7주차(1/3)

순방향 신경망

파이썬으로 배우는 기계학습

한동대학교
김영섭 교수

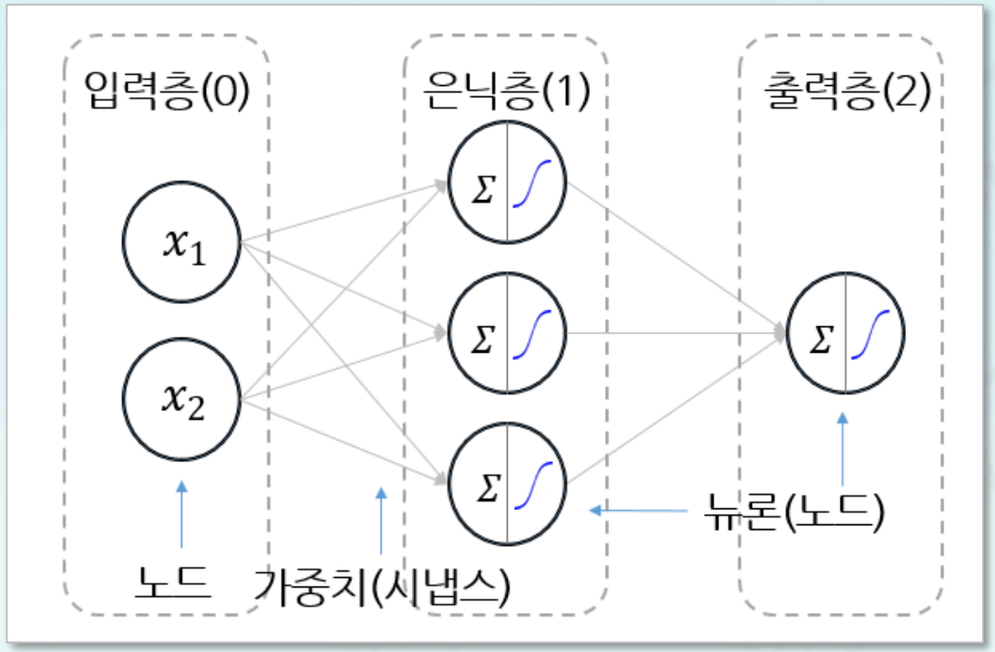
순방향 신경망

- 학습 목표
  - 순방향 신경망의 신호를 처리한다.

- 학습 내용
  - 순방향 신경망 신호표기
  - 순방향 신경망 신호처리
  - 가중치 표기법
  - 순방향 신경망 예제

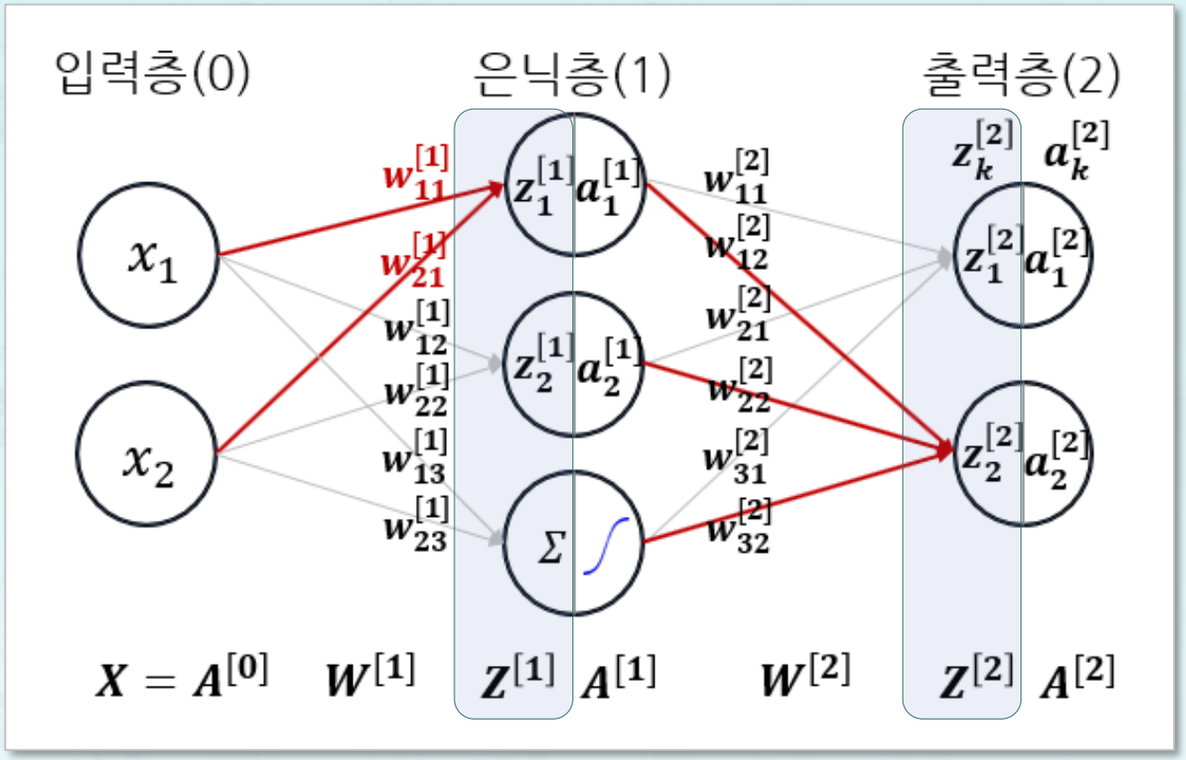
1. 순방향 신경망: 신호표기

- 다층 신경망



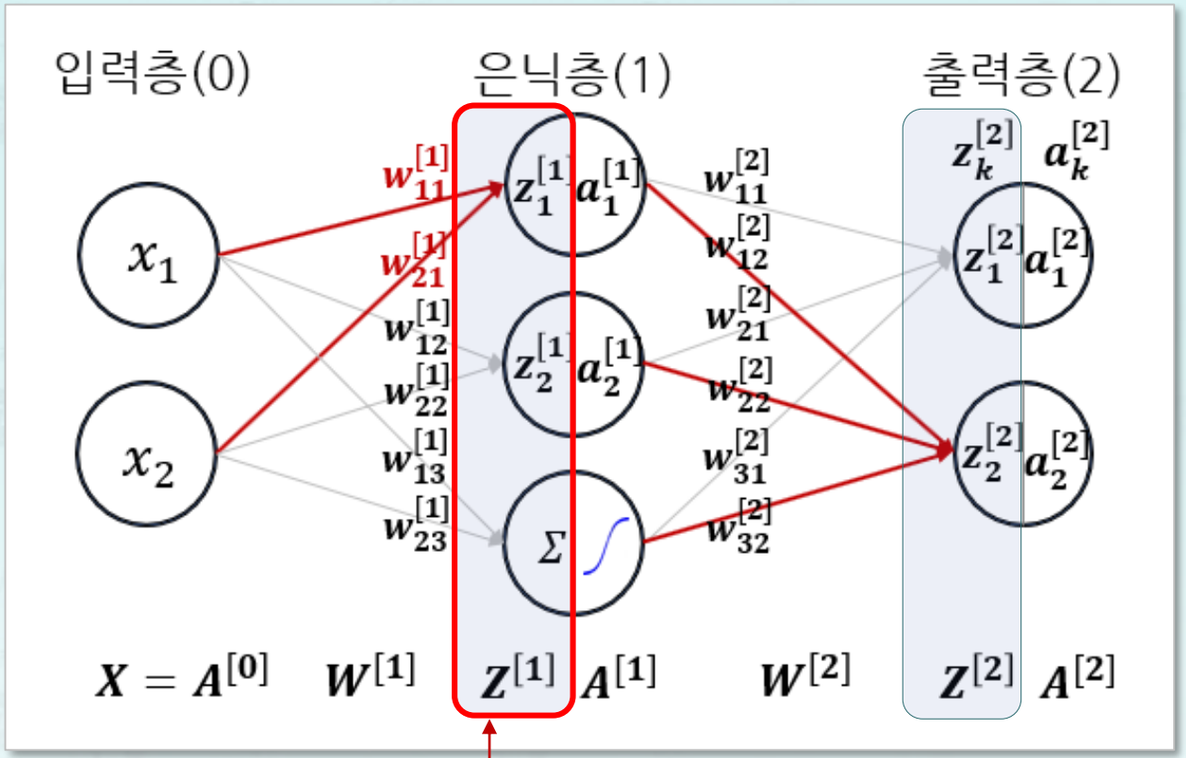
1. 순방향 신경망: 신호표기

- **Z:** 뉴론의 입력
- **A:** 뉴론의 출력
- **L:** 전체 층의 수
- **I:** 각 층 번호(소문자 엘)



1. 순방향 신경망: 신호표기

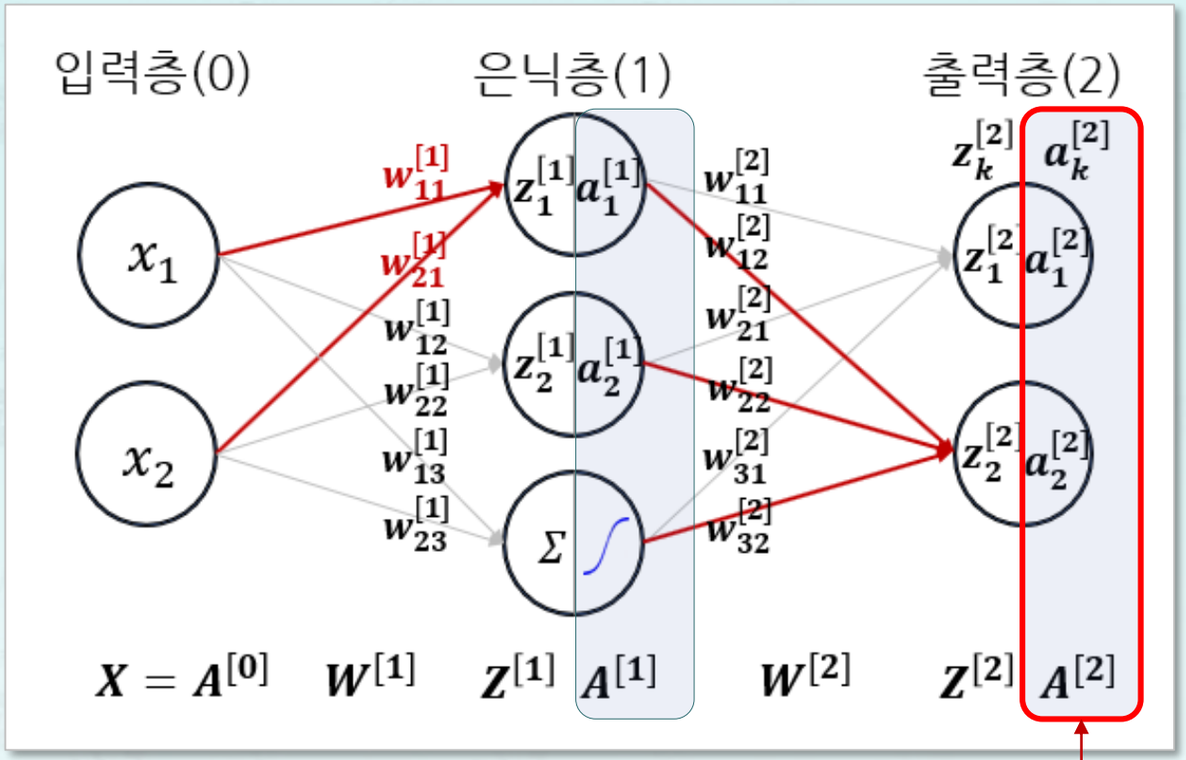
- **Z**: 뉴론의 입력
- **A**: 뉴론의 출력
- **L**: 전체 층의 수
- **l**: 각 층 번호(소문자 엘)



- **$Z^{[1]}$**: 은닉층(1)의 입력

1. 순방향 신경망: 신호표기

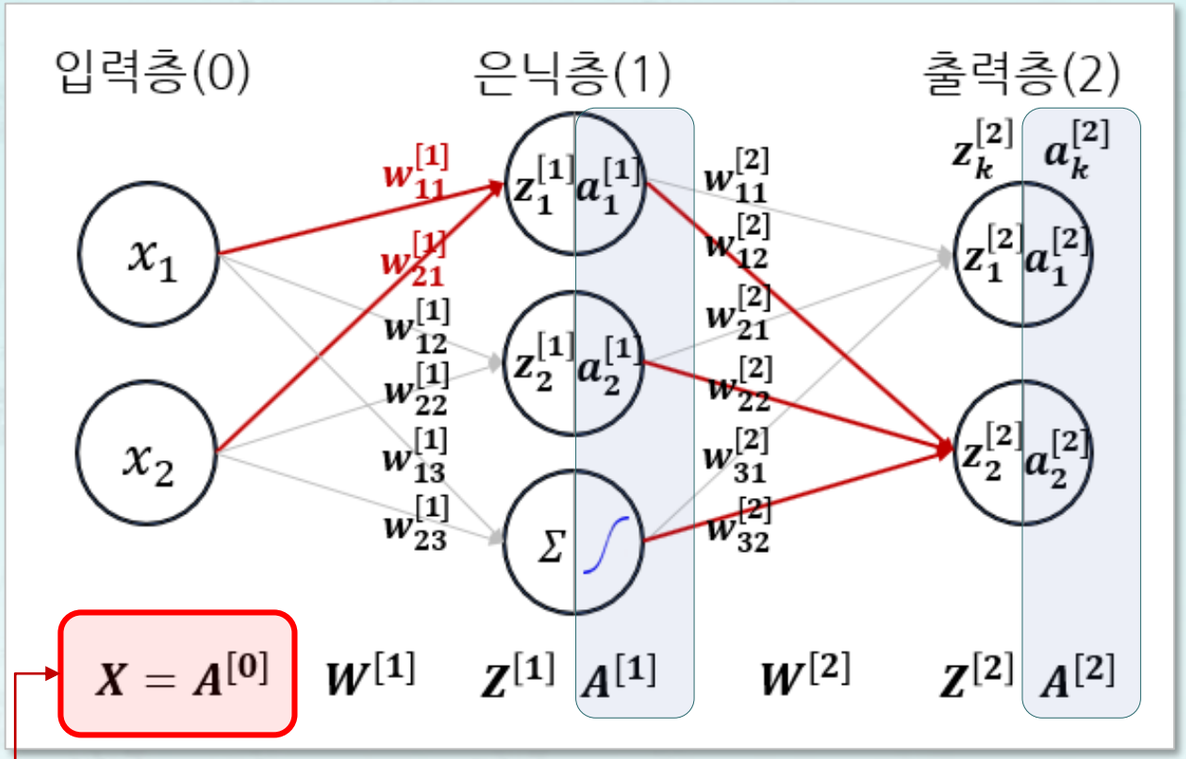
- **Z**: 뉴론의 입력
- **A**: 뉴론의 출력
- **L**: 전체 층의 수
- **l**: 각 층 번호(소문자 엘)



- **$Z^{[1]}$**: 은닉층(1)의 입력
- **$A^{[2]}$**: 출력층(2)의 출력

1. 순방향 신경망: 신호표기

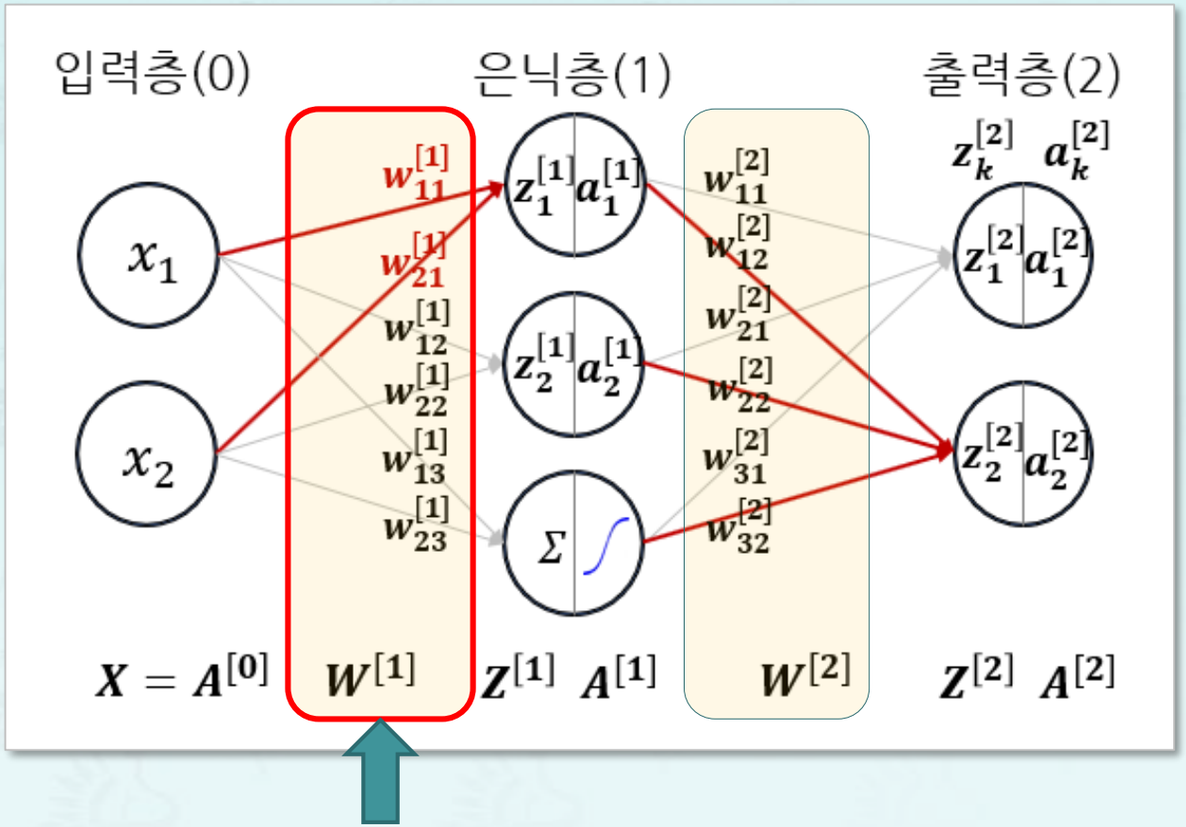
- **Z:** 뉴론의 입력
- **A:** 뉴론의 출력
- **L:** 전체 층의 수
- **I:** 각 층 번호(소문자 엘)



- **$Z^{[1]}$:** 은닉층(1)의 입력
- **$A^{[2]}$:** 출력층(2)의 출력
- **$A^{[0]}$:** 입력층(0)의 출력

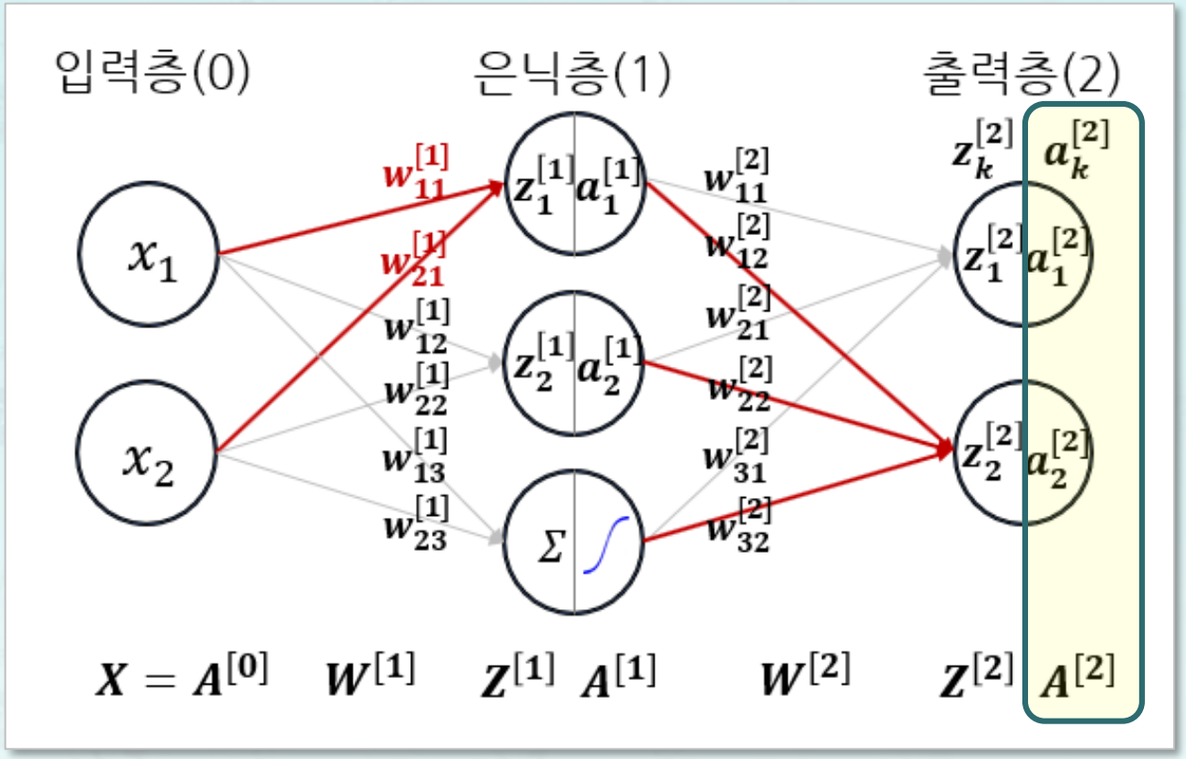
1. 순방향 신경망: 신호표기

- **Z:** 뉴론의 입력
- **A:** 뉴론의 출력
- **L:** 전체 층의 수
- **I:** 각 층 번호
- **W:** 가중치



1. 순방향 신경망: 신호표기

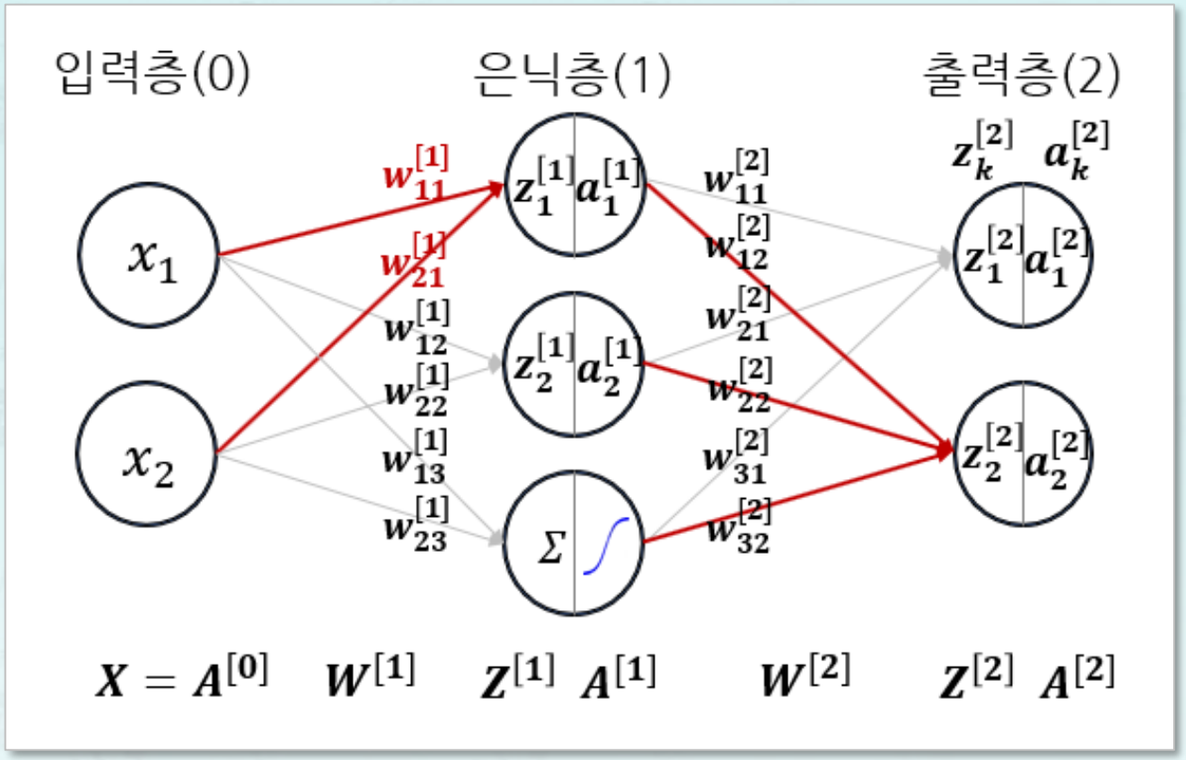
- **Z:** 뉴론의 입력
- **A:** 뉴론의 출력
- **L:** 전체 층의 수
- **I:** 각 층 번호
- **W:** 가중치
- $\hat{y}$: 최종 출력



- $\hat{y} = A^{[2]}$

1. 순방향 신경망: 신호처리

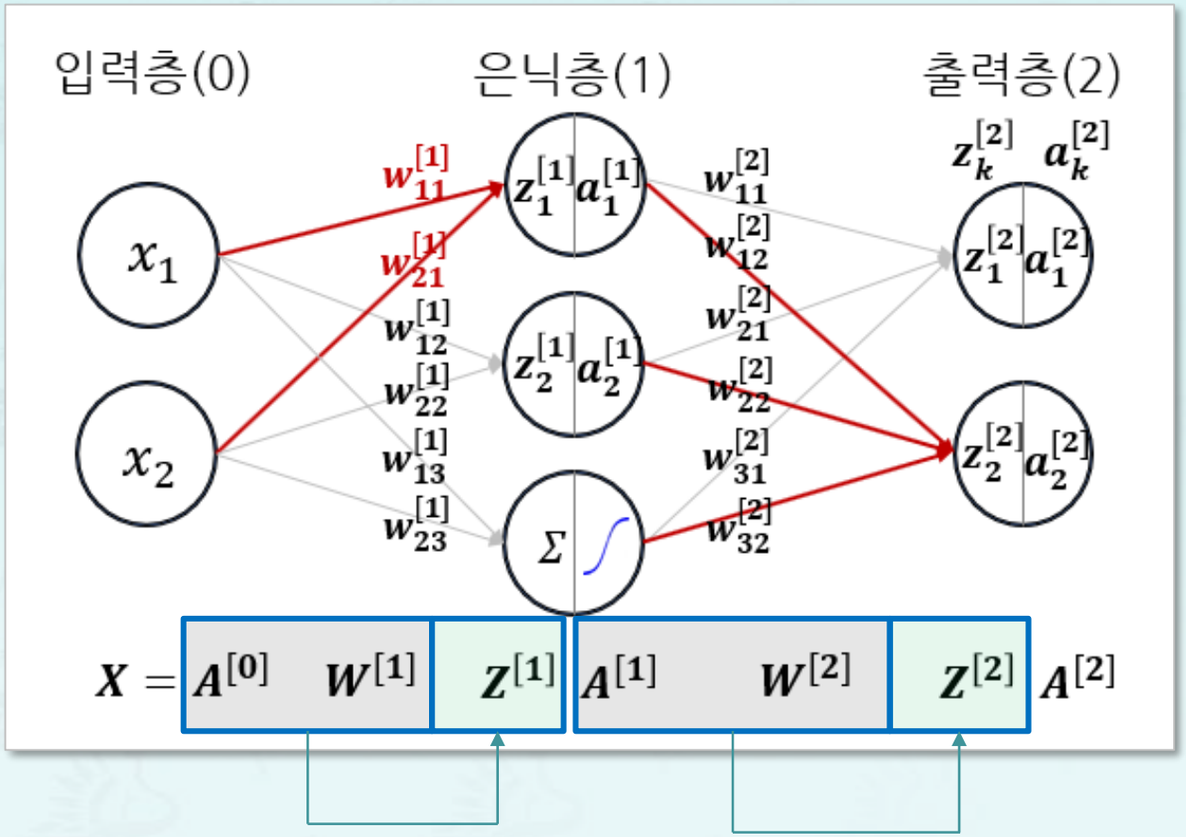
- **Z:** ∑(가중치 * 입력)
  - 순입력
  - **net input** 혹은 **weighted sum**



1. 순방향 신경망: 신호처리

- **Z:** ∑(가중치 ∗ 입력)
  - 순입력
  - **net input** 혹은 **weighted sum**

$$Z^{[l]} = W^{[l]T} A^{[l-1]}$$



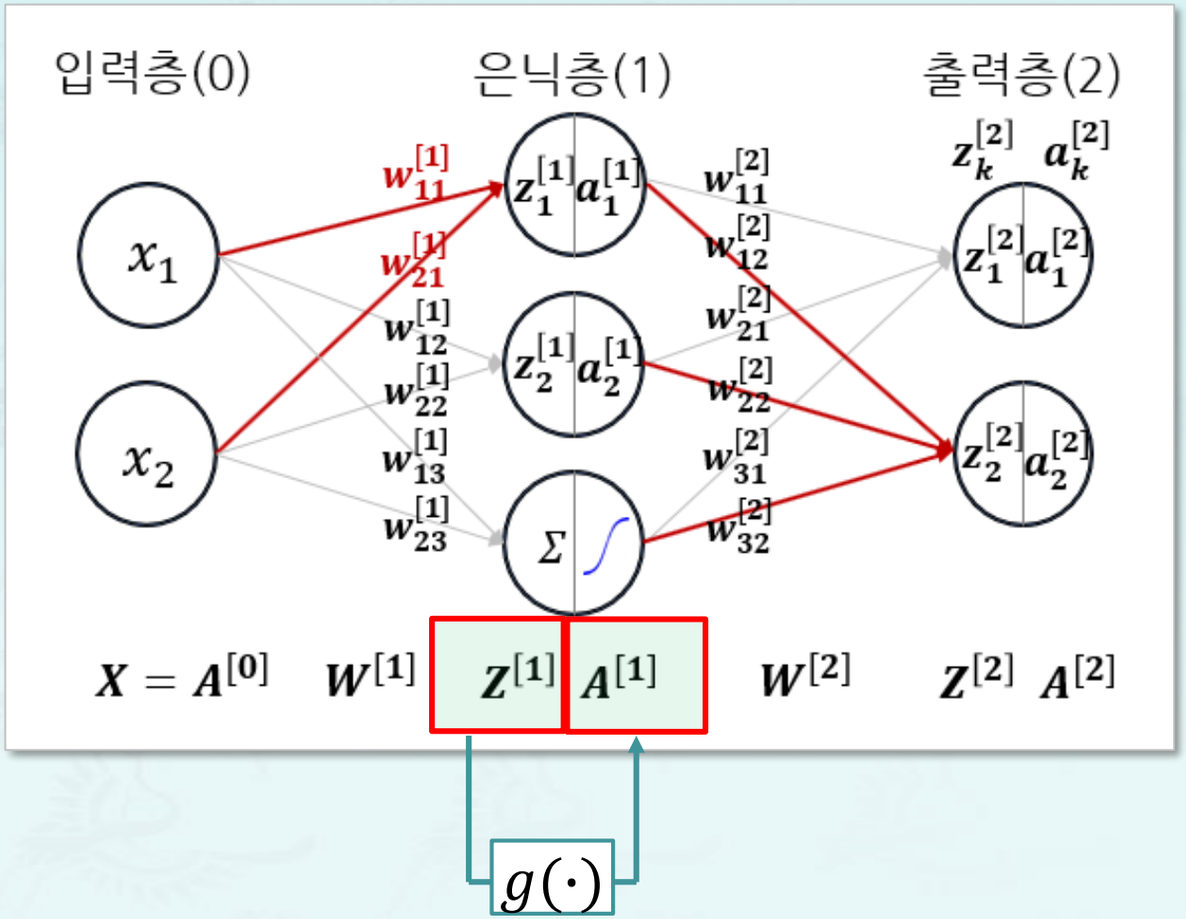
1. 순방향 신경망: 신호처리

- **Z:** ∑(가중치 * 입력)
  - 순입력
  - **net input** 혹은 **weighted sum**

$$Z^{[l]} = W^{[l]T} A^{[l-1]}$$

$$A^{[l]} = g(Z^{[l]})$$

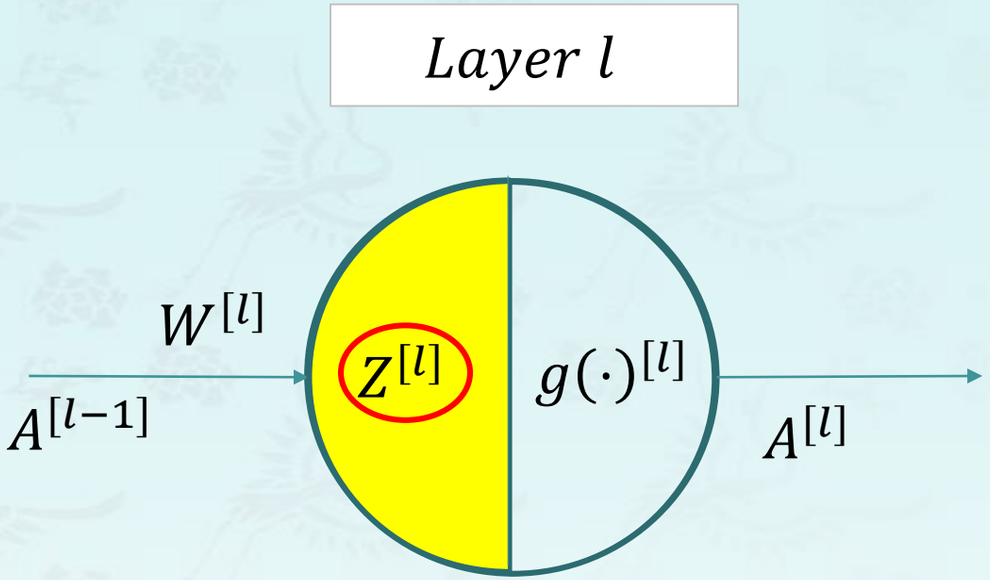
활성화 함수



1. 순방향 신경망: 신호처리

$$Z^{[l]} = W^{[l]T} \; A^{[l-1]}$$

$[l]$층 순입력

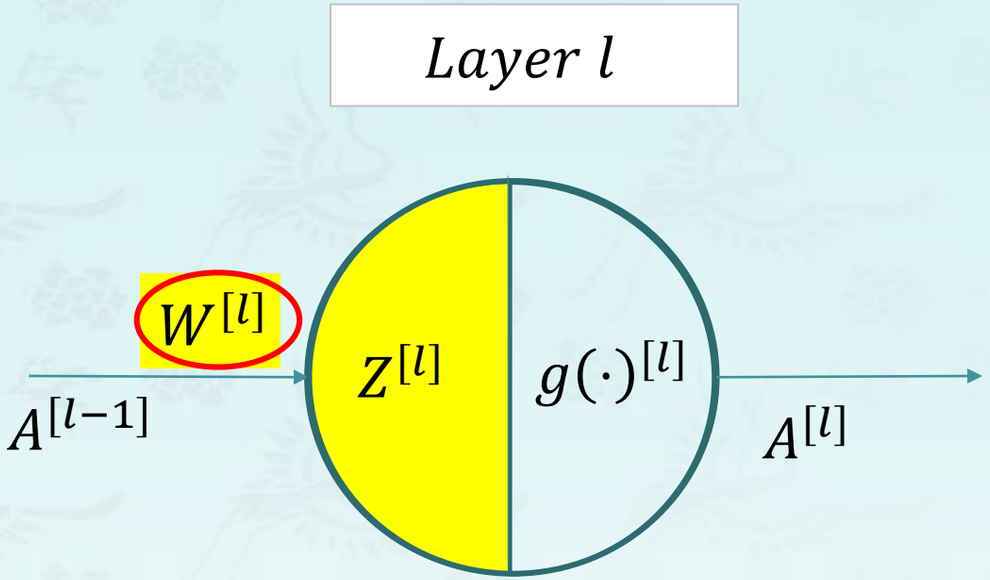


1. 순방향 신경망: 신호처리

$$Z^{[l]} = W^{[l]T} \; A^{[l-1]}$$

$[l]$층 순입력

$[l]$층 가중치 전치



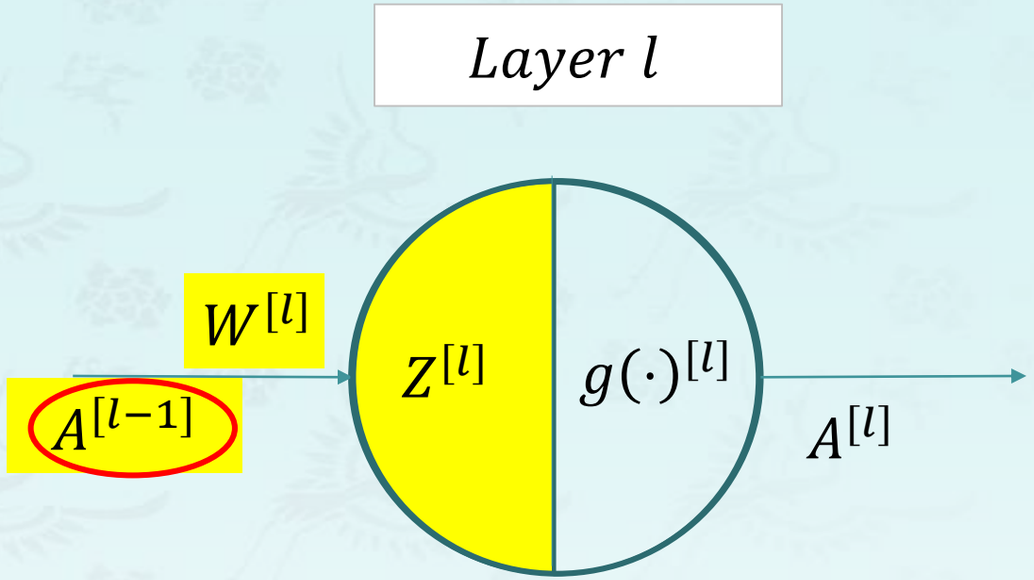
1. 순방향 신경망: 신호처리

$$Z^{[l]} = W^{[l]T} \; A^{[l-1]}$$

$[l]$층 순입력

$[l]$층 가중치 전치

$[l-1]$층 출력



1. 순방향 신경망: 신호처리

$$Z^{[l]} = W^{[l]T} \; A^{[l-1]}$$

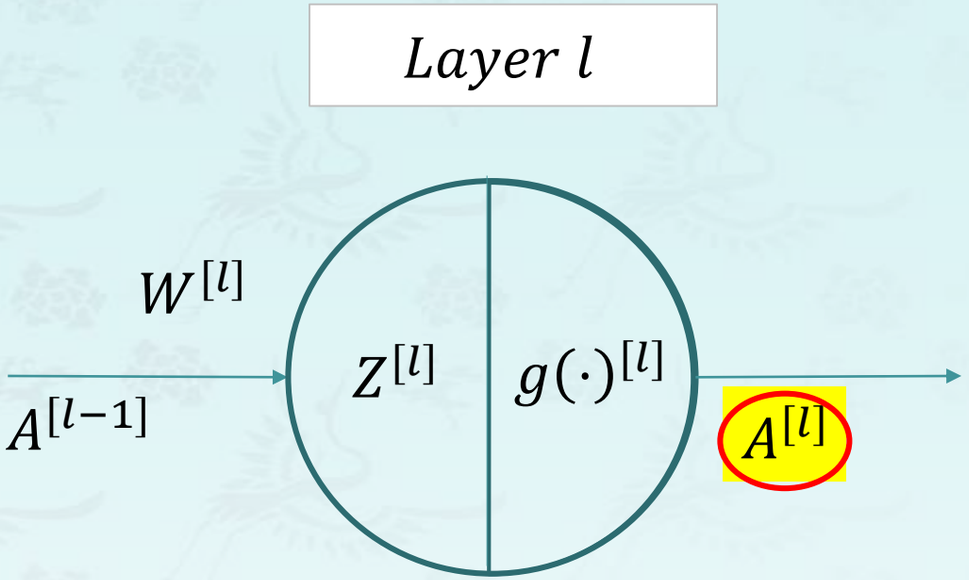
$[l]$층 순입력

$[l]$층 가중치 전치

$[l-1]$층 출력

$$A^{[l]} = g(Z^{[l]})$$

$[l]$층 출력



1. 순방향 신경망: 신호처리

$$Z^{[l]} = W^{[l]T} \; A^{[l-1]}$$

$[l]$층 순입력

$[l]$층 가중치 전치

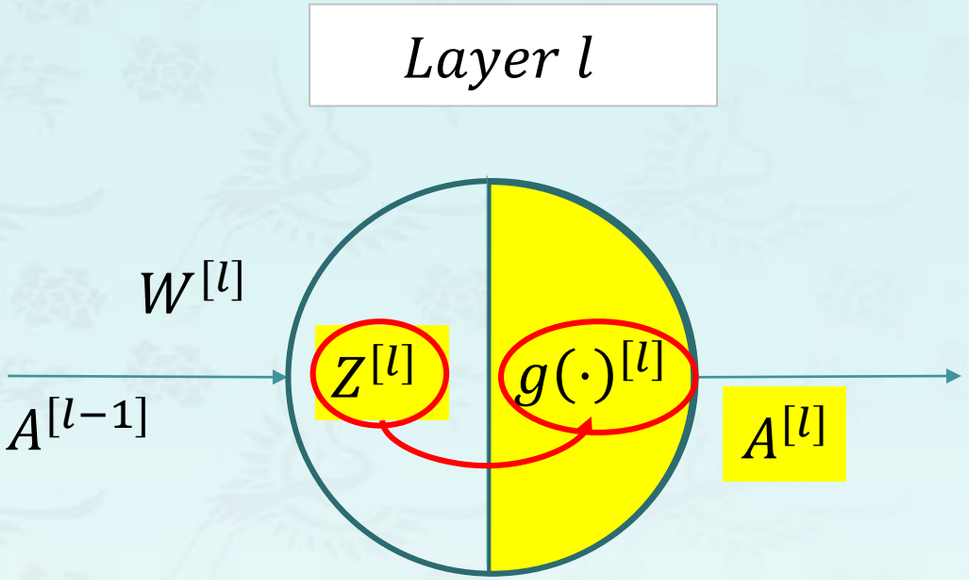
$[l-1]$층 출력

$$A^{[l]} = g(Z^{[l]})$$

$[l]$층 출력

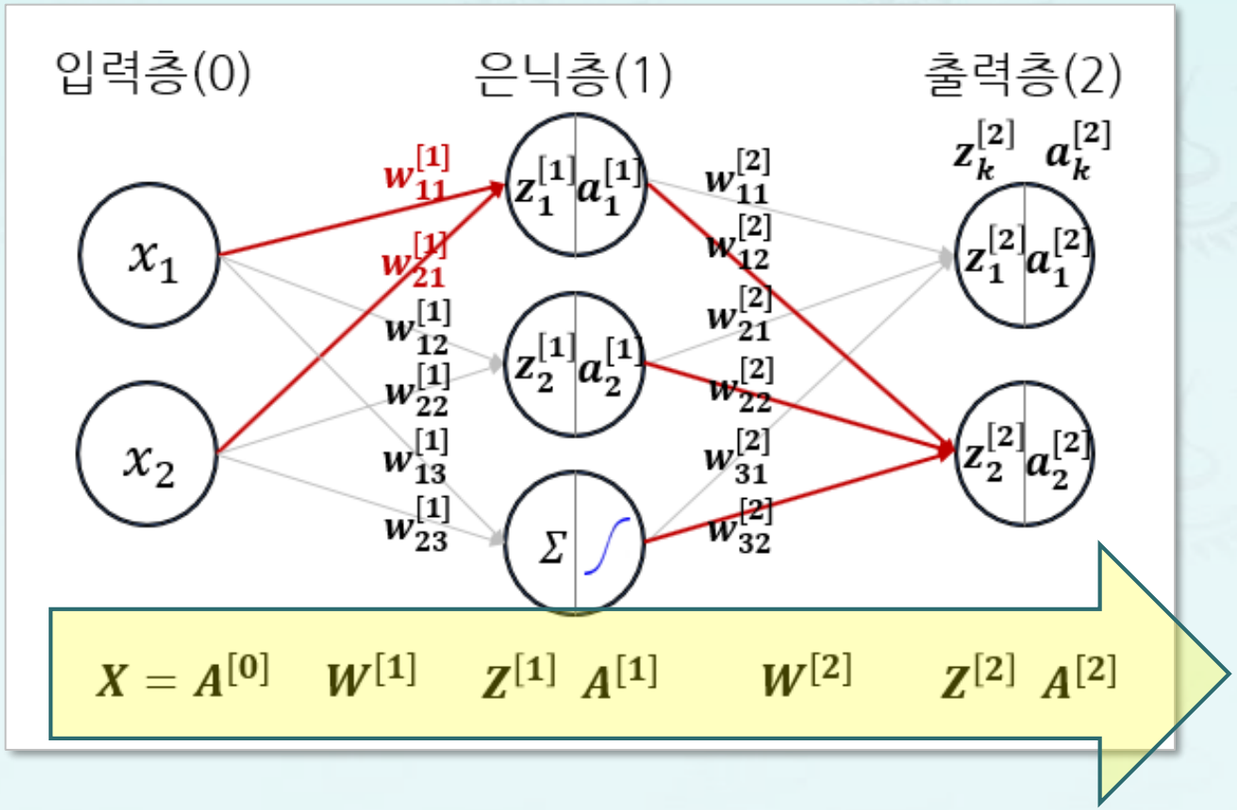
활성화 함수

$[l]$층 순입력



1. 순방향 신경망: 정의

- 입력층에서 출발하여 은닉층들을 거쳐서 출력층에서 결과를 얻는 신경망



2. 가중치 표기법: W_{ij} 방식

$$\mathbf{Z}^{[l]} = W^{[l]T} A^{[l-1]}$$

엘 층 가중치

$$\mathbf{W}^{(l)} = \begin{pmatrix} w_{11}^{(l)} & w_{12}^{(l)} & w_{13}^{(l)} \\ w_{21}^{(l)} & w_{22}^{(l)} & w_{23}^{(l)} \end{pmatrix}$$

은닉층 가중치

$$\mathbf{W}^{(1)} = \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} & w_{13}^{(1)} \\ w_{21}^{(1)} & w_{22}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^{[1]} &= W^{[1]T} A^{[0]} \\ &= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} & w_{13}^{(1)} \\ w_{21}^{(1)} & w_{22}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{21}^{(1)} \\ w_{12}^{(1)} & w_{22}^{(1)} \\ w_{13}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} x_1 + w_{21}^{(1)} x_2 \\ w_{12}^{(1)} x_1 + w_{22}^{(1)} x_2 \\ w_{13}^{(1)} x_1 + w_{23}^{(1)} x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1^{(1)} \\ z_2^{(1)} \\ z_3^{(1)} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

2. 가중치 표기법: W_{ij} 방식

$$\mathbf{Z}^{[l]} = W^{[l]T} A^{[l-1]}$$

$$\mathbf{W}^{(l)} = \begin{pmatrix} w_{11}^{(l)} & w_{12}^{(l)} & w_{13}^{(l)} \\ w_{21}^{(l)} & w_{22}^{(l)} & w_{23}^{(l)} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{W}^{(1)} = \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} & w_{13}^{(1)} \\ w_{21}^{(1)} & w_{22}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix}$$

은닉층 순입력

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^{[1]} &= W^{[1]T} A^{[0]} \\ &= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} & w_{13}^{(1)} \\ w_{21}^{(1)} & w_{22}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{21}^{(1)} \\ w_{12}^{(1)} & w_{22}^{(1)} \\ w_{13}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} x_1 + w_{21}^{(1)} x_2 \\ w_{12}^{(1)} x_1 + w_{22}^{(1)} x_2 \\ w_{13}^{(1)} x_1 + w_{23}^{(1)} x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1^{(1)} \\ z_2^{(1)} \\ z_3^{(1)} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

은닉층 순입력

2. 가중치 표기법: W_{ij} 방식

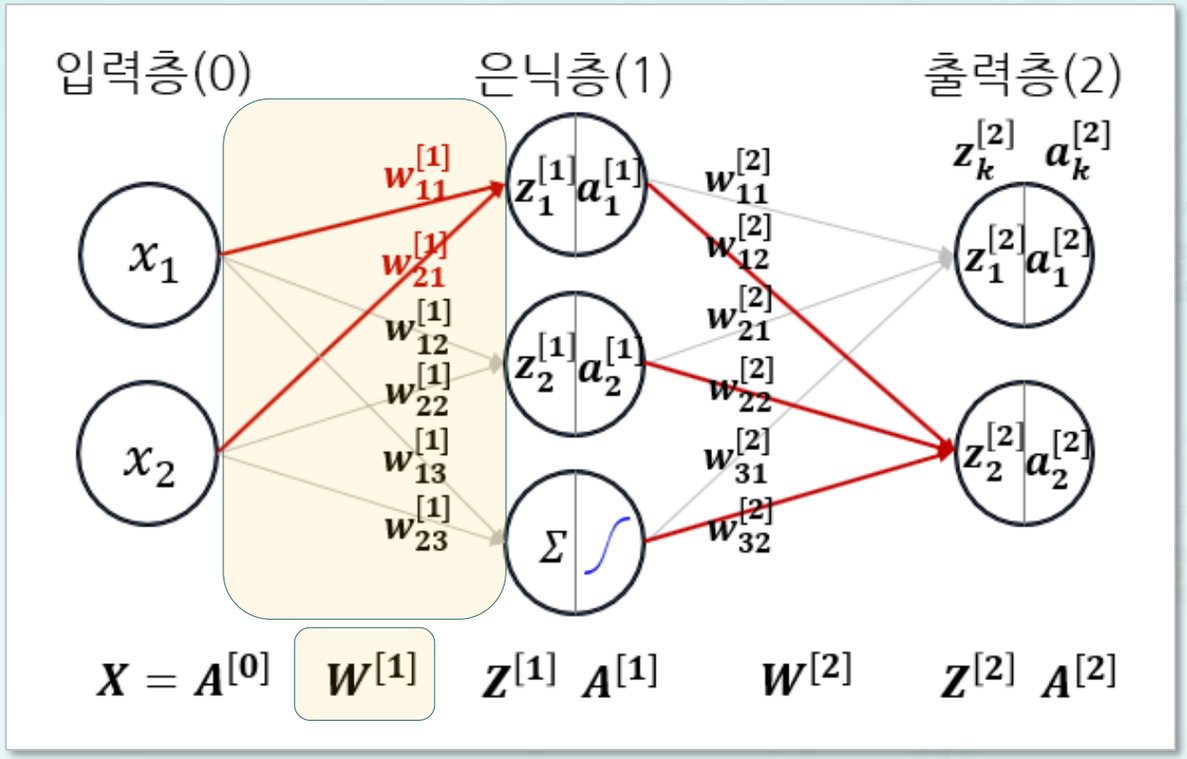
은닉층 순입력

$$A^{[1]} = g(Z^{[1]}) = \begin{pmatrix} a_1^{[1]} \\ a_2^{[1]} \\ a_3^{[1]} \end{pmatrix}$$

활성화 함수

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}^{[1]} &= W^{[1]T} A^{[0]} \\
&= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{12}^{(1)} & w_{13}^{(1)} \\ w_{21}^{(1)} & w_{22}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{21}^{(1)} \\ w_{12}^{(1)} & w_{22}^{(1)} \\ w_{13}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} x_1 + w_{21}^{(1)} x_2 \\ w_{12}^{(1)} x_1 + w_{22}^{(1)} x_2 \\ w_{13}^{(1)} x_1 + w_{23}^{(1)} x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1^{(1)} \\ z_2^{(1)} \\ z_3^{(1)} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

2. 가중치 표기법: W_{ij}^T 방식(혹은 W_{ji}방식)

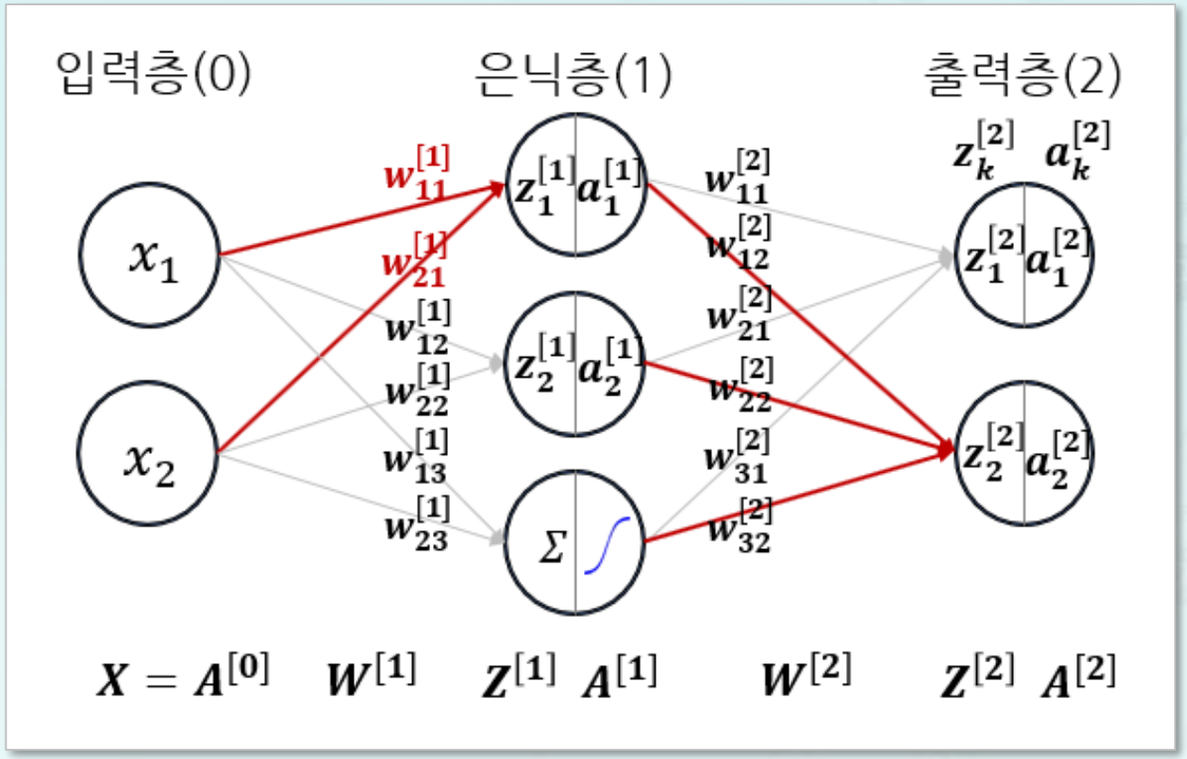


- W_{ij}^T 형상
  - l 층의 노드 수 **x** $(l-1)$층의 노드 수
- **W¹.shape = (3,2)**

$$W^{[1]} = \begin{pmatrix} w_{11}^{[1]} & w_{21}^{[1]} \\ w_{12}^{[1]} & w_{22}^{[1]} \\ w_{13}^{[1]} & w_{23}^{[1]} \end{pmatrix}$$

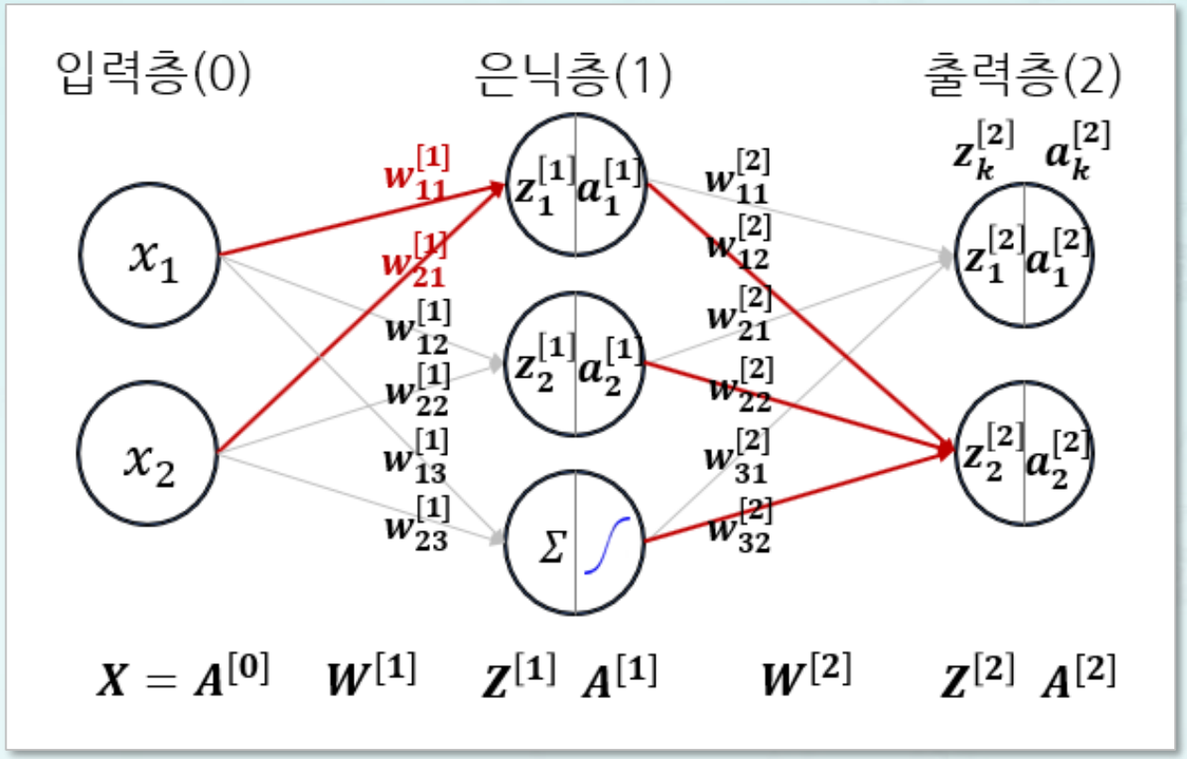
$$W^{[2]} = \begin{pmatrix} w_{11}^{[2]} & w_{21}^{[2]} & w_{31}^{[2]} \\ w_{12}^{[2]} & w_{22}^{[2]} & w_{32}^{[2]} \end{pmatrix}$$

2. 가중치 표기법: W_{ij}^{T} 방식(혹은 W_{ji}방식)



$$Z^{[l]} = W^{[l]} A^{[l-1]}$$

2. 가중치 표기법: W_{ij}^{T} 방식(혹은 W_{ji}방식)

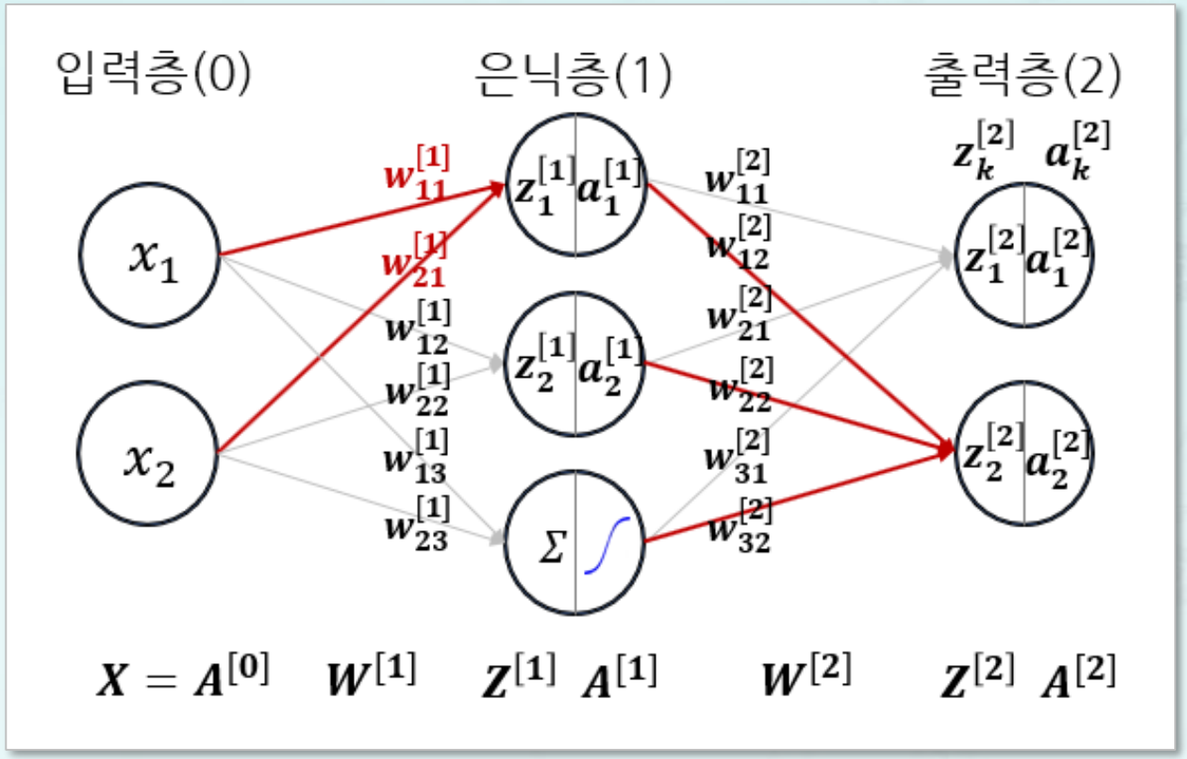


$$Z^{[l]} = W^{[l]} A^{[l-1]}$$

$$Z^{[1]} = W^{[1]} A^{[0]}$$

$$Z^{[l]} = W^{[l]} A^{[l-1]}$$

2. 가중치 표기법: W_{ij}^{T} 방식(혹은 W_{ji}방식)



$$Z^{[l]} = W^{[l]} A^{[l-1]}$$

$$Z^{[1]} = W^{[1]} A^{[0]}$$

$$= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{21}^{(1)} \\ w_{12}^{(1)} & w_{22}^{(1)} \\ w_{13}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

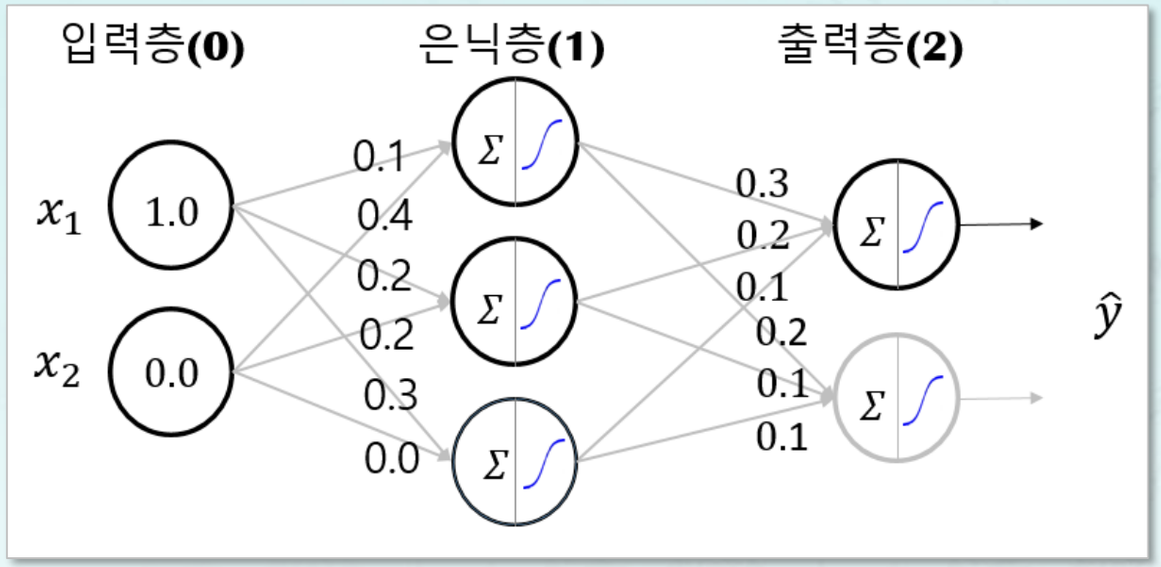
$$= \begin{pmatrix} z_1^{(1)} \\ z_2^{(1)} \\ z_3^{(1)} \end{pmatrix}$$

2. 가중치 표기법 : 두 가지 표기법

- W_{ij} 표기법
- W_{ij}^{T} 표기법

3. 순방향 신경망 예제:

- 예제에서 살펴볼 신경망



- 예제에서 활용할 표기법
  - W_{ij}^{T} 표기법

3. 순방향 신경망 예제: 입력 자료 준비

n개 특성을 가진
입력자료 **m** 개

$$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{nxm}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} & x_1^{(2)} & \cdots & x_1^{(m)} \\ x_2^{(1)} & x_2^{(2)} & \cdots & x_2^{(m)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^{(1)} & x_n^{(2)} & \cdots & x_n^{(m)} \end{pmatrix}$$

n개 특성을 가진
첫번째 입력자료

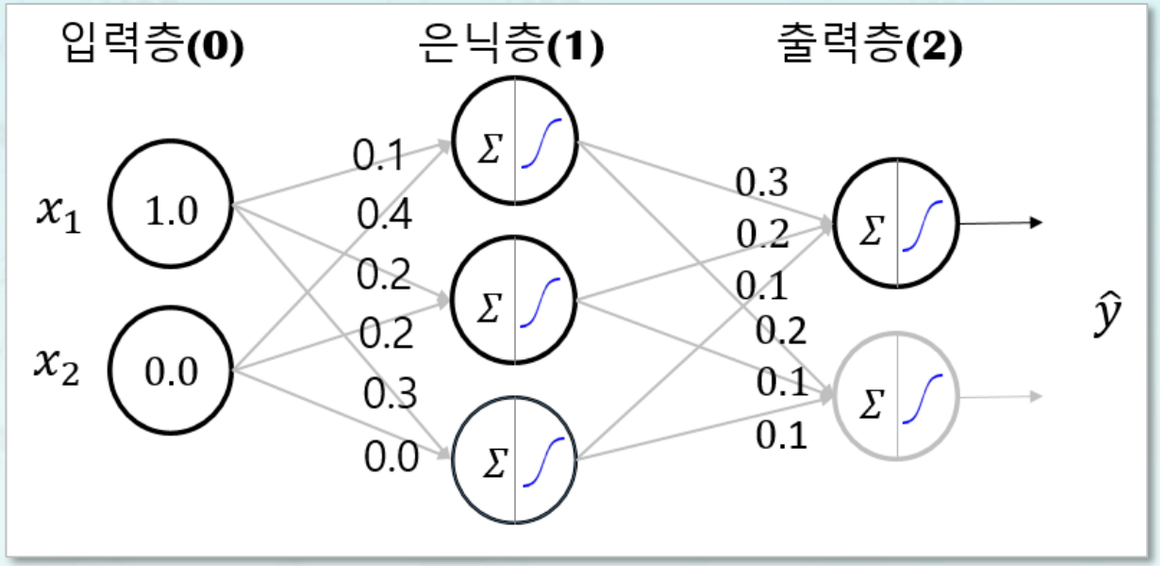
3. 순방향 신경망 예제: 입력 자료 준비

- 입력 **X: m = 1, n = 2**

$$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{nxm}$$

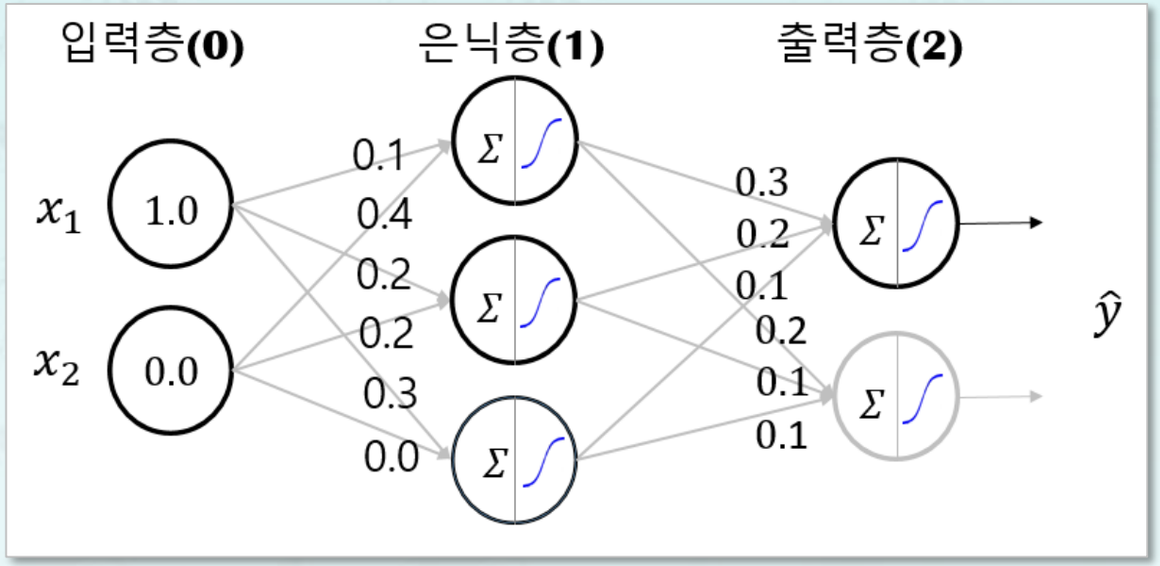
$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} & x_1^{(2)} & \cdots & x_1^{(m)} \\ x_2^{(1)} & x_2^{(2)} & \cdots & x_2^{(m)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^{(1)} & x_n^{(2)} & \cdots & x_n^{(m)} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x}^{(1)} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



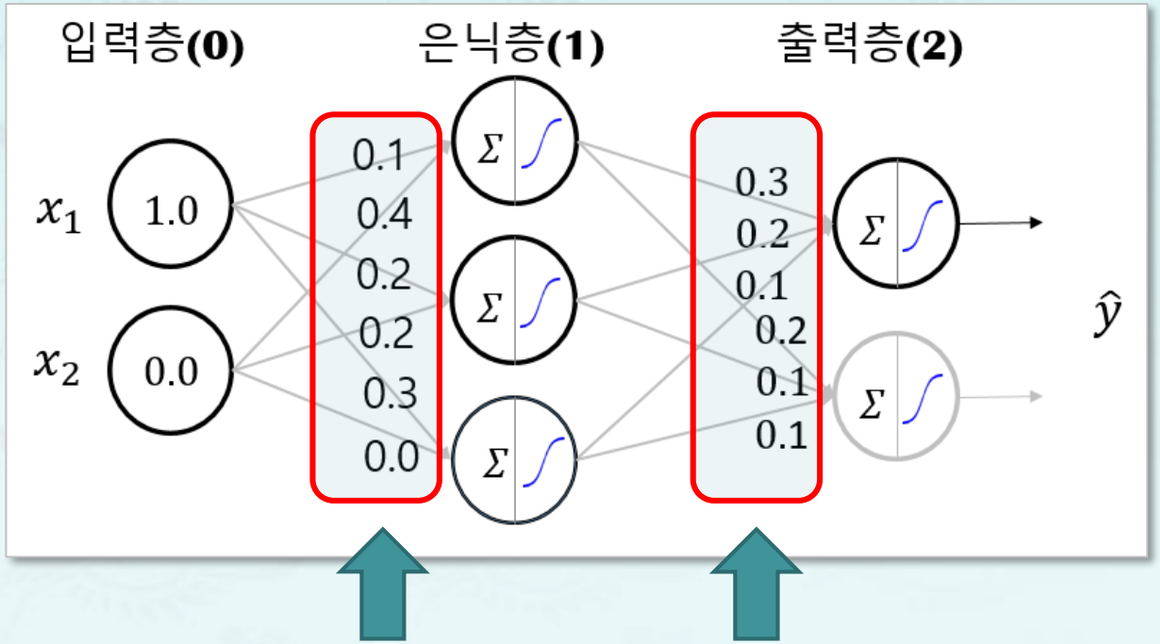
3. 순방향 신경망 예제: 입력 자료 준비

- 가중치 초기화



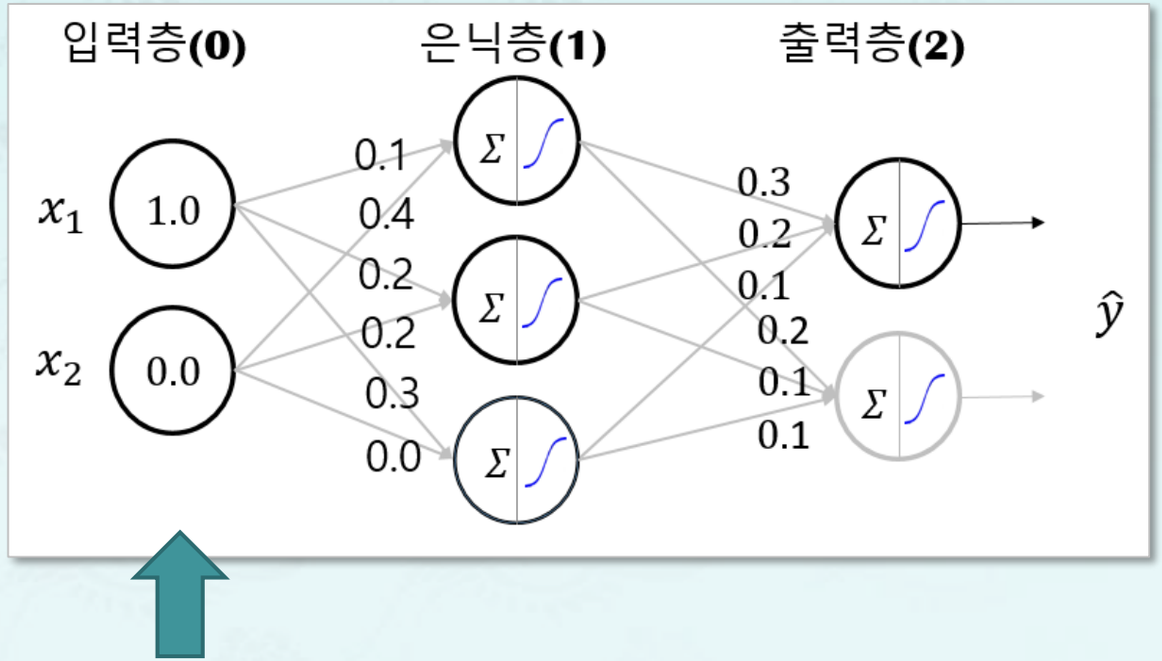
3. 순방향 신경망 예제: 입력 자료 준비

- 가중치 초기화



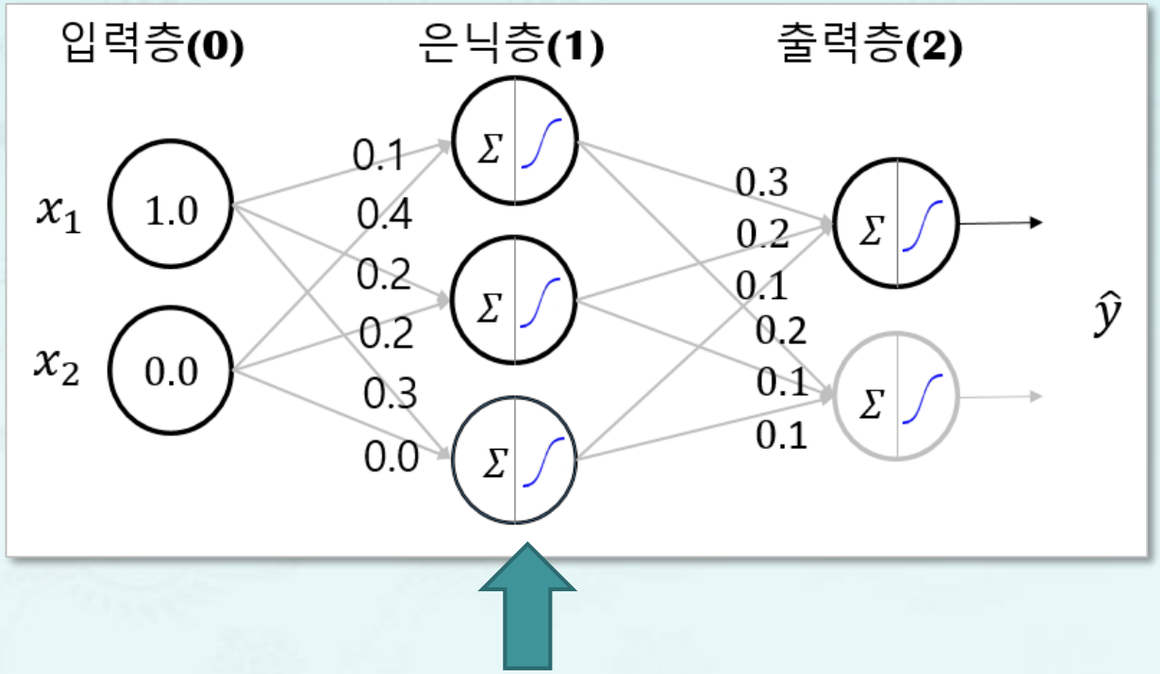
4. 순방향 신경망 계산: 입력층

- $A^{[0]} = X$



4. 순방향 신경망 계산: 은닉층

- $Z^{[l]} = W^{[l]}A^{[l-1]}$



4. 순방향 신경망 계산: 은닉층

- $Z^{[l]} = W^{[l]}A^{[l-1]}$
- $A^{[l]} = g(Z^{[l]})$

4. 순방향 신경망 계산: 은닉층

$$\mathbf{Z}^{[1]} = W^{[1]}A^{[0]} = W^{[1]}X$$

$$= \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{21}^{(1)} \\ w_{12}^{(1)} & w_{22}^{(1)} \\ w_{13}^{(1)} & w_{23}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.0 \\ 0.0 \end{pmatrix}$$

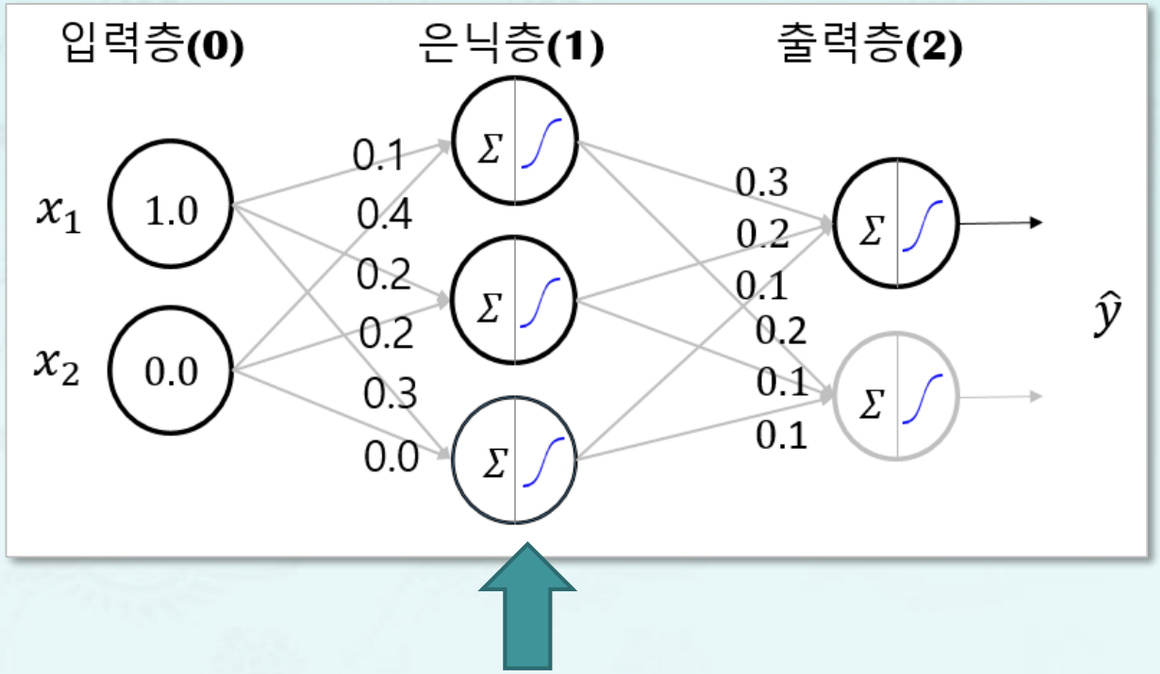
$$= \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \end{pmatrix}$$

4. 순방향 신경망 계산: 은닉층

$$\mathbf{A}^{[1]} = g(\mathbf{Z}^{[1]})$$

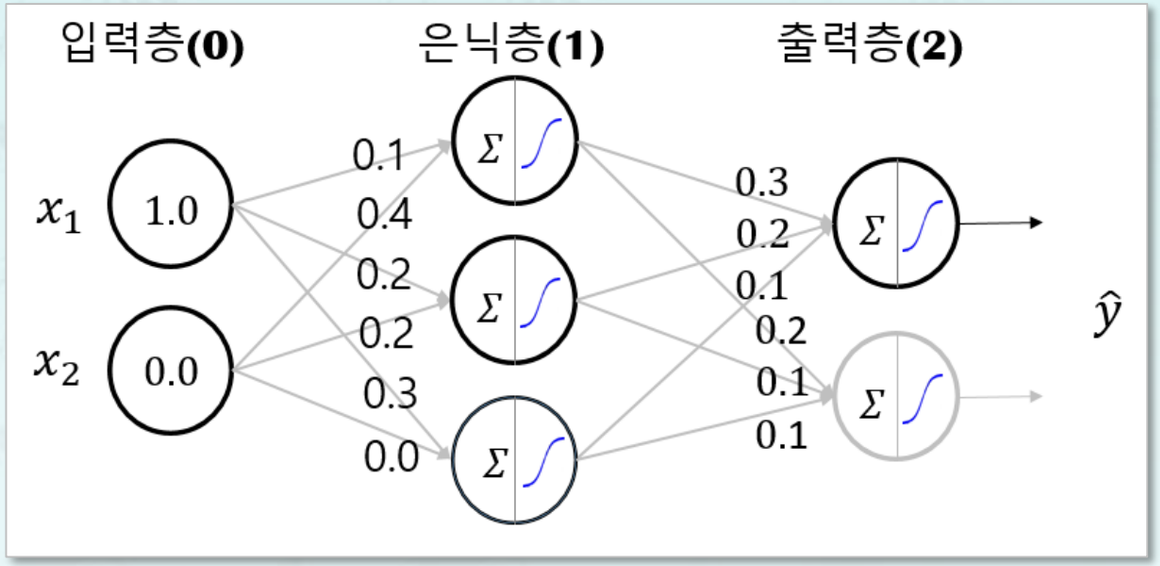
$$= sigmoid\left(\begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \end{pmatrix}\right) = \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{1+e^{-0.1}} \\ \frac{1}{1+e^{-0.2}} \\ \frac{1}{1+e^{-0.3}} \end{pmatrix}\right)$$

$$= \begin{pmatrix} 0.525 \\ 0.500 \\ 0.574 \end{pmatrix}$$



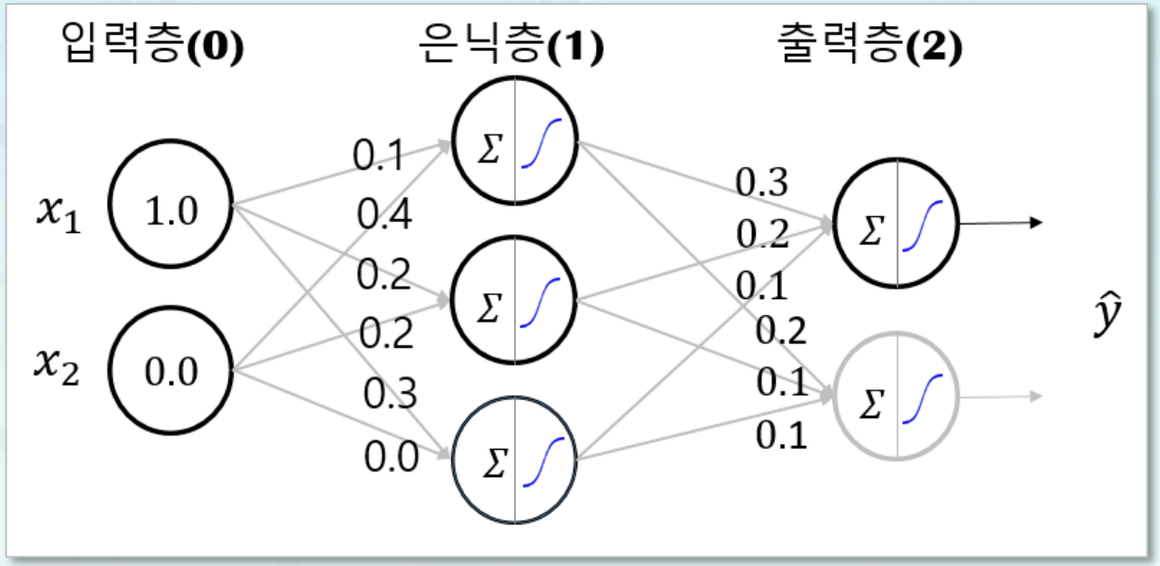
4. 순방향 신경망 계산: 출력층

$$
\begin{aligned}
\mathbf{Z}^{[2]} &= W^{[2]} A^{[1]} \\
&= \begin{pmatrix} w_{11}^{(2)} & w_{21}^{(2)} & w_{31}^{(2)} \\ w_{12}^{(2)} & w_{22}^{(2)} & w_{32}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1^{(1)} \\ a_2^{(1)} \\ a_3^{(1)} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.525 \\ 0.500 \\ 0.574 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0.325 \\ 0.217 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$



4. 순방향 신경망 계산: 출력층

$$
\begin{aligned}
\mathbf{A}^{[2]} &= g(\mathbf{Z}^{[2]}) \\
&= sigmoid\left(\begin{pmatrix} 0.325 \\ 0.217 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+e^{-0.325}} \\ \frac{1}{1+e^{-0.217}} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0.581 \\ 0.554 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$



4. 순방향 신경망 계산: 출력층

$$
\begin{aligned}
\mathbf{A}^{[2]} &= g(\mathbf{Z}^{[2]}) \\
&= sigmoid\left(\begin{pmatrix} 0.325 \\ 0.217 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+e^{-0.325}} \\ \frac{1}{1+e^{-0.217}} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0.581 \\ 0.554 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

$$
\hat{y} = \begin{pmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.581 \\ 0.554 \end{pmatrix}
$$

순방향 신경망

- 학습 정리
  - 순방향 신경망 신호 표기
  - 순방향 신경망 신호 처리
  - 가중치 W_{ij} 과 W_{ij}^{T} 방식
  - 순방향 신경망 예제와 계산