

拓展阅读：普朗克尺度

TA 寒初晓[†]

Sep. 2025

1 量纲

量纲 (dimension, dimension of a physical quantity) 又称因次, 是指物理量的基本性质和特征, 它表示物理量与基本物理量 (如长度、质量、时间、电流、温度、物质的量和光强度) 的关系。量纲的表示通常使用大写字母, 例如: 长度 (L), 质量 (M), 温度 (Θ), 电流 (I), 时间 (T), 物质的量 (N), 发光强度 (J)。这些基本量纲可以组合形成复合量纲。例如, 速度的量纲是长度除以时间, 表示为 LT^{-1} ; 加速度的量纲是长度除以时间的平方, 表示为 LT^{-2} ; 力的量纲是质量乘以加速度, 表示为 MLT^{-2} 。

在国际单位制中有七个基本物理量, 对应为七个基本量纲, 则对于任意一个物理量, 我们都可以写出以下的量纲式:

$$\dim A = [L]^\alpha [M]^\beta [\Theta]^\gamma [I]^\delta [T]^\epsilon [N]^\zeta [J]^\eta \quad (1)$$

A 的量纲也可以表示为 $[A]$ 。量纲指数为1的可以省略指数, 指数为0的可以省略对应量纲; 然而, 当所有量纲指数皆为0时 (称为无量纲), 要将量纲记为“1”。值得注意的是, 虽然物理量的量纲与取什么单位无关, 但量纲却只有在一定的单位制下才有意义。

1.1 量纲的乘除计算

对于不同物理量之间乘、除法导出新的物理量, 量纲的计算满足数学上的指数计算法则, 即: 相乘则对应指数相加, 相除则对应指数相减。例如, 根据安培力计算公式 $F = ILB$, 可导出磁感应强度的量纲, 有

$$\begin{aligned} \dim B &= \frac{(\dim F)}{(\dim I)(\dim L)} \\ &= \frac{[L][M][T]^{-2}}{[I][L]} \\ &= [M][T]^{-2}[I]^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

1.2 量纲法则

量纲服从的规律称为量纲法则, 它有广泛的应用, 一般只指出常用的两条:

1. 只有量纲相同的物理量, 才能彼此相加、相减和相等;
2. 指数函数、对数函数和三角函数的宗量应当是量纲1的。

量纲法则是量纲分析的基础。若推出的公式不符合量纲法则, 该式必然是错误的。

[†]School of Physics, USTC, email: shuyu2023@mail.ustc.edu.cn

1.3 π 定理

π 定理是由白金汉 (E.Buckingham) 于1915年提出的一个定理, 故又叫作白金汉定理。其内容为: 设影响某现象的物理量数为 n 个, 这些物理量的基本量纲为 m 个, 则该物理现象可用 $N=n-m$ 个独立的无量纲数群 (准数) 关系式表示。

例如, 设在水平面上有一质量为 m 的物体, 受一水平力 F 的作用加速滑动, 加速度为 a , 物体与水平面之间的滑动摩擦因数为 μ , 重力加速度大小为 g 。则根据牛顿第二运动定律, 可以写出以下关系式:

$$F - \mu mg = ma \quad (3)$$

式中有5个物理量, 涉及到L、M、T三种基本量纲, 因此根据 π 定理, 可以写出2个无量纲数群关系式, 即:

$$\frac{F}{ma} - \frac{\mu g}{a} = 1 \quad (4)$$

式中 $\frac{F}{ma}$ 和 $\frac{\mu g}{a}$ 均为无量纲数, 常数1不作考虑。于是, 原来有五个未知量的式子就被转化为只有两个未知量的了。实际应用当然会比这个复杂得多, 然而原理是一样的。

2 自然单位制

在经典力学中, 我们往往会使用国际单位制 (SI), 其中长度的单位是米 (m), 时间的单位是秒 (s), 质量的单位是千克 (kg)。有时, 我们也会使用cgs单位制, 此单位制下, 长度的单位是厘米 (cm), 时间的单位是秒 (s), 质量的单位是克 (g)。

然而, 在高能物理和理论物理中, 使用自然单位制 (Natural Units) 更为方便。在自然单位制中, 我们通常将光速 c 和约化普朗克常数 \hbar 设为1, 即 $c = \hbar = 1$ (事实上, 有时也会取 $\frac{1}{\alpha}$, 此处 α 是精细结构常数)。与此同时, 我们也会取其它数个常量为1, 可选的常量有万有引力常数 G 、元电荷 e 、玻尔兹曼常数 k_B 等。通过这种方式, 我们可以简化许多物理方程, 使得它们更易于处理和理解。例如狭义相对论中的能量-动量关系式 $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ 在自然单位制下简化为 $E^2 = p^2 + m^2$, 大大简化了计算过程。

下文我们列举几个常见的自然单位制。

2.1 普朗克单位制