Tugas Besar TF2202

```
function [a,b] = func1(c,d)
  // Test comment
endfunction
```

Selesaikan soal-soal berikut ini dengan menggunakan Scilab.

1 Soal 1: Perbandingan akurasi beberapa metode

Carilah solusi numerik dari persamaan diferensial berikut

$$y'' + y = 0 \tag{1}$$

dengan syarat awal

$$y(0) = 0, \qquad y'(0) = 1 \tag{2}$$

Bandingkan solusi yang diperoleh dengan solusi analitik:

$$y(t) = \sin(t) \tag{3}$$

Gunakan menggunakan metode-metode berikut ini untuk mencari solusi numeriknya.

- Euler
- Euler dengan prediktor-korektor (Runge-Kutta orde-2)
- Runge-Kutta orde-4

Dari solusi numerik yang didapatkan, buatlah (1) plot antara y dan y' dan (2) plot antara t dan y.
Bandingkan hasilnya pada interval t dan parameter step (h) yang sama.

2 Soal 2: Gerakan pendulum

Gerak suatu pendulum dapat dinyatakan dengan persamaan diferensial:

$$u'' = -\frac{g}{L}\sin(u) - ku' \tag{4}$$

dengan syarat awal

$$u(0) = u_0, \qquad u'(0) = 0 \tag{5}$$

Dalam persamaan tersebut u menyatakan simpangan pendulum, u_0 menyatakan simpangan awal pendulum, g menyatakan percepatan gravitasi, L menyatakan panjang benang pendulum, dan ku' menyatakan suku redaman (gesekan) yang berbanding lurus dengan kecepatan u' (k adalah bilangan positif).

(a) Cari solusi $u(t)$ untuk kasus $k = 0$

(b) Masih untuk kasus $k = 0$, tentukan periode osilasi T sebagai fungsi dari simpangan awal u_0.

(c) Carilah solusi $u(t)$ untuk kasus $k = 0$

3 Soal 3: Persamaan Schrodinger (metode shooting)

Persamaan Schrodinger independen-waktu pada 1 dimensi dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}x^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \tag{6}$$

Dengan menggunakan unit atomik, kita dapat mengambil $\hbar = 1$ dan $m = 1$, dan persamaan (6) dapat ditulis menjadi:

$$\psi'' = 2\left[V(x) - E\right]\psi \tag{7}$$

Untuk solusi keadaan terikat (bound states), nilai E hanya dapat memiliki nilai yang diskrit. Selain itu, untuk bound states fungsi gelombang dibatasi dengan syarat

$$\lim_{x\to\infty}\psi(x) = 0, \qquad \lim_{x\to-\infty}\psi(x) = 0 \tag{8}$$

Selain itu, fungsi gelombang biasanya juga dinyatakan dalam bentuk ternormalisasi:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*(x)\psi(x)\,\mathrm{d}x = 1 \tag{9}$$

Untuk potensial yang simetrik terhadap $x = 0$, secara matematis dapat ditulis $V(-x) = V(x)$. Contoh potential simetrik yang akan dibahas adalah potensial harmonik

$$V(x) = \frac{1}{2}x^2 \tag{10}$$

Dengan demikian, kita bisa mendapatkan solusi pada $(-\infty, \infty)$ hanya dengan solusi pada $(0, \infty)$. Ingat lagi dari kuliah mekanika kuantum bahwa, untuk potensial harmonik, nilai E yang diperbolehkan adalah:

$$E = \frac{(n+1)}{2}, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{11}$$

Kita dapat mengelompokkan solusi ini menjadi dua kelompok:

- solusi ganjil ($n = 1, 3, 5, \ldots$), dengan fungsi gelombang $\psi(x) = -\psi(-x)$
- solusi genap ($n = 0, 2, 4, \ldots$), dengan fungsi gelombang $\psi(x) = \psi(-x)$

Persamaan (7) dapat diselesaikan dengan menggunakan metode standard seperti Runge-Kutta orde-4. Metode lain yang sering digunakan adalah metode Numerov. Metode ini biasa digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial orde dua tanpa suku dengan turunan pertama, seperti pada persamaan (7). Metode ini dapat dituliskan dalam bentuk:

$$u_m = 1 - \frac{1}{6}h^2\left[V(x_m) - E\right] \tag{12}$$

$$\psi_{m+1} = \frac{(12 - 10u_m)\,\psi_m - u_{m-1}\psi_{m-1}}{u_{m+1}} \tag{13}$$

Untuk mengaplikasikan metode shooting, persamaan nilai batas harus dikonversi menjadi permasalahan syarat awal:

$$\psi(0) = \psi_0, \qquad \psi'(0) = 0, \qquad n = 0, 2, \dots \text{(solusi genap)} \tag{14}$$
$$\psi(0) = 0, \qquad \psi'(0) = \psi'_0, \qquad n = 1, 3, \dots \text{(solusi ganjil)} \tag{15}$$

Nilai dari ψ_0 dan ψ'_0 dapat dipilih dengan nilai sembarang (bukan 0).

(a) Buatlah program untuk menghitung solusi numerik

(b) Metode shooting

4 Soal 4: Persamaan Schrodinger (nilai eigen)

Metode alternatif (dan lebih umum) yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan Schrodinger independen-waktu adalah dengan menyelesaikan persamaan eigenvalue

$$H\psi = E\psi \tag{16}$$

dengan matriks H terdiri dari:

$$H = K + V \tag{17}$$

Matriks K merupakan operator kinetik dan potensial. Matriks K dapat dapat diaproksimasi dengan menggunakan metode beda hingga.

(a) Item

(b) Ite

5 Soal 5: Persamaan Poisson 2D

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + g(x,y)u(x,y) = f(x,y) \tag{18}$$

6 Soal 6: difusi dan kalor

7 Soal 7: Persamaan gelombang