$$I = f_w n e / 2 \quad . \quad (12)$$

然后联立(8), (9)和(12)式, 可得普朗克常数 h 用国际单位制(SI)单位测量的形式:

$$h = 4Mgu / (f_w f_m n) \quad , \quad (13)$$

上式中的量可在实际测量中实现, 其不确定度可

小于 1×10^{-8} 。但是, 由于在实际测量装置中还会有各种因素, 因此实际测量可能达到的不确定度约为 2×10^{-8} 。

如上所述, 用约瑟夫森效应和量子霍尔效应测量的电学量导致(13)式的测量方程, 使瓦特天平可用于复现质量单位千克。

表3列出了自1979年至2012年用新方法测量普朗克常数得到的结果, 其中有用瓦特天平法得到的直接结果, 也有用间接方法(质子旋磁比法和硅原子计数法)得到的结果。由此可见, 瓦特天平法得到的直接结果的测量不确定度最小。然而, 瓦特天平法与硅原子计数法之间仍存在不可忽视的差异。

在表3中所示的2010年CODATA推荐值发表后不久, 加拿大NRC发表了他们分别采用瓦特天平法直接测量获得普朗克常数和采用同位素 ^{28}Si -晶体计数法测量阿伏伽德罗常数而间接获得普朗克常数的结果, 如表3最后两行所示^[14]。虽然两个数值的不确定度尚有待提高, 但两者的差值仅为 3×10^{-8} 量级, 已接近 2×10^{-8} 的目标要求。这表明两者过去的差异是由于采用自然硅引起的, 因此, NRC的工作为用普朗克常数定义千克

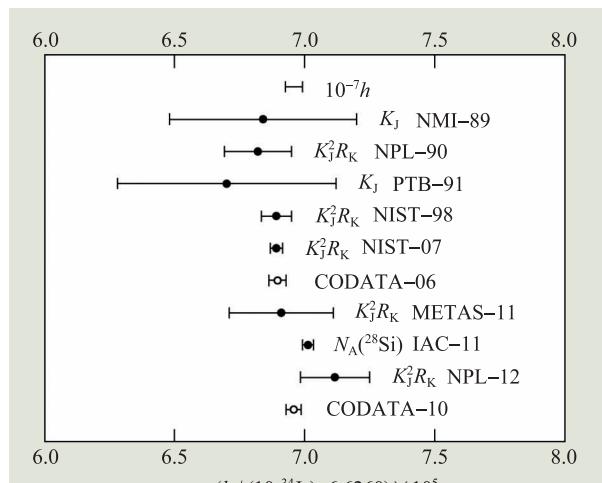


图4 各国普朗克常数 h 的测量值^[14]及2006和2010年CODATA的推荐值, 其不确定度均小于 10^{-6} (图中横坐标中的 $\times 10^5$ 是将所列数据的不确定度放大 10^5 倍, 以便于读者对比各数据不确定度的差异)

CIOE | 中国光博会

17th

中国国际光电博览会
**CHINA INTERNATIONAL
OPTOELECTRONIC
EXPO**

**PRECISION
OPTICS EXPO**
精密光学展

2015.9.2-5
深圳会展中心

CIOE官方应用
 CIOE官方微信

**全球规模领先的
光电大展**

同期展会

- OPTICAL COMMUNICATIONS EXPO 光通信展
- LASERS INFRARED APPLICATIONS EXPO 激光红外展
- LEDTechina 技术及应用展
- 中国智慧城市 创新产业大会

同期论坛

- 中国国际光电高峰论坛 CHINA INTERNATIONAL OPTOELECTRONIC CONFERENCE

了解更多展会信息,请详询:

0755-86290901

CIOE@CIOE.CN WWW.CIOE.CN

跨出了重要的一步。

图4列出了自1979年以来部分计量研究所在不同方法测量与普朗克常数 h 相关的数据^[14]。值得注意的是,加拿大NRC在2012年发表的文章^[14]中,列出了用两类不同方法测量普朗克常数 h 的数值:

$$h(\text{瓦特天平法}) = 6.62607063(43) \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$h(\text{硅原子计数法}) = 6.62607055(21) \times 10^{-34} \text{ J s}$$

两者之差已小于 2×10^{-8} ,为未来的质量定义扫除了障碍。

参考文献

- [1] Davis R. Metrologia, 2003, 40: 299
- [2] Mills I M, Mohr P J, Quinn T J et al. Metrologia, 2005, 43: 71
- [3] Mills I M, Mohr P J, Quinn T J et al. Metrologia , 2005, 43: 227
- [4] Stock M. PhilTrans. R. Soc. A, 2011, 369: 3936
- [5] Josephson B D. Phys. Lett., 1962, 1: 251
- [6] Shapiro S. Phys. Rev. Lett., 1963, 11: 80
- [7] Cohen E R, Taylor B N. J. Phys. Chem. Ref. Data , 1973 , 2(4) : 663(见:沈乃激、沈平子等译,王竹溪审校. 1973年基本物理常数的最小二乘法平差.中国计量科学院内部刊物,1975)
- [8] Cohen E R, Taylor B N. Rev. Mod. Phys., 1987, 59(4):1121 (见:沈乃激编译. 1986年基本物理常数国际推荐值. 北京:科学出版社,1987)
- [9] Taylor B N, Witt T J. Metrologia, 1989, 26: 47
- [10] Mohr P J , Taylor B N 著, 沈乃激编译, 聂玉昕审校. 基本物理常数 1998 年国际推荐值. 北京:中国计量出版社, 2004
- [11] Mohr P J, Taylor B N. Metrologia, 2005, 42: 71
- [12] CODATA Task Group on Fundamental Constants. CODATA recommended values of the fundamental physical constants.(see the 2010 CODATA recommended values and bibliography at <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/Citations/Search.html>)
- [13] Klitzing K V, Dorda G, Pepper M. Phys. Rev. Lett., 1980, 45:494
- [14] Robinson I A. Metrologia, 2012, 49: 113