

# HW 11

Аргунов Данил

2. Грамматика  $S \rightarrow aSbbbb|aaaSbb|c$  задаёт язык  $L = \{a^{n+3m} c b^{4n+2m}\}$ , где  $n, m \in \mathbb{Z}, n, m \geq 0$  - количество применений первого и второго правил соответственно.

Очевидно, что порядок применения правил неважен.

Значит можно переписать нашу грамматику в такой вид:

$$S \rightarrow aSbbbb|T$$

$$T \rightarrow aaaSbb|c$$

Это однозначная грамматика, потому что по количеству  $a$  и  $b$  мы можем восстановить количество применений первого и второго правил. Почему так?

Пусть  $w = a^n c b^m$  и мы применили  $x$  раз первое правило и  $y$  раз второе.

Тогда:

$$x + 3y = n$$

$$4x + 2y = m$$

Эта система имеет единственное решение:

$$x = \frac{(3m-2n)}{10}, y = \frac{(4n-m)}{10}$$

Значит дерево вывода задаётся однозначно.

3.  $F \rightarrow \varepsilon|aFaFbF$

Заметим, что каждый раз, когда мы используем какое-нибудь правило и получаем новую букву  $b$ , слева от неё мы получаем две буквы  $a$ . Поэтому на любом префиксе букв  $a$  хотя бы в 2 раза больше чем букв  $b$ . А так как мы всегда добавляем ровно 1  $b$  и 2  $a$ , то суммарно в строке букв  $b$  ровно треть.

4. Рассмотрим грамматику:

$$K \rightarrow aM|cM$$

$$M \rightarrow aK|bK|\varepsilon$$

Нетерминалы чередуются,  $K$  допускает только буквы  $a$  и  $c$ , а  $M$  только буквы  $a$  и  $b$ . Также все слова нечетной длины.

Слова будут вида:  $(a|c)(a|b)(a|c)(a|b) \dots (a|c)$

То есть в грамматике  $F \rightarrow a|bF|cFFF$  нам нужно чередовать правила  $bF$  и  $cFF$  так, чтобы не оказалось две буквы  $b$  или две буквы  $c$  подряд и в слове было нечётное количество букв.

В итоге получаем такое:

$$C_1 \rightarrow a|cB_2B_2|cB_1C_1$$

$$C_2 \rightarrow cB_2C_1$$

$$B_1 \rightarrow a|bC_2$$

$$B_2 \rightarrow bC_1$$

Небольшое пояснение. Очевидно, что любой другой переход в первом правиле не может быть, потому что возникнет  $bb$  или  $cc$ . А другие переходы отвечают за чётность длины ( $B_1, C_1$  - нечетная,  $B_2, C_2$  - четная) и начинаются либо с  $b$ , либо с  $c$ .