

Aufgabenblatt 08: Natürliche Ordnung und Christmas Tree Pattern

1 Natürliche Ordnung

Schreiben Sie bitte eine Klasse, deren Objekte positive ungerade Vielfache von 2^n , $n \geq 0$ fest, sind, also Zahlen der Form $m \cdot 2^n$, m ungerade! Für $n = 0$ sind die Objekte dieser Zahlen also die ungeraden positiven Zahlen, für $n = 1$ die Zahlen 2, 6, 10, 14, ..., für $n = 2$ die Zahlen 4, 12, 20, ...

Für die Objekte dieser Klasse wird die natürliche Ordnung durch die natürliche Ordnung ganzer Zahlen definiert. Die Objekte der Klasse sollen als Grenzen in *Ranges* verwendet werden können und über diese Ranges soll iteriert werden können.

Zeigen Sie bitte durch aussagefähige Testfälle, dass Ihre Implementierung diese Eigenschaften hat.

Mit den Objekten dieser Klassen kann man weitere Dinge anfangen, die zunächst mal nach „Spielereien“ aussehen mögen ([3], zitiert nach [2]):

1. Zu einem Objekt der Form $j = m_1 \cdot 2^n$ ist $(j - (j \& - j)) | ((j \& - j) << 1)$ ein Objekt der Form $m_2 \cdot 2^{n+1}$ (Parent).
2. Ist $n > 0$, so sind $j - ((j \& - j) >> 1)$ und $j + ((j \& - j) >> 1)$ Objekte der Form $m_1 \cdot 2^{n-1} < j < m_2 \cdot 2^{n-1}$ (Children).

Experimentieren Sie bitte: Finden Sie zu einem Objekt (Zahl) dieser Art

1. Die beiden „Kinder“.
2. Alle „Kinder und Kindeskind“ bis zur untersten Ebene.
3. Das „Parent“-Objekt.

2 Christmas Tree Pattern

Hier eine zur Jahreszeit passende kleine Programmieraufgabe:

Es handelt sich hierbei um eine Anordnung aller $2^n, n > 0$, Bit-Strings (Nullen und Einsen) der Länge n in $\binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor}$ Zeilen und $n + 1$ Spalten. [1] Dabei ist $\binom{n}{k} := \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Das „Christmas tree pattern“ der Ordnung 1 ist

0 1

Das Pattern der Ordnung 2 ist:

10
00 01 11

Das pattern der Ordnung $n + 1$ wird aus dem Pattern der Ordnung n wie folgt gebildet:
Die Zeile

$s_1 s_2 \dots s_r$

wird ersetzt durch die Zeilen

$s_2 0 \dots s_r 0$
 $s_1 0 s_1 1 \dots s_{r-1} 1 s_r 1$

Für $r = 1$ entfällt die erste Zeile.

Schreiben Sie bitte Code, der für ein $n \geq 1$ dieses Pattern auf der Konsole ausgibt!

Viel Spaß beim Programmieren!

Abgabe bis:

9.12.2019, 12:00

Literatur

- [1] Donald Ervin Knuth. *The Art of Computer Programming Volume 4, pre-Fascicle 2A. A Draft of Section 7.2.1.1: Generating All n -Tuples*. Addison-Wesley, 2002, iv+68 Seiten.
- [2] Donald Ervin Knuth. *The Art of Computer Programming Volume 4, pre-Fascicle 1A. A Draft of Section 7.1.3: Bitwise Tricks and Techniques*. Addison-Wesley, 2008, v+118 Seiten.
- [3] Donald Ervin Knuth. *The Art of Computer Programming Volume 4, 1. Bitwise Tricks and Techniques & Binary Decision Diagrams*. Addison-Wesley, Reading, MA, 2009, 272 Seiten. ISBN 0-321-58050-8.