

2013-2014 学年春季学期概率论期末考题（10 选 5）

1. 市中心一家蛋糕店，一小时内进入这家店的顾客数服从参数为 λ 的泊松分布。蛋糕店内有 K 种蛋糕，每个顾客选取每种蛋糕的概率服从均匀分布。求一小时内被购买的蛋糕种类。
2. 设有长度为 10 的数列 X_i ，每个数的值的分布为 $U \sim (0, 1)$ 。定义局部极大值为 $X_{i-1} < X_i > X_{i+1}$ ，设其数量为 N 。
(1) 求 $E(N)$ 。
(2) 求 $E(X_1 N)$
3. 设有联合分布函数

$$F_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c|xy| & -1 < x < 1, 0 < y < |x| \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

- (1) 求 c 。
(2) 求 $P(x > y | y < 0.5)$ 。
4. 有两个灯泡，其寿命服从参数为 λ 的指数分布。同时测试两个灯泡，第一个灯泡使用 T_1 时间后损坏，之后第二个灯泡在 T_2 时间损坏。求 $P(T_2 > 2T_1)$ 。
5. 有四个硬币，抛掷时正面朝上的概率均为 p 。刚开始四个硬币均处于反面朝上的状态，从第一个硬币开始抛掷，若抛到反面继续抛；若抛到正面则抛掷下一个硬币。设抛掷次数为 N ，求 $P(N=6)$ 。
6. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$ 、 $Y \sim N(0, 1)$ ，求 $E(X^2 - Y^2 | X^2 + Y^2)$ 。
7. 抛掷一枚骰子，若抛到 6 则停止抛掷，若抛到 $i (1 \leq i \leq 5)$ ，则休息 i 分钟后继续抛掷，求抛掷时间的期望。
8. 在苏格拉底的花园中有 9 朵玫瑰，有一天，苏格拉底要柏拉图去花园中采一朵最漂亮的玫瑰，但有一个规则，不能走回头路，而且只能采一朵。柏拉图采取这样的策略：先观察前三朵玫瑰，之后若出现比前三朵都漂亮的玫瑰，则采下这朵玫瑰。求柏拉图采到的玫瑰是最美的那朵的概率。
9. 设独立同分布随机变量 X 、 Y 均服从参数为 λ 的指数分布，定义随机变量 $Z = E(X | X - Y < 4)$ 。
(1) 忘了，大概是 Z 的什么来着……
(2) 忘了，大概是 Z 的什么来着……
10. 设有 N 个点，每两个点间有线相连的概率为 p ，若三个点每两个点间均有线相连，则称这三个点构成一个三角形。求三角形数量的期望和方差。