

## 第9讲 非线性电阻电路的小信号分析方法

- 非线性电阻电路的小信号分析方法
- 电路元件的小信号模型
- 用MOSFET构成放大器

本讲练习题需要用到**计算器**，  
也许要要用点纸笔，请提前做好

# 复 习

## 非线性电阻电路的特点

①齐次性和叠加性不适用于非线性电路。

②非线性电阻能产生与输入信号不同的频率（变频作用）。

## • 解析法

- 能求精确解→?
- 方程的列写和求解麻烦

## • 分段线性法

- 线性电路求解容易
- 精度差，线性电路数量多

## • 图形解法

- 简单，物理意义明确
- 对含1个非线性电阻电路的求解比较方便，精度差

非线性电阻  $u = f(i) = 50i + 0.5i^3$

$$i = 2.01\text{A}$$

$$\begin{aligned} u &= 50 \times (2+0.01) + 0.5 \times (2+0.01)^3 \\ &\approx [50 \times 2 + 0.5 \times 2^3] + [50 \times 0.01 + 0.5 \times 3 \times 2^2 \times 0.01] \\ &= f(2) + 56 \times 0.01 \end{aligned}$$

$2^3 + 3 \times 2^2 \times 0.01 + \cancel{3 \times 2 \times 0.01^2} + \cancel{0.01^3}$

$(50 + 0.5 \times 3 \times 2^2) \times 0.01$

$$2.01 = 2 + 0.01$$

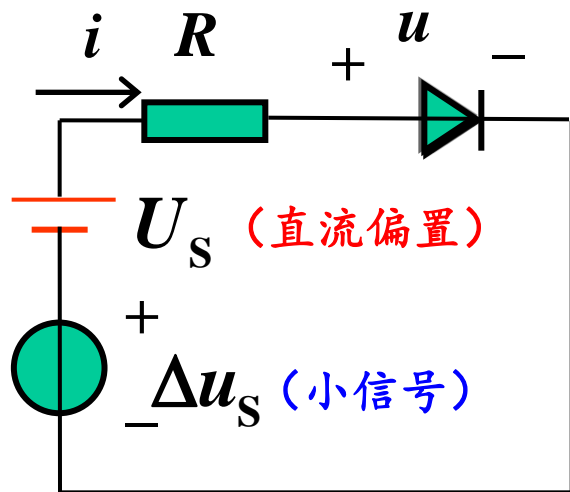
工作点+小扰动信号

在  $i=2$  工作点附近进行台  
劳展开并忽略高阶项

$$\begin{aligned} 50i + 0.5i^3 \xrightarrow{i=2.01\text{A}} & \left\{ \begin{array}{l} \text{一个非线性电阻作用效果} \\ + \\ \text{一个线性电阻作用效果} \end{array} \right. \begin{array}{l} 50 \times 2 + 0.5 \times 2^3 \\ \\ 56 \times 0.01 \end{array} \\ & \frac{d(50i + 0.5i^3)}{di} \Big|_{i=I_0=2} = 50 + 0.5 \times 3 \times I_0^2 = 56 \end{aligned}$$

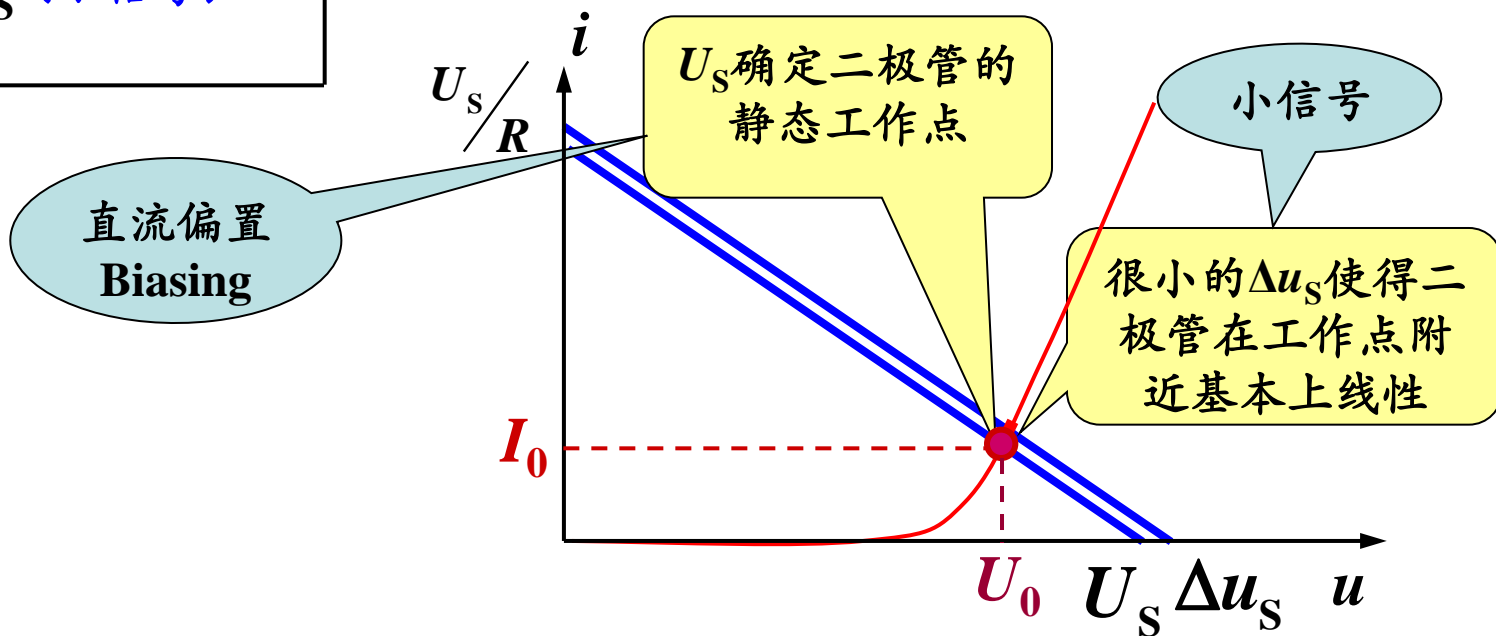
非线性电阻特点：③ 非线性电阻激励的工作范围充分小时，在工作点附近的扰动及其响应之间的关系，可看做线性电阻

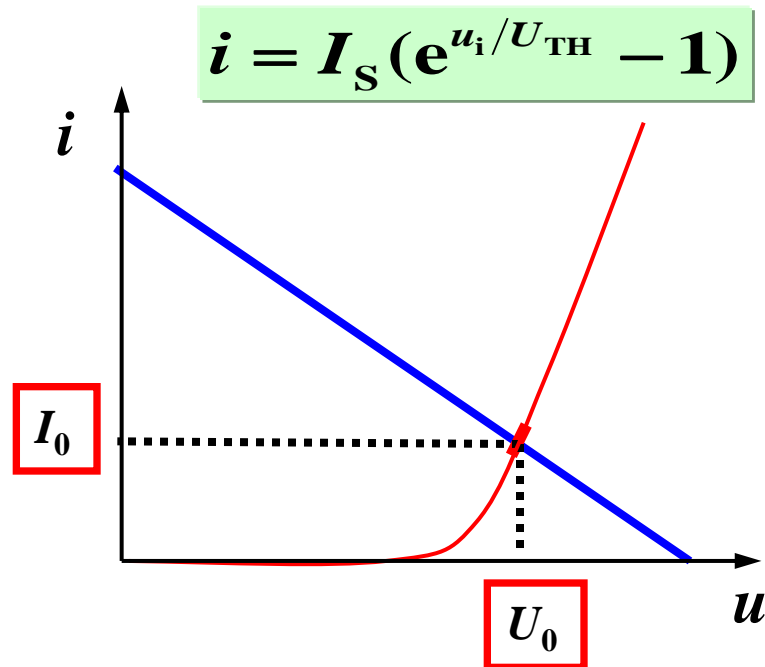
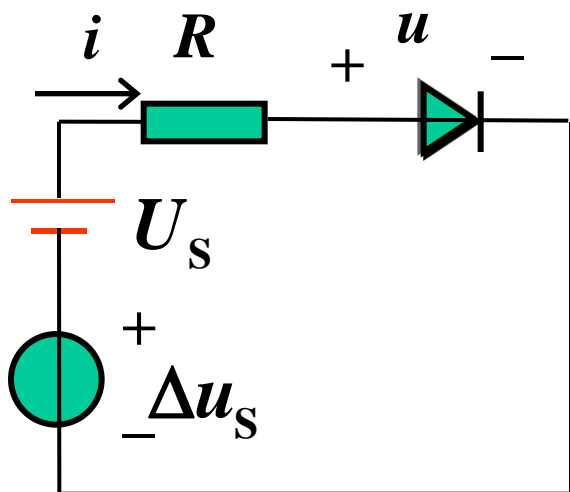
# 1 非线性电阻电路的小信号分析方法



$U_S$ 作用在二极管电路中

出现了小扰动 $\Delta u_S$





$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$i(t) = I_s \left( e^{U_0 + \Delta u(t) / U_{TH}} - 1 \right)$$

仅考虑  $U_0$  的非线性关系

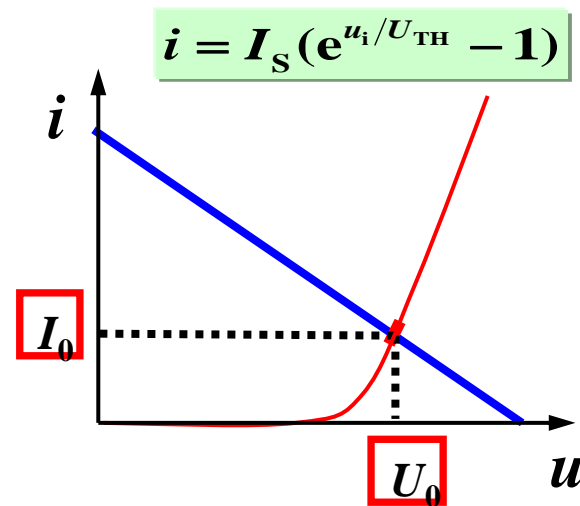
$$I_0 \approx I_s \left( e^{U_0 / U_{TH}} - 1 \right) + \left. \frac{di}{du} \right|_{U_0} \Delta u(t)$$

The equation shows the current  $i(t)$  as a function of voltage  $u$ . The first term,  $I_s(e^{U_0/U_{TH}} - 1)$ , is circled in red and labeled  $I_0$ . The second term,  $\left. \frac{di}{du} \right|_{U_0} \Delta u(t)$ , is circled in blue and labeled  $\Delta i(t)$ .

在  $U_0$  点展开的线性小信号关系

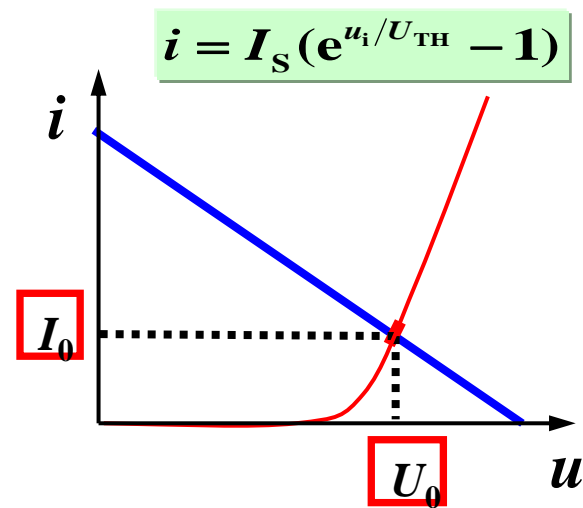
已知 $U_{TH}=0.025V$ ， $I_S=10^{-12}A$ ， $U_0=0.7V$ ，则在二极管直流偏置为 $I_0=$ \_\_\_\_A

- ☐ A 0
- ☐ B 57.85
- ☒ C 1.446
- ☐ D 0.026

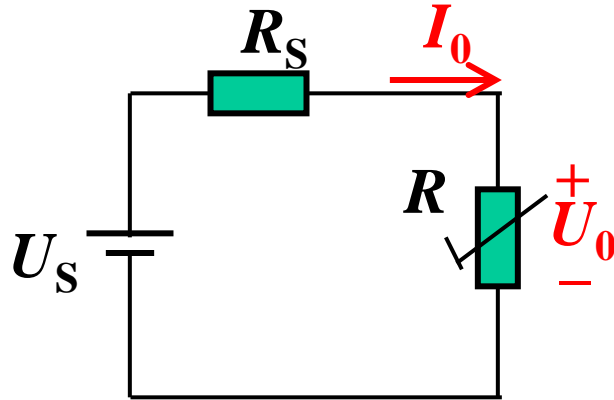


已知 $U_{TH}=0.025V$ ， $I_S=10^{-12}A$ ，  
 $U_0=0.7V$ ，则在二极管直流偏置  
 附近的小信号关系为 $\Delta i(t)=$ \_\_\_\_\_  $\ast \Delta u(t)$

- ☐ A 0
- ☒ B 57.85
- ☐ C 1.446
- ☐ D 0.026



现在关注更为一般的非线性电阻电路



$U_S$  为直流电源

$R_S$  为线性电阻

非线性电阻  $i(t) = g(u(t))$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_S = R_S I_0 + U_0 \\ I_0 = g(U_0) \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} U_0 \\ I_0 \end{array} \right.$$

解析法、分段线性法、图形法

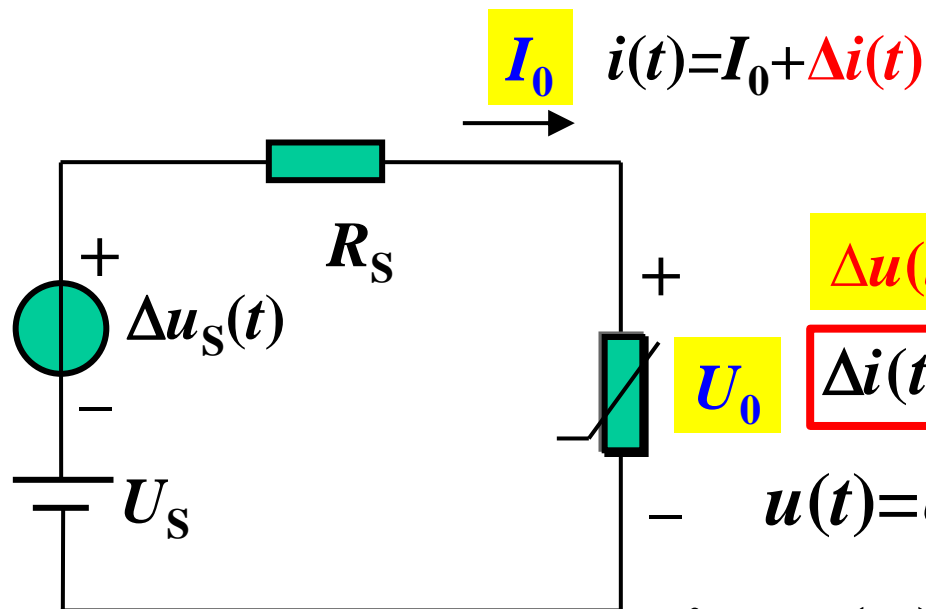
所有支路量均可求解出来



假设激励在 $U_S$ 基础上，有**小扰动** $\Delta u_S(t)$ ，求解支路量

所有支路量都有扰动项

**负载的扰动项之间是线性关系！**



非线性电阻  $i(t) = g(u(t))$

**$\Delta u(t)$ 和 $\Delta i(t)$ 是线性关系！**

$$\Delta i(t) = g'(U_0) \Delta u(t)$$

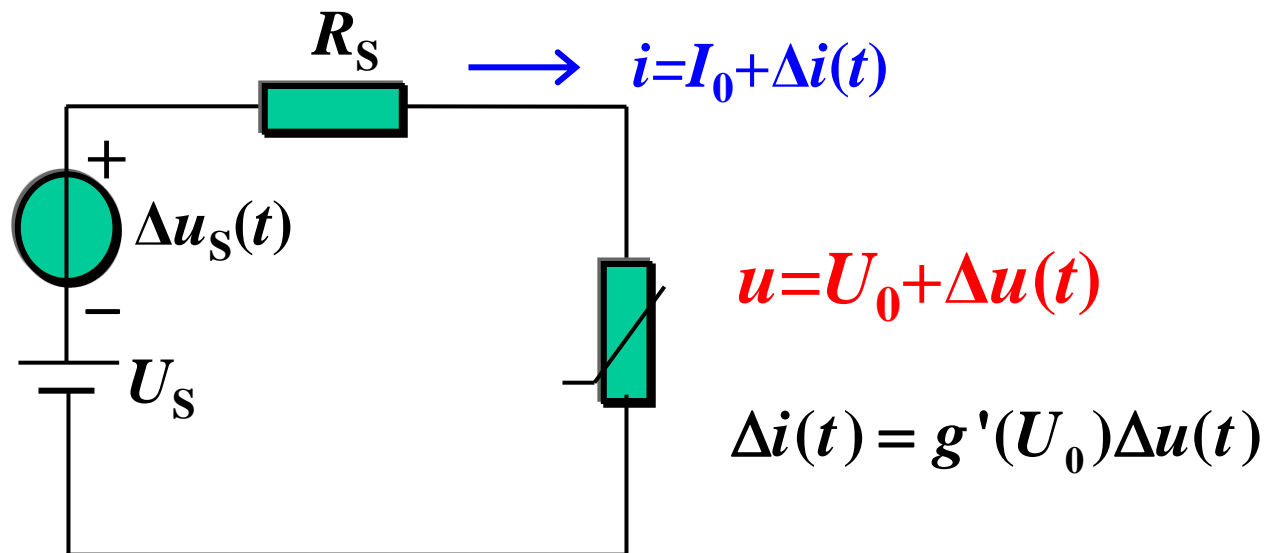
$$i = g(u) = g(U_0 + \Delta u(t))$$

将 $g(u)$ 在 $U_0$ 点展开  
(只保留1次项)

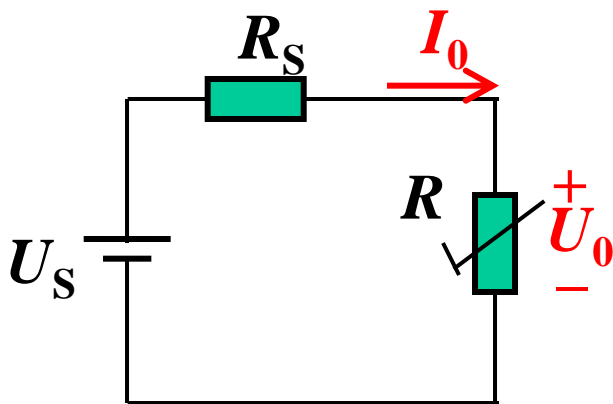
$$\approx g(U_0) + g'(U_0) \Delta u(t)$$

$$\text{已知 } I_0 = g(U_0) = I_0 + g'(U_0) \Delta u(t)$$

$$\Delta i(t)$$

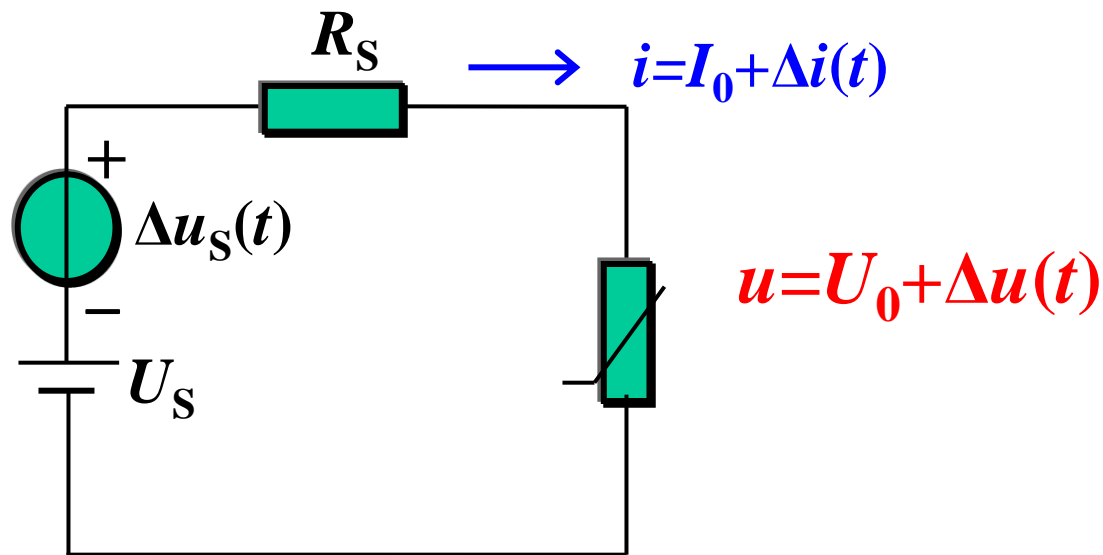


写KVL  $U_S + \Delta u_S(t) = R_S [I_0 + \Delta i(t)] + U_0 + \Delta u(t)$

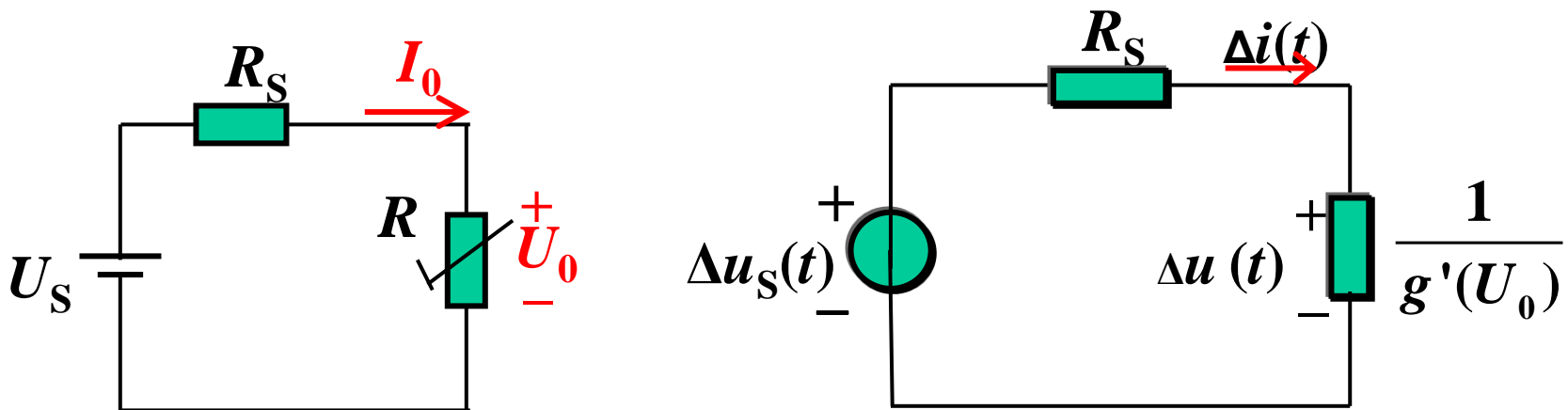


观察上式和左图，  
如何求扰动项比较好？

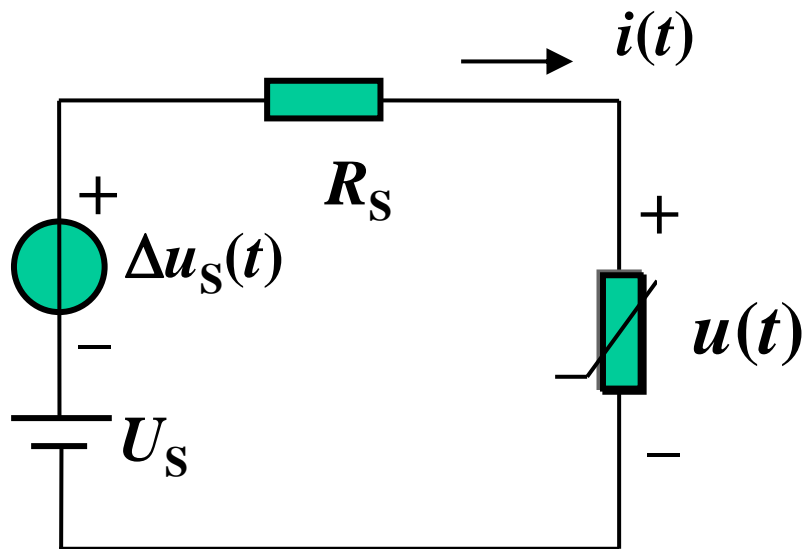
此处可以有弹幕



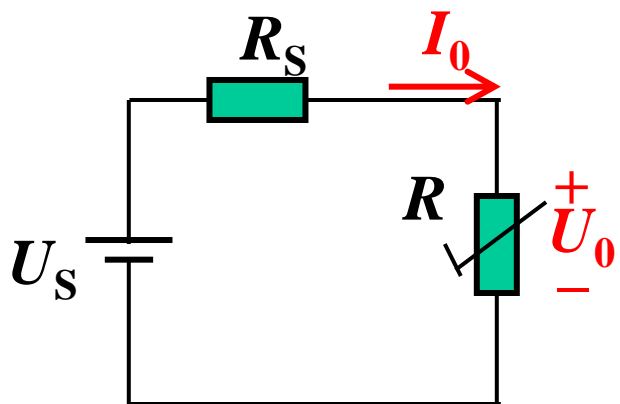
写KVL  $U_S + \Delta u_S(t) = R_S [I_0 + \Delta i(t)] + U_0 + \Delta u(t)$



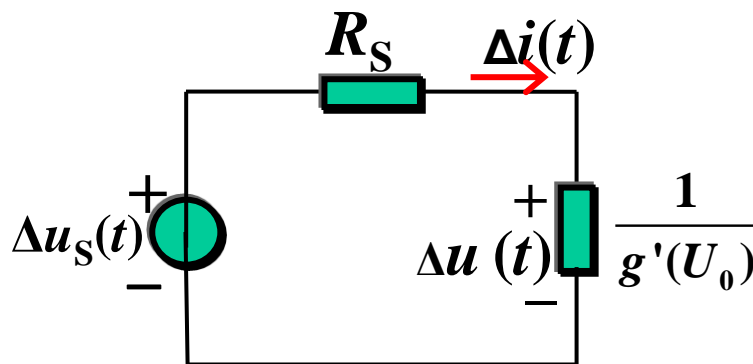
# 小信号扰动下非线性电阻电路求解



1. 工作点非线性电阻电路



2. 小信号线性电阻电路



3. 合成

$$i = I_0 + \Delta i(t)$$

$$u = U_0 + \Delta u(t)$$

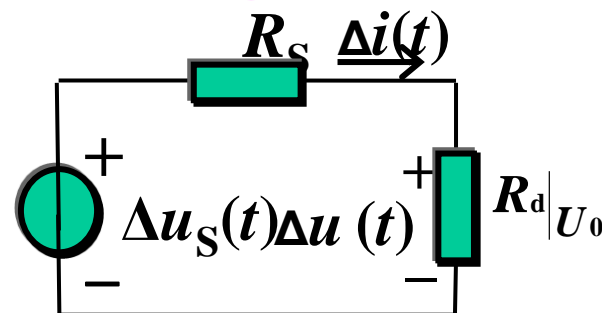
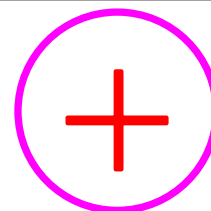
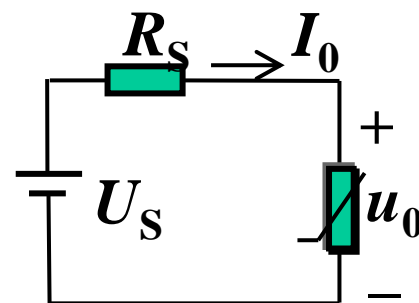
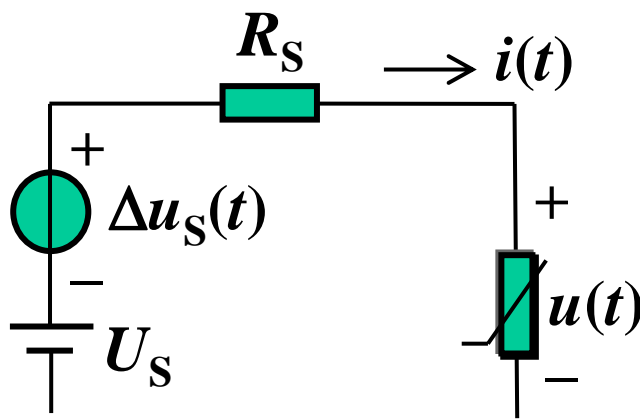
是叠加定理的应用吗？

A

是

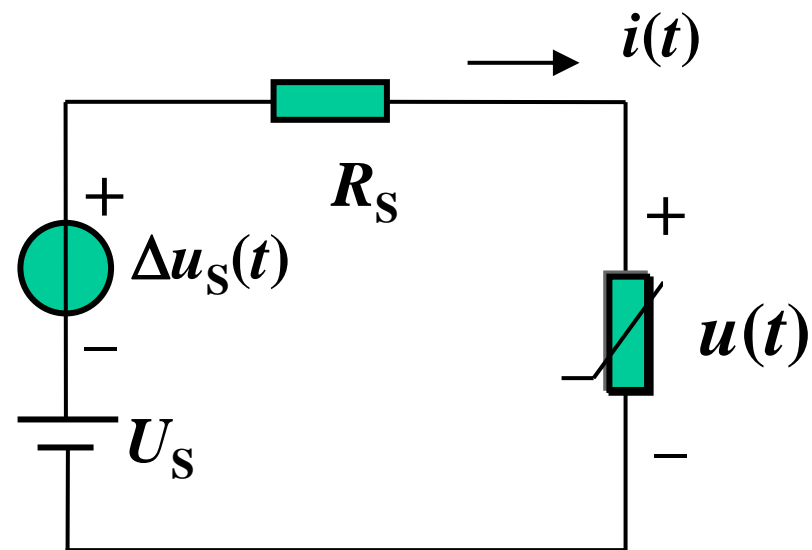
B

不是



提交

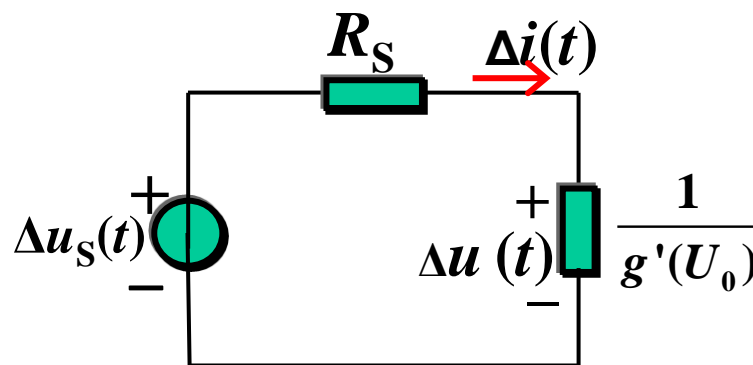
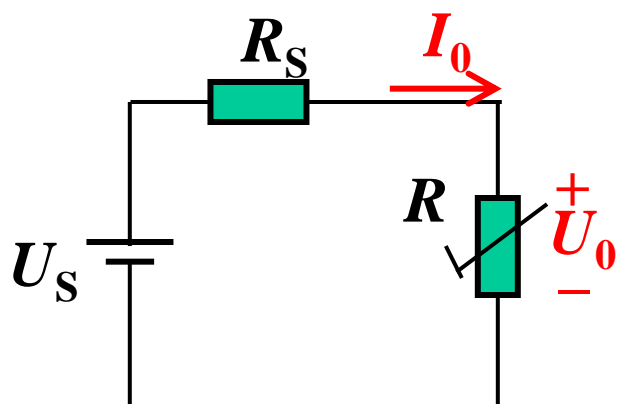
# 支路量表示方法小结



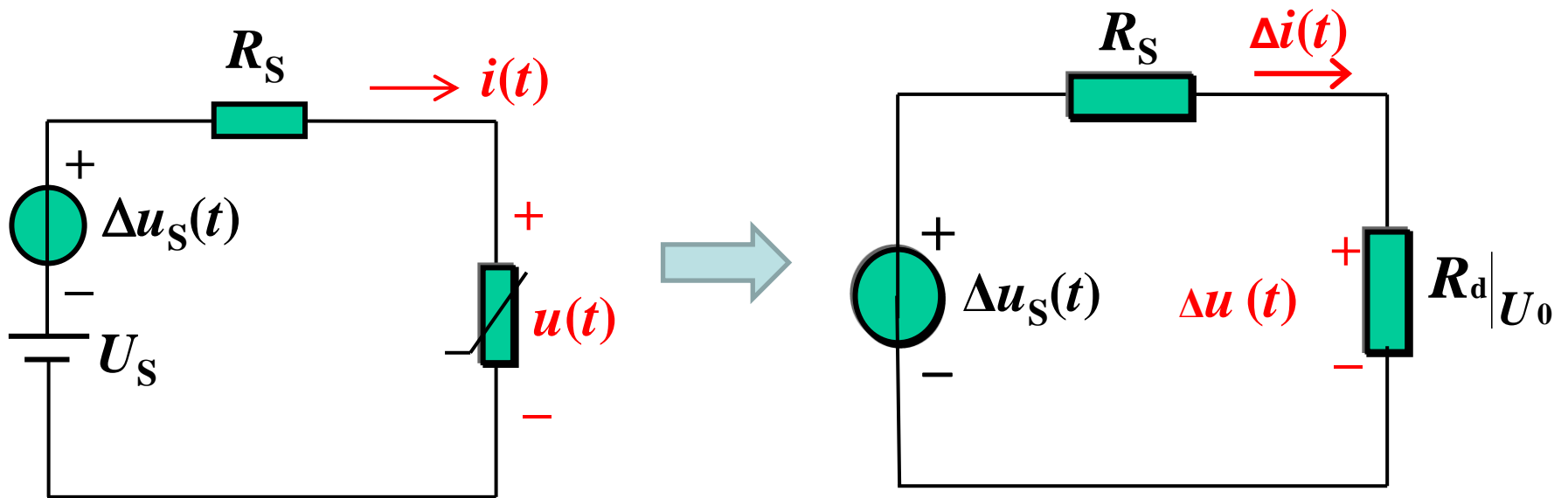
$u, i \rightarrow$  可能随时间而变化的量

$U, I$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{恒定直流量} \\ \text{小信号分析中的工作点} \end{array} \right.$

$\Delta u, \Delta i \rightarrow$  小信号



小信号线性电阻电路如何获取？  
小信号电路和原电路有何区别与联系？



(1) 拓扑一样

(2) 元件特性可能发生改变

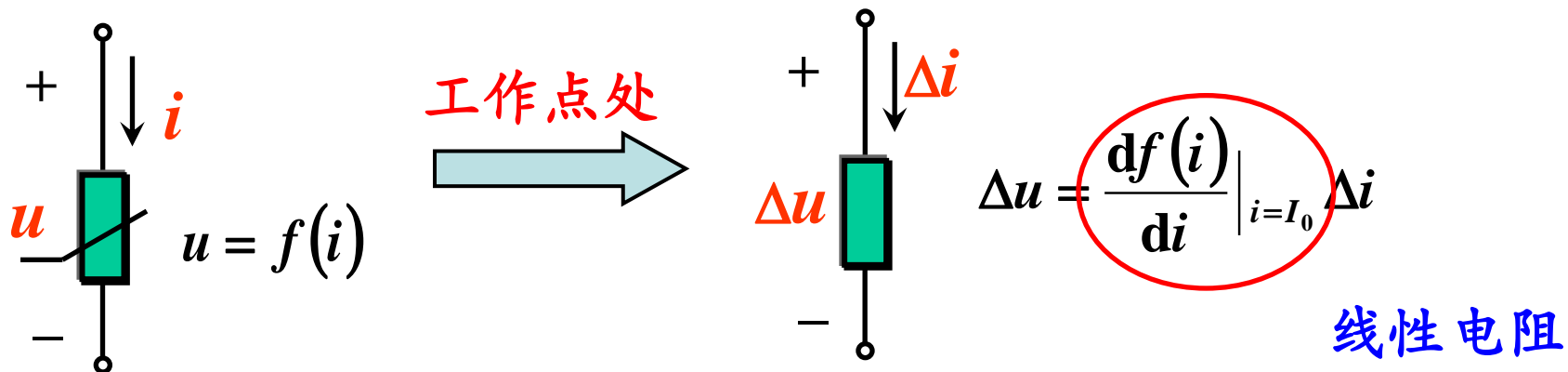
# 用小信号法求解非线性电阻电路

1. 求解直流偏置激励作用下的非线性电阻电路（求工作点）。
2. 画线性小信号电路，求解得到小信号响应。
  - 拓扑结构相同，元件换为小信号模型（小信号下的线性电压电流关系）
3. 将两部分激励作用下电路的响应合成为电路的全响应。

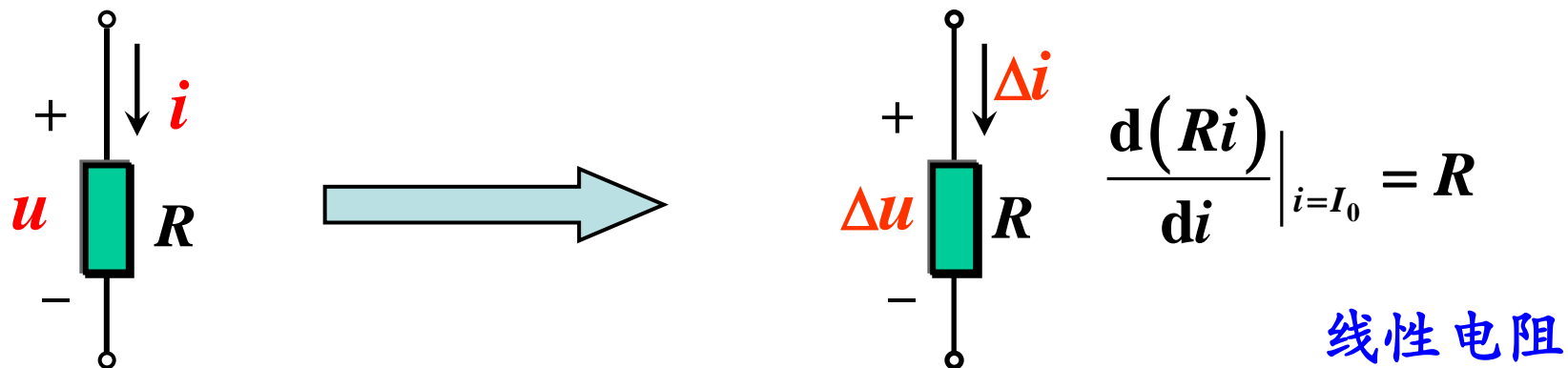


## 2 电路元件的小信号模型

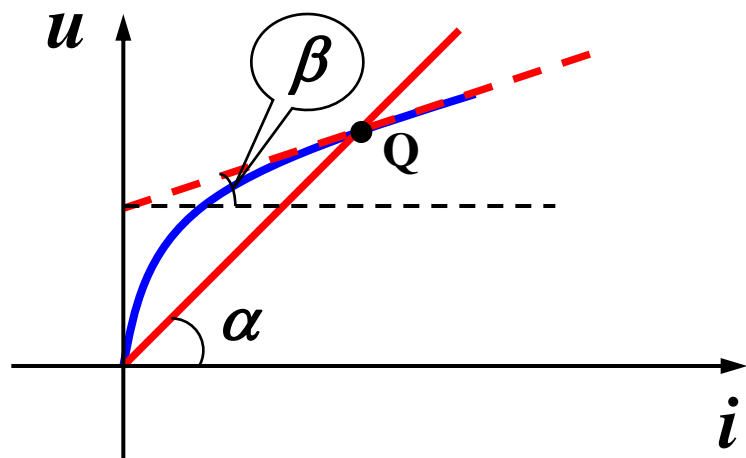
非线性电阻



线性电阻



# 静态电阻 $R_S$ 和动态电阻 $R_d$



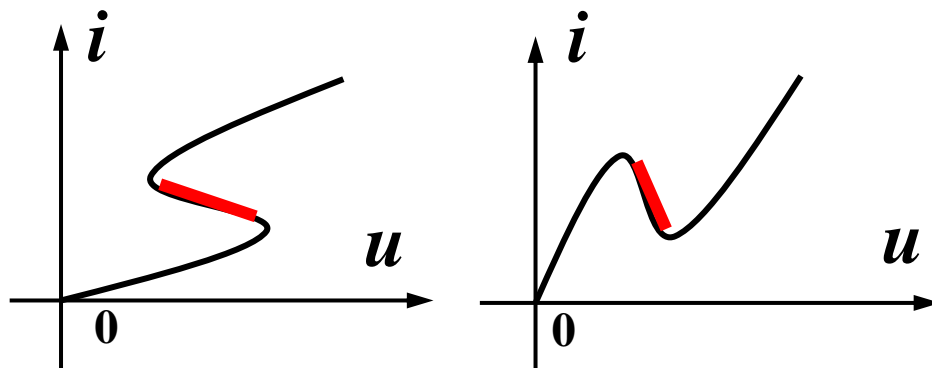
静态电阻

$$R_S = \frac{u}{i} = \operatorname{tg} \alpha, \quad G_S$$

动态电阻

$$R_d = \frac{du}{di} = \operatorname{tg} \beta, \quad G_d$$

- (a)  $R_S$ 反映了某一点上  $u$  与  $i$  的关系，而  $R_d$  反映了在  
某一点  $u$  的变化与  $i$  的变化的关系，即  $u$  对  $i$  的变化率。
- (b) 静态电阻与动态电阻都与工作点有关。当  $Q$  点位置不  
同时， $R_S$  与  $R_d$  均变化。
- (c) 对“S”型、“N”型非  
线性电阻，下倾段  $R_d$  为负，  
因此，其动态电阻具有负电  
阻的性质。

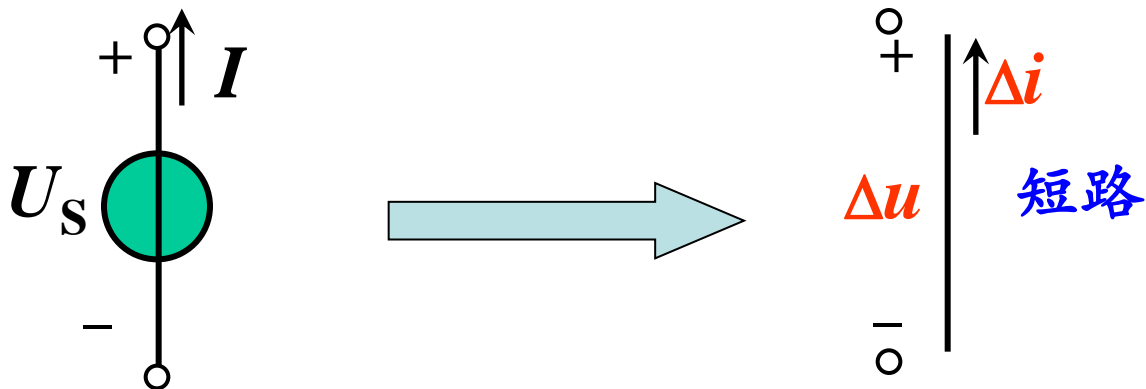


某非线性电阻的 $u$ - $i$ 关系为  $u = i^3 - 5i + 5$

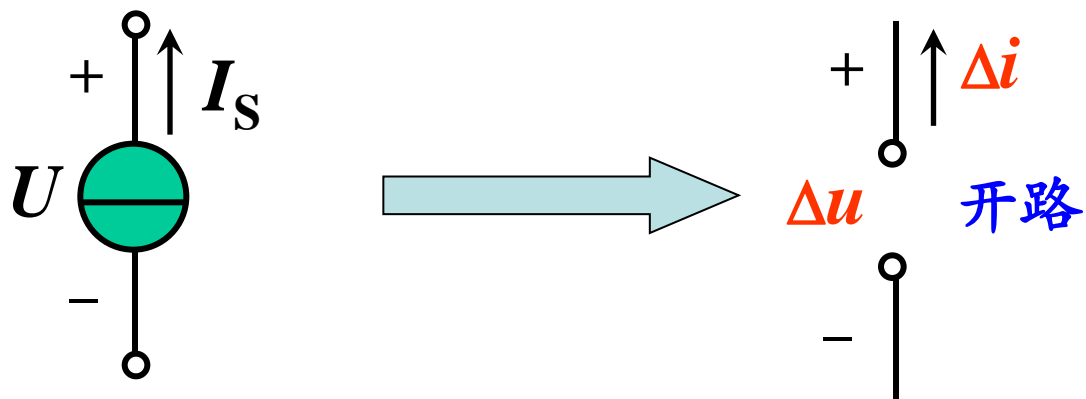
其工作点 $I_0=1\text{A}$ 时，动态电阻 $R_d= \_\_\_\Omega$

- ☐ A 1
- ☐ B 2
- ☐ C -1
- ☒ D -2

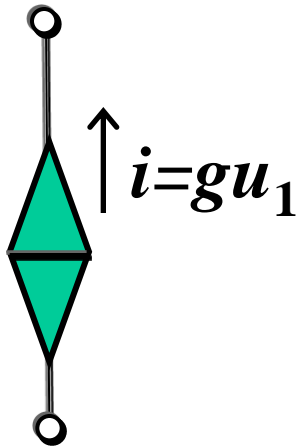
## 独立电压源（直流偏置）



## 独立电流源（直流偏置）



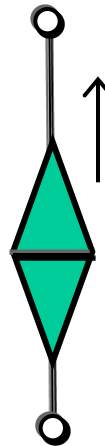
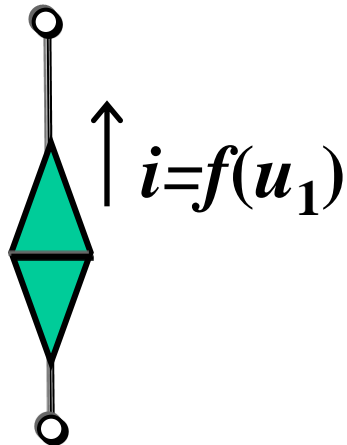
线性受控源



$$\Delta i = \left. \frac{d(gu_1)}{du_1} \right|_{u_1=U_1} \Delta u_1 = g \Delta u_1$$

线性受控源

非线性受控源



$$\Delta i = \left. \frac{df(u_1)}{du_1} \right|_{u_1=U_1} \Delta u_1$$

线性受控源

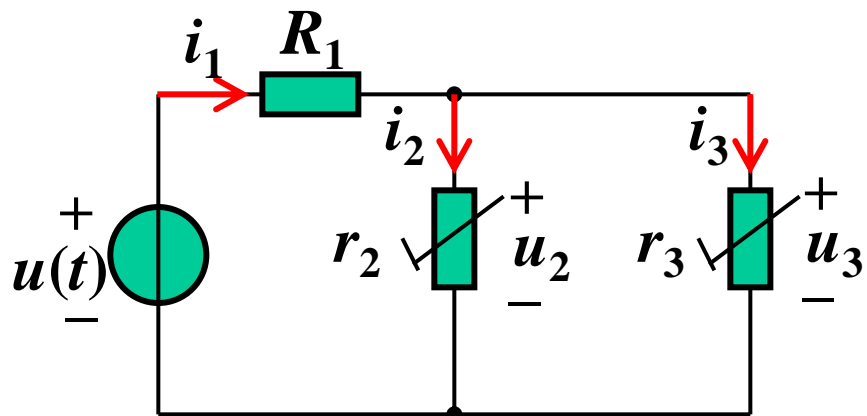
已知MOSFET工作于电流源区， $K=0.5\text{mA/V}^2$ ， $U_T=1\text{V}$ ，当 $U_{GS}=1.3\text{V}$ 时，其对应的线性受控源关系为 $\Delta i_{DS}=\underline{\hspace{1cm}}*\Delta u_{GS}$ （注意单位）

$$i_{DS} = \frac{K(u_{GS} - U_T)^2}{2}$$

- ☐ A 0.15
- ☐ B 0.045
- ☒ C 0.00015
- ☐ D 0.000845

提交

**例** 已知  $u(t)=7+U_m\sin\omega t$  V,  $\omega=100\text{rad/s}$ ,  $E_m\ll 7\text{V}$ ,  $R_1=2\Omega$ 。

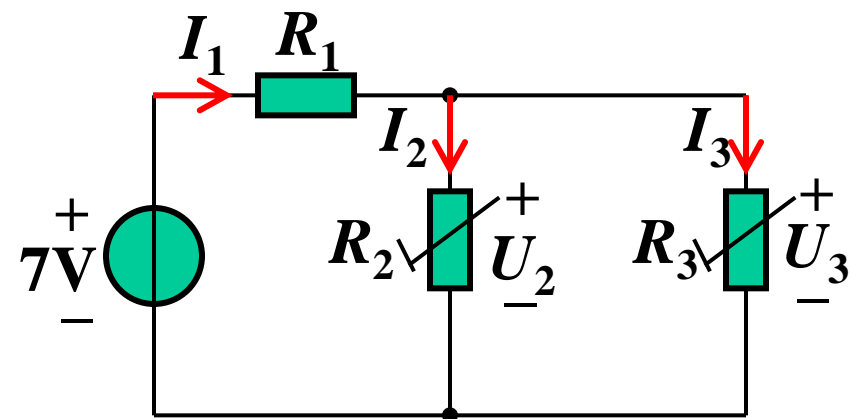


$$r_2: u_2 = i_2 + 2i_2^3$$

$$r_3: u_3 = 2i_3 + i_3^3$$

求电压  $u_2$  和电流  $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_3$ 。

第1步: 直流电压单独作用, 求解静态工作电压, 电流。



$$\left\{ \begin{array}{l} 2I_1 + U_2 = 7 \\ U_2 = U_3 \\ I_1 = I_2 + I_3 \\ U_2 = I_2 + 2I_2^3 \\ U_3 = 2I_3 + I_3^3 \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = 2\text{A} \\ I_2 = 1\text{A} \\ I_3 = 1\text{A} \\ U_2 = 3\text{V} \\ U_3 = 3\text{V} \end{array} \right.$$

## 第2步：求两个非线性电阻的小信号模型

$$R_{2d} = \left. \frac{du_2}{di_2} \right|_{I_2=1A} = 1 + 6i_2^2 \Big|_{I_2=1A} = 7\Omega$$

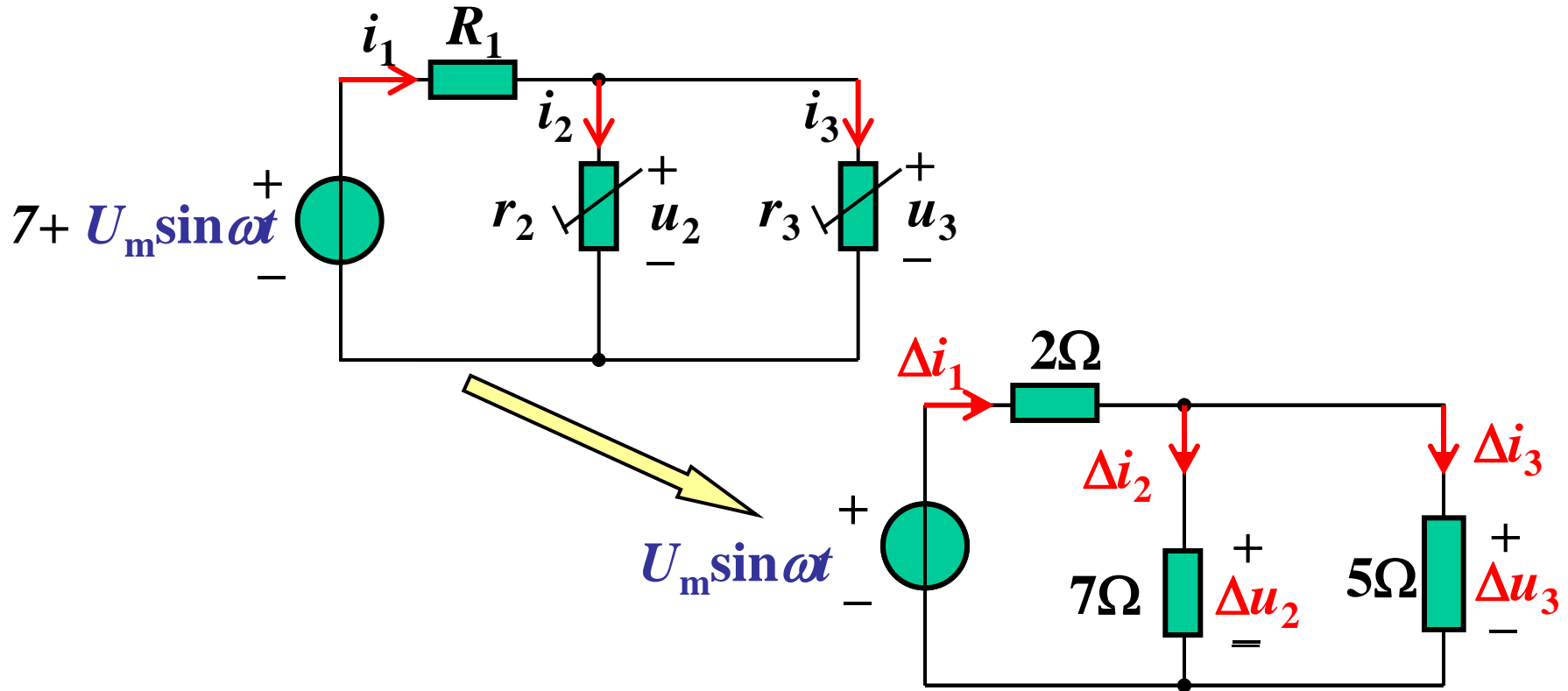
$$R_{3d} = \left. \frac{du_3}{di_3} \right|_{I_3=1A} = 2 + 3i_3^2 \Big|_{I_3=1A} = 5\Omega$$

$$r_2: u_2 = i_2 + 2i_2^3$$

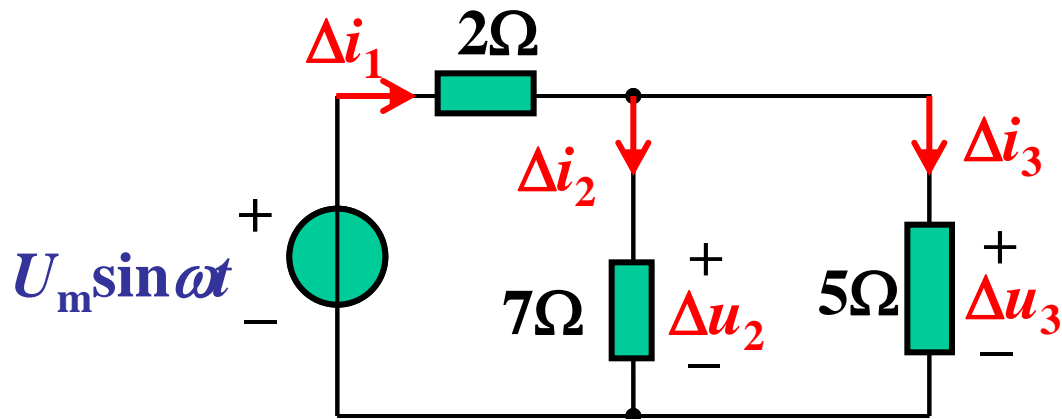
$$r_3: u_3 = 2i_3 + i_3^3$$

$$I_2 = I_3 = 1A \quad I_1 = 2A$$

画出小信号工作等效电路，求  $\Delta u$ ， $\Delta i$ 。







$$\Delta i_1 = U_m \sin \omega t / (2 + 5 // 7) = 0.2033 U_m \sin \omega t$$

$$\Delta i_2 = \Delta i_1 \times 5/12 = 0.0847 U_m \sin \omega t$$

$$\Delta i_3 = \Delta i_1 \times 7/12 = 0.1186 U_m \sin \omega t$$

$$\Delta u_2 = 7 \times \Delta i_2 = 0.593 U_m \sin \omega t$$

直流偏置:

$$I_2 = I_3 = 1\text{A} \quad I_1 = 2\text{A}$$

$$U_2 = U_3 = 3\text{V}$$

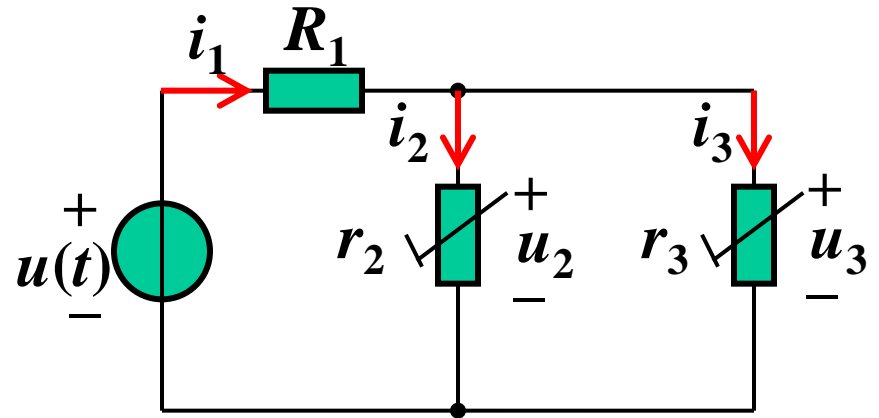
小信号响应:

$$\Delta i_1 = 0.2033 U_m \sin \omega t$$

$$\Delta i_2 = 0.0847 U_m \sin \omega t$$

$$\Delta i_3 = 0.1186 U_m \sin \omega t$$

$$\Delta u_2 = 0.593 U_m \sin \omega t$$



第3步：合成

$$i_1 = 2 + 0.2033 U_m \sin \omega t \quad \text{A}$$

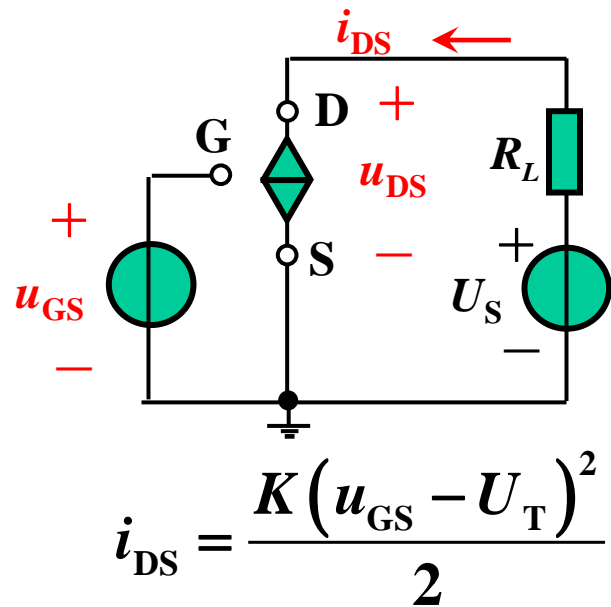
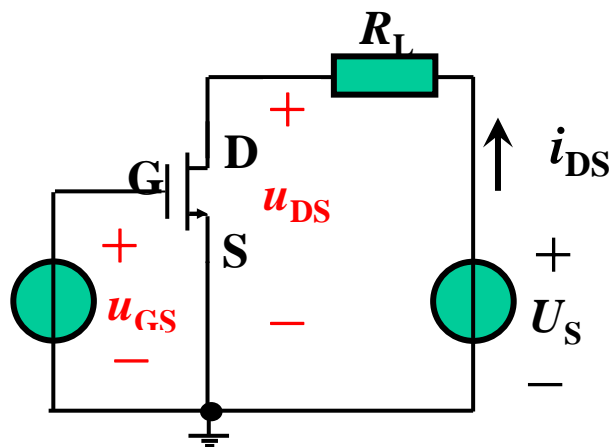
$$i_2 = 1 + 0.0847 U_m \sin \omega t \quad \text{A}$$

$$i_3 = 1 + 0.1186 U_m \sin \omega t \quad \text{A}$$

$$u_2 = 3 + 0.5932 U_m \sin \omega t \quad \text{V}$$

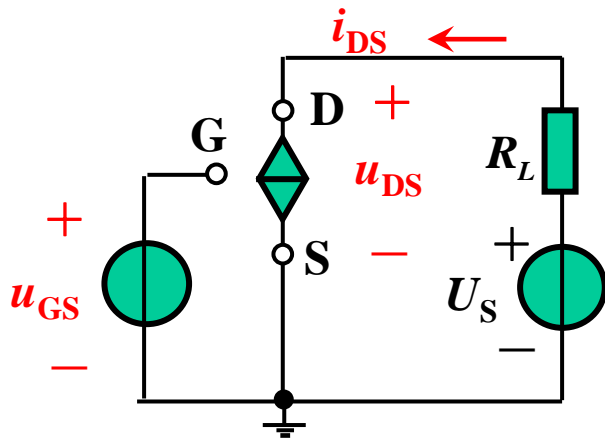
### 3 用MOSFET构成放大器

设MOSFET工作在饱和区



前述**工作点+小扰动信号**的分析方法  
可以用来分析和设计**工作点+小待放大信号**的电路

### 3 用MOSFET构成放大器



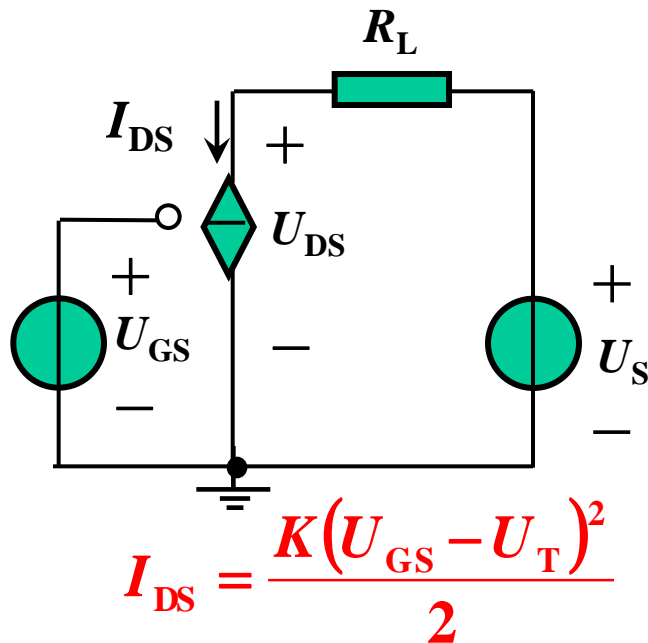
$$i_{DS} = \frac{K(u_{GS} - U_T)^2}{2}$$

输入  $u_{GS}$   
输出  $u_{DS}$

全信号      直流信号    小待放大信号

$$u_{IN} = u_{GS} = U_{GS} + \Delta u_{GS}$$

$$u_{OUT} = u_{DS} = U_{DS} + \Delta u_{DS}$$



## (1) 求直流工作点 (解析法)

$$U_{OUT} = U_{DS} = U_S - I_{DS} R_L$$

$$U_{OUT} = U_S - \frac{K(U_{GS} - U_T)^2}{2} R_L$$

$$U_S = 10V, U_{GS} = 2.5V, K = 0.5mA/V^2, U_T = 1V, R_L = 10k\Omega$$

$$U_{OUT} = U_{DS} = 10 - \frac{0.5 \times (2.5 - 1)^2}{2} \times 10 = 4.375V$$

恒流区工作条件:

$$0 < (U_{GS} - U_T) < U_{DS}$$

# 单选题 1分

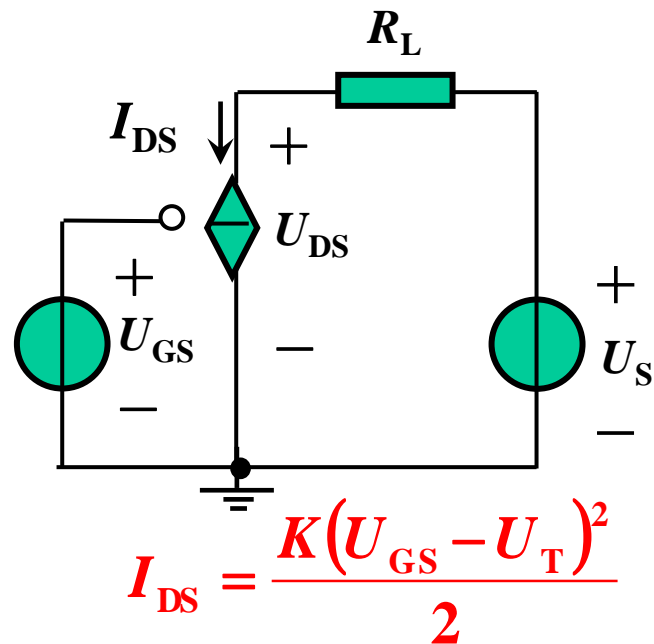


$U_S=10\text{V}$ ,  $K=0.5\text{mA/V}^2$ ,  
 $U_T=1\text{V}$ ,  $R_L=10\text{k}\Omega$

不考虑电阻区,  $U_{GS}$ 在什么范围内  
确保MOSFET工作在电流源区?

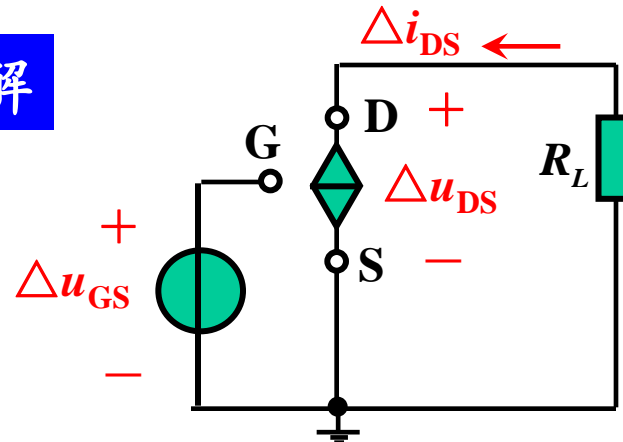
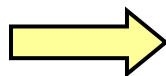
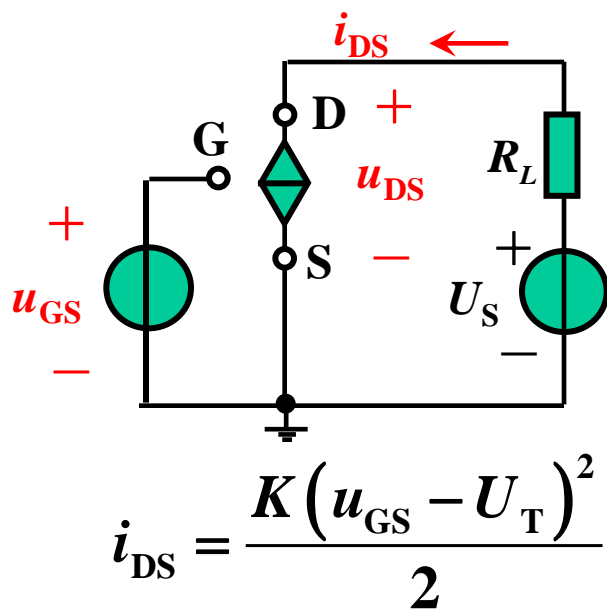
“红包”

- ☐ A  $2.81\text{V} > U_{GS} > -1.21\text{V}$
- ☐ B  $2.81\text{V} > U_{GS} > 0$
- ☒ C  $2.81\text{V} > U_{GS} > 1\text{V}$
- ☐ D  $2.81\text{V} > U_{GS}$



提交

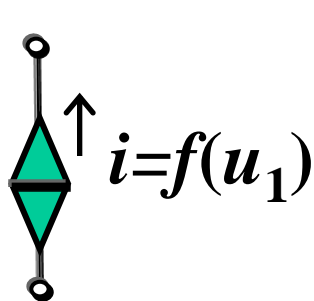
## (2) 画小信号电路，求小信号解



$$\Delta i_{DS} = \left. \frac{d \left( \frac{K(u_{GS} - U_T)^2}{2} \right)}{du_{GS}} \right|_{u_{GS}=U_{GS}} \Delta u_{GS}$$

$$\Delta i_{DS} = K(U_{GS} - U_T) \Delta u_{GS}$$

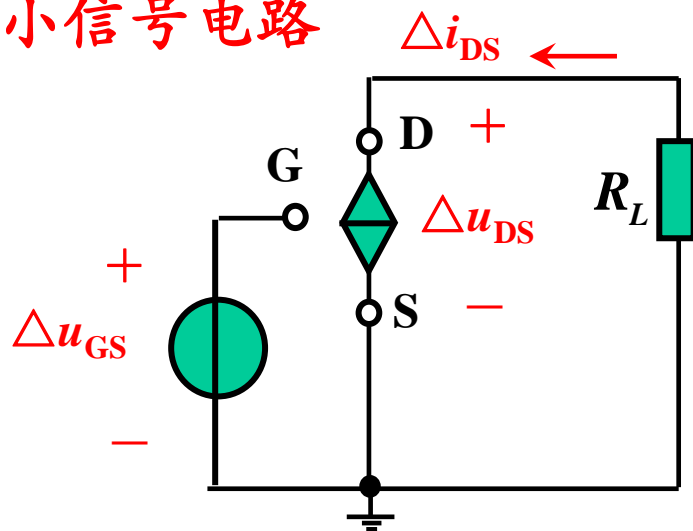
非线性受控源



$$\uparrow \Delta i = \left. \frac{df(u_1)}{du_1} \right|_{u_1=U_1} \Delta u_1$$

线性受控源

小信号电路



$$\Delta i_{DS} = K(U_{GS} - U_T) \Delta u_{GS}$$

$$\Delta u_{DS} = -\Delta i_{DS} R_L = -K(U_{GS} - U_T) R_L \Delta u_{GS}$$

已知：  $U_{GS} = 2.5V$ ,  $K = 0.5mA/V^2$ ,  $U_T = 1V$ ,  $R_L = 10k\Omega$

$$\frac{\Delta u_{OUT}}{\Delta u_{IN}} = \frac{\Delta u_{DS}}{\Delta u_{GS}} = -K(U_{GS} - U_T) R_L = -0.5 * (2.5 - 1) * 10 = -7.5$$

放大倍数  $K(U_{GS} - U_T) R_L$

小信号电压  
放大了7.5倍



## 第3步：合成

## 共源极MOSFET放大器

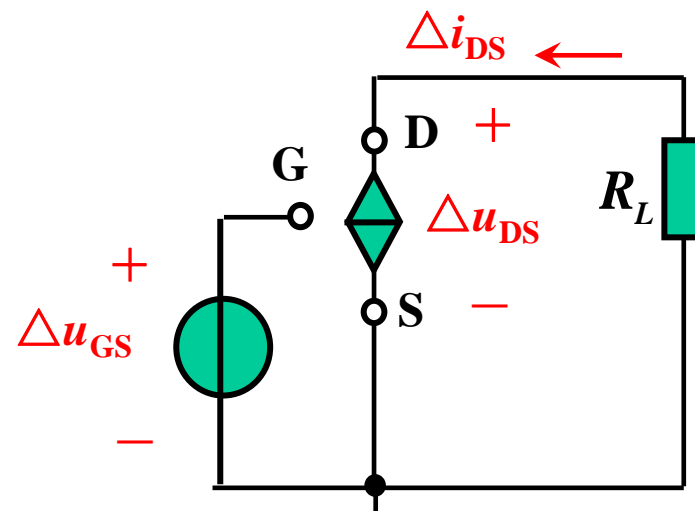
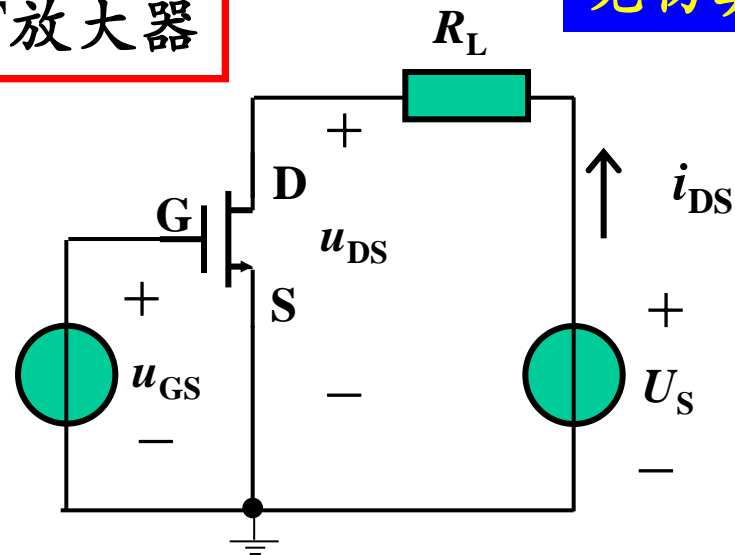
$$u_{\text{OUT}} = U_{\text{OUT}} + \Delta u_{\text{OUT}}$$

$$U_{\text{OUT}} = U_{\text{S}} - \frac{K(U_{\text{GS}} - U_{\text{T}})^2}{2} R_{\text{L}}$$

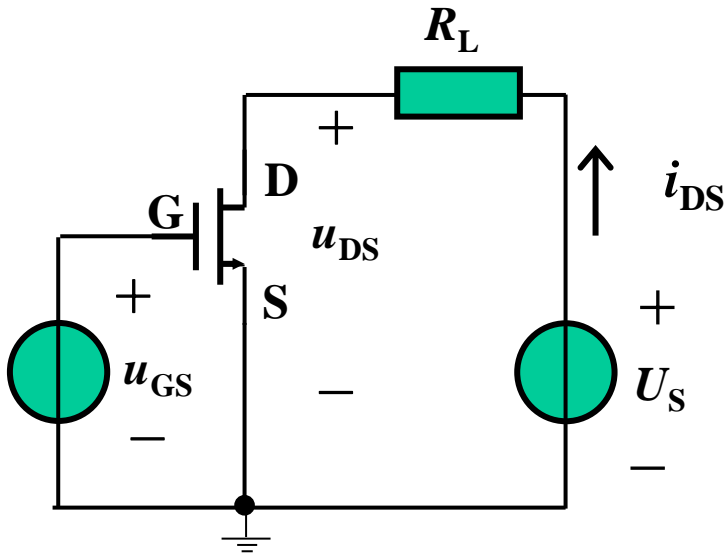
$$\Delta u_{\text{OUT}} = -K(U_{\text{GS}} - U_{\text{T}}) R_{\text{L}} \Delta u_{\text{IN}}$$

$$U_{\text{S}} = 10\text{V}, U_{\text{GS}} = 2.5\text{V}, K = 0.5\text{mA/V}^2, U_{\text{T}} = 1\text{V}, R_{\text{L}} = 10\text{k}\Omega$$

$$u_{\text{OUT}} = 4.375 - 7.5\Delta u_{\text{IN}}$$



$$U_S = 10\text{V}, U_{GS} = 2.5\text{V}, K = 0.5\text{mA/V}^2, U_T = 1\text{V}, R_L = 10\text{k}\Omega$$



$$u_{\text{IN}} = u_{GS} = U_{GS} + \Delta u_{GS}$$

$$u_{\text{OUT}} = u_{DS} = U_{DS} + \Delta u_{DS}$$

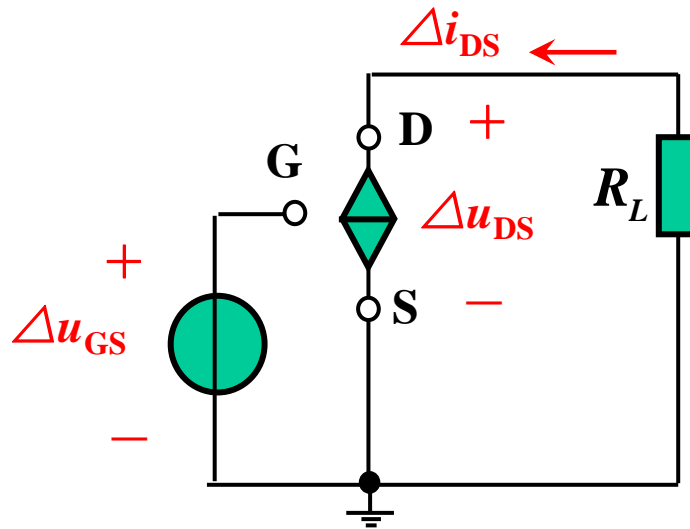
$$\text{放大倍数 } K(U_{GS} - U_T)R_L$$

$$u_{\text{OUT}} = 4.375 - 7.5\Delta u_{\text{IN}}$$

一直说的是对**小信号**放大，不是小信号会怎么样？

此处可以有弹幕

# 共源极MOSFET小信号放大电路的输入输出电阻



$$R_i = \infty$$

够大

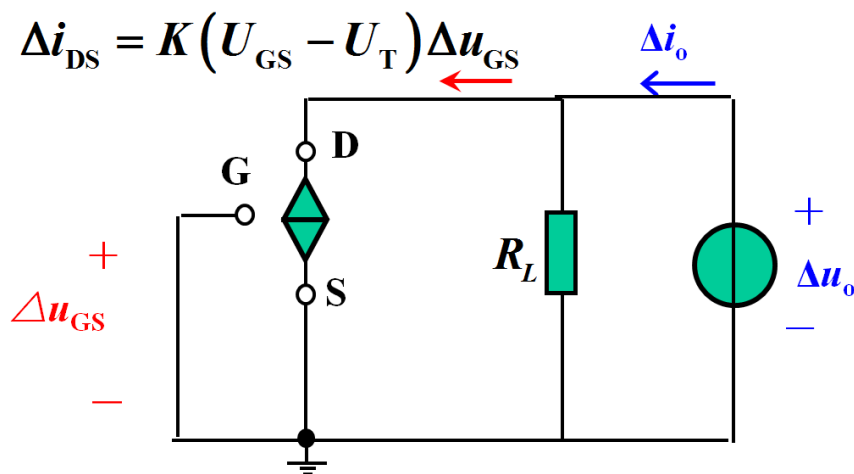
输出电阻  $R_o =$

A 0

B  $\infty$

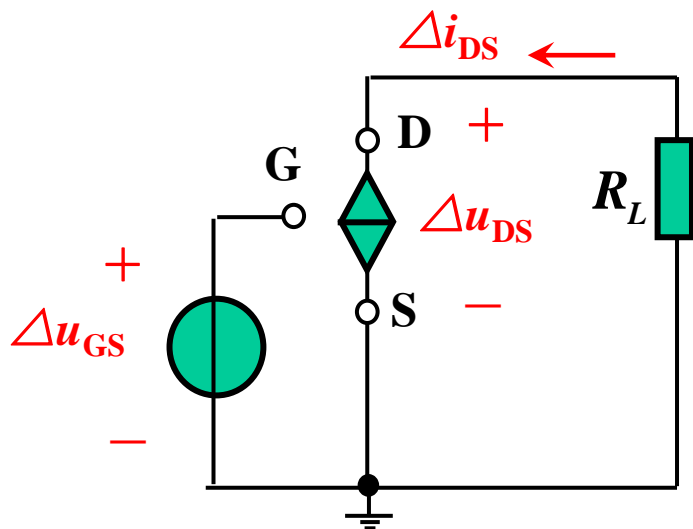
C  $R_L$

D 其他



提交

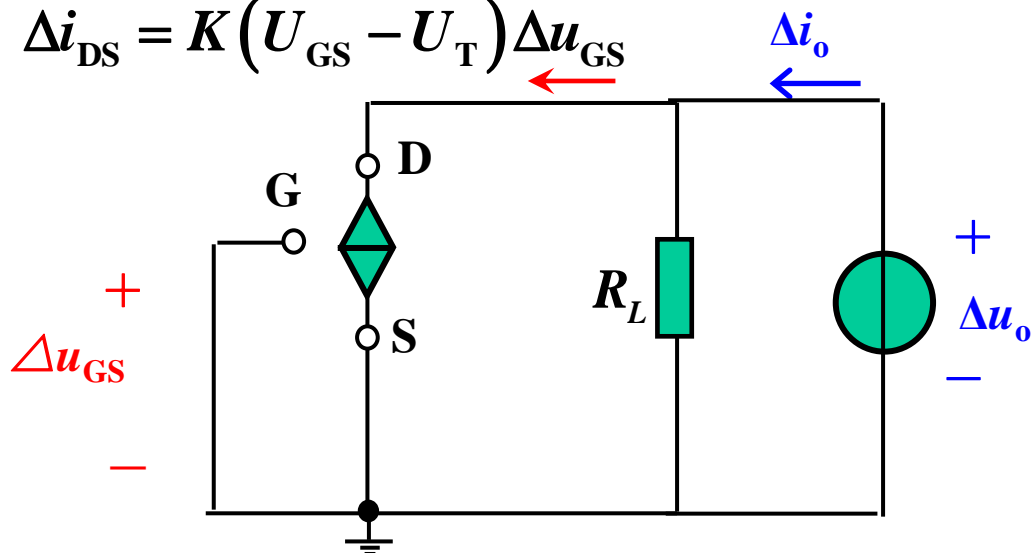
# 共源极MOSFET小信号放大电路的输入输出电阻



$$R_i = \infty$$

够大

$$\Delta i_{DS} = K(U_{GS} - U_T)\Delta u_{GS}$$



$$R_o = R_L = 10\text{k}\Omega$$

不够小

怎么办?