

概率论与随机过程 (1), homework3_solution © 清华大学电子工程系

1. 证明：概率的上连续性与下连续性是等价的。
2. 钥匙掉了，掉在宿舍里、掉在教室里、掉在路上的概率分别是 35%、40%、25%，而掉在上述三个地方被找到的概率分别是 0.7、0.3 和 0.1。试求找到钥匙的概率。
3. 已知 8 支枪中 3 支未经校正，5 支已校正。一射手用前者射击，中靶概率为 0.25，而用后者，中靶概率是 0.8。今该射手从 8 支枪中任取一支射击，结果中靶，求这枪是已校正过的概率。
4. 有甲、乙两袋，甲袋中有 a 个白球 b 个黑球，乙袋中有 b 个白球 a 个黑球。取球规则如下：(1) 先从甲袋中任取一球。(2) 每次无论是从甲袋中取球，还是从乙袋中取球，如得白球，则下次在甲袋中任取一球；如得黑球，则下次在乙袋中任取一球。(3) 每次取球后放回原袋中。求第 n 次取到白球的概率。
5. 从有 r 个红球， b 个黑球的袋中随机抽取一个球，记下颜色后并放回，同时加入 c 个同色球（与取出的球同色），如此往复一共取出 n 次。求第 n 次取出红球的概率 p_n ，并讨论 $c = 0, -1$ 对应的情形。
6. 小张每天早上上班之前一般都会收听天气预报来决定自己是否要带雨伞。如果预报有雨，则当天实际有雨的概率为 80%；如果预报无雨，则实际有雨的概率为 10%。另外，在秋季和冬季两个季节里，预报有雨的概率为 20%；在春季和夏季两个季节预报有雨的概率为 70%。某一天，小张错过了天气预报，当天下雨了。请问：
 - (1) 如果当时是在冬季，则天气预报预报有雨的概率是多少？
 - (2) 如果当时是在夏季，则天气预报预报有雨的概率是多少？
7. 小李同学没有备份文件的经验，将自己辛苦撰写的毕业论文仅保存在了一张旧光盘中，不幸的是光盘被损坏了。更糟糕的是，他还有另外 3 张类似的损坏光盘，他已经记不得论文存放在了哪一张光盘中。假设小李的毕业论文保存在这 4 张光盘中的可能性相同，且任何一张光盘中他能够找到论文的概率均为 p 。如果小李搜索了光盘 1，没有找到论文，请问，在这种情况下，小李的论文存放在光盘 1,2,3,4 中的概率分别为多少呢？
8. 设 n 件产品中有 m 件不合格品，从中任取两件，已知两件中有一件是不合格品，求另一件也是不合格品的概率。
9. 一学生接连参加同一门课程的两次考试。第一次及格的概率为 p ，若第一次及格则第二次及格的概率也为 p ；若第一次不及格则第二次及格的概率为 $\frac{p}{2}$ 。这两次考试中他及格一次即可通过，求：
 - (1) 他通过的概率；
 - (2) 已知他第二次考试及格，求他第一次也及格的概率。
10. 三张形状完全相同的卡片，第一张两面全黑，第二张一面黑一面白，第三张两面全白。三张卡片放在桌下混合后，随机取出一张放在桌上，朝上的一面是黑色，若再取一张放在桌上，求朝上一面也是黑色的概率。