

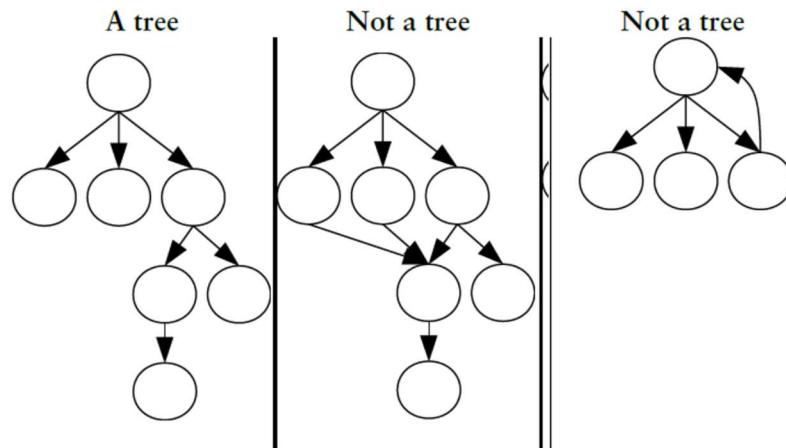
מבחן / מבני נתונים

בכל השאלות ניתן להשתמש במבני נתונים נוספים אלא אם כן נאמר אחרת.

כמו כן, ניתן "לשכלל" מבני נתונים קיימים ולומר שעבור כל איבר נשמור גם עוד נתון וכדו'

עני על ארבע מתוך חמש שאלות בלבד.

1. **כתבי פונקציה** [לא אלגוריתם מילולי] הבודקת האם עץ מסוים הוא תקין. ניתן להשתמש במבני עזר נוספים [אין צורך לממש אותם בפועל אלא להניח כי יש בהם את הפעולות הבסיסיות] **בסיבוכיות ממוצעת $O(n)$** כאשר n זה כמות הצמתים בעץ.
שימי לב מהו מבנה שאינו עץ: שני אבות שמצביעים לאותו בן, או צאצא שמצביע לאב / לאב קדמון [מעגל].
עבור כל צומת מוגדר $value$ שלו ומערך $children$ שמכיל את כל הצמתים של בניו.
המערך $children$ כבר מוגדר בכל פעם בגודל המתאים: אם יש לצומת 4 בנים הוא יהיה בגודל 4, אם לצומת יש שני בנים המערך יהיה בגודל 2, וכו'. אם הצומת הוא עלה המערך $children$ עצמו יהיה NULL.
העץ יכול להכיל ערכים כפולים.
רמז: טבלת גיבוב



2.

כתבי תוכנית הקולטת n מספרים שונים מהמשתמש. עבור כל מספר שנקלט יש להדפיס את המספר הקרוב ביותר שאליו שנקלט עד עכשיו. עבור המספר הראשון בקלט יודפס nil. אם יש 2 מספרים שקרובים אל המספר שנקלט באותה מידה, יודפס אחד מהם.

לדוג':

קלט: 1

פלט: NIL

קלט: 4

פלט: 1

קלט: 2

פלט: 1

קלט: 7

פלט: 4

קלט: 4

פלט: 4

קלט: 3

פלט: 2

הסיבוכיות הנדרשת: $O(n \log n)$

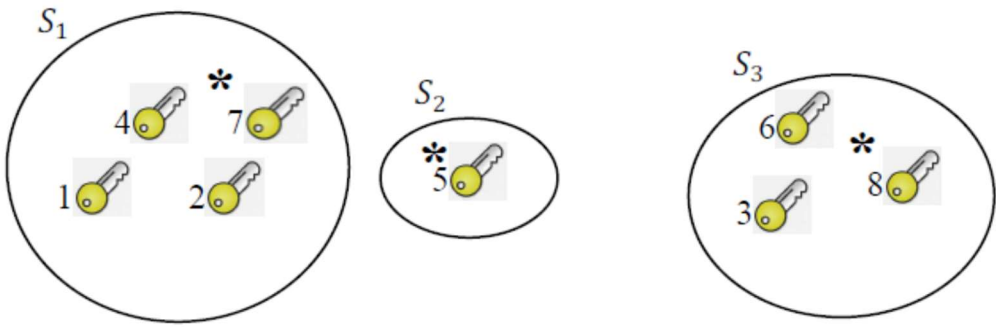
3.

רוצים לבנות מבנה נתונים המתחזק אוסף S של מפתחות ומורכב מ- m קבוצות S_i , $1 \leq i \leq m$, כל קבוצה בת לכל היותר n מפתחות. ניתן להניח שכל המפתחות שונים זה מזה. (ראו דוגמה). על המבנה לתמוך בכל הפעולות הבאות בזמנים הנקובים. כמות הזיכרון המותרת $O(mn)$.

פעולה	תיאור	זמן
<u>Insert(i,k)</u>	הכנס את מפתח k לתוך S_i	$O(\log n + \log m)$
<u>Delete(i,k)</u>	מחק את המפתח k מקבוצה S_i (ניתן להניח כי k שייך לקבוצה S_i)	$O(n+m)$
<u>MinMax()</u>	מצא את המפתח המינימלי מבין המפתחות המקסימליים M_1, \dots, M_m של S_1, \dots, S_m (מצויינים ב * בדוגמה למטה)	$O(1)$
<u>GlobalMax()</u>	מצא את המפתח המקסימלי מבין כל מפתחות S .	$O(1)$

הז

דוגמה: אם לאחר פעולות הכנסה ומחיקה הגענו למצב הזה:



MinMax יחזיר את המפתח 5 שהוא המפתח המינימלי מבין כל המפתחות המקסימליים (5, 7 ו 8 - מסומנים ב *).

GlobalMax יחזיר את המפתח 8, שערכו הוא הגדול ביותר מהמפתחות בכל מבנה הנתונים.

יש לתאר / לכתוב קוד איך לממש את מבנה הנתונים.

4.

נניח שינוי מבנה נתונים שבו הפעולה i עולה $\log i$ במקרה שזאינו חזקה מדויקת של 2. אחרת הפעולה עולה i^2 מה תהיה העלות לשיעורין של כל פעולה על המבנה?

5. נתונה מחרוזת המכילה 0 ו 1 בלבד.

מותר לבצע פעולת מחיקה על המחרוזת באופן הבא: אם יש מספר זוגי של אחדות או מספר זוגי של אפסים רצופים מותר למחוק אותם מהמחרוזת. לאחר מכן אם יש עוד פעם מספר זוגי של אפסים או אחדות מותר למחוק עוד פעם, עד שמגיעים למחרוזת הקצרה ביותר ללא מספר זוגי של אפסים או אחדות כלל. יש אופציה לקבל בסוף מחרוזת ריקה. לדוג':

א. המחרוזת 1001

לאחר מחיקה ראשונה: 11

לאחר מחיקה שניה: **מחרוזת ריקה**

ב. המחרוזת 1010101110

לאחר מחיקה ראשונה: 10101010

כתבי פונקציה שתקבל את המחרוזת הנ"ל ותדפיס את המחרוזת הסופית לאחר כל המחיקות [במקרה שהמחרוזת ריקה יש להדפיס הודעה מתאימה].

הערה: יש להיעזר במחסנית, וכן בעובדה שכשאר יש 2 תווים זהים רצופים ניתן למחוק אותם באופן מיידי.

כמו כן, אין חובה לבצע מחיקה בפועל אלא רק להדפיס את המחרוזת הסופית.

הסיבוכיות הנדרשת $O(n)$ כאשר n זה אורך המחרוזת.

בהצלחה רבה!!