

3주차(2/3)

이분

파이썬으로 배우는 기계학습

한동대학교
김영섭 교수

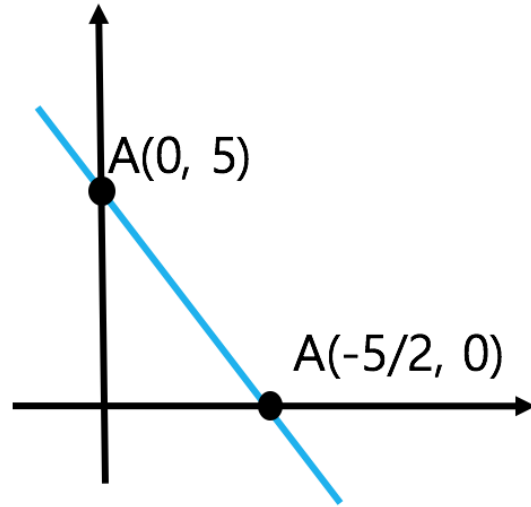
미분

- 학습 목표
 - 미분 계수를 이해한다.
 - 여러가지 미분법을 이해한다.
 - 미분을 통한 최대, 최소 구하는 법을 이해한다.
- 학습 내용
 - 미분계수
 - 여러 가지 함수의 미분법
 - 최대/최소

미분

- 기울기 = 변화율
- 직선의 기울기

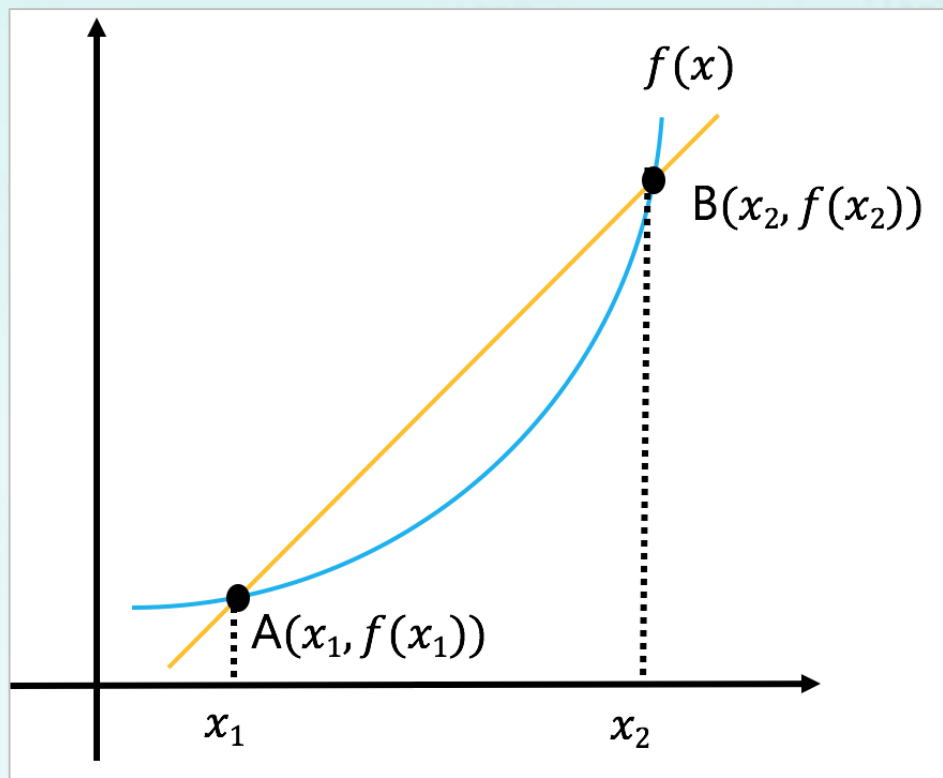
$$f(x) = -2x + 5$$



$$\text{기울기}(d) = \frac{5 - 0}{0 - \frac{5}{2}} = -2$$

미분

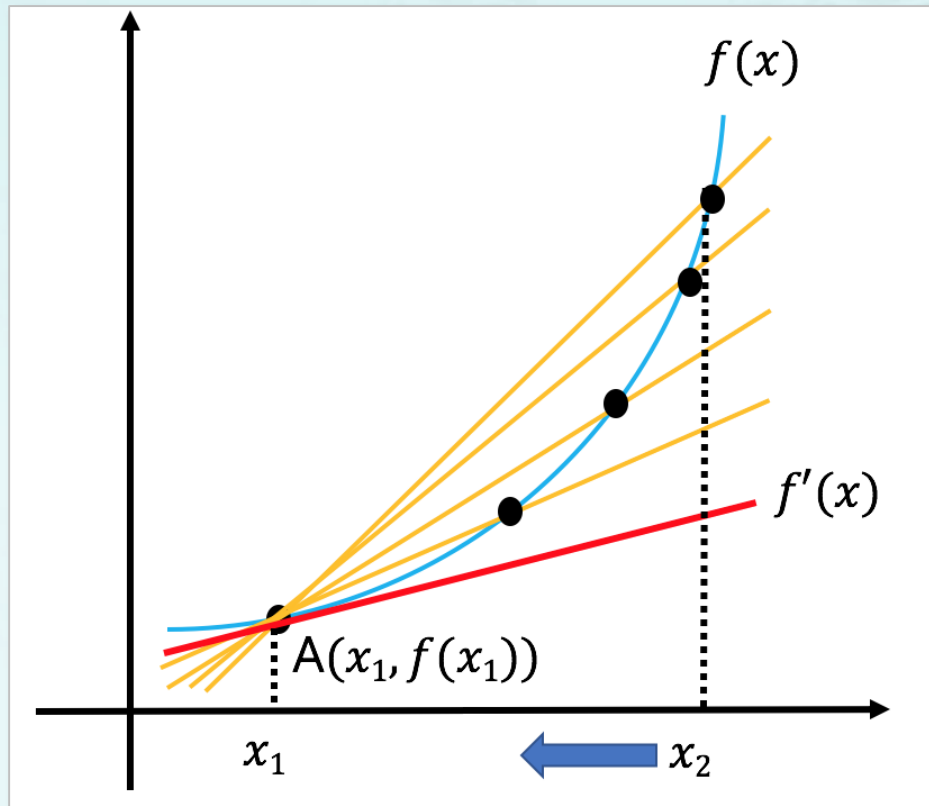
- 평균 변화율



$$\text{평균 변화율} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

미분

- 순간 변화율

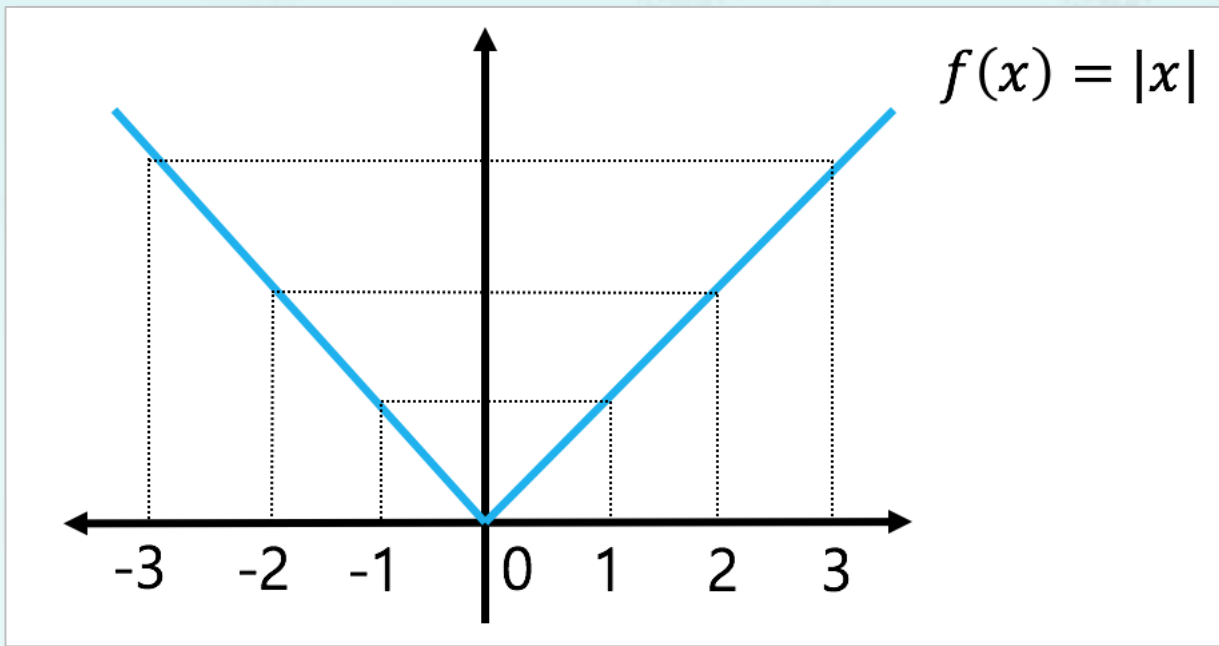


- 미분 계수

$$\lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(x_1)$$

미분

- 미분 가능성



$$\lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(x_1)$$

여러 가지 함수의 미분법

■ 기본적인 미분법

1. $f(x) = c$ 이면, $f'(x) = 0$
2. $f(x) = cg(x)$ 이면, $f'(x) = cg'(x)$
3. $f(x) = g(x) \pm t(x)$ 이면, $f'(x) = g'(x) \pm t'(x)$
4. $f(x) = g(x)t(x)$ 이면, $f'(x) = g'(x)t(x) + g(x)t'(x)$
5. $f(x) = \frac{t(x)}{g(x)}$ 이면, $f'(x) = \frac{t'(x)g(x) - t(x)g'(x)}{g^2(x)}$
6. $f(x) = x^n$ 이면, $f'(x) = nx^{n-1}$
7. $f(x) = f(g(x))^n$ 이면, $f'(x) = n(g(x))^{n-1} g'(x)$

여러 가지 함수의 미분법

- 기본적인 미분법

- $f(x) = \frac{t(x)}{g(x)}$ 이면,
$$f'(x) = \frac{t'(x)g(x) - t(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- 예제

- $f(x) = \frac{1}{x}$ 일 때, $f'(x) = ?$

- 1. $t(x) = 1, g(x) = x$

- 2. $t'(x) = 0, g'(x) = 1$

- 3. $t'(x)g(x) - t(x)g'(x) = -1$

- 4. $f'(x) = \frac{t'(x)g(x) - t(x)g'(x)}{g^2(x)} = \frac{-1}{x^2}$

여러 가지 함수의 미분법

■ 삼각함수의 미분법

- $f(x) = \sin x$ 이면, $f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x$ 이면, $f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \tan x$ 이면, $f'(x) = \left(\frac{1}{\cos(x)}\right)^2 = \sec^2 x$

■ 지수함수의 미분법

- $a > 0, a \neq 1$ 인 a^x
- $f(x) = a^x$ 이면, $f'(x) = a^x \ln a$
- $f(x) = e^x$ 이면, $f'(x) = e^x$

■ 합성함수의 미분법

- $t = f(x), u = g(x)$ 일때, $f(x), g(x)$ 가 모두 미분 가능하다면
- $f(g(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$

여러 가지 함수의 미분법

- 합성함수의 미분법

- $f(g(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$

- 예제

- $f(g(x)) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, 일 때, $f(g(x))' = ?$

1. $f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = 1 + e^{-x}$

2. $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

3. $g'(x) = -e^{-x}$

4. $f'(g(x)) = \frac{1}{(1+e^{-x})^2}$

5. $f(g(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$
 $= \frac{1}{(1+e^{-x})^2} e^{-x}$

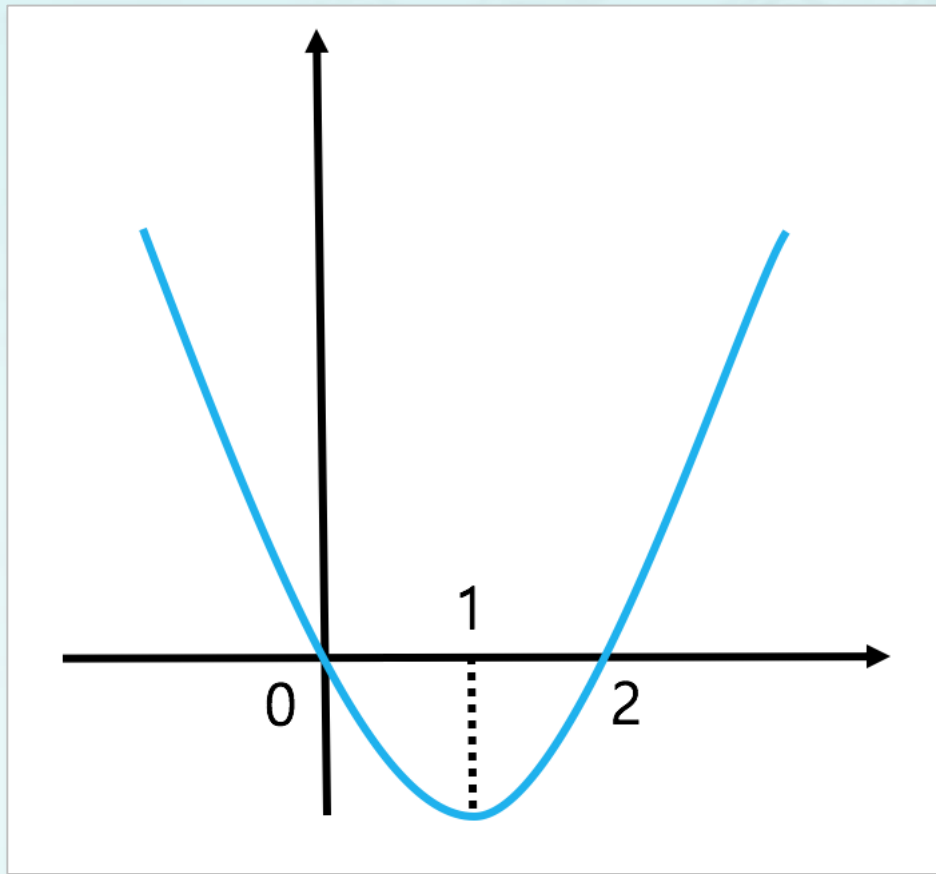
여러 가지 함수의 미분법

- 함수가 여러개의 변수를 갖는다면?
 - $f(x) \rightarrow f(x, y)$
- 부분적으로 미분!
 - 미분하고 싶은 변수만 미분하고 나머지는 상수 취급
- **Ex.** $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$
 - x 에 대해 편미분 $f_x(x, y) = 2x + y$
 - y 에 대해 편미분 $f_y(x, y) = 2y + x$

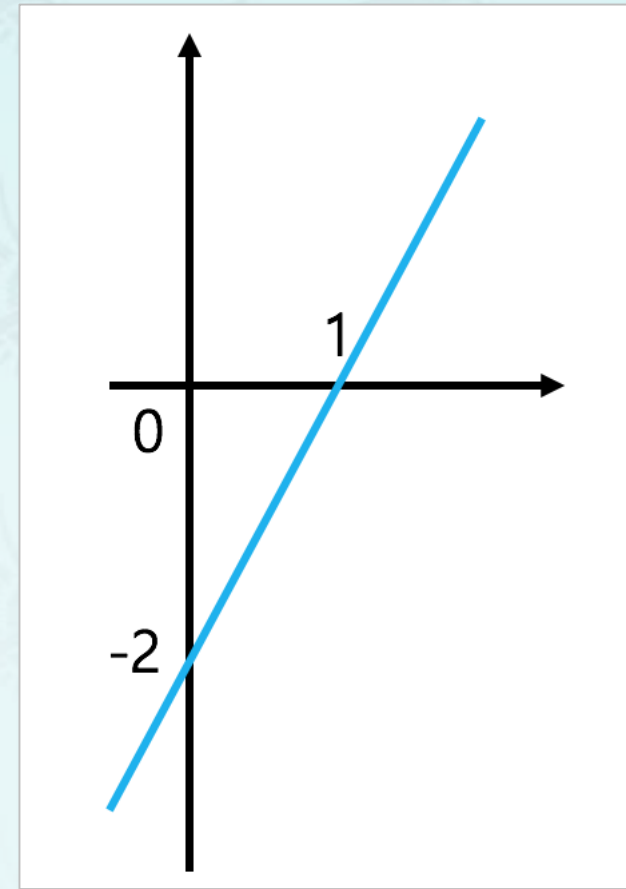
미분을 이용한 최대/최소

- 이차함수

- $f(x) = x^2 - 2x$

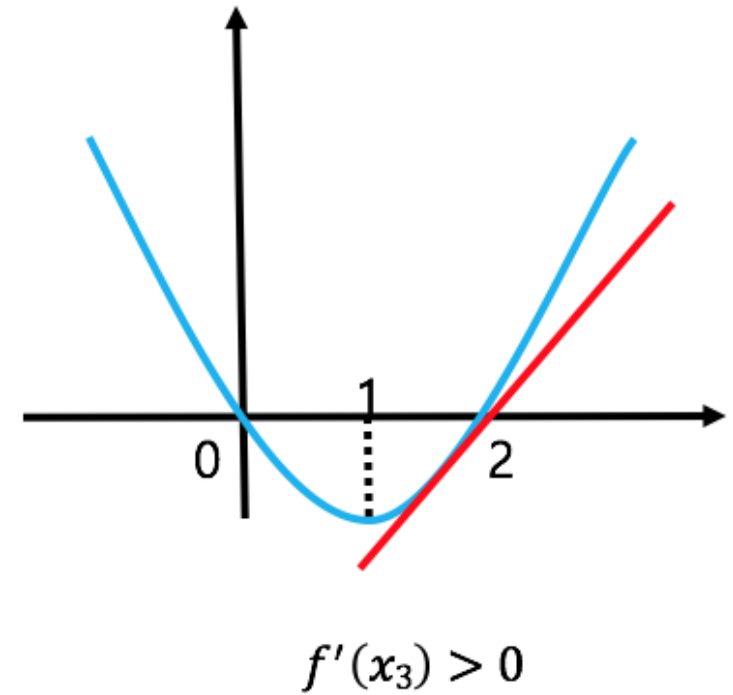
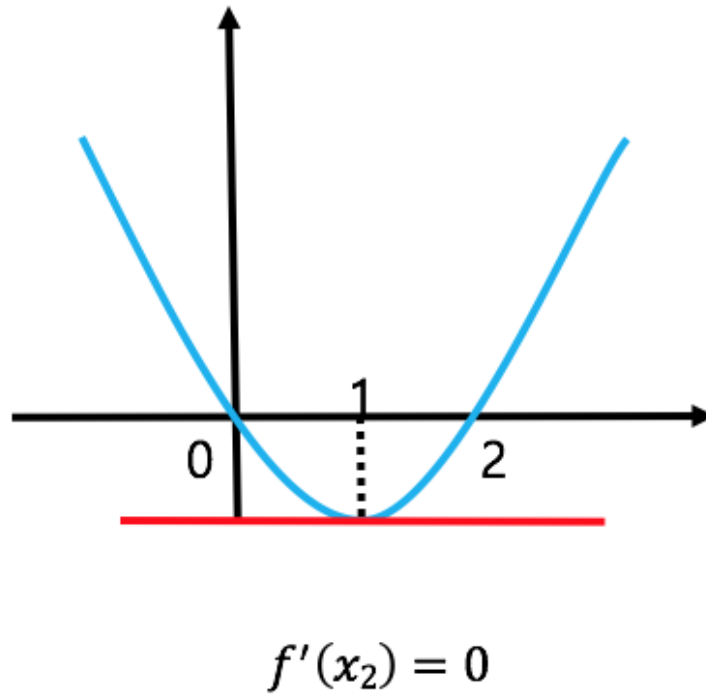
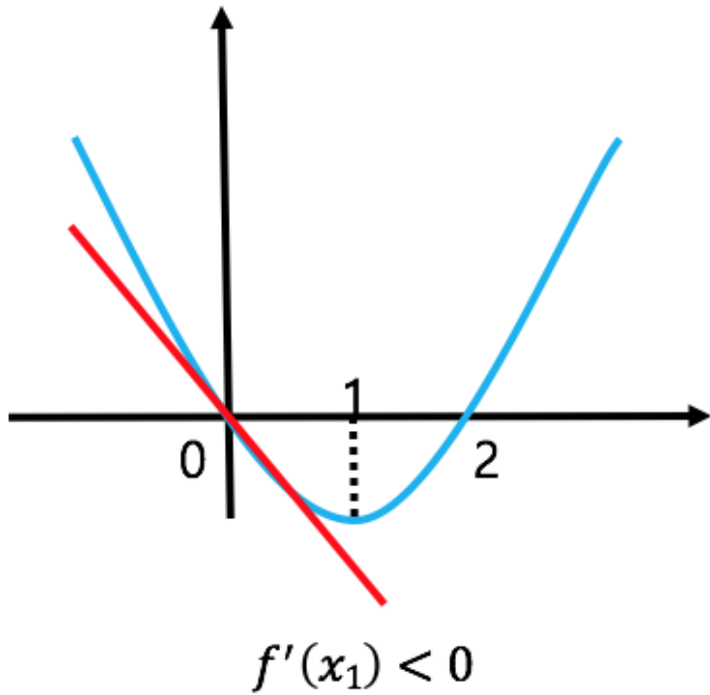


- $f'(x) = 2x - 2$



미분을 이용한 최대/최소

- $f'(x)$ 부호의 의미



미분

- 학습 정리
 - 기울기와 변화율의 관계 확인
 - 함수의 미분 방법 학습
 - 미분을 통해 최대와 최소값 구하기 실습