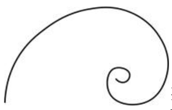
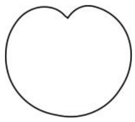
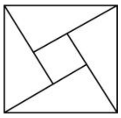
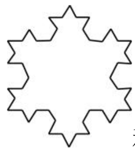
四边形练习

班级__________　姓名___________

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

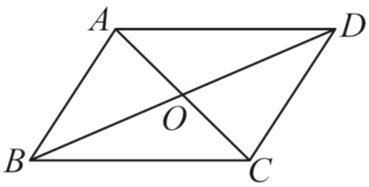
1. 下面用数学家名字命名的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　）

A. 斐波那契螺旋线　　B. 笛卡尔心形线

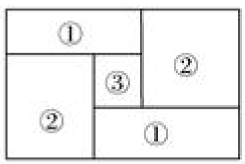
C. 赵爽弦图　　D. 科克曲线

2. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，对角线 AC、BD 相交于点 O．下列条件：①$AD\parallel BC$，②$AB=CD$，③$AD=BC$，④$\angle ADC=\angle ABC$，⑤$BO=DO$，⑥$\angle DBA=\angle CAB$．若添加其中一个，可得到该四边形是平行四边形，则添加的条件可以是（　　）

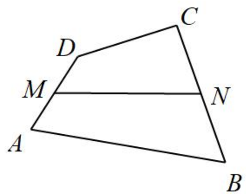
A．①②③⑤　　B．①②④⑤　　C．①②④⑥　　D．①③④⑥



(第 2 题）



(第 3 题）



(第 4 题）

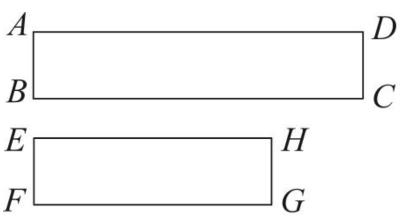
3. 如图，小明家的住房平面图呈长方形，被分割成 3 个正方形和 2 个长方形后仍是中心对称图形．若只知道原住房平面图长方形的周长，则分割后不用测量就能知道周长的图形的标号为（　）

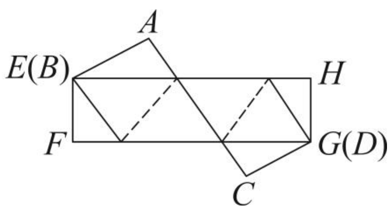
A.①②　　B. ②③　　C.①③　　D. ①②③

4. 如图，四边形$ABCD$中，AB与CD不平行，M，N分别是AD、BC的中点，$AB=6$，$CD=3$，则MN的长可能是（　　）

A．4　　B．6　　C．8　　D．10

5. 如图有两张等宽的矩形纸片，矩形 $EFGH$ 不动，将矩形 $ABCD$ 按如下方式缠绕：如图所示，先将点 B 与点 E 重合，再先后沿 FG、EH 对折，点 A、点 C 所在的相邻两边不重叠、无空隙，最后点 D 刚好与点 G 重合，则图中$AD=14$，则 FG 的长度为（　）



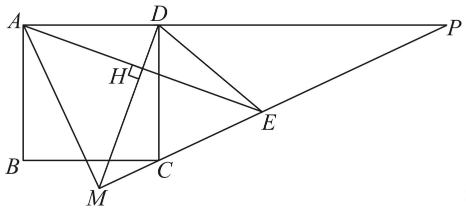


A．12　　B．10　　C．$7\sqrt{2}$　　D．$7\sqrt{3}$

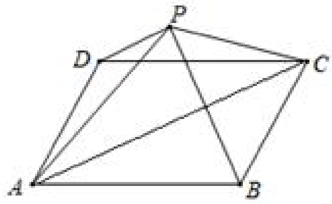
6. 如图，正方形$ABCD$的边长为$\sqrt{5}$，E在正方形外，$DE=DC$，过D作$DH\perp AE$于H，直线DH，EC交于点M，直线CE交直线AD于点P，则下列结论正确的是（ ）

①$\angle DAE=\angle DEA$；②$\angle DMC=45°$；③$\frac{AM+CM}{MD}=\sqrt{2}$；④若$MH=2$，则$S_{\Delta CMD}=\frac{1}{2}S_{\Delta CED}$

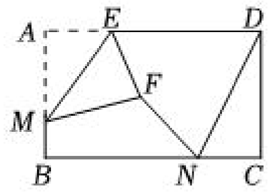
A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个



(第 6 题)



(第 7 题)



(第 8 题)

7. 如图，点 P 为▱ $ABCD$ 外一点，连接 PA、PB、PC、PD，若△APB 的面积为 18，△APD 的面积为 5，则△APC 的面积为（　　）

A．10　　B．13　　C．18　　D．20

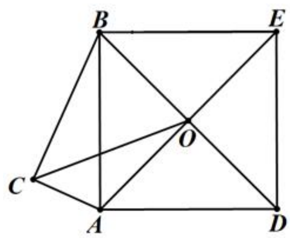
8. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$BC=14$，M，N 分别是直线 BC，AB 上的两个动点，$AE=2$，△AEM 沿 EM 翻折形成△FEM，连接 NF，ND，则 $DN+NF$ 的最小值为（　）

A．14　　B．16　　C．18　　D．20

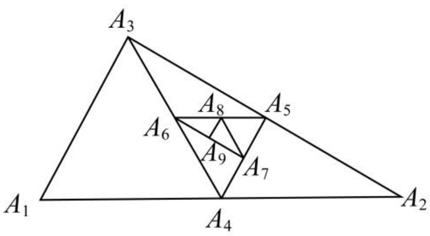
二、填空题（每空 2 分，共 24 分）

9. 在平行四边形$ABCD$中，BC边上的高为 4，$AB=5$，$AC=2\sqrt{5}$，则平行四边形$ABCD$的周长是_________.

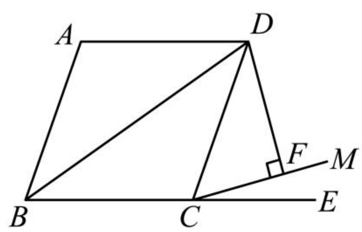
10. 如图，以 Rt△ABC 的斜边 AB 为一边，在 AB 的右侧作正方形 ABED，正方形对角线交于点 O，连接 CO，如果 AC=4，CO=$6\sqrt{2}$，那么 BC=______.



(第 10 题)



(第 11 题)

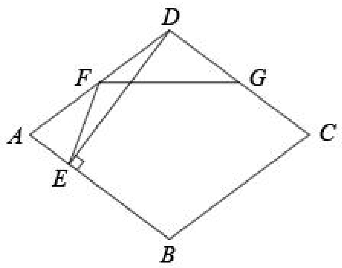


(第 12 题)

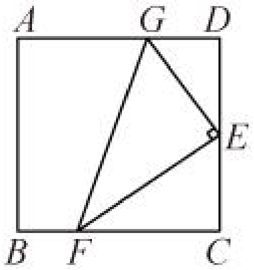
11. 如图，在△$A_1A_2A_3$中，$\angle A_1A_3A_2=90°$，$\angle A_2=30°$，$A_1A_3=1$．A_4、A_5分别是A_1A_2、A_2A_3的中点，连接A_3A_4、A_4A_5；A_6、A_7分别是A_3A_4、A_4A_5的中点，连接A_5A_6、A_6A_7；……按此规律进行下去，则△$A_{2021}A_{2022}A_{2023}$中最短边的长度为_______.

12. 如图，四边形 $ABCD$ 为菱形，$\angle ABC$=80°，延长 BC 到 E，在$\angle DCE$内作射线 CM，使得$\angle ECM$=30°，过点 D 作$DF\perp CM$，垂足为 F，若DF=3，则对角线 BD 的长为______.

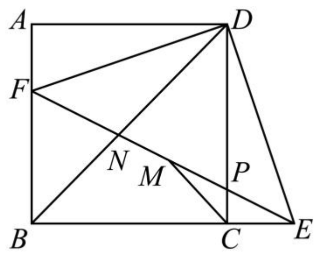
13.如图，菱形 $ABCD$ 中，$DE\perp AB$，垂足为 E，点 F、G 分别为边 AD、DC 的中点，$EF=5,FG=8$，则 $S_{菱形ABCD}=$__________.



(第 13 题)



(第 14 题)

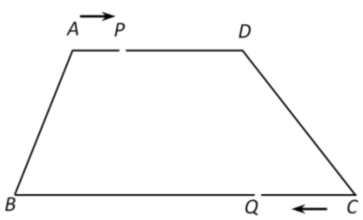


(第 15 题)

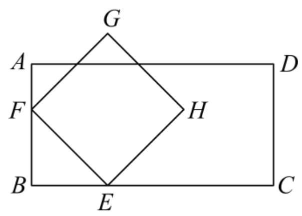
14. 如图，正方形$ABCD$的边长为 6，E 为 DC 的中点，G、F 分别为 AD、BC 边上的点，若 DG＝2，$\angle GEF=90°$，则 GF 的长为______.

15. 如图，在正方形$ABCD$中，F在AB上，E在BC的延长线上，$AF=CE$，连接DF、DE、EF，EF交对角线BD于点N，M为EF的中点，连接MC，下列结论：①$\triangle DEF$为等腰直角三角形；②$\angle FDB=\angle FEC$；③直线MC是BD的垂直平分线；④若$BF=2$，则$MC=\sqrt{2}$；其中正确结论的有______.

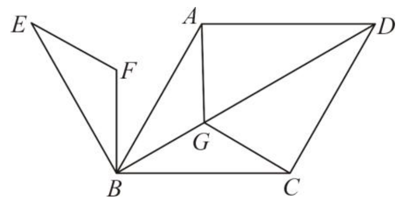
16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，AD＝6 cm，BC＝12 cm，点 P 从 A 出发以 1 cm/s 的速度向 D 运动，点 Q 从 C 出发以 2 cm/s 的速度向 B 运动．两点同时出发，当点 P 运动到点 D 时，点 Q 也随之停止运动．若设运动的时间为 t 秒，以点 A、B、C、D、P、Q 任意四个点为顶点的四边形中同时存在两个平行四边形，则 t 的值是_________.



(第 16 题)



(第 17 题)



(第 18 题)

17. 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=4$，$BC=8$，点E在BC边上，且$BE=3$，F为AB边上的一个动点，连接EF，以EF为边作正方形$EFGH$，且点H在矩形$ABCD$内，连接CH，则CH的最小值为__________.

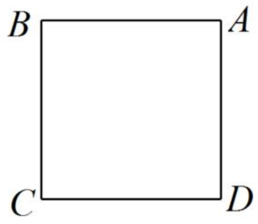
A．3　　B．4　　C．$\sqrt{8}$　　D．$\sqrt{10}$

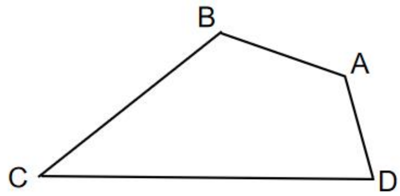
18. 如图，四边形$ABCD$是菱形，$AB=2\sqrt{3}$，且$\angle ABC=\angle ABE=60°$，$G$为对角线$BD$（不含$B$点）上任意一点，将$\triangle ABG$绕点$B$逆时针旋转 60°得到$\triangle EBF$，当$AG+BG+CG$取最小值时$EF$=___________.

19. 若四边形的一条对角线把四边形分成两个等腰三角形，则这条对角线叫做这个四边形的“巧分线”，这个四边形叫“巧妙四边形”，若一个四边形有两条巧分线，则称为“绝妙四边形”．在绝妙四边形 $ABCD$ 中，AC 垂直平分 BD，若 $\angle BAD$＝80°，则 $\angle BCD$=___________；在巧妙四边形 $ABCD$ 中，AB＝AD＝CD，$\angle A$＝90°，AC 是四边形 $ABCD$ 的巧分线，$\angle BCD$=___________.

三、解答题（共 60 分）

19. (6 分)如图，已知正方形 $ABCD$ 的面积为 S.





(1)求作：四边形 $A_1B_1C_1D_1$，使得点 A_1 和点 A 关于点 B 对称，点 B_1 和点 B 关于点 C 对称，点 C_1 和点 C 关于点 D 对称，点 D_1 和点 D 关于点 A 对称；（只要求画出图形，不要求写作法）

(2)用 S 表示（1）中作出的四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积 S_1=____________；

(3)若将已知条件中的正方形改为任意四边形，面积仍为 S，并按（1）的要求作出一个新的四边形，面积为 S_2，试判断 S_1 与 S_2 是否相等，并说明理由.

20. (8 分)在 Rt△ABC 中，∠ABC=90°，∠BAC＝30°，将△ABC 绕点 A 顺时针旋转一定的角度α得到△AED，点 B、C 的对应点分别是 E、D.

(1)如图 1，当点 E 恰好在 AC 上时，求∠CDE 的度数；

(2)如图 2，若α=60° 时，点 F 是边 AC 中点，求证：四边形 BFDE 是平行四边形；

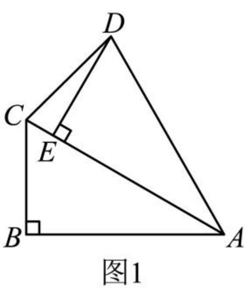


图1

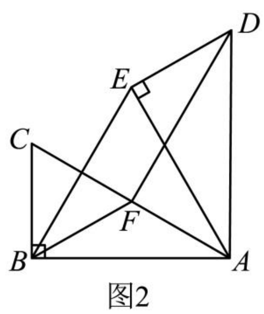


图2

21. (8 分)已知在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别在 AB、BC 边上，$DE=AF$，$DE\perp AF$ 于点 G．

(1) 如图 1，若 $\angle BAD=90°$，求证：四边形 $ABCD$ 是正方形；

(2) 在(1)的条件下，延长 CB 到点 H，使得 $BH=AE$，判断$\triangle AHF$ 的形状，并说明理由．

(3) 如图 2，若 $AB=AD$，$\angle AED=60°$，$AE=6$，$BF=2$，求 DE 的长．

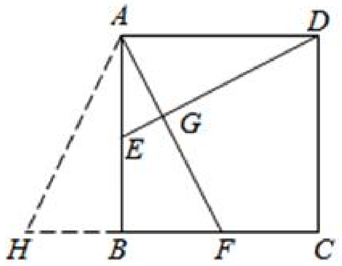


图 1

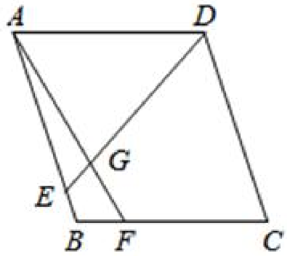


图 2

22. (6 分)如图 1，在$\triangle ABC$ 中，$AB=BC=5$，$AC=8$．延长 BC 到 D，使得 $CD=BC$，以 AC、CD 为邻边作平行四边形 $ACDE$，连接 BE 交 AC 于点 O．

(1)求证：四边形 $ABCE$ 为菱形；

(2)如图 2，点 P 是射线 BC 上一动点（不与点 B、C、D 重合），设 $BP=x$，连接 PO 并延长，延长线交直线 AE 于点 Q．当$\triangle POC$ 为等腰三角形时，求 x 的值．

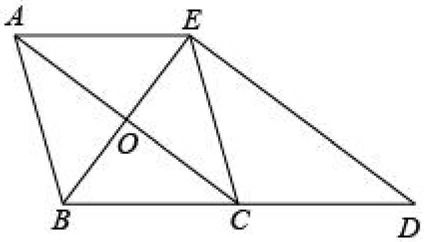


图1

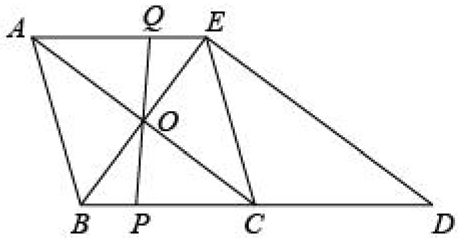
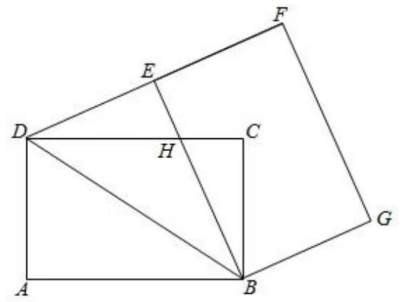


图2

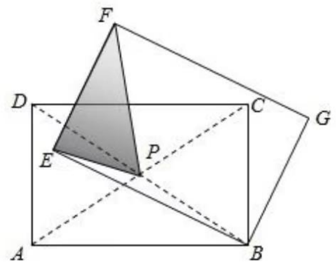
23 . (6 分)在矩形 ABCD 中，AB=4，BC=3，以点 B 为中心，顺时针旋转矩形 ABCD，得到矩形 EBGF，点 A、D、C 的对应点分别为 E、F、G.

(1) 如图 1，当点 E 落在线段 DF 上时，BE 与 CD 交于点 H. 求 DH 的长度；

(2) 如图 2，若矩形 ABCD 对角线 AC、BD 相交于点 P，连接 PE、PF，求△PEF 面积的取值范围.



（图1）



（图2）

24. (8 分)已知，正方形$ABCD$的边长为 8，点 P、G 分别在射线BC、边AB上，连接PG，点 B 关于PG的对称点为 Q，连接BQ.

(1)如图 1，取AD、BC的中点 E、F，连接EF，若点 Q 刚好落在线段EF上，且点 P 在线段 FC 上，则$\angle PBQ$的度数不可能是下列选项中的______；（填序号）①45°，②59°，③72°

(2)如图 2，当点 Q 落在AD边上（不与点 D 重合）时，①当$PC = 2$ 时，求AG的长；

②若线段PQ与CD相交于点 N，连接BN，试探索点 Q 落在不同位置时，$\angle QBN$的度数是否发生变化，若不变，求出$\angle QBN$的度数；若变化，请说明理由.

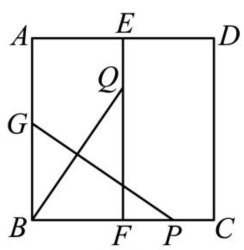


图1

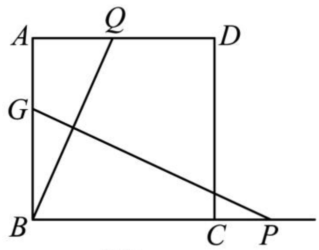
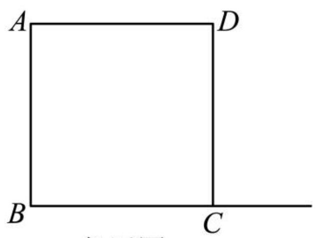


图2



备用图

25 (8 分) 如图 1，$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\angle=\angle F=90^{\circ}$，$AB$、$EF$、$CD$为铅直方向的边，$AF$、$DE$、$BC$为水平方向的边，点$E$在$AB$、$CD$之间，且在$AF$、$BC$之间，我们称这样的图形为“$L$图形”，若一条直线将该图形的面积分为面积相等的两部分，则称此直线为该“L图形”的等积线.

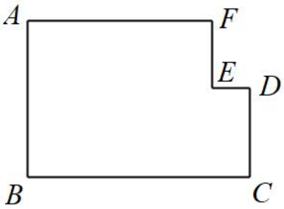


图1

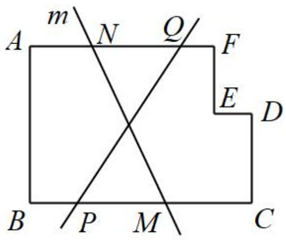


图2

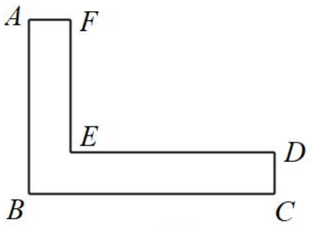
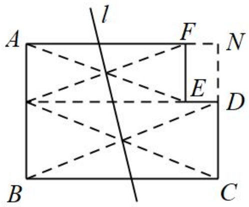
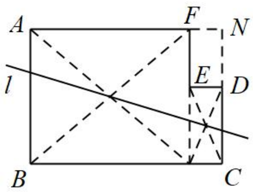


图3

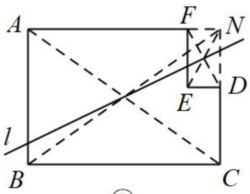
(1)下列四副图中，直线L是该“L图形”等积线的是_________(填写序号)



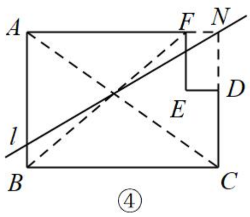
①



②



③



④

(2)如图 2，直线m是该“L图形”的等积线，与边BC、AF分别交于点M、N，过MN中点O的直线分别交边BC、AF于点P、Q，则直线PQ ____________________(填“是”或“不是”)该图形的等积线.

(3)在图 3 所示的“L图形”中，$AB=6$，$BC=10$，$AF=2$.

①若$CD=2$，在下图中画出与AB平行的等积线 l(在图中标明数据)

②在①的条件下，该图形的等积线与水平的两条边DE、BC分别交于P、Q，求PQ的最大值；

③如果存在与水平方向的两条边DE、BC相交的等积线，则CD的取值范围为________.

26. (10 分) 在矩形 ABCD 中，AB=4，AD=3，现将纸片折叠，点 D 的对应点记为点 P，折痕为 EF（点 E、F 是折痕与矩形的边的交点），再将纸片还原.

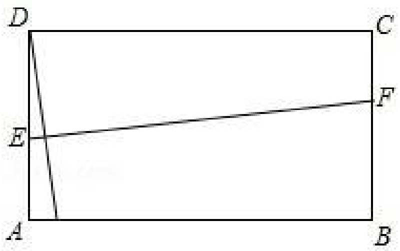
（1）若点 P 落在矩形 ABCD 的边 AB 上（如图①）

①当点 P 与点 A 重合时，∠DEF＝_______°；当点 E 与点 A 重合时，∠DEF＝_______°；

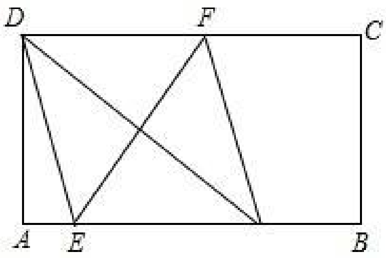
②当点 E 在 AB 上，点 F 在 DC 上时（如图②），若 AP＝3.5，求四边形 EPFD 的周长.

（2）若点 F 与点 C 重合，点 E 在 AD 上，线段 BA 与线段 FP 交于点 M（如图③）. 当 AM=DE 时，求线段 AE 的长度；

（3）若点 P 落在矩形 ABCD 的内部（如图④），且点 E、F 分别在 AD、DC 边上，请直接写出 AP 的最小值.



①



②