第10章　拉普拉斯变换

10-1　求下列函数的象函数。

（1）$f(t)=40\sqrt{2}\sin(314t+\frac{\pi}{3})\varepsilon(t)$

（2）$f(t)=\cos^3 t\varepsilon(t)$

（3）$f(t)=t\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$

解　（1）将正弦函数展开为

$$f(t)=40\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}\sin 314t+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 314t\right)\varepsilon(t)$$

利用正弦函数和余弦函数的拉普拉斯变换结果得

$$F(s)=\frac{20\sqrt{2}(314+\sqrt{3}s)}{s^2+314^2}$$

（2）利用三角函数公式得

$$f(t)=\cos^3 t\varepsilon(t)=\left(\frac{3}{4}\cos t+\frac{1}{4}\cos 3t\right)\varepsilon(t)$$

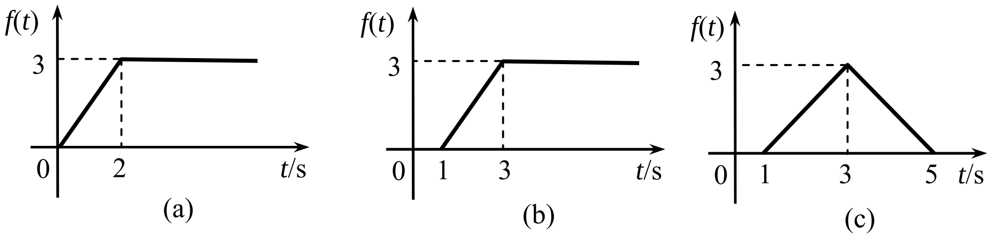
利用余弦函数的拉普拉斯变换结果得

$$F(s)=\frac{3s}{4(s^2+1)}+\frac{s}{4(s^2+9)}$$

（3）利用 $f(t)=t\varepsilon(t)$ 拉式变换结果及复频域的平移性质可得

$$F(s)=\frac{1}{(s+2)^2}$$

10-2　已知时域函数 $f(t)$波形如题图 10-2 所示，求其象函数 $F(s)$。



题图 10-2

解　（a）时域函数 $f(t)$的表达式为

$$f(t)=\frac{3}{2}t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]+3\varepsilon(t-2)=\frac{3}{2}t\varepsilon(t)-\frac{3}{2}(t-2)\varepsilon(t-2)$$

其象函数为

$$F(s)=\frac{3}{2s^2}(1-\mathrm{e}^{-2s})$$

（b）$f(t)$的表达式为

$$f(t)=\frac{3}{2}(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]+3\varepsilon(t-3)$$
$$=\frac{3}{2}(t-1)\varepsilon(t-1)-\frac{3}{2}(t-3)\varepsilon(t-3)$$

其象函数为

$$F(s)=\frac{3}{2s^2}(\mathrm{e}^{-s}-\mathrm{e}^{-3s})$$

说明：（b）中函数相当于（a）中函数整体延时 1s。

（c）$f(t)$的表达式为

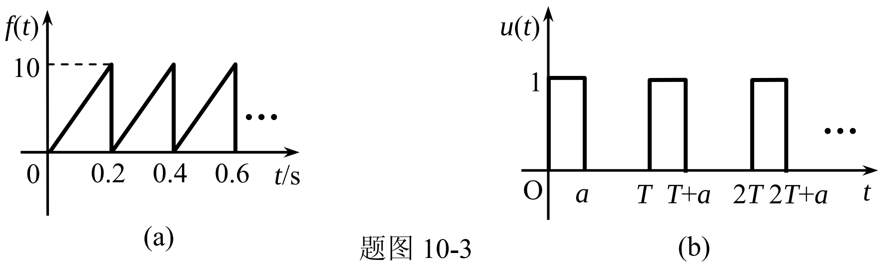
$$f(t)=\frac{3}{2}(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]-\frac{3}{2}(t-5)[\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-5)]$$
$$=\frac{3}{2}(t-1)\varepsilon(t-1)-3(t-3)\varepsilon(t-3)+\frac{3}{2}(t-5)\varepsilon(t-5)$$

其象函数为

$$F(s)=\frac{3}{2s^2}\left(\mathrm{e}^{-s}-2\mathrm{e}^{-3s}+\mathrm{e}^{-5s}\right)$$

（答案改错）

10-3　求题图 10-3 所示函数的象函数。



题图 10-3

解　（a）第 1 个周期的函数表达式为

$$f_1(t)=50t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-0.2)]$$

第 1 个周期函数所对应的象函数为

$$F_1(s)=\frac{50}{s^2}(1-\mathrm{e}^{-0.2s})-\frac{10}{s}\mathrm{e}^{-0.2s}$$

利用拉式变换的时域平移性质，可得周期函数的象函数为

$$F(s)=\frac{F_1(s)}{1-\mathrm{e}^{-0.2s}}=\frac{50}{s^2}-\frac{10\mathrm{e}^{-0.2s}}{s(1-\mathrm{e}^{-0.2s})}$$

（b）第 1 个周期的函数表达式为

$$u_1(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-a)$$

第 1 个周期的函数所对应的象函数为

$$U_1(s)=\frac{1}{s}-\frac{\mathrm{e}^{-as}}{s}$$

利用拉式变换的时域平移性质，可得周期函数的象函数为

$$U(s)=\frac{U_1(s)}{1-\mathrm{e}^{-Ts}}=\frac{1-\mathrm{e}^{-as}}{s(1-\mathrm{e}^{-Ts})}$$

10-4 已知 $f(t)$的象函数 $F(s)$，求 $f(t)$的初值与终值。

（1）$F(s)=\dfrac{s^2+4s+3}{s^3+6s^2+8s}$

（2）$F(s)=\dfrac{10}{s(s+1)}$

解 （1）根据初值定理，有

$$f(0^+)=\lim_{t\to 0^+}f(t)=\lim_{s\to\infty}sF(s)=\lim_{s\to\infty}\left(s\cdot\frac{s^2+4s+3}{s^3+6s^2+8s}\right)=1$$

根据终值定理，有

$$f(\infty)=\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}sF(s)=\lim_{s\to 0}\left(s\cdot\frac{s^2+4s+3}{s^3+6s^2+8s}\right)=0.375$$

（2）根据初值定理，有

$$f(0^+)=\lim_{t\to 0^+}f(t)=\lim_{s\to\infty}sF(s)=\lim_{s\to\infty}\left(s\cdot\frac{10}{s(s+1)}\right)=0$$

根据终值定理，有

$$f(\infty)=\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}sF(s)=\lim_{s\to 0}\left(s\cdot\frac{10}{s(s+1)}\right)=10$$

10-5 求下列象函数的原函数。

（1）$F(s)=\dfrac{1}{s(s+5)}$

（2）$F(s)=\dfrac{10}{s(s^2-1)}$

（3）$F(s)=\dfrac{20s+200}{s^2+130s+2200}$

（4）$F(s)=\dfrac{3s^2+12s+11}{s^3+6s^2+11s+6}$

（5）$F(s)=\dfrac{s^3}{(s^2+2s-3)s}$

解　（1）将$F(s)$进行部分分式展开有

$$F(s)=\frac{1}{s(s+5)}=\frac{k_1}{s}-\frac{k_2}{s+5}$$

其中

$$k_1=(s-0)F(s)\big|_{s=0}=\left.\frac{1}{s+5}\right|_{s=0}=0.2$$

$$k_2=(s+5)F(s)\big|_{s=-5}=\left.\frac{1}{s}\right|_{s=-5}=-0.2$$

查表可得原函数为

$$f(t)=0.2(1-\mathrm{e}^{-5t})\varepsilon(t)$$

（2）$F(s)$可展开为

$$F(s)=\frac{10}{s(s^2-1)}=\frac{k_1}{s}+\frac{k_2}{s-1}+\frac{k_3}{s+1}$$

其中，

$$k_1=(s-0)F(s)\big|_{s=0}=\left.\frac{10}{(s^2-1)}\right|_{s=0}=-10$$

$$k_2=(s-1)F(s)\big|_{s=1}=\left.\frac{10}{s(s+1)}\right|_{s=1}=5$$

$$k_3=(s+1)F(s)\big|_{s=-1}=\left.\frac{10}{s(s-1)}\right|_{s=-1}=5$$

查表可得原函数为

$$f(t)=(-10+5\mathrm{e}^{t}+5\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$$

（3）$F(s)$可展开为

$$F(s)=\frac{200+20s}{s^2+130s+2200}=\frac{20s+200}{(s+20)(s+110)}=\frac{k_1}{s+20}+\frac{k_2}{s+110}$$

其中

$$k_1=(s+20)F(s)\big|_{s=-20}=\left.\frac{20s+200}{(s+110)}\right|_{s=-20}=-2.22$$

$$k_2=(s+110)F(s)\big|_{s=-110}=\left.\frac{20s+200}{(s+20)}\right|_{s=-110}=22.2$$

可得原函数为

$$f(t)=(22.2\mathrm{e}^{-110t}-2.22\mathrm{e}^{-20t})\varepsilon(t)$$

（4）$F(s)$可展开为

$$F(s)=\frac{3s^2+12s+11}{s^3+6s^2+11s+6}=\frac{k_1}{s+1}+\frac{k_2}{s+2}+\frac{k_3}{s+3}$$

其中，

$$k_1=(s+1)F(s)\big|_{s=-1}=\left.\frac{3s^2+12s+11}{(s+2)(s+3)}\right|_{s=-1}=1$$

$$k_2=(s+2)F(s)\big|_{s=-2}=\left.\frac{3s^2+12s+11}{(s+1)(s+3)}\right|_{s=-2}=1$$

$$k_3=(s+3)F(s)\big|_{s=-3}=\left.\frac{3s^2+12s+11}{(s+1)(s+2)}\right|_{s=-3}=1$$

可得原函数为

$$f(t)=(\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^{-2t}+\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$$

（5）对$F(s)$先用长除法，再作因式分解，可展开为

$$F(s)=\frac{s^3}{(s^2+2s-3)s}=1+\frac{-2s+3}{s^2+2s-3}=1+\frac{k_1}{s-1}+\frac{k_2}{s+3}$$

其中，

$$k_1=(s-1)F(s)\big|_{s=1}=\left.\frac{-2s+3}{s+3}\right|_{s=1}=0.25$$

$$k_2=(s+3)F(s)\big|_{s=-3}=\left.\frac{-2s+3}{s-1}\right|_{s=-3}=-2.25$$

可得原函数为

$$f(t)=\delta(t)+(0.25\mathrm{e}^{t}-2.25\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$$

10-6 求下列象函数的原函数。

（1）$F(s)=\dfrac{4s^2+7s+13}{(s^2+2s+5)(s+2)}$

（2）$F(s)=\dfrac{5s^3+20s^2+25s+40}{(s^2+4)(s^2+2s+5)}$

（3）$F(s)=\dfrac{1}{s^2(s+3)}$

（4）$F(s)=\dfrac{s^2+4s+6}{(s+1)^3}$

（5）$F(s)=\dfrac{\mathrm{e}^{-3s-3}}{s+1}$

（6）$F(s)=\dfrac{10}{(s+3)^2+4}$

解 （1）**方法 1**：$F(s)$ 可展开为

$$F(s)=\frac{4s^2+7s+13}{(s^2+2s+5)(s+2)}=\frac{3}{s+2}+\frac{s-1}{s^2+2s+5}=\frac{3}{s+2}+\frac{(s+1)-2}{(s+1)^2+2^2}$$

查表得原函数为

$$f(t)=[3\mathrm{e}^{-2t}+\mathrm{e}^{-t}(\cos 2t-\sin 2t)]\varepsilon(t)$$

方法 2：$F(s)$ 可展开为

$$F(s)=\frac{4s^2+7s+13}{(s^2+2s+5)(s+2)}=\frac{3}{s+2}+\frac{k_1}{s+1-\mathrm{j}2}+\frac{k_2}{s+1+\mathrm{j}2}$$

其中，

$$k_1=\left.\frac{4s^2+7s+13}{(s+1+\mathrm{j}2)(s+2)}\right|_{s=-1+\mathrm{j}2}=0.707\angle 45°，\ k_2=k_1^*=0.707\angle -45°$$

所以，原函数为

$$f(t)=[3\mathrm{e}^{-2t}+1.414\mathrm{e}^{-t}\cos(2t+45°)]\varepsilon(t)$$

（2）$F(s)$ 可展开为

$$F(s)=\frac{5s}{s^2+4}+\frac{10}{s^2+2s+5}=\frac{5s}{s^2+4}+\frac{2\times 5}{(s+1)^2+2^2}$$

查表，作拉式反变换可得原函数为

$$f(t)=(5\cos 2t+5\mathrm{e}^{-t}\sin 2t)\varepsilon(t)$$

（3）$F(s)$ 可展开为

$$F(s)=\frac{1}{s^2(s+3)}=\frac{-\frac{1}{9}s+\frac{1}{3}}{s^2}+\frac{\frac{1}{9}}{s+3}$$

查表，作拉式反变换可得原函数为

$$f(t)=\left(-\frac{1}{9}+\frac{t}{3}+\frac{\mathrm{e}^{-3t}}{9}\right)\varepsilon(t)$$

（4）$F(s)$ 可展开为

$$F(s)=\frac{s^2+4s+6}{(s+1)^3}=\frac{k_1}{s+1}+\frac{k_2}{(s+1)^2}+\frac{k_3}{(s+1)^3}$$

其中，

$$k_3=(s+1)^3F(s)\big|_{s=-1}=(s^2+4s+6)\big|_{s=-1}=3$$

$$k_2=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}[F(s)(s+1)^3]\big|_{s=-1}=(2s+4)\big|_{s=-1}=2$$

$$k_1=\frac{1}{2}\times\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}s^2}[F(s)(s+1)^3]\big|_{s=-1}=\frac{1}{2}\times 2\big|_{s=-1}=1$$

查表，作拉式反变换可得原函数为

$$f(t)=(1+2t+1.5t^2)\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$$

（5）$F(s)$ 可整理为

$$F(s)=\frac{\mathrm{e}^{-3s-3}}{s+1}=\frac{\mathrm{e}^{-3}\cdot\mathrm{e}^{-3s}}{s+1}$$

利用时域平移性质可得原函数为

$$f(t)=\mathrm{e}^{-3}\mathrm{e}^{-(t-3)}\varepsilon(t-3)$$

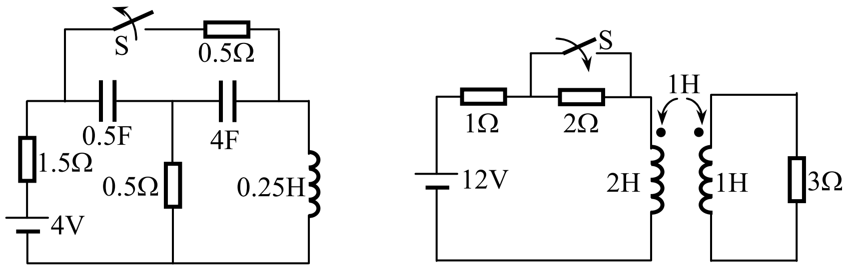
（6）$F(s)$ 可整理为

$$F(s)=\frac{10}{(s+3)^2+4}=\frac{5\times 2}{(s+3)^2+2^2}$$

查表，作拉式反变换可得原函数为

$$f(t)=5\mathrm{e}^{-3t}\sin 2t\varepsilon(t)$$

10-7　题图 10-7(a)、(b)所示电路已达稳态，且 t=0 时开关动作。分别画出其运算电路图。



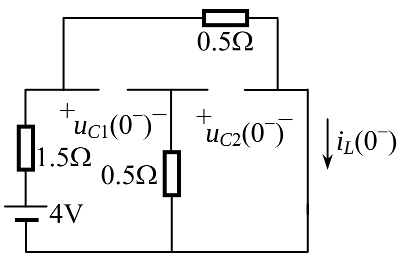
(a)　　(b)

题图 10-7

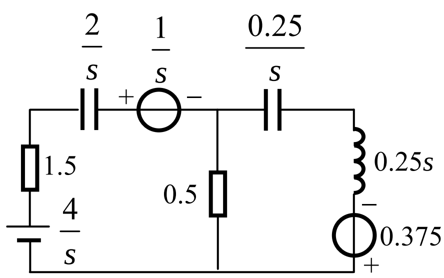
解　（a）0^- 时刻的稳态电路如题图 10-7(c)所示，此时电容开路，电感短路，可求得

$$i_L(0^-)=\frac{4}{1.5+0.2}=2\mathrm{A}，\ u_{C1}(0^-)=-1.5i_L(0^-)+4=1\mathrm{V}，\ u_{C2}(0^-)=0$$

可画出其运算电路如题图 10-7(d)所示。



题图 10-7(c)

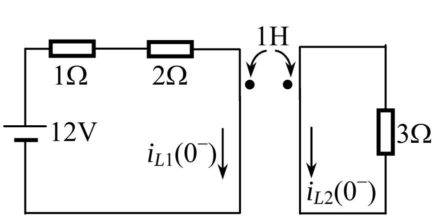


题图 10-7(d)

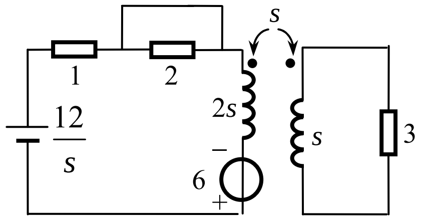
（b）0^- 时刻的稳态电路如题图 10-7(e)所示，此时电感短路。可求得

$$i_{L1}(0^-)=\frac{12}{1+2}=3\mathrm{A}，\ i_{L2}(0^-)=0$$

可画出其运算电路如题图 10-7(f)所示。

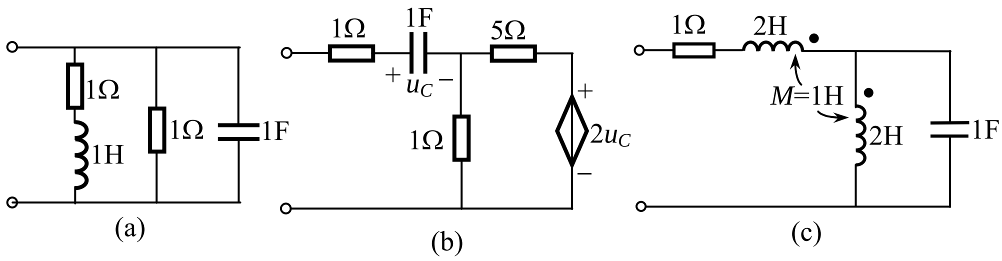


题图 10-7(e)



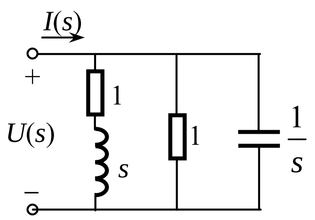
题图 10-7(f)

10-8　求题图 10-8 所示电路的输入阻抗(运算形式)。

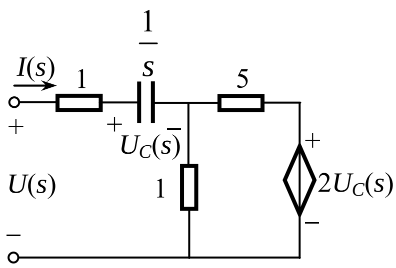


题图 10-8

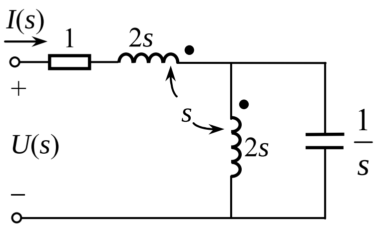
解　各电路的运算模型分别如题图 10-8(d)、题图 10-8(e)和题图 10-8(f)所示。



题图 10-8(d)



题图 10-8(e)



题图 10-8(f)

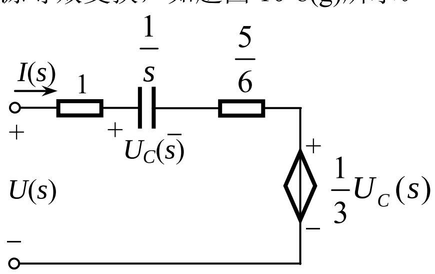
（a）由题图 10-8(d)所示的运算电路模型，利用串并联可得运算形式的输入导纳为

$$Y_{\mathrm{i}}(s)=1+s+\frac{1}{s+1}$$

输入阻抗为

$$Z_{\mathrm{i}}(s)=\frac{1}{Y(s)}=\frac{s+1}{s^2+2s+2}$$

（b）题图 10-8(e)可作电源等效变换，如题图 10-8(g)所示。



题图 10-8(g)

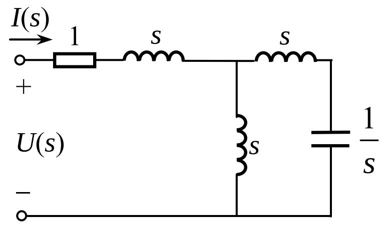
列方程得

$$
\begin{cases}
U(s)=\left(1+\dfrac{1}{s}+\dfrac{5}{6}\right)I(s)+\dfrac{1}{3}U_C(s)\\
U_C(s)=\dfrac{1}{s}I(s)
\end{cases}
$$

输入阻抗为

$$
Z_{\mathrm{i}}(s)=\frac{U(s)}{I(s)}=\frac{11s+8}{6s}
$$

（3）题图 10-8(f)可去耦等效为题图 10-8(h)所示。



题图 10-8(h)

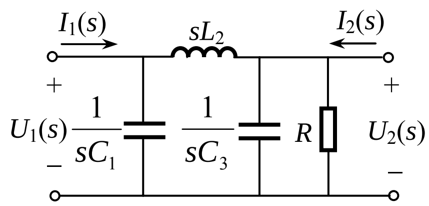
利用串并联关系，可得

$$
Z_{\mathrm{i}}(s)=1+s+\frac{s\left(s+\dfrac{1}{s}\right)}{s+s+\dfrac{1}{s}}=\frac{3s^3+2s^2+2s+1}{2s^2+1}
$$

10-9 求题图 10-9 所示电路的 ***T*** 参数，并求出传递函数。

（1）$H_1(s)=\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$；

（2）$H_1(s)=\dfrac{U_2(s)}{I_1(s)}$。



题图 10-9

解　直接列方程可得

$$
\begin{cases}
I_1(s)=sC_1U_1(s)+\dfrac{U_1(s)-U_2(s)}{sL_2}\\
I_2(s)=\left(\dfrac{1}{R}+sC_3\right)U_2(s)+\dfrac{U_2(s)-U_1(s)}{sL_2}
\end{cases}
$$

整理得

$$
\begin{cases}
U_1(s)=sL_2\left(\dfrac{1}{R}+sC_3+\dfrac{1}{sL_2}\right)U_2(s)-sL_2I_2(s)\\
I_1(s)=\left(L_2C_1C_3s^3+\dfrac{L_2C_1s^2}{R}+C_1s+C_3s+\dfrac{1}{R}\right)U_2(s)-(L_2C_1s^2+1)I_2(s)
\end{cases}
$$

上式为 $\boldsymbol{T}$ 参数方程，$\boldsymbol{T}$ 参数矩阵为

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} L_2C_3s^2+\dfrac{L_2s}{R}+1 & L_2s \\ L_2C_1C_3s^3+\dfrac{L_2C_1s^2}{R}+C_1s+\dfrac{C_1}{L_2} & L_2C_1s^2+1 \end{bmatrix}$$

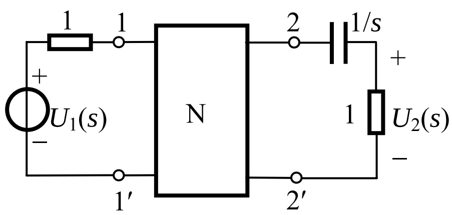
（1）由 $\boldsymbol{T}$ 参数方程，当 $I_2(s)=0$ 时，可得

$$H_1(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{1}{L_2C_3s^2+\dfrac{L_2s}{R}+1}$$

（2）同样由 $\boldsymbol{T}$ 参数方程，当 $I_2(s)=0$ 时，可得

$$H_2(s)=\frac{U_2(s)}{I_1(s)}=\frac{1}{L_2C_1C_3s^3+\dfrac{L_2C_1s^2}{R}+(C_1+C_3)s+\dfrac{1}{R}}$$

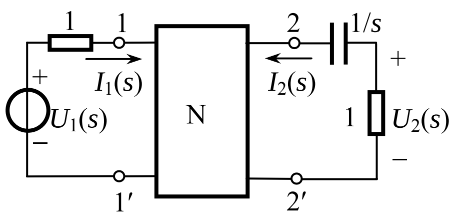
10-10　已知题图 10-10 所示二端口网络 N 的 $\boldsymbol{Z}$ 参数为 $\begin{bmatrix} \dfrac{2}{s} & -\dfrac{1}{s} \\ -\dfrac{1}{s} & \dfrac{s^2+1}{s} \end{bmatrix}$。求网络函数 $H(s)=\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$。



(删除电阻单位)

题图 10-10

解　参考方向如题图 10-10(a)所示。



题图 10-10(a)

由 $\boldsymbol{Z}$ 参数可得方程

$$\begin{cases} U_{11'}(s)=\dfrac{2}{s}I_1(s)-\dfrac{1}{s}I_2(s) \\ U_{22'}(s)=-\dfrac{1}{s}I_1(s)+\dfrac{s^2+1}{s}I_2(s) \end{cases}$$

端口条件为

$$\begin{cases} U_{11'}(s) = -I_1(s) + U_1(s) \\ U_{22'}(s) = -\left(\dfrac{1}{s}+1\right) I_2(s) \end{cases}$$

整理上述 4 个方程得

$$\begin{cases} \left(1+\dfrac{2}{s}\right) I_1(s) - \dfrac{1}{s} I_2(s) = U_1(s) \\ -\dfrac{1}{s} I_1(s) + \dfrac{s^2+s+2}{s} I_2(s) = 0 \end{cases}$$

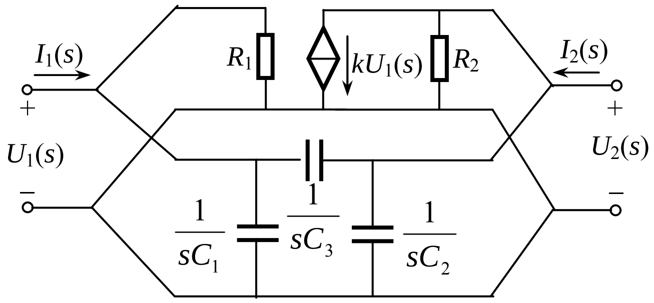
解得

$$I_2(s) = \frac{sU_1(s)}{s^3+3s^2+4s+3}$$

所以网络函数为

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{-1\times I_2(s)}{U_1(s)} = -\frac{s}{s^3+3s^2+4s+3}$$

10-11　求题图 10-11 所示电路的 $\boldsymbol{Y}$ 参数矩阵。



题图 10-11

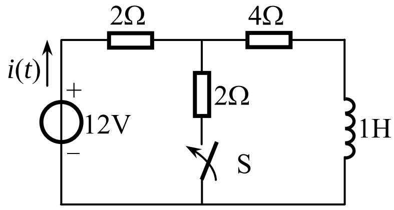
解　可看作两个二端口的并联，两个二端口的 $\boldsymbol{Y}$ 参数矩阵分别为

$$\boldsymbol{Y}_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{R_1} & 0 \\ K & \dfrac{1}{R_2} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{Y}_2 = \begin{bmatrix} s(C_1+C_3) & -sC_3 \\ -sC_3 & s(C_2+C_3) \end{bmatrix}$$

所以

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_2 = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{R_1} + s(C_1+C_3) & -sC_3 \\ K - sC_3 & \dfrac{1}{R_2} + s(C_2+C_3) \end{bmatrix}$$

10-12 题图 10-12 所示电路原处于稳态，t=0 时合上开关 S。求 $i(t)$。

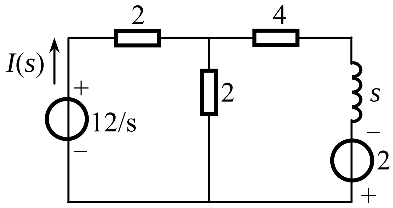


题图 10-12

解 由换路前稳态电路可得

$$i_L(0^-)=\frac{12}{2+4}=2\text{A}$$

可作出运算电路如题图 10-12(a)所示。



题图 10-12(a)

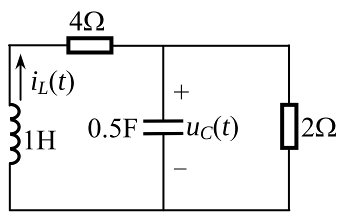
对运算电路应用叠加定理，可得

$$I(s)=\frac{\frac{12}{s}}{2+\frac{2(4+s)}{2+4+s}}+\frac{2}{4+s+\frac{2\times2}{2+2}}\times\frac{2}{2+2}$$
$$=\frac{3s+18}{s(s+5)}+\frac{1}{s+5}=\frac{3.6}{s}+\frac{0.4}{s+5}$$

作拉式反变换得

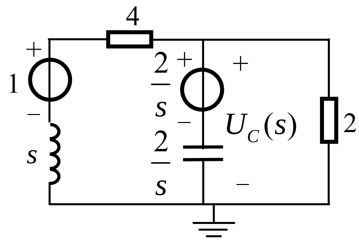
$$i(t)=3.6+0.4\text{e}^{-5t}\text{A}，\quad (t>0)$$

10-13 题图 10-13 所示电路中，$i_L(0)$=1A，$u_C(0)$=2V。求 $u_C(t)$。



题图 10-13

解 题图 10-13 所示电路的运算模型如题图 10-13(a)所示。



题图 10-13(a)

由节点法列写方程如下：

$$\left(\frac{1}{s+4}+\frac{s}{2}+\frac{1}{2}\right)U_C(s)=\frac{1}{s+4}+\frac{\frac{2}{s}}{\frac{2}{s}}$$

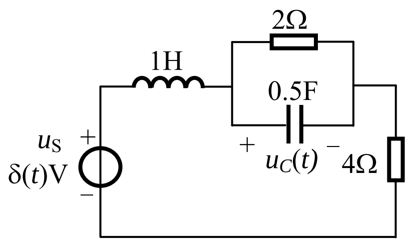
整理得

$$U_C(s)=\frac{2(s+5)}{s^2+5s+6}=\frac{6}{s+2}+\frac{-4}{s+3}$$

作拉式反变换得

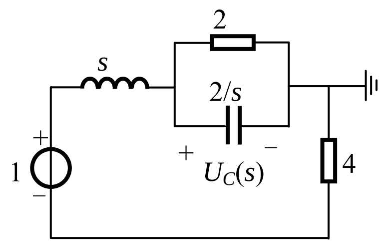
$$u_C(t)=6\mathrm{e}^{-2t}-4\mathrm{e}^{-3t}\ \mathrm{V}，\ (t\geq 0)$$

10-14 试求题图 10-14 所示电路的单位冲激响应 $u_C(t)$。



题图 10-14

解 由电路可知，$u_C(0^-)=0$，$i_L(0^-)=0$。题图 10-14 所对应的运算电路模型如题图 10-14(a)所示。



题图 10-14(a)

由运算电路，用节点法可列方程如下：

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{s+4}\right)U_C(s)=\frac{1}{s+4}$$

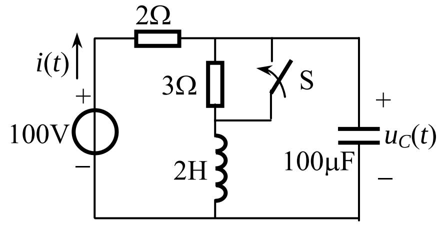
整理得

$$U_C(s)=\frac{2}{s^2+5s+6}=\frac{2}{s+2}-\frac{2}{s+3}$$

作拉氏反变换得

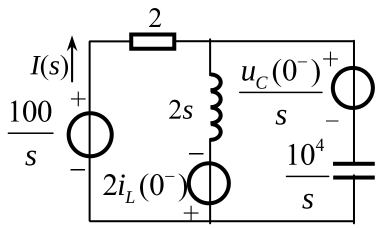
$$u_C(t) = (2\mathrm{e}^{-2t} - 2\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

10-15 题图 10-15 所示电路原处于稳态，t=0 时合上开关 S。求 $i(t)$，并定性画出其波形图。



题图 10-15

解 开关 S 闭合后，变换后运算电路如题图 10-15(a)所示。



题图 10-15(a)

其中，

$$u_C(0^-) = \frac{3}{2+3}\times 100 = 60\mathrm{V}\text{，}\ i_L(0^-) = \frac{100}{2+3} = 20\mathrm{A}$$

应用叠加定理求得

$$I(s) = \frac{\dfrac{100}{s}}{2+\dfrac{2s\times\dfrac{10^4}{s}}{2s+\dfrac{10^4}{s}}} + \frac{2\times 20}{2s+\dfrac{2\times\dfrac{10^4}{s}}{2+\dfrac{10^4}{s}}}\times\frac{\dfrac{10^4}{s}}{2+\dfrac{10^4}{s}} + \frac{\dfrac{60}{s}}{\dfrac{10^4}{s}+\dfrac{2\times 2s}{2+2s}}\times\frac{2s}{2+2s}$$

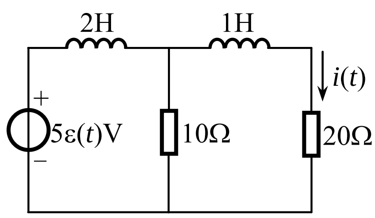
$$= \frac{25(2s^2+10^4)}{s(s^2+5000s+5000)} + \frac{10\times 10^4}{s^2+5000s+5000} + \frac{30s}{s^2+5000s+5000}$$

$$\approx \frac{50}{s} + \frac{-30}{s+1} + \frac{-0.006}{s+4999}$$

作拉氏反变换得

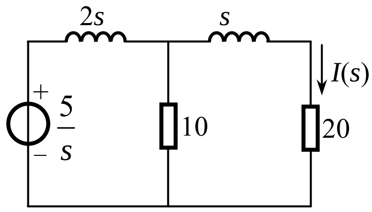
$$i(t) = 50 - 30\mathrm{e}^{-t} - 0.006\mathrm{e}^{-4999t}\ \mathrm{V}\text{，}\ (t\geq 0)$$

10-16 用运算法求题图 10-16 所示电路中的电流 $i(t)$。电路中储能元件原无初始储能。



题图 10-16

解　题图 10-16 所对应的运算电路如题图 10-16(a)所示。



题图 10-16(a)

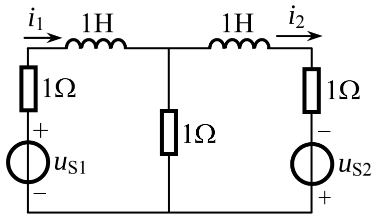
有运算电路可求得

$$I(s)=\frac{\frac{5}{s}}{2s+\frac{10(s+20)}{s+30}}\times\frac{10}{s+30}=\frac{25}{s(s^2+35s+100)}=\frac{0.25}{s}+\frac{-0.277}{s+3.14}+\frac{0.0272}{s+31.9}$$

作拉式反变换得

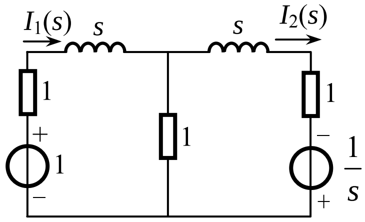
$$i(t)=(0.25-0.277\mathrm{e}^{-3.14t}+0.0272\mathrm{e}^{-31.9t})\varepsilon(t)\ \mathrm{A}$$

10-17　电路如题图 10-17 所示。已知 $u_{S1}(t)=\delta(t)$V，$u_{S2}(t)=\varepsilon(t)$V。试用运算法求 $i_1(t)$和 $i_2(t)$。



题图 10-17

解　按图中所示，应有 $i_1(0^-)=i_2(0^-)=0$。则题图 10-17 所对应的运算电路如题图 10-17(a)所示。



题图 10-17(a)

对运算电路应用叠加定理可求得

$$I_1(s)=\frac{1}{1+s+\dfrac{1\times(s+1)}{s+2}}+\frac{\dfrac{1}{s}}{s+1+\dfrac{1\times(s+1)}{s+2}}\times\frac{1}{s+2}$$
$$=\frac{s+2}{(s+1)(s+3)}+\frac{1}{s(s+1)(s+3)}=\frac{1/3}{s}+\frac{0}{s+1}+\frac{2/3}{s+3}$$

$$I_2(s)=\frac{1}{1+s+\dfrac{1\times(s+1)}{s+2}}\times\frac{1}{s+2}+\frac{\dfrac{1}{s}}{s+1+\dfrac{1\times(s+1)}{s+2}}$$
$$=\frac{1}{(s+1)(s+3)}+\frac{s+2}{s(s+1)(s+3)}=\frac{2/3}{s}+\frac{0}{s+1}+\frac{-2/3}{s+3}$$

作拉式反变换得

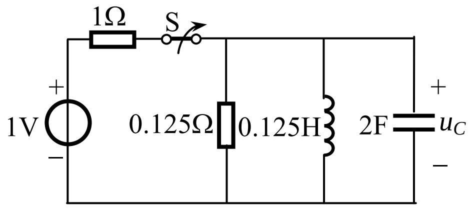
$$i_1(t)=\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\mathrm{e}^{-3t}\right)\varepsilon(t)\ \mathrm{A}$$

$$i_2(t)=\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\mathrm{e}^{-3t}\right)\varepsilon(t)\ \mathrm{A}$$

改错：答案表达式中加括号：

$i_1(t)=(0.333+0.667\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$ A，$i_2(t)=(0.667-0.667\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$ A

10-18 题图 10-18 所示电路原处于稳态，t=0 时打开开关 S。求电容电压 $u_C(t)$。

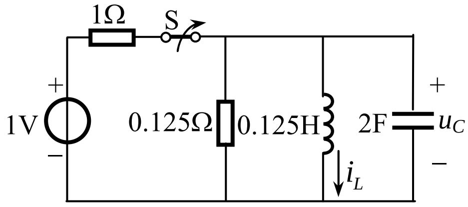


题图 10-18

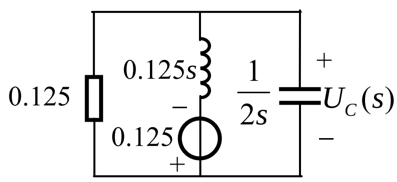
解 参考方向如题图 10-18(a)所示。由已知可求得

$$i_L(0^-)=\frac{1}{1}=1\mathrm{A}，\ u_C(0^-)=0$$

由此可作出运算电路如题图 10-18(b)所示。



题图 10-18(a)



题图 10-18(b)

由运算电路列方程如下：

$$\left(\frac{1}{0.125}+\frac{1}{0.125s}+2s\right)U_C(s)=-\frac{0.125}{0.125s}$$

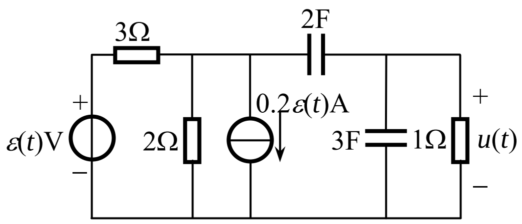
整理得

$$U_C(s)=-\frac{0.5}{s^2+4s+4}=-\frac{0.5}{(s+2)^2}$$

作拉式反变换得

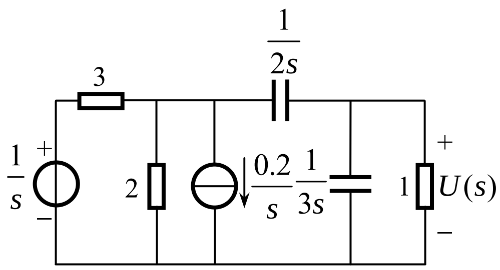
$$u_C(t)=-0.5t\mathrm{e}^{-3t}\mathrm{V}，\ (t\geq 0)$$

10-19 题图 10-19 所示电路中，储能元件无初始储能。求 $u(t)$。

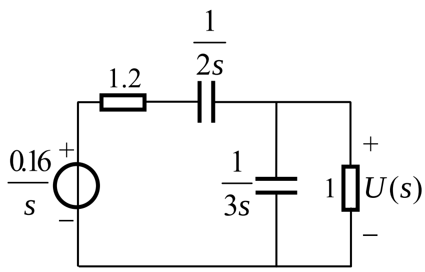


题图 10-19

解　题图 10-19 所对应的运算模型如题图 10-19(a)所示，对其左边部分可先作电源等效变换（戴维南等效），等效电路如题图 10-19(b)所示。



题图 10-19(a)



题图 10-19(b)

由题图 10-19(b)可得

$$U(s)=\frac{\dfrac{\dfrac{1}{3s}\times 1}{\dfrac{1}{3s}+1}}{1.2+\dfrac{1}{2s}+\dfrac{\dfrac{1}{3s}\times 1}{\dfrac{1}{3s}+1}}\times\frac{0.16}{s}=\frac{0.32}{7.2s^2+7.4s+1}$$

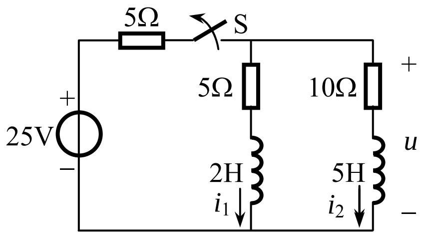
$$=\frac{0.32}{7.2(s+0.160)(s+0.868)}=\frac{0.0628}{s+0.160}+\frac{-0.0628}{s+0.868}$$

作拉式反变换得

$$u(t)=\left(0.0628\mathrm{e}^{-0.160t}-0.0628\mathrm{e}^{-0.868t}\right)\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

改错：答案中 $u(t)$ 写成了 $u_C(t)$。

10-20 题图 10-20 所示电路在开关 S 闭合前处于稳态。t=0 时打开开关 S。求 t>0 时电流 i_1、i_2 和电压 u。



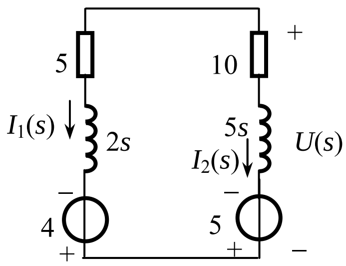
题图 10-20

解 由换路前的稳态电路可得

$$i_1(0^-)=\frac{25}{5+50/15}\times\frac{10}{15}=2\mathrm{A}，\quad i_2(0^-)=\frac{25}{5+50/15}\times\frac{5}{15}=1\mathrm{A}$$

$$I_2(s)=-I_1(s)=\frac{1}{15+7s}$$

运算电路如题图 10-20(a)所示。



题图 10-20(a)

列方程并整理得

$$U(s)=I_2(s)(5s+10)-5=\frac{-30s-65}{15+7s}=-\frac{30}{7}-\frac{5/7}{7s+15}$$

作拉氏反变换，得

$$i_1(t)=-0.143\mathrm{e}^{-15t/7}\varepsilon(t)\ \mathrm{A}$$
$$i_2(t)=0.143\mathrm{e}^{-15t/7}\varepsilon(t)\ \mathrm{A}$$
$$u(t)=-4.29\delta(t)-0.102\mathrm{e}^{-15t/7}\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

写成全时间域的表达式为

$$i_1(t)=-0.143\mathrm{e}^{-15t/7}\varepsilon(t)+2\varepsilon(-t)\ \mathrm{A}$$
$$i_2(t)=0.143\mathrm{e}^{-15t/7}\varepsilon(t)+\varepsilon(-t)\ \mathrm{A}$$
$$u(t)=-4.29\delta(t)-0.102\mathrm{e}^{-15t/7}\varepsilon(t)+10\varepsilon(-t)\ \mathrm{V}$$

讨论：

由求解的结果可得

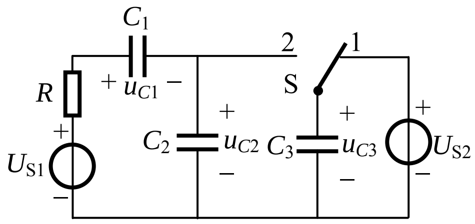
$$i_1(0^+)=-0.143\mathrm{A}$$
$$i_2(0^+)=0.143\mathrm{A}$$

0^{-}时刻回路磁链：$-2i_1(0^-)+5i_2(0^-)=-2\times2+5\times1=1$

0^{+}时刻回路磁链：$-2i_1(0^+)+5i_2(0^+)=-2\times(-0.143)+5\times0.143=1$

可见，换路后回路磁链守恒。

10-21 题图 10-21 所示电路换路前为稳态。已知 R=2Ω，C_1= C_2= C_3=2F，U_{S1}=10V，U_{S2}=2V。t=0 时开关 S 由 1 合向 2。求 u_{C3} 和 i_{C3}。



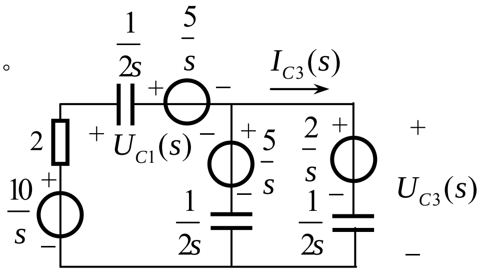
题图 10-21

解　由换路前稳态电路可得

$$u_{C1}(0^-)=\frac{C_2}{C_1+C_2}\times U_{S1}=5\text{V}，\quad u_{C2}(0^-)=\frac{C_1}{C_1+C_2}\times U_{S1}=5\text{V}$$

$$u_{C3}(0^-)=U_{S2}=2\text{V}$$

运算电路如题图 10-21(a)所示。



题图 10-21(a)

由运算电路可列写方程为

$$\left(\frac{1}{2+1/2s}+2s+2s\right)U_{C3}(s)=\frac{-5/s+10/s}{2+1/2s}+\frac{5/s}{1/2s}+\frac{2/s}{1/2s}$$

整理得

$$U_{C3}(s)=\frac{56s+24}{16s^2+6s}=\frac{3.5s+1.5}{s(s+0.375)}=\frac{4}{s}+\frac{-0.5}{s+0.375}$$

由此可得

$$I_{C3}(s)=\frac{U_{C3}(s)-2/s}{1/2s}=2sU_{C3}(s)-4=4-\frac{s}{s+0.375}=3+\frac{0.375}{s+0.375}$$

作拉式反变换可得

$$u_{C3}(t)=4-0.5\mathrm{e}^{-0.375t}\ \text{V}，（t>0）$$

$$i_{C3}(t)=3\delta(t)+0.375\mathrm{e}^{-0.375t}\varepsilon(t)\ \text{A}$$

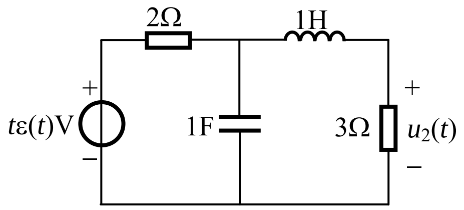
写成全时间域的表达式为

$$u_{C3}(t) = 5\varepsilon(-t) + (4 - 0.5\mathrm{e}^{-0.375t})\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

$$i_{C3}(t) = 3\delta(t) + 0.375\mathrm{e}^{-0.375t}\varepsilon(t)\ \mathrm{A}$$

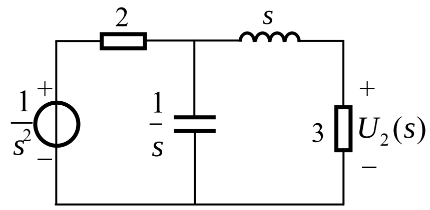
讨论：本题中$u_{C3}(t)$产生了跃变，C_3中在换路瞬间出现了冲激电流。

10-22 题图 10-22 所示电路中，储能元件无初始储能。求 $u_2(t)$。



题图 10-22

解 作出运算电路如题图 10-22(a)所示。



题图 10-22(a)

由运算电路可列方程为

$$U_2(s) = \frac{\dfrac{\dfrac{1}{s}\times(s+3)}{\dfrac{1}{s}+s+3}}{2+\dfrac{\dfrac{1}{s}\times(s+3)}{\dfrac{1}{s}+s+3}}\times\frac{1}{s^2}\times\frac{3}{s+3} = \frac{1.5}{s^2(s^2+3.5s+2.5)} = \frac{as+b}{s^2} + \frac{cs+d}{s^2+3.5s+2.5}$$

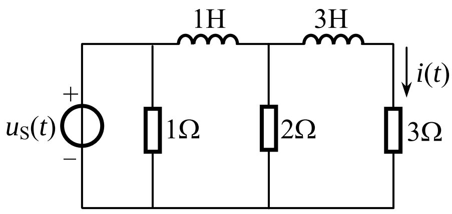
用比较系数法，可得$b = 0.6$，$a = -0.84$，$c = 0.84$，$d = 2.34$。所以$U_2(s)$的展开式为

$$U_2(s) = \frac{-0.84s+0.6}{s^2} + \frac{0.84s+2.34}{s^2+3.5s+2.5} = \frac{-0.84s+0.6}{s^2} + \frac{1}{s+1} + \frac{-0.16}{s+2.5}$$

作拉式反变换可得

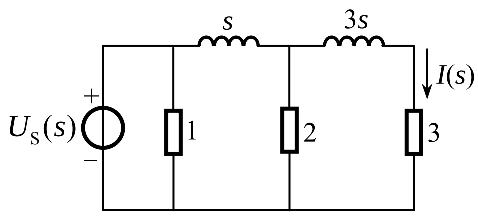
$$u_2(t) = (-0.84 + 0.6t + \mathrm{e}^{-t} - 0.16\mathrm{e}^{-2.5t})\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

10-23 题图 10-23 所示电路中，电感无初始储能，$u_S(t)=\cos t\varepsilon(t)$V。求 $i(t)$。



题图 10-23

解　题图 10-23 所对应的运算电路如题图 10-23(a)所示。



题图 10-23

其中，$U_S(s)=\dfrac{s}{s^2+1}$。

由运算电路可得所求电流的象函数为

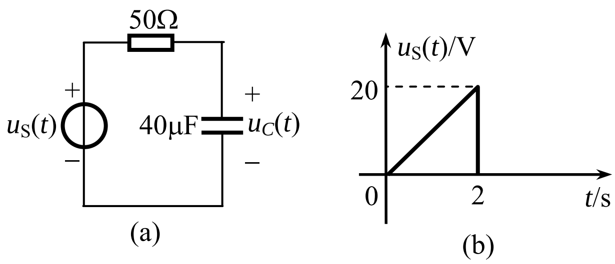
$$I(s)=\frac{U_S(s)}{s+\dfrac{2\times(3s+3)}{2+3s+3}}\times\frac{2}{2+3s+3}=\frac{2U_S(s)}{3s^2+11s+6}=\frac{2s/3}{(s^2+1)(s+2/3)(s+3)}$$

$$=\frac{0.0877\angle-74.7^\circ}{s-\mathrm{j}1}+\frac{0.0877\angle 74.7^\circ}{s+\mathrm{j}1}+\frac{-0.132}{s+2/3}+\frac{0.0857}{s+3}$$

作拉式反变换可得

$$i(t)=[0.175\cos(t-74.7^\circ)-0.132\mathrm{e}^{-2t/3}+0.0857\mathrm{e}^{-3t}]\varepsilon(t)\ \mathrm{A}$$

10-24　题图 10-24(a)所示电路中，电压源 $u_S(t)$作用于 RC 串联电路，电容无初始储能。用运算法求 $u_C(t)$。



题图 10-24

解　电压源电压的全时间域表达式为

$$u_S(t)=10t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]\ \mathrm{V}=10t\varepsilon(t)-10(t-2)\varepsilon(t-2)-20\varepsilon(t-2)\ \mathrm{V}$$

其所对应的象函数为

$$U_S(s)=\frac{10}{s^2}(1-\mathrm{e}^{-2s})-\frac{20\mathrm{e}^{-2s}}{s}$$

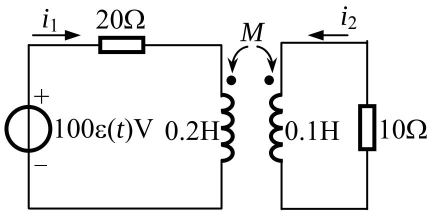
由题图 10-24(a)所示电路对应的运算电路，列写方程如下：

$$U_C(s)=\frac{\dfrac{25000}{s}}{50+\dfrac{25000}{s}}\times U_S(s)=\frac{500}{s+500}\left[\frac{10}{s^2}(1-e^{-2s})-\frac{20e^{-2s}}{s}\right]$$

$$=\left(\frac{-0.02s+10}{s^2}+\frac{0.02}{s+500}\right)(1-e^{-2s})-\left(\frac{20}{s}+\frac{-20}{s+500}\right)e^{-2s}$$

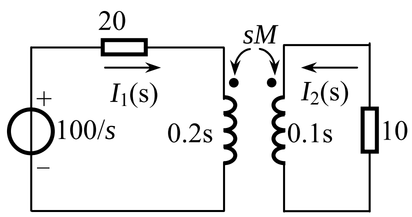
$$u_C(t)=(-0.02+10t+0.02e^{-500t})\varepsilon(t)-[-0.02+10(t-2)+0.02e^{-500(t-2)}]\varepsilon(t-2)-$$
$$20[1-e^{-500(t-2)}]\varepsilon(t-2)\text{ V}$$

10-25 题图 10-25 所示电路为为一具有互感 M 的电路，用运算法分别求耦合系数 k 在下列两种情况下的电流 i_1、i_2，并绘出其波形：（1） k=1；（2）k=0.8。设 t<0 时电路中各电流均为零。



题图 10-25

解　运算电路如题图 10-25(a)所示。



题图 10-25(a)

列回路（支路）电流方程：

$$\begin{cases}(20+0.2s)I_1(s)+sMI_2(s)=\dfrac{100}{s}\\(10+0.1s)I_2(s)+sMI_1(s)=0\end{cases}$$

由第一个方程得

$$I_2(s)=\frac{-sM}{10+0.1s}I_1(s)$$

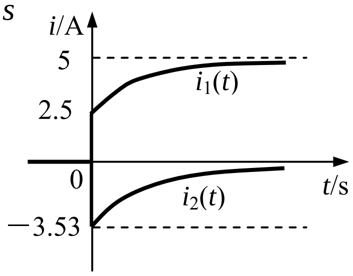
代入第二个方程得

$$(20+0.2s-\frac{s^2M^2}{10+0.1s})I_1(s)=\frac{100}{s}$$

（1）当 k=1 时，$M^2=0.02$，得

$$I_1(s)=\frac{250+2.5s}{s(s+50)}=\frac{5}{s}-\frac{2.5}{s+50}$$

$$I_2(s)=\frac{25(10+0.1s)}{s(s+50)}\times(-\frac{0.141s}{10+0.1s})=\frac{-3.53}{s+50}$$



题图 10-25(b)

作拉式反变换得

$$i_1(t)=5-2.5\mathrm{e}^{-50t}\mathrm{A}\quad (t>0)$$

$$i_2(t)=-3.53\mathrm{e}^{-50t}\mathrm{A}\quad (t>0)$$

波形如题图 10-25(b)所示。

注：全耦合时电流发生跃变。

当 k=0.8 时，$M^2=0.0128$，$M=0.113\mathrm{H}$。

$$I_1(s)=\frac{100}{s}\cdot\frac{10+0.1s}{0.0072s^2+4s+200}=\frac{5}{s}-\frac{2.5}{s+55.6}-\frac{2.5}{s+500}$$

$$I_2(s)=\frac{100(10+0.1s)}{s(0.0072s^2+4s+200)}\times(-\frac{0.113s}{10+0.1s})=\frac{-3.53}{s+55.6}+\frac{3.53}{s+500}$$

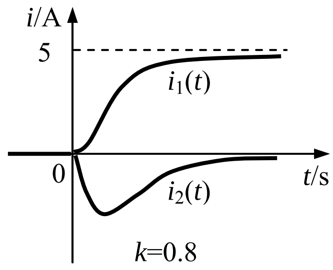
作拉式反变换得

$$i_1(t)=5-2.5\mathrm{e}^{-55.6t}-2.5\mathrm{e}^{-500t}\mathrm{A}\quad (t\geq 0)$$

$$i_2(t)=-3.53\mathrm{e}^{-55.6t}+3.53\mathrm{e}^{-500t}\mathrm{A}\quad (t\geq 0)$$

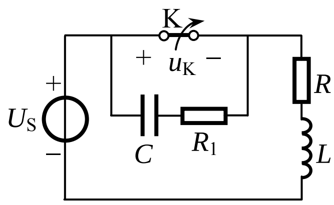
波形如题图 10-25(c)所示。

注：非全耦合时电流不发生跳变。



题图 10-25(c)

10-26 题图 10-26 所示电路中，具有电阻 R 和电感 L 的线圈经过刀闸 K 联接电源 U_S。为使刀闸拉开时其两端的电压 U_K 不超过电源电压 U_S，在刀闸两端并联一个电阻电容支路(通常称为灭弧回路)。问 R_1、C、R、L 间满足什么关系才能使 $U_K=U_S$？

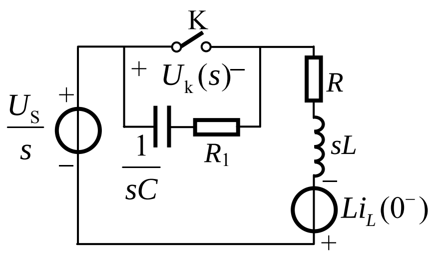


题图 10-26

解　设刀闸 K 断开前，电路处于稳态，所以有

$$i_L(0^-)=\frac{U_S}{R}$$

刀闸 K 断开后，复频域的运算电路模型如题图 10-26(a)所示。



题图 10-26(a)

由运算电路可得

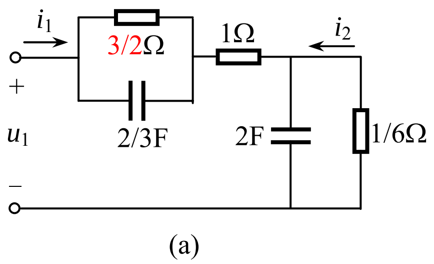
$$U_k(s)=\frac{R_1+\dfrac{1}{sC}}{R_1+\dfrac{1}{sC}+R+sL}\times\left(\frac{U_S}{s}+Li_L(0^-)\right)=\frac{R_1Cs+1}{LCs^2+(R+R_1)Cs+1}\times\left(\frac{U_S}{s}+Li_L(0^-)\right)$$

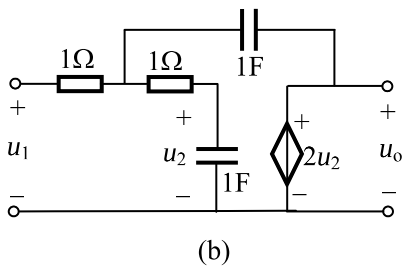
令$U_k(s)=\dfrac{U_S}{s}$，可得 R_1、C、R、L 间满足什么关系为

$$R=R_1,\quad L=R^2C$$

即在上述参数下，刀闸 K 断开后，电路无暂态，直接进入稳态。

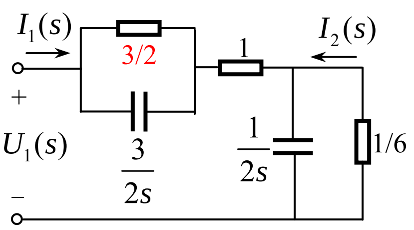
10-27 分别求题图 10-27(a)、(b)所示电路的网络函数 $H(s)=\dfrac{I_2(s)}{U_1(s)}$ 和 $H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_1(s)}$，并在复平面上画出极点和零点。



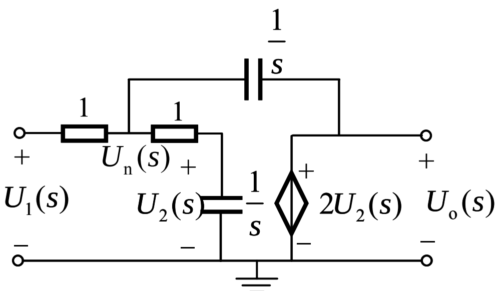


题图 10-27

解 题图 10-27(a)和题图 10-27(b)所对应地运算模型分别如题图 10-27(c)和题图 10-27(d)所示。



题图 10-27(c)



题图 10-27(d)

（a）由题图 10-27(c)可令

$$Z_1(s)=\frac{\dfrac{3}{2s}\times\dfrac{3}{2}}{\dfrac{3}{2s}+\dfrac{3}{2}}=\frac{1.5}{s+1},\quad Z_2(s)=\frac{\dfrac{1}{2s}\times\dfrac{1}{6}}{\dfrac{1}{2s}+\dfrac{1}{6}}=\frac{0.5}{s+3}$$

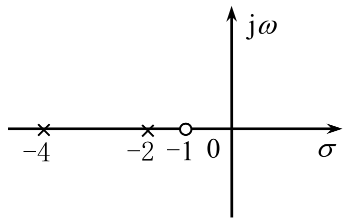
则

$$I_2(s)=-\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)+1+Z_2(s)}\times U_1(s)\times\frac{1}{\frac{1}{6}}=-\frac{3(s+1)}{s^2+6s+8}\times U_1(s)$$

网络函数为

$$H(s)=\frac{I_2(s)}{U_1(s)}=-\frac{3(s+1)}{s^2+6s+8}$$

为极点为 $p_1=-2$， $p_2=-4$；零点 $z=-1$。极点和零点分布如题图 10-28(e)所示。



题图 10-28(e)

由题图 10-27(d)列写方程

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{1+\frac{1}{s}}+s\right)U_n(s)-sU_o(s)=\frac{1}{1}U_1(s)\\ U_o(s)=2U_2(s)=2\times\frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}}\times U_n(s)\end{cases}$$

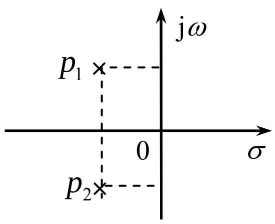
解得

$$U_n(s)=\frac{s+1}{s^2+s+1}\times U_1(s),\quad U_o(s)=\frac{2}{s+1}\times U_n(s)=\frac{2U_1(s)}{s^2+s+1}$$

所以，

$$H(s)=\frac{U_o(s)}{U_1(s)}=\frac{2}{s^2+s+1}$$

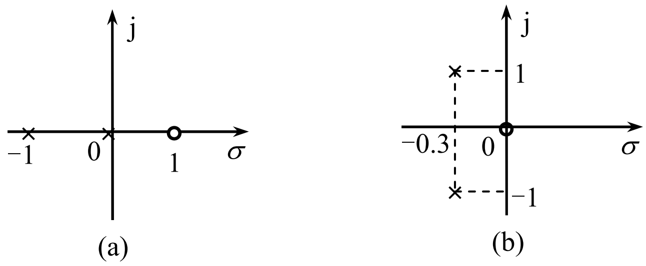
极点为 $p_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}$，没有零点。极点和零点分布如题图 10-28(f)所示。



题图 10-28(f)

改错：（a）电阻 $\frac{2}{3}\Omega$ 改为 $\frac{3}{2}\Omega$。

10-28 已知两个网络的零、极点分布如题图 10-28(a)、(b)所示。试写出网络的冲激响应表达式(设 $h(0)=10$)。



题图 10-28

解 （a）由零、极点分布图及初值定理可得网络函数为

$$H(s)=\frac{10(s-1)}{s(s+1)}=\frac{-10}{s}+\frac{20}{s+1}$$

作拉式反变换，得时域冲激响应的表达式为

$$h(t)=(-10+20\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$$

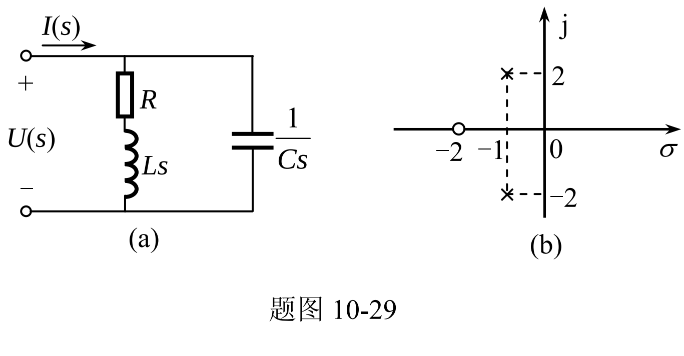
（b）同样由零、极点分布图及初值定理可得网络函数为

$$H(s)=\frac{10s}{(s+0.3)^2+1}=\frac{10(s+0.3)-3}{(s+0.3)^2+1}$$

作拉式反变换，得时域冲激响应的表达式为

$$h(t)=(10\mathrm{e}^{-t}\cos t-3\mathrm{e}^{-t}\sin t)\varepsilon(t)=10.4\mathrm{e}^{-t}\cos(t+16.9°)\varepsilon(t)$$

10-29 网络如题图 10-29(a)所示，其网络函数为 $Z(s)=\dfrac{U(s)}{I(s)}$ 的零、极点分布如图 10-29 (b)所示。并知 $Z(\mathrm{j}0)=2$。试求 R，L，C 参数值。



题图 10-29

解 网络函数为

$$Z(s)=\frac{U(s)}{I(s)}=\frac{(R+sL)/sC}{R+\frac{1}{sC}+sL}=\frac{s+\frac{R}{L}}{C(s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC})}$$

对应的频率特性为

$$Z(\mathrm{j}\omega)=\left.\frac{(R+sL)/sC}{R+\frac{1}{sC}+sL}\right|_{s=\mathrm{j}\omega}=\frac{\mathrm{j}\omega+\frac{R}{L}}{C(-\omega^2+\frac{R}{L}\times\mathrm{j}\omega+\frac{1}{LC})}$$

由 $Z(\mathrm{j}0)=2$，即 $\omega=0$ 时，可得 $Z(\mathrm{j}0)=R=2\Omega$。又网络函数的零点为 $z=-\frac{R}{L}=-2$，所以解得 $L=1\mathrm{H}$。

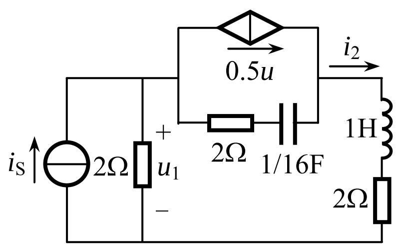
极点 $p_{1,2}=-1\pm\mathrm{j}2$，由 $s^2+2s+\frac{1}{C}=0$ 得到 $C=0.2\mathrm{F}$。

10-30 电路如题图 10-30 所示。

（1）求网络函数 $H(s)=\dfrac{I_2(s)}{I_S(s)}$；

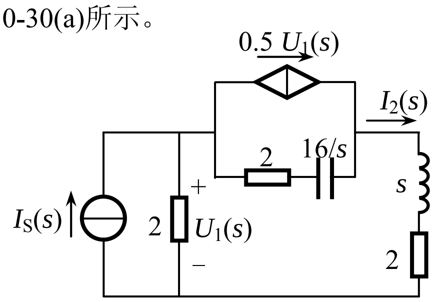
（2）在复平面上绘出 $H(s)$的极点和零点；

（3）当 $i_S=2\varepsilon(t)$A 时，求 i_2 的零状态响应。



题图 10-30

解　运算电路如题图 10-30(a)所示。



题图 10-30(a)

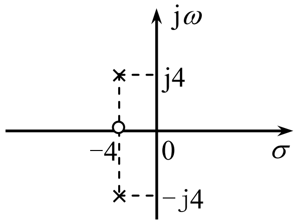
（1）由运算电路列方程如下：

$$\begin{cases}2[I_S(s)-I_2(s)]=U_1(s)\\ [I_2(s)-\frac{1}{2}U_1(s)][2+\frac{16}{s}]+I_2(s)(s+2)=U_1(s)\end{cases}$$

解得

$$H(s)=\frac{I_2(s)}{I_S(s)}=\frac{4+\dfrac{16}{s}}{8+s+\dfrac{32}{s}}=\frac{4s+16}{s^2+8s+32}$$

（20 由网络函数可分别求得零点 $z=-4$，极点 $p_{1,2}=-4\pm \mathrm{j}4$。零、极点分布如题图 10-30(b)所示。



题图 10-30(b)

（3）当 $i_S=2\varepsilon(t)\mathrm{A}$ 时，其象函数为 $I_S(s)=\dfrac{2}{s}$，则

$$\begin{aligned}I_2(s)&=H(s)I_S(s)=\frac{4s+16}{s^2+8s+32}\cdot\frac{2}{s}\\&=\frac{1}{s}-\frac{s+4-4}{s^2+8s+32}=\frac{1}{s}-\frac{s+4}{(s+4)^2+4^2}+\frac{4}{(s+4)^2+4^2}\end{aligned}$$

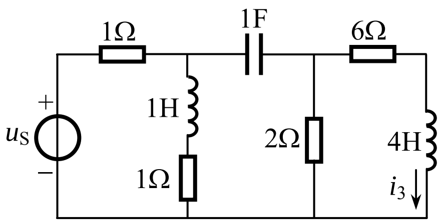
作拉式反变换得

$$\begin{aligned}i_2(t)&=[1-\mathrm{e}^{-4t}(\cos 4t-\sin 4t)]\varepsilon(t)\ \mathrm{A}\\&=[1-\sqrt{2}\mathrm{e}^{-4t}\cos(4t+45^\circ)]\varepsilon(t)\ \mathrm{A}\\&=[1+\sqrt{2}\mathrm{e}^{-4t}\sin(4t-45^\circ)]\varepsilon(t)\ \mathrm{A}\end{aligned}$$

10-31 电路如题图 10-31 所示。

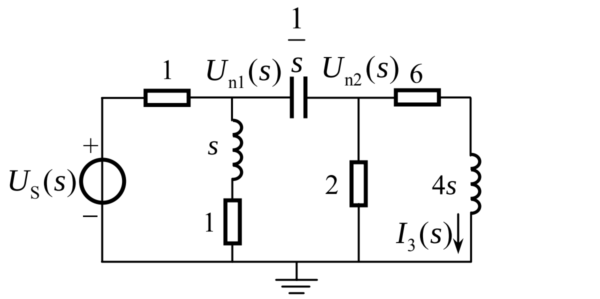
（1）求网络函数 $H(s)=\dfrac{I_3(s)}{U_S(s)}$；

（2）求 u_S=2+cos2tV 时的稳态响应 i_3。



题图 10-31

解 （1）题图 10-31 所对应地运算模型如题图 10-31(a)所示。



题图 10-31(a)

由运算电路列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{s+1}+s\right)U_{n1}(s)-sU_{n2}(s)=\dfrac{U_S(s)}{1}\\ -sU_{n1}(s)+\left(s+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4s+6}\right)U_{n2}(s)=0\end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases}(s^2+2s+2)U_{n1}(s)-s(s+1)U_{n2}(s)=(s+1)U_S(s)\\ -s(s+1.5)U_{n1}(s)+(s^2+2s+1)U_{n2}(s)=0\end{cases}$$

解得

$$U_{n2}(s)=\frac{s(s+1.5)}{1.5s^2+4s+2}U_S(s)$$

则

$$I_3(s)=\frac{U_{n2}(s)}{4s+6}=\frac{s}{2(3s^2+8s+4)}U_S(s)$$

$$H(s)=\frac{I_3(s)}{U_S(s)}=\frac{s}{2(3s^2+8s+4)}$$

（2）当 $u_S(t)=2+\cos 2t$ V 时，可用叠加定理。当直流分量单独作用时有

$$i_{3(0)}=H(0)\times 2=0$$

当交流分量单独作用时，用相量法有

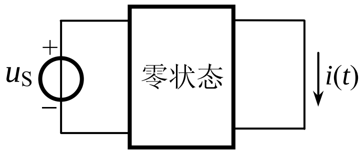
$$\dot{I}_{3m(1)}=H(j2)\dot{U}_{Sm(1)}=\frac{j2}{2(3\times(j2)^2+8\times j2+4)}\times 1\angle 0^\circ=0.0559\angle -26.6^\circ\text{A}$$

所以，稳态响应

$$i_3(t)=0.0559\cos(2t-26.6^\circ)\ \text{A}$$

改错：题中 iS 改为 uS。

10-32 题图 10-32 所示电路中，当 u_S 为单位阶跃函数时，响应 $i(t)=\left(\frac{1}{2}e^{-t}+e^{-3t}\right)\varepsilon(t)A$。如需电流响应为 $i(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)A$，则电压激励应为什么函数？



题图 10-32

解　由题图 10-32 所对应地运算电路可定义网络：

$$H(s)=\frac{I(s)}{U_S(s)}=\frac{\frac{1}{2(s+1)}+\frac{1}{s+3}}{\frac{1}{s}}=\frac{s}{2(s+1)}+\frac{s}{s+3}$$

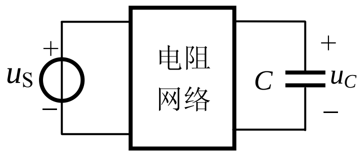
如需电流响应为 $i(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)A$，则电压激励的象函数为

$$U_S(s)=\frac{I(s)}{H(s)}=\frac{\frac{2}{s+1}}{\frac{s}{2(s+1)}+\frac{s}{s+3}}=\frac{4(s+3)}{3s^2+5s}=\frac{2.4}{s}-\frac{1.07}{s+5/3}$$

电压激励的时间函数为

$$u_S(t)=2.4-1.07e^{-5t/3}\varepsilon(t)\ \text{V}$$

10-33 题图 10-33 所示电路中，电容有初始储能。当 $u_S(t)=10\varepsilon(t)$V 时，响应 $u_C(t)=(3+5e^{-2t})\varepsilon(t)$V。在相同初始状态下，求当 $u_S(t)=t\varepsilon(t)$V 时的响应 $u_C(t)$。



题图 10-33

解　由全响应可得

$$u_C(0^+)=3+5=8\text{V}$$

所以零输入响应为

$$u_{Czi}(t)=8e^{-2t}\varepsilon(t)\ \text{V}$$

当 $u_S(t)=10\varepsilon(t)$V 时的零状态响应为

$$u_{Czs}(t)=(3-3e^{-2t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

传递函数为

$$H(s)=\frac{U_{Czs}(s)}{U_S(s)}=\frac{\frac{3}{s}-\frac{3}{s+2}}{\frac{10}{s}}=0.3-\frac{0.3s}{s+2}$$

当 $u_S(t)=t\varepsilon(t)$V 时，响应的象函数为

$$U_{Czs}^{'}(s)=H(s)U_S(s)=\left(0.3-\frac{0.3s}{s+2}\right)\times\frac{1}{s^2}=\frac{0.3}{s^2}-\frac{0.3}{s(s+2)}=\frac{0.3}{s^2}-\frac{0.15}{s}+\frac{0.15}{s+2}$$

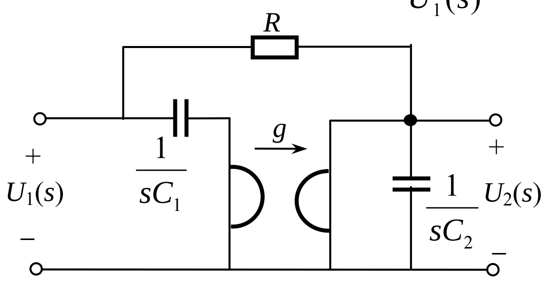
作拉式反变换得

$$u_{Czs}^{'}(t)=(0.3t-0.15+0.15\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

此时的全响应为

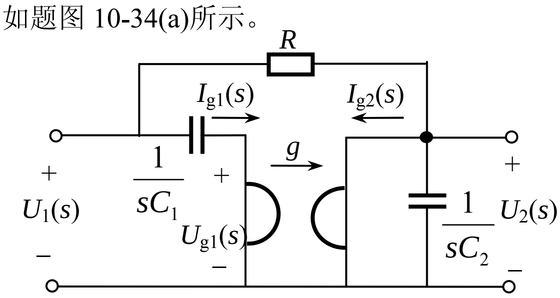
$$u_C(t)=u_{Czi}(t)+u_{Czs}^{'}(t)=(0.3t-0.15+8.15\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

10-34 求题图 10-34 所示电路的电压传递函数 $\frac{U_2(s)}{U_1(s)}$。



题图 10-34

解　参考方向如题图 10-34(a)所示。



题图 10-34(a)

由题图 10-34(a)可列方程如下：

$$\begin{cases}U_1(s)=\frac{1}{sC_1}I_{g1}(s)+U_{g1}(s)\\ U_2(s)=\left[\frac{U_1(s)-U_2(s)}{R}-I_{g2}(s)\right]\frac{1}{sC_2}\\ \left.\begin{array}{l}I_{g1}(s)=gU_2(s)\\ I_{g2}(s)=-gU_{g1}(s)\end{array}\right\}\text{回转器方程}\end{cases}$$

将上述方程组中第 3 个方程代入第 1 个方程，可得

$$U_{\mathrm{g1}}(s)=U_1(s)-\frac{1}{sC_1}\times gU_2(s)$$

再将上述方程和方程组中第 4 个方程代入方程组中第 2 个方程可整理得

$$\begin{aligned}sRC_2U_2(s)&=U_1(s)-U_2(s)-RI_{\mathrm{g2}}(s)\\&=U_1(s)-U_2(s)+RgU_{\mathrm{g1}}(s)\\&=U_1(s)-U_2(s)+Rg\left[U_1(s)-\frac{1}{sC_1}\times gU_2(s)\right]\end{aligned}$$

传递函数为

$$\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{(1+Rg)C_1s}{RC_1C_2s^2+C_1s+Rg^2}$$

第 10 章　拉普拉斯变换

10-1　（1）$F(s)=20\sqrt{2}\left(\dfrac{314}{s^2+314^2}+\dfrac{\sqrt{3}s}{s^2+314^2}\right)$；（2）$F(s)=\dfrac{3}{4}\dfrac{s}{s^2+1}+\dfrac{1}{4}\dfrac{s}{s^2+3^2}$；

（3）$F(s)=\dfrac{1}{(s+2)^2}$

10-2　（a）$F(s)=\dfrac{3}{2s^2}\left(1-e^{-2s}\right)$；（b）$F(s)=\dfrac{3}{2s^2}\left(e^{-s}-e^{-3s}\right)$；

（c）$F(s)=\dfrac{1.5e^{-s}-3e^{-3s}+1.5e^{-5s}}{s^2}$

10-3　（a）$F(s)=\dfrac{50}{s^2}-\dfrac{10e^{-0.2s}}{s(1-e^{-0.2s})}$；（b）$F(s)=\dfrac{1}{(1-e^{-sT})}\left(\dfrac{1}{s}-\dfrac{e^{-as}}{s}\right)$

10-4　（a）1，0.375；（b）0，10

10-5　（1）$f(t)=0.2(1-e^{-5t})\varepsilon(t)$；（2）$f(t)=(-10+5e^{-t}+5e^{t})\varepsilon(t)$；（3）$f(t)=(22.2e^{-110t}-2.22e^{-20t})\varepsilon(t)$；

（4）$f(t)=(e^{-t}+e^{-2t}+e^{-3t})\varepsilon(t)$；（5）$f(t)=\delta(t)+(0.25e^{t}-2.25e^{-3t})\varepsilon(t)$

10-6　（1）$f(t)=(3e^{-2t}+e^{-t}\cos 2t-e^{-t}\sin 2t)\varepsilon(t)$；（2）$f(t)=(5\cos 2t+5e^{-t}\sin 2t)\varepsilon(t)$；

（3）$f(t)=\left(-\dfrac{1}{9}+\dfrac{t}{3}+\dfrac{e^{-3t}}{9}\right)\varepsilon(t)$；（4）$f(t)=(1+2t+1.5t^2)e^{-t}\varepsilon(t)$；

（5）$f(t)=e^{-3}e^{-(t-3)}\varepsilon(t-3)$；（6）$f(t)=5e^{-3t}\sin 2t\,\varepsilon(t)$

10-8　（a）$Z_i(s)=\dfrac{s+1}{s^2+2s+2}$；（b）$Z_i(s)=\dfrac{11s+8}{6s}$；（c）$Z_i(s)=\dfrac{3s^3+2s^2+2s+1}{2s^2+1}$

10-9　（1）$H_1(s)=\dfrac{1}{1+s^2L_2C_3+sL_2/R}$；

（2）$H_2(s)=\dfrac{1}{L_2C_1C_3s^3+\dfrac{L_2C_1s^2}{R}+(C_1+C_3)s+\dfrac{1}{R}}$

10-10　$H(s)=-\dfrac{s}{s^3+3s^2+4s+3}$

10-11　$\boldsymbol{Y}(s)=\begin{bmatrix}1/R_1+s(C_1+C_3) & -sC_3\\ K-sC_3 & 1/R_2+s(C_2+C_3)\end{bmatrix}$

10-12　$i(t)=(3.6+0.4e^{-5t})\varepsilon(t)$ A

10-13　$u_C(t)=(6e^{-2t}-4e^{-3t})\varepsilon(t)$ V

10-14　$u_C(t)=(2e^{-2t}-2e^{-3t})\varepsilon(t)$ V

10-15　$i(t)=(50-30e^{-t}-0.006e^{-4999t})\varepsilon(t)$ A

10-16　$i(t)=(0.25-0.277e^{-3.14t}+0.0272e^{-31.9t})\varepsilon(t)$ A

$i_1(t)=(0.333+0.667e^{-3t})\varepsilon(t)$ A，$i_2(t)=(0.667-0.667e^{-3t})\varepsilon(t)$ A

10-18　$u_C(t)=-0.5t\,e^{-2t}\varepsilon(t)$ V

10-19　$u(t)=(0.0628e^{-0.160t}-0.0628e^{-0.868t})\varepsilon(t)$ V

10-20　$i_1(t)=-0.143e^{-15t/7}$ A，$i_2(t)=0.143e^{-15t/7}$ A，$t>0$；$u=-4.29\delta(t)-0.102e^{-15t/7}\varepsilon(t)$V

10-21　$u_{C3}=4-0.5e^{-0.375t}$ V，$t>0$；$i_{C3}=3\delta(t)+0.375e^{-0.375t}\varepsilon(t)$ A

10-22　$u_2(t)=(-0.84+0.6t+e^{-t}-0.16e^{-2.5t})\varepsilon(t)$ V

10-23　$i(t)=(0.175\cos(t+74.7°)+0.0857e^{-3t}-0.132\,e^{-2t/3})\varepsilon(t)$ A

10-24　$u_C(t)=(0.02e^{-500t}+10t-0.02)\varepsilon(t)-[0.02e^{-500(t-2)}+$
$10(t-2)-0.02]\varepsilon(t-2)+20(e^{-500(t-2)}-1)\varepsilon(t-2)$V

10-25　（1）$i_1(t)=(5-2.5e^{-50t})\varepsilon(t)$A，$i_2(t)=-3.535e^{-50t}\varepsilon(t)$ A；
（2）$i_1(t)=(5-2.5e^{-55.6t}-2.5e^{-500t})\varepsilon(t)$A，$i_2(t)=(-3.53e^{-55.6t}+3.53e^{-500t})\varepsilon(t)$ A

10-26　$R=R_1$ 且 $L=R^2C$

10-27　（a）$H(s)=\dfrac{-3(s+1)}{s^2+6s+8}$；（b）$H(s)=\dfrac{2}{s^2+s+1}$

10-28　（a）$h(t)=-10+20e^{-t}$，$t>0$；（b）$h(t)=10.4e^{-0.3t}\cos(t+16.7°)$，$t>0$

10-29　$R=2\Omega$，$L=1$H，$C=0.2$F

10-30　（1）$H(s)=\dfrac{4s+16}{s^2+8s+32}$；（2）零点 $s=-4$，极点 $s=-4\pm j4$；
（3）$i_2=1+e^{-4t}(\sin 4t-\cos 4t)$A

10-31　（1）$H(s)=\dfrac{s}{2(s+2)(3s+2)}$；（2）$i_3=0.056\cos(2t-26.6°)$ A

10-32　$u_S=2.4-1.07e^{-5t/3}$ V

10-33　$u_C=(8.15e^{-2t}+0.3t-0.15)\varepsilon(t)$ V

10-34　$\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}=\dfrac{(RgC_1+C_1)s}{RC_1C_2s^2+C_1s+Rg^2}$