

# INSINÖÖRIMATEMATIIKAN VALMENTAVAT OPINNOT HARJOITUSTEHTÄVIÄ

Ulla Miekkala, Kirsi-Maria Rinneheimo, Pia Ruokonen-Kaukolinna, Matti Vaarma

10. toukokuuta 2021

\* haastava tehtävä

△ syventävää tietoa vaativa tehtävä

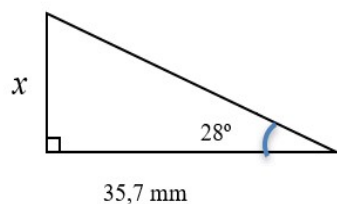
## Suorakulmainen kolmio

### Harjoitustehtävät

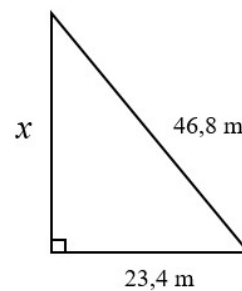
1. Ratkaise kuvan kolmiosta suure  $x$ . Pyri ratkaisemaan tehtävä käyttämällä vain yhtä yhtälöä ja vain tehtävässä annettuja tietoja.

$$\begin{aligned} 90^\circ - 28^\circ &= 62^\circ \\ \sin(62) &= \frac{35,7 \text{ mm}}{x} \\ \sin(28) &= \frac{x}{c} \\ \frac{35,7 \text{ mm}}{\sin(62)} &= \frac{x}{\sin(28)} \\ 41,9 &= \frac{x}{\sin(28)} \\ 41,9 \cdot \sin(28) &= x \\ x &= 19,3 \text{ mm} \end{aligned}$$

a)



b)

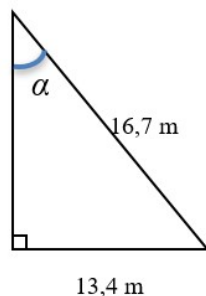


$$\begin{aligned} x^2 + 23,4^2 &= 46,8^2 \\ x &= \sqrt{46,8^2 - 23,4^2} \\ x &\approx 40,5299 \dots \\ x &= 40,5 \text{ m} \end{aligned}$$

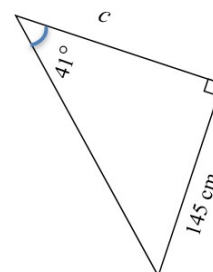
2. Ratkaise kuvan kolmiosta tuntematon suure. Pyri ratkaisemaan tehtävä käyttämällä vain yhtä yhtälöä ja vain tehtävässä annettuja tietoja.

$$\begin{aligned} \sin(a) &= \frac{13,4 \text{ m}}{16,7 \text{ m}} \\ a &= \sin^{-1}\left(\frac{13,4}{16,7}\right) \\ a &= 53,35944 \dots \\ &\approx 53,3^\circ \end{aligned}$$

a)



b)



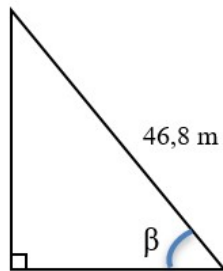
$$\begin{aligned} \tan(41) &= \frac{145}{c} \\ c &= \frac{145}{\tan(41)} \\ c &= 166,8034 \dots \\ &\approx 166,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

3. Ratkaise kuvan kolmiosta tuntematon suure. Pyri ratkaisemaan tehtävä käyttämällä vain yhtä yhtälöä ja vain tehtävässä annettuja tietoja.

$$\cos(\beta) = \frac{23,4 \text{ m}}{46,8 \text{ m}}$$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{23,4}{46,8}$$

$$\beta = 60^\circ$$

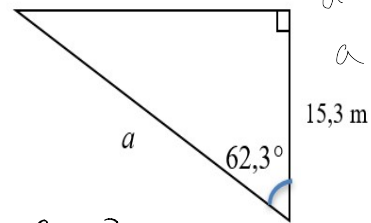


a)  $\beta = 60^\circ$

$$\cos(62,3^\circ) = \frac{15,3 \text{ m}}{a \text{ m}}$$

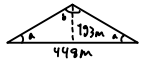
$$a = \frac{15,3 \text{ m}}{\cos(62,3^\circ)}$$

$$a \approx 32,9 \text{ m}$$



b)  $a = 32,9 \text{ m}$

#### VIDEO



$$\tan(\alpha) = \frac{193 \text{ m}}{449 \text{ m}}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{193}{449} \right)$$

$$\alpha = 40,7484 \dots$$

$$\approx 40,7^\circ$$

Tasakylkinen Kolmio

$$2\alpha + b = 180$$

$$2 \cdot 40,7 + b = 180$$

$$b = 180 - 81,4$$

$$b = 98,6^\circ$$

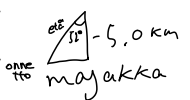
4. Tasakylkisen kolmion kanta on 448 m ja kannan vastainen korkeus 193 m. Laske kolmion kulmat ja ala. pinta-ala: 43232 m<sup>2</sup>

kulmat: 40,7° / 98,6°

5. Merivartioasemasta etelään on majakka, jonne etäisyys on 5,0 km. Merellä tapahtuu onnettomuus paikassa, joka sijaitsee majakasta suoraan länteen. Merivartioasemalta katsottuna onnettomuuspaikan ja majakan suunnat poikkeavat toisistaan 52,0°. Kuinka pitkä matka on merivartioasemalta onnettomuuspaikalle?

8,7 km

Meri.va



$$\cos(52) = \frac{5}{e}$$

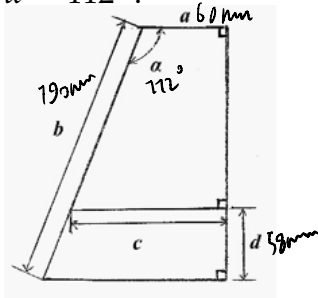
$$e = \frac{5}{\cos(52)}$$

$$e = 8,123 \dots$$

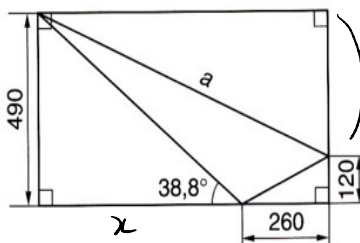
$$\approx 8,1 \text{ km}$$

#### VIDEO

6. Laske kuvan mitta  $c$ , kun mitat  $a = 60 \text{ mm}$ ,  $b = 190 \text{ mm}$ ,  $d = 58 \text{ mm}$  ja kulma  $\alpha = 112^\circ$ .



7. Määritä kuvassa mitta  $a$ . Kuvan mitat ovat mm.



$$\sin(38,8) = \frac{490}{x}$$

$$x = \frac{490}{\sin(38,8)}$$

$$x = 797,9933 \dots \approx 792 \text{ mm} + 260 = 1042 \text{ mm}$$

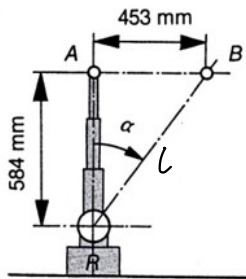
$$1042^2 + 370^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{1042^2 + 370^2}$$

$$a = 1105,7478$$

$$\approx 1105 \text{ mm}$$

8. Pistehitsausta suorittavan robotin "käsi" siirtyy oheisen kuvion mukaisesti pisteestä A pisteeseen B. Kuinka monta astetta "käsivarsi" kääntyy ja kuinka paljon se venyy?



$$\sin(\alpha) = \frac{453 \text{ mm}}{584 \text{ mm}}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{453}{584}\right)$$

$$\alpha = 50,8677 \dots$$

$$\approx 50,9^\circ$$

$$453^2 + 584^2 = l^2$$

$$l = \sqrt{453^2 + 584^2}$$

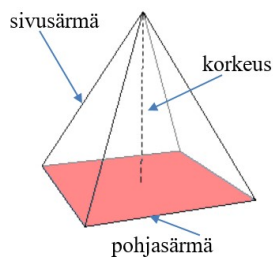
$$l = 739,097 \dots$$

$$\approx 739,1 \text{ mm}$$

9. Kaukoputken näkökulman suuruus on  $7,0^\circ$ . Millä etäisyydellä on poikkisuuntaan kulkeva 170 m pitkä laiva, jonka pituus ohitushetkellä juuri täyttää kiikarin näkökentän?

VIDEO

10. Oheisen säännöllisen 4-sivuisen pyramidin pohjasärmä  $a = 12,3 \text{ m}$  ja korkeus  $h = 24,6 \text{ m}$ . Laske



- pyramidin tilavuus
- pyramidin kokonaisala
- pohjasärmän ja sivusärmän välinen kulma
- sivusärmän ja pohjan välinen kulma

(Ohje: Tilavuus:  $V = \frac{1}{3}Ah$ , missä  $A$  = pohjan ala ja  $h$  = korkeus)

## VASTAUKSET

- |  |   |
|--|---|
| 1. a) 19,0 mm<br>b) 40,5 m             | 6. 108 mm   |
| 2. a) 53,4°<br>b) 166,8 cm             | 7. 945 mm   |
| 3. a) 60°<br>b) 32,9 m                 | 8. 37,8°, 155 mm  |
| 4. 40,7°, 98,5°, 43 200 m <sup>2</sup> | 9. 1,4 km   |
| 5. 8,1 km                              | 10. a) 1240 m <sup>3</sup><br>b) 775 m <sup>2</sup><br>c) 76,4°<br>d) 70,5° |