

“计算机组织结构”作业 02 参考答案

1. 假定变量 int i = 1234567890、float f = 1.23456789e10, sizeof(int)=4, 判断以下表达式的结果 (True / False):

1) `i == (int)(float)i; i == (int)(double)i;`

False; True

第一个表达式：因为 IEEE754 的 float 类型中，尾数的小数部分只有 23 个二进位和一位隐藏位，共 24 位有效位数，理论上 float 的十进制有效位数为 7 位，而 i 中有 9 位十进制有效位，用二进制表示为 11101011011111000000111 110B，从二进制有效值的编码来看，将 i 转换为 float 类型时会发生 3 位有效数字的丢失，再转换为 int 类型时，其值无法还原了。

第二个表达式：因为 IEEE754 的 double 类型中，尾数的小数部分有效位数为 $52+1=53$ 个二进位，而 int 类型的有效位数只有 31 个二进位，因此对于任何一个 int 类型的变量，转换为 double 后，其精度不会有损失，再转换回 int 类型时，其值不变。

2) `f == (float)(int)f; f == (float)(double)f;`

False; True

第一个表达式：因为变量 `f` 的值超过了 `int` 类型可表示的最大值，因而将 `f` 转换为 `int` 类型后再转换回 `float` 类型时，其值已经改变了。

第二个表达式：因为 double 类型的精度比 float 类型高，任何 float 类型的变量转换为 double 后再转换回 float 类型时，其值不变。

2. 下图是某个 java 程序及其该程序的若干组执行结果。请根据 IEEE754 标准的舍入规定对运行结果进行解释说明，并通过分析得出 float 变量的有效十进制位数。

```
public static void main(String[] args) {  
    float f;  
    BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));  
    while (true) {  
        System.out.print("please enter a number: ");  
        try {  
            f = Float.parseFloat(br.readLine());  
            System.out.printf("%f\n", f);  
        } catch (IOException e) {  
            e.printStackTrace();  
        }  
    }  
}
```

please enter a number: 61.419997
61.419998
please enter a number: 61.419998
61.419998
please enter a number: 61.419999
61.419998
please enter a number: 61.419999
61.419998
please enter a number: 61.42
61.419998
please enter a number: 61.420001
61.420002
please enter a number: |

6位

该程序的功能非常简单，就是从键盘上输入一个实数，赋给一个 float 型变量后再从屏幕上输出。从运行结果来看，61.419998 和 61.420002 是两个可表示数，两者之间相差 0.000004。当输入数据是一个不可表示数时，机器将其转换为最邻近的可表示数。

因为 $61 = 111101B = 1.11101B \times 2^5$, 如果将 float 型数据的规格化正数的表示范围以 2^i ($-126 \leq i \leq 127$) 为分割点划分成若干区间, 61.419998 应该位于区间 $[2^5, 2^6]$, 该区间相邻可表示数之间的间隔为 $2^{-23} \times 2^5 = 2^{-18} = 0.0000038\cdots \approx 0.000004$, 从上述分析结果来看, 该区间相邻两个可表示数之间的间隔就是 0.000004 . 因此, 在 61.419998 前面的可表示数为 61.419994 , 后面的可表示数为 61.420002 .

从直观的角度看，输入 61.419997 和 61.419999 时，其最靠近的可表示数为 61.419998；而 61.420001 的最邻近可表示数为 61.420002。

但在特殊的中点值情况下，如输入为 61.42 时，十进制形式的 61.420000 位于可表示数 61.419998 和 61.420002 的中点。这时与机器的舍入机制有关，需要根据机器内部的二进制表示来判断。

61.42 的 double 表示为 1 10000000100 11101011010111000010100
01111010111000010100011110110。

从二进制表示形式来看，在 float 能表示的有效值部分的后一位为 0，因此后续数字被舍弃，因此，61.42 对应输出的可表示数为 61.419998。

实际上，浮点数所有的可表示数都是根据二进制来选择的，因此中点值的可表示数需要根据实际情况来判断。

目前几乎所有机器中 float 型变量都是采用 IEEE754 单精度浮点数格式表示，其二进制有效位数为 24 位，因此能精确表示的十进制有效位数为 6 位：

对于题干中出现的例子，61.419998 位于区间 $[2^5, 2^6]$ ，该区间相邻可表示数之间的间隔为 $2^{-23} \times 2^5 = 2^{-18} = 0.0000038\cdots$ ，间隔大小没有超过第 7 位有效数字。

但对于某些特殊情况，区间内可表示数的间隔的值超过该指数区间的第 7 位有效数字时，则不能保证第 7 位精确表示。例如， $9.007203e15 = 9007203e9$ 位于区间 $[2^{53}, 2^{54}]$ ，该区间相邻可表示数之间的间隔为 $2^{-23} \times 2^{53} = 2^{30} = 1.073741824e9$ ，间隔超过了第七位有效数字。反映在二进制中时，该值的第 24 位为 0，因此后续的值被舍弃，于是出现了第 7 位有效数字不准确的情况。这种情况只会出现在两个可表示数的间隔大于第七位有效数字时，两个可表示数位于刚好四舍五入的左右两端，且小的可表示数更接近实际数字。

[熊丘桓，201250172]

3. 【2015 统考真题】由 3 个“1”和 5 个“0”组成的 8 位二进制补码，能表示的最小整数是（ ）。

A. -126 B. -125 C. -32 D. -3

B

根据补码真值计算的公式，3 个“1”应该分别位于最高位和最低的两位。因此，最小的整数为 1000011，换算成真值为： $-2^7 + 2^1 + 2^0 = -125$ 。

4. 【2021 统考真题】已知带符号整数用补码表示，变量 x、y、z 的机器数分别为 FFFDH，FFDFH，7FFCH，下列结论中，正确的是（ ）。

A. 若 x, y 和 z 为无符号整数，则 $z < x < y$
A. 若 x, y 和 z 为无符号整数，则 $x < y < z$
A. 若 x, y 和 z 为带符号整数，则 $x < y < z$
A. 若 x, y 和 z 为带符号整数，则 $y < x < z$

D

若 x, y 和 z 为无符号整数，则 $z < y < x$ ；若 x, y 和 z 为带符号整数，则 $y < x < z$ 。

5. 【2010 统考真题】假定变量 i、f 和 d 的数据类型分别为 int、float 和 double（int 用补码表示，float 和 double 分别用 IEEE 754 单精度和双精度浮点数格式表示），已知 $i=785$ 、 $f=1.5678E3$ 、 $d=1.5E100$ ，若在 32 位机器中执行下列关系表达式，则结果为“真”的是（ ）。

I. $i == (\text{float})i$ ； II. $f == (\text{float})(\text{int})f$ ； III. $f == (\text{float})(\text{double})f$ ； IV. $(d+f) - d == f$
A. 仅 I 和 II B. 仅 I 和 III C. 仅 II 和 III D. 仅 III 和 IV

B

int 为 32 位，转化为 float 时只保存 1+23 位，有可能造成精度丢失；但由于 $i < 1024$ （10 位），此时精度无丢失，所以 I 正确。

将 float 转换为 int 时，小数部分会被丢掉，因此 II 不正确。

double 的表示范围大于 float，float 转化为 double 时不会有精度丢失，所以 III 正确。

$d+f$ 时需要对阶，造成 f 的精度丢失，因此 IV 不正确。

6. 【2011 统考真题】float 型数据通常用 IEEE 754 单精度格式表示。若编译器将 float 型变量 x 分配在一个 32 位浮点寄存器 FR1 中，且 $x=-8.25$ ，则 FR1 的内容是（ ）。

A. C104 0000H B. C242 0000H C. C184 0000H D. C1C2 0000H

A

$X = -8.25 = -1000.01B = -1.00001B \times 2^3$ 。根据 IEEE 754 表示， $E = 3+127=130$ ，转化为二进制为 10000010；尾数的最高位为隐藏位，因此为 000010…0。因此，FR1 的内容为：1 10000010 000010…0，转换为十六进制表示为 C104 0000H。

7. 【2012 统考真题】float 类型（即 IEEE 754 单精度浮点数格式）能表示的最大正整数是（ ）。

A. $2^{126} - 2^{103}$ B. $2^{127} - 2^{104}$ C. $2^{127} - 2^{103}$ D. $2^{128} - 2^{104}$

D

IEEE 754 单精度能表示的最大正整数为： $1.1\cdots1 \times 2^{(254-127)} = 2^{128} - 2^{104}$ 。

8. 【2013 统考真题】某数采用 IEEE 754 单精度浮点数格式表示为 C640 0000H，则该数的值是（ ）。

A. -1.5×2^{13} B. -1.5×2^{12} C. -0.5×2^{13} D. -0.5×2^{12}

A

该数的二进制表示为：1100 0110 0100 0000 0000 0000 0000。因此，符号位为 1；阶码为 10001100，真值为 13；尾数（含隐藏位）为 1.1B，即 1.5。所以该数的值为 -1.5×2^{13} 。

9. 【2014 统考真题】float 型数据常用 IEEE 754 单精度浮点格式表示。假设两个 float 型变量 x 和 y 分别存放在 32 位寄存器 f1 和 f2 中，若 $(f1)=CC90\ 0000H$, $(f2)=B0C0\ 0000H$ ，则 x 和 y 之间的关系为（ ）。

A. $x < y$ 且符号相同 B. $x < y$ 且符号不同 C. $x > y$ 且符号相同 D. $x > y$ 且符号不同

A

x 的二进制表示为 1100110010010…0，符号位为 1；阶码为 10011001，尾数（含隐藏位）为 1.001；y 的二进制表示为 10110000110…0，符号位为 1；阶码为 01100001，尾数（含隐藏位）为 1.1。可见，x 和 y 的符号均为负，且 x 的阶码大于 y 的阶码，因此选 A。

10. 【2018 统考真题】IEEE 754 单精度浮点格式表示的数中，最小的规格化正数是（ ）。

A. 1.0×2^{-126} B. 1.0×2^{-127} C. 1.0×2^{-128} D. 1.0×2^{-149}

A

IEEE 754 单精度能表示的最大正整数为： $1.0\cdots0 \times 2^{(1-127)} = 1.0 \times 2^{-126}$ 。

11. 【2020 统考真题】已知带符号整数用补码表示，float 型数据用 IEEE 754 标准表示，假定变量 x 的类型只可能是 int 或 float，当 x 的机器数为 C800 0000H 时，x 的值可能是（ ）。

A. -7×2^{27} B. -2^{16} C. 2^{17} D. 25×2^{27}

A

C8000000H 的二进制表示为 1100 1000 0…0。

如果是 int 型，则真值为 -7×2^{27} ，选 A。

如果是 float 型，则真值为 -2^{17} 。

12. 【2021 统考真题】下列数值中，不能用 IEEE 754 浮点格式精确表示的是（ ）。

A. 1.2 B. 1.25 C. 2.0 D. 2.5

A

1.2 采用 IEEE 754 表示时，尾数是无限循环小数 1.001100110011…。

注：本题也可采用排除法。

13. 存储器中有一个 8 位字 11000010，假设在海明码中采用偶校验，请写出加入校验码后的数据。（示例：000000000000）

110000010010

因为是 8 位字，校验码的长度为 4，分别为 C4C3C2C1

根据公式计算可得：

$$C1=0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1=0$$

$$C2=0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1=1$$

$$C3=1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1=0$$

$$C4=0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1=0$$

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1100	1011	1010	1001	1000	0111	0110	0101	0100	0011	0010	0001
D8	D7	D6	D5	C4	D4	D3	D2	C3	D1	C2	C1
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0

因此，加入校验码后的数据为：110000010010

14. 一个 8 位字 00111001，采用海明码生成校验位后存储。假定由存储器读出数据时，计算出的校验位是 1101，那么由存储器读出的数据字是什么？（示例：00000000）

00011001

假设采用偶校验，00111001 计算出的校验码为 0111（方法见题 13），而读出的校验码为 1101。因此，数据字读出时发生了错误，而校验码读出时没有发生错误（这建立在最多只有一位发生错误的假设上）。

计算出故障字为 $0111 \oplus 1101 = 1010$ 。可见是第 10 位（D6）出错。原先的数据字为 00111001，所以读出的数据字为 00011001。

注：本题也可以假设采用奇校验。

15. 已知下列字符的 ASCII 编码：A=1000001，a=1100001，0=0110000，求：

- a) E 在最前面加入奇校验位后的 8 位编码；
- b) e 在最前面加入奇校验位后的 8 位编码；
- c) 7 在最前面加入奇校验位后的 8 位编码；
- d) g 在最前面加入奇校验位后的 8 位编码；
- e) Z 在最前面加入奇校验位后的 8 位编码；
- f) 5 在最前面加入奇校验位后的 8 位编码。

示例（均为英文标点）：00000000,00000000,00000000,00000000,00000000,00000000

01000101,11100101,00110111,01100111,11011010,10110101

- a) 字母是根据排序编码的，若将 A 看作第 1 个，E 为第 5 个，即 E 的编码为 100 0101。加入奇校验后的 8 位编码为 0100 0101。

同理可知：

- b) e: 110 0101 (7 位), 1110 0101 (8 位)
- c) 7: 011 0111 (7 位), 0011 0111 (8 位)
- d) g: 110 0111 (7 位), 0110 0111 (8 位)
- e) Z: 101 1010 (7 位), 1101 1010 (8 位)
- f) 5: 011 0101 (7 位), 1011 0101 (8 位)

16. 某计算机在信息传输中采用基于偶校验的海明码，对每个字节生成校验位。假设所传输信息的十六进制表示为 8F3CAB96H，且将信息与校验码按照故障字的顺序排列后一起传输。如果传输中没有发生任何错误，写出所接收到信息（含校验码）的十六进制表示。

示例：FFFFFFF93AH

8F7362A5F93AH

根据海明码的计算规则：

$$C1=D1 \oplus D2 \oplus D4 \oplus D5 \oplus D7$$

$$C2=D1 \oplus D3 \oplus D4 \oplus D6 \oplus D7$$

$$C3=D2 \oplus D3 \oplus D4 \oplus D8$$

$$C4=D5 \oplus D6 \oplus D7 \oplus D8$$

对各个字节计算出校验码：

8FH = 1000 1111B，校验码（C4C3C2C1）为 1011

3CH = 0011 1100B, 校验码 (C4C3C2C1) 为 0010
ABH = 1010 1011B, 校验码 (C4C3C2C1) 为 0111
96H = 1001 0110B, 校验码 (C4C3C2C1) 为 0110
所以, 将信息和校验码按照故障字的顺序排列后的二进制表示为:
1000 1111 0111 0011 0110 0010 1010 0101 1111 1001 0011 1010
十六进制表示为: 8F7362A5F93AH

17. 假设要传送的数据信息为 100011, 若约定的生成多项式位 $G(x) = x^3 + 1$ 。如果传输中没有出现错误, 接收到的信息是什么?

示例: 000000000

10001111

生成多项式 $G(x)$ 为 1001, 所以将数据左移 3 位后, 进行模 2 除法:

$$\begin{array}{r} \underline{100111} \\ 1001 / 100011000 \\ \underline{1001} \\ 0011 \\ \underline{0000} \\ 0111 \\ \underline{0000} \\ 1110 \\ \underline{1001} \\ 1110 \\ \underline{1001} \\ 1110 \\ \underline{1001} \\ 111 \end{array}$$

校验码为 111。

如果传输中没有出现错误, 接收到的信息是: 100011111。

[吴超月, 131250168]

===== 分割线: 以下内容不在小程序上提交 =====

18. 设某浮点数格式为: 1 位数符、5 位阶码、6 位尾数。参照 IEEE754 浮点数的解释方式, 写出:

1) 规格化数的非零正数的最小值、最大值

IEEE754 为: $2^{-126} \sim (2^{-23}) * 2^{127}$

$2^{-14} \sim (2^{-6}) * 2^{15}$

2) 非规格化数的非零正数的最小值、最大值

IEEE754 为: $2^{-(126+23)} \sim (1-2^{-23}) * 2^{-126}$

$2^{-(14+6)} \sim (1-2^{-6}) * 2^{-14}$

3) 写出 9/16 的二进制表示。

0011 1000 1000B

$9/16 = 0.1001B = 1.001 * 2^{-1}$, 符号位为 0, 指数为 -1, 5 位阶码表示的指数偏置常数为 $2^{(5-1)-1} = 15$, 故移码表示为 $-1 + 15 = 14 = 0 1110B$, 尾数部分为 00 1000B。

[徐晨, 201250213]

19. 设一个变量的值为 2049, 在程序中将其转换为 32 位整数补码、IEEE754 单精度浮点数

格式并打印该变量(用二进制字符串表示),找出两种编码中表示有效值的二进制序列,并说明这段序列不同的原因及浮点数表示有效值的方式的优势。

$2049 = 1000\ 0000\ 0001B = +1.\ 000\ 0000\ 0001B \times 2^{11}$

32位补码整数表示为 0000 0000 0000 0000 1000 0000 0001B

IEEE754单精度浮点数格式表示为 0100 0101 0000 0000 0001 0000 0000 0000B

上述两种表示中,存在相同的二进制序列 000 0000 0001。因为 2049 被转换为规格化浮点数后,有效值部分中最前面的 1 被隐藏,而 32 位补码整数中最前面的 1 没有被隐藏,所以除了这个 1 之后的二进制有效值序列是相同的。

这意味着浮点数的尾数可表示的位数比实际编码多一位,因而使浮点数在相同有效值位数的情况下精度能够更高。