第6讲
线性电阻电路的一般分析方法

熟练掌握任意复杂结构电路方程的列写方法

支路电流法(已预习) ——基础

节点电压法

回路电流法

} 重点

对象：含独立源、受控源和电阻的任意复杂网络

基础

电路拓扑结构连接关系—KCL，KVL定律

拓扑约束

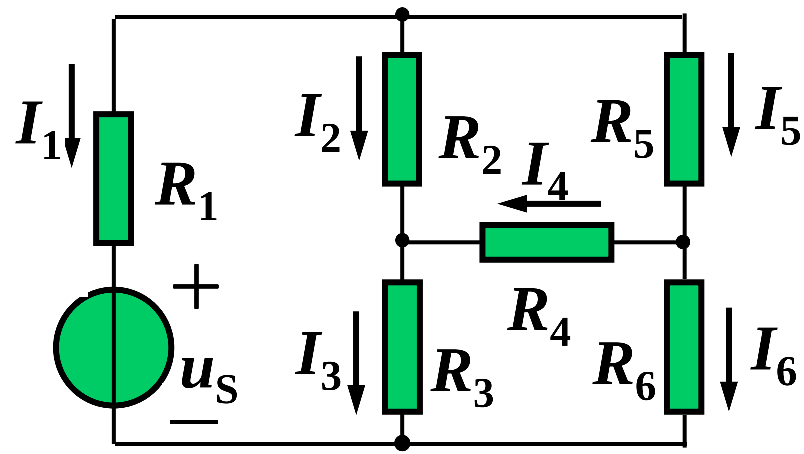
元件特性—欧姆定律、独立源/受控源特性

元件约束

单选题 1分

设置

用支路法求解该题，
需列写几个独立的KVL



A 1

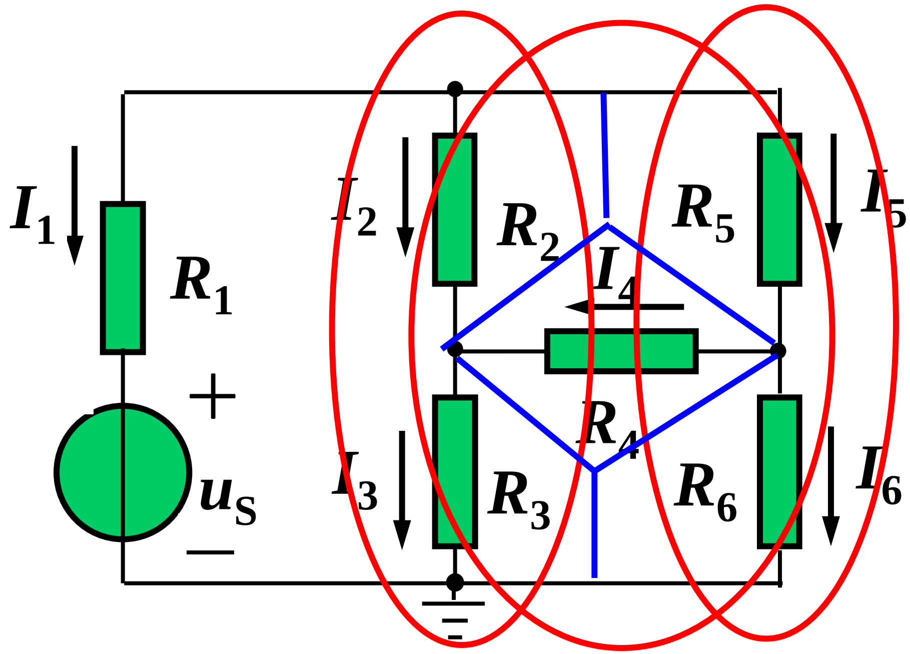
B 2

C 3

D 4

提交

所有支路电压与电流采用关联参考方向。求电流$I_1 \sim I_6$。



支路数 $b=6$

节点数 $n=4$

(1) 桥平衡　　(2) Y→Δ　　(3) Δ→ Y

（4）2*b*法：2b个支路电压/电流作变量，

*b*个元件约束，*n*-1个KCL，*b*-*n*+1个KVL

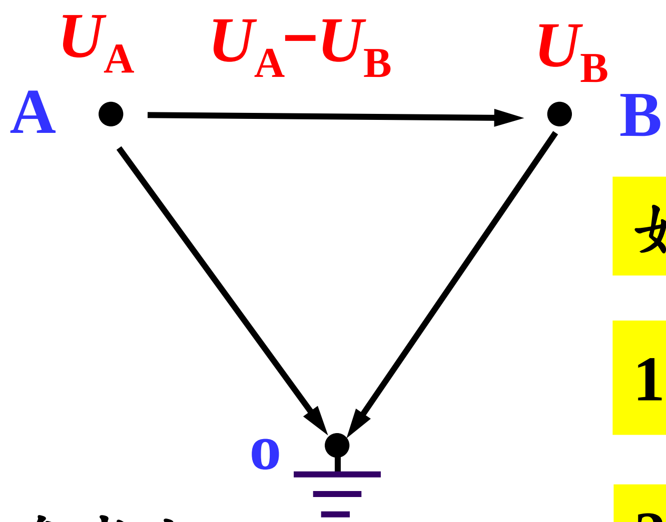
（5）支路电流法：*b*个支路电流作变量，

n-1个KCL，*b*-*n*+1个KVL(需要用元件约束)

如何减少方程的数量?

支路电流法需要$b-n+1$个KVL方程，$n-1$个KCL方程。

假定存在一组变量，使之自动满足KVL方程，从而减少联立方程的个数。



任意选择参考点

其他点电位定义为节点电压

如果选择节点电压作变量

1、支路电压可由节点电压求出

2、KVL自动满足

$$-U_A+(U_A-U_B)+U_B\equiv 0$$

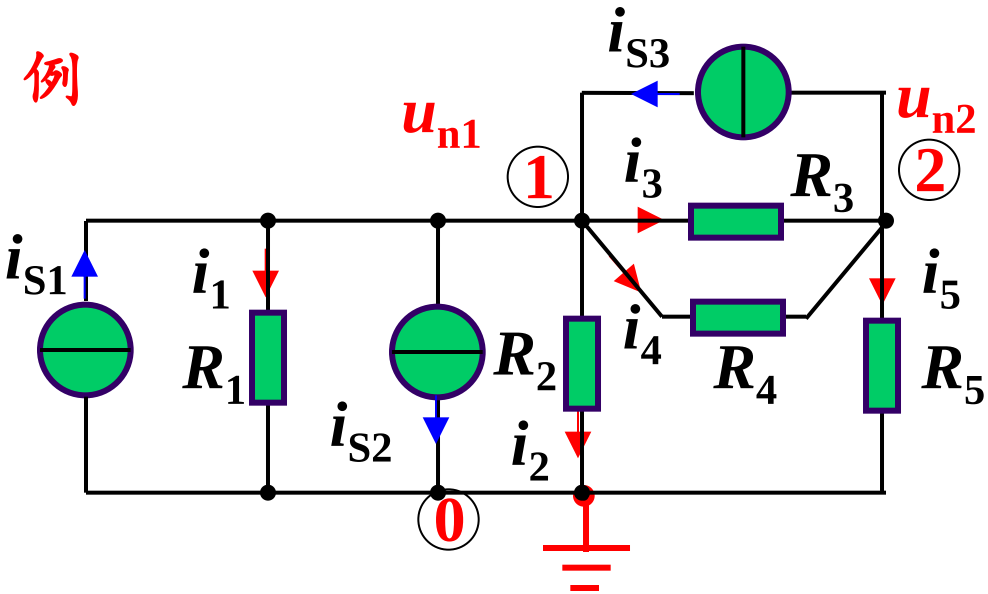
关键思路：
求解支路量→求解节点量

3、只需列写KCL方程即可

1 节点电压法 (node voltage method)

节点电压法：以节点电压为未知变量列写电路KCL方程分析电路的方法。

例



(1) 选定参考节点，标明其余 n-1个独立节点的电压

(2) 列KCL方程：

$$\sum i_{出} = \sum i_{入}$$

$$\begin{cases} i_1+i_{S2}+i_2+i_3+i_4=i_{S1}+i_{S3} \\ i_5+i_{S3}=i_3+i_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1+i_2+i_3+i_4=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -i_3-i_4+i_5=-i_{S3} \end{cases}$$

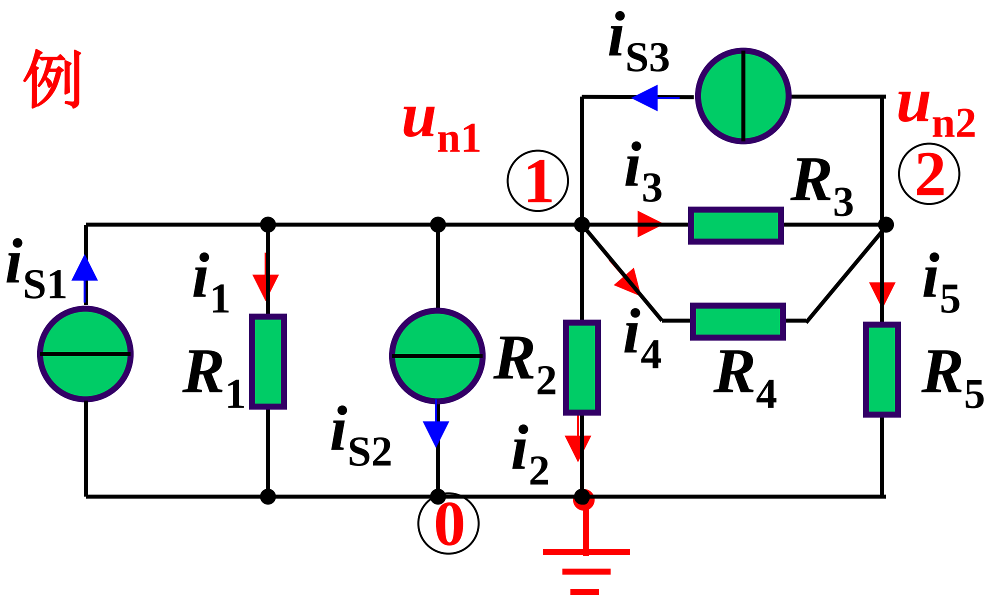
观察一下方程左边的电流有什么特点(考虑正负号)?

此处可以有弹幕

1 节点电压法 (node voltage method)

节点电压法：以节点电压为未知变量列写电路KCL方程分析电路的方法。

例



(1) 选定参考节点，标明其余 n-1个独立节点的电压

(2) 列KCL方程：

$$\sum i_{出}=\sum i_{入}$$

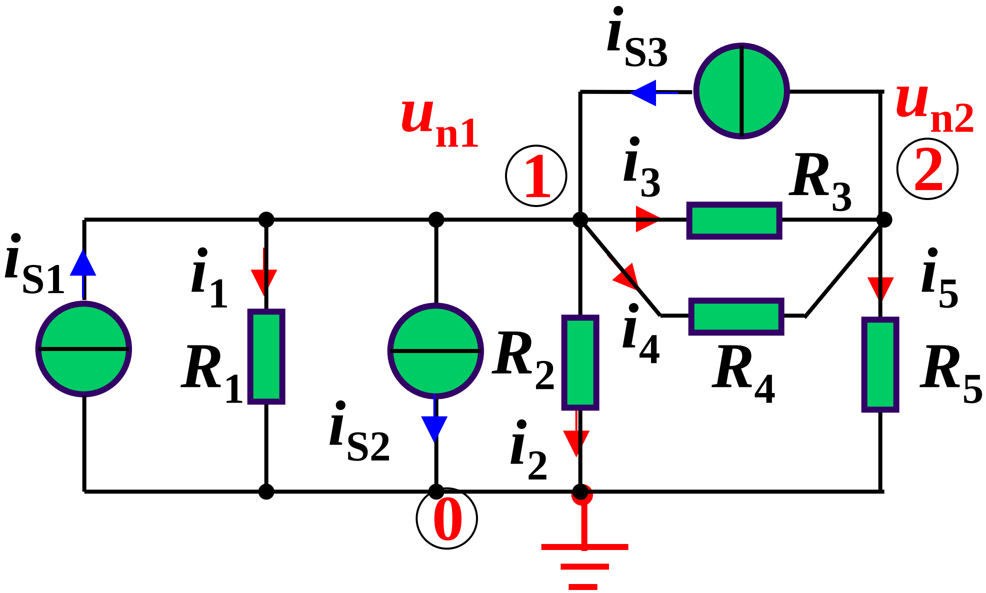
$$\begin{cases} i_1+i_{S2}+i_2+i_3+i_4=i_{S1}+i_{S3} \\ i_5+i_{S3}=i_3+i_4 \end{cases}$$

某节点上从电阻流出节点的电流等于从电源流入节点的电流

$$\sum i_{R出}=\sum i_{is入}$$

$$\begin{cases} i_1+i_2+i_3+i_4=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -i_3-i_4+i_5=-i_{S3} \end{cases}$$

下一步：用节点电压来表示电流



$$\begin{cases} i_1+i_2+i_3+i_4=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -i_3-i_4+i_5=-i_{S3} \end{cases}$$

$$i_1=\frac{u_{n1}}{R_1} \quad i_2=\frac{u_{n1}}{R_2} \quad i_3=\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3} \quad i_4=\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4} \quad i_5=\frac{u_{n2}}{R_5}$$

$$\begin{cases} \frac{u_{n1}}{R_1}+\frac{u_{n1}}{R_2}+\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3}+\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3}-\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4}+\frac{u_{n2}}{R_5}=-i_{S3} \end{cases}$$

从电流源流入节点1电流代数和

从电阻流出节点1电流代数和

节点电压方程的初级形式

$$\begin{cases} \dfrac{u_{n1}}{R_1}+\dfrac{u_{n1}}{R_2}+\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3}+\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3}-\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4}+\dfrac{u_{n2}}{R_5}=-i_{S3} \end{cases}$$

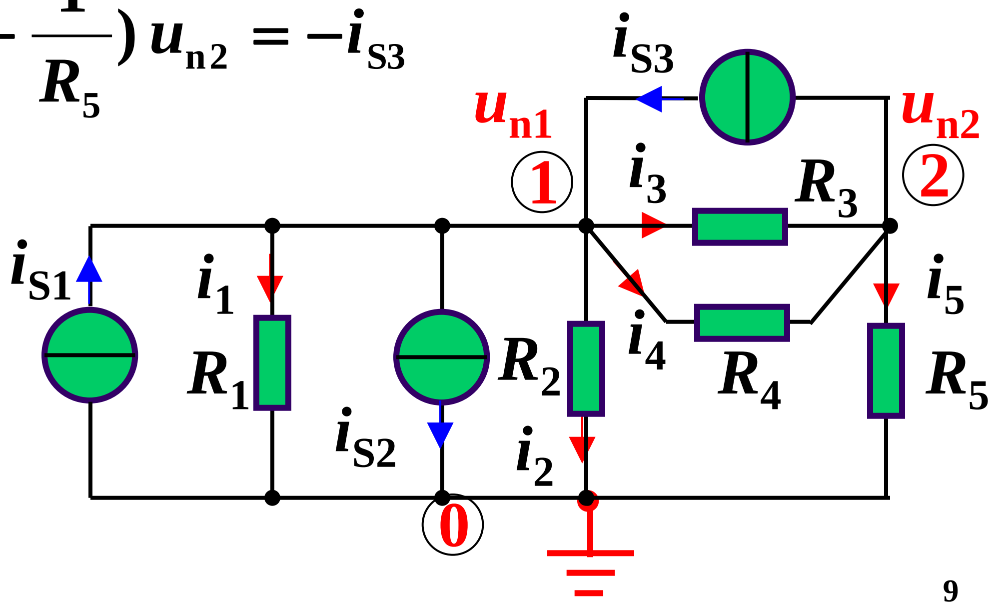
整理，得

节点电压方程的标准形式

$$\begin{cases} (\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4})u_{n1}-(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4})u_{n2}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4})u_{n1}+(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5})u_{n2}=-i_{S3} \end{cases}$$

u_{n1}的系数有何特点?

此处可以有弹幕



$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n2}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)u_{n2}=-i_{S3} \end{cases}$$

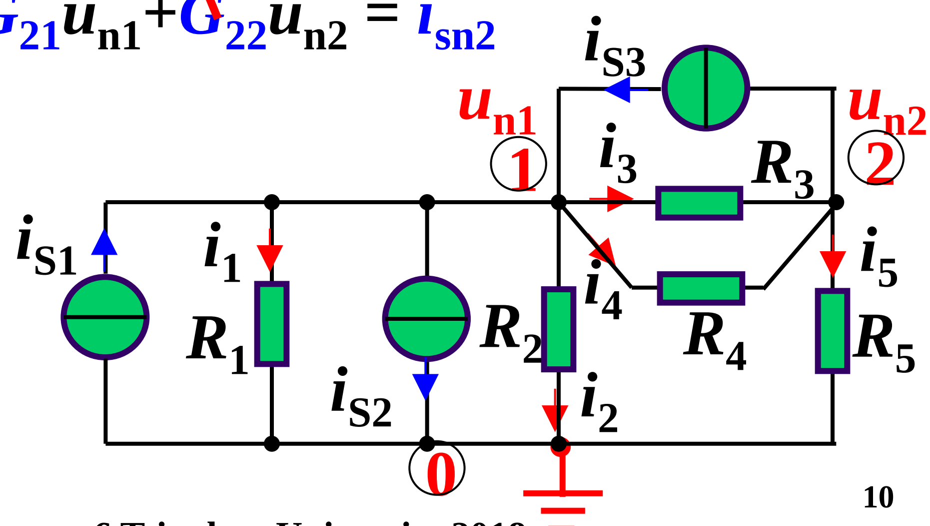
G_{11} 节点1的**自电导**，等于接在节点1上所有支路的电导之和

G_{22} 节点2的**自电导**，等于接在节点2上所有支路的电导之和

$G_{12}= G_{21}$

节点1与节点2之间的**互电导**，等于接在节点1与节点2之间的所有支路的电导之和，并**冠以负号**

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}=i_{sn1} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}=i_{sn2} \end{cases}$$



单选题 1分

设置

节点电压方程标准形式中互电导总是负的，原因是

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2} = i_{sn1} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2} = i_{sn2} \end{cases}$$

A 自己好，别人都不怎么样，负之

B 这个事看RP

C 方程等号左边是从电阻流出该节点的电流

D 这个世界有正就得有负，否则怎么定义正呢

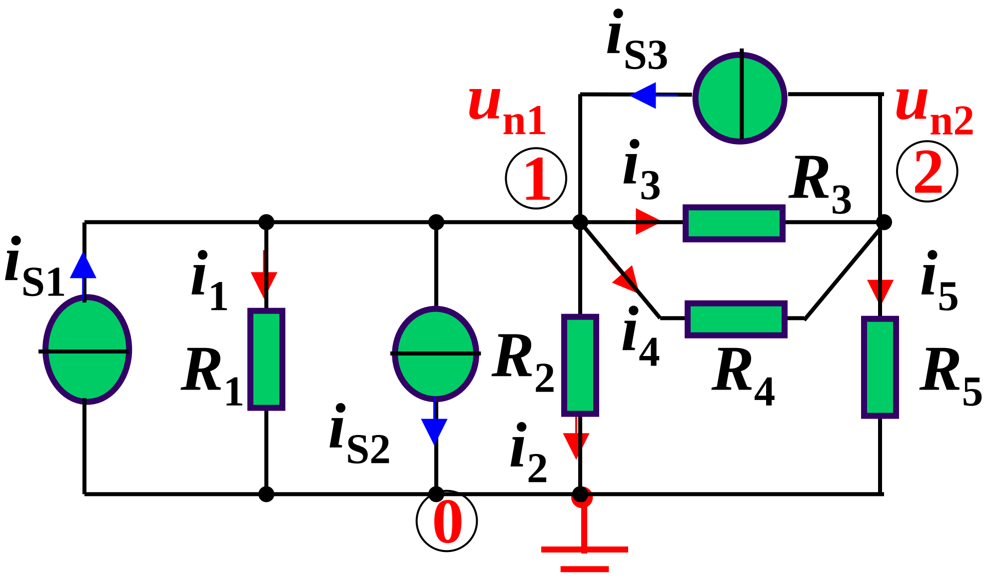
提交

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n2}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}\right)u_{n2}=-i_{S3} \end{cases}$$

i_{Sn1} 流入节点1的电流源电流的代数和

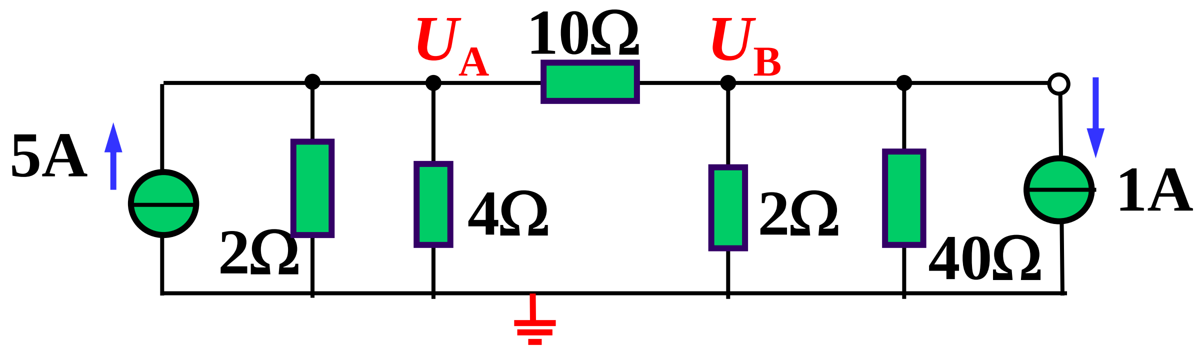
i_{Sn2} 流入节点2的电流源电流的代数和

* 流入节点电流源电流取正号，流出取负号。



$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}=i_{sn1} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}=i_{sn2} \end{cases}$$

A节点的自电导为________S



A 16

B 2

C 0.35

D 0.85

提交

一般情况

(n个独立节点)

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\ldots+G_{1n}u_{nn}=i_{Sn1} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\ldots+G_{2n}u_{nn}=i_{Sn2} \\ \quad\cdots\cdots \\ G_{n1}u_{n1}+G_{n2}u_{n2}+\ldots+G_{nn}u_{nn}=i_{Snn} \end{cases}$$

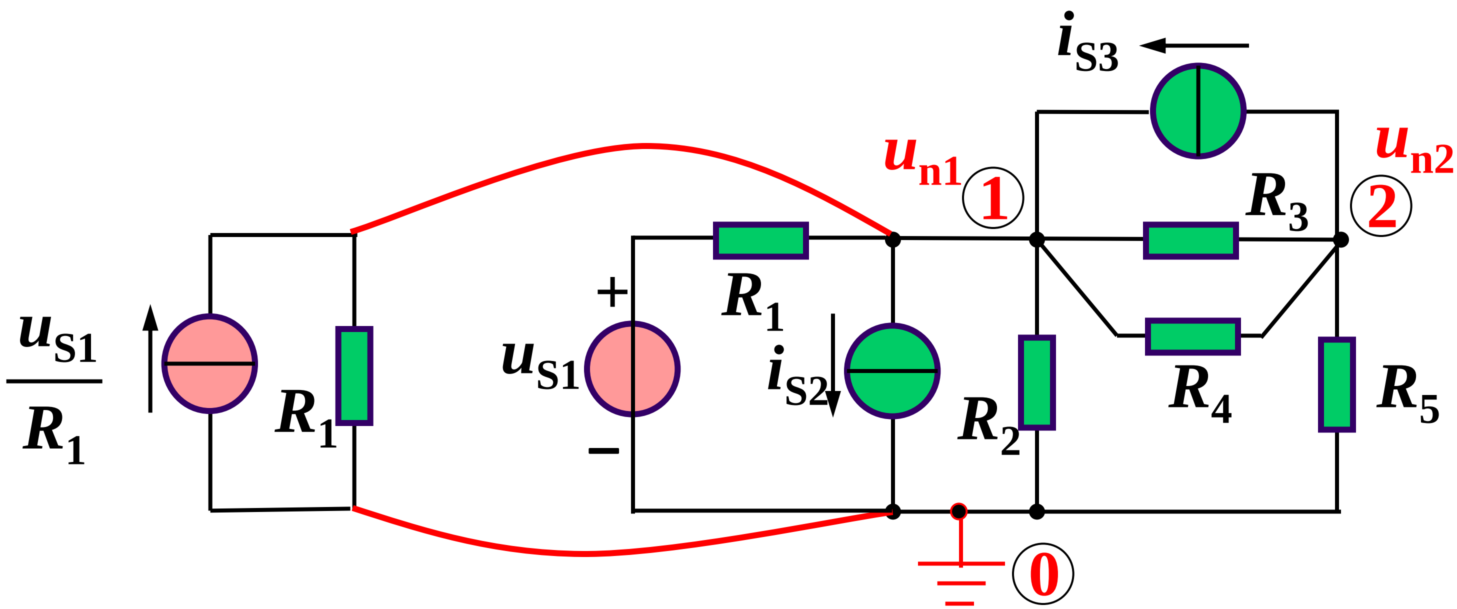
其中 G_{ii} 自电导，等于接在节点i上所有支路的电导之和。自电导总为正。

$G_{ij}=G_{ji}$ 互电导，等于接在节点i与节点j之间的所有支路的电导之和，并冠以负号。互电导总为负。如果i-j之间无电导相连，则为零。

i_{Sni} 流入节点i的所有电流源电流的代数和。

* 当电路不含受控源时，系数矩阵一般为对称阵。

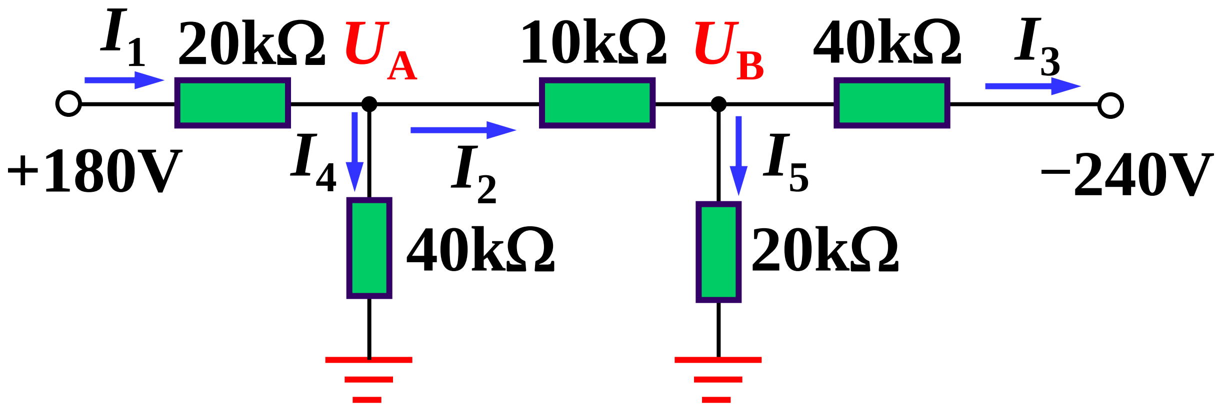
特殊情况1：电路中含电压源与电阻串联的支路。

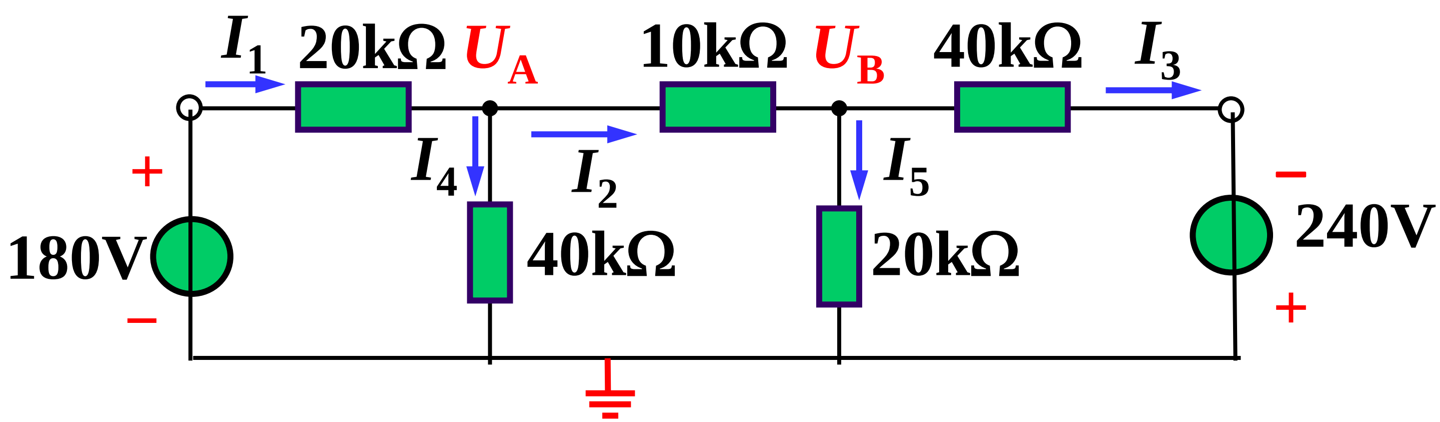


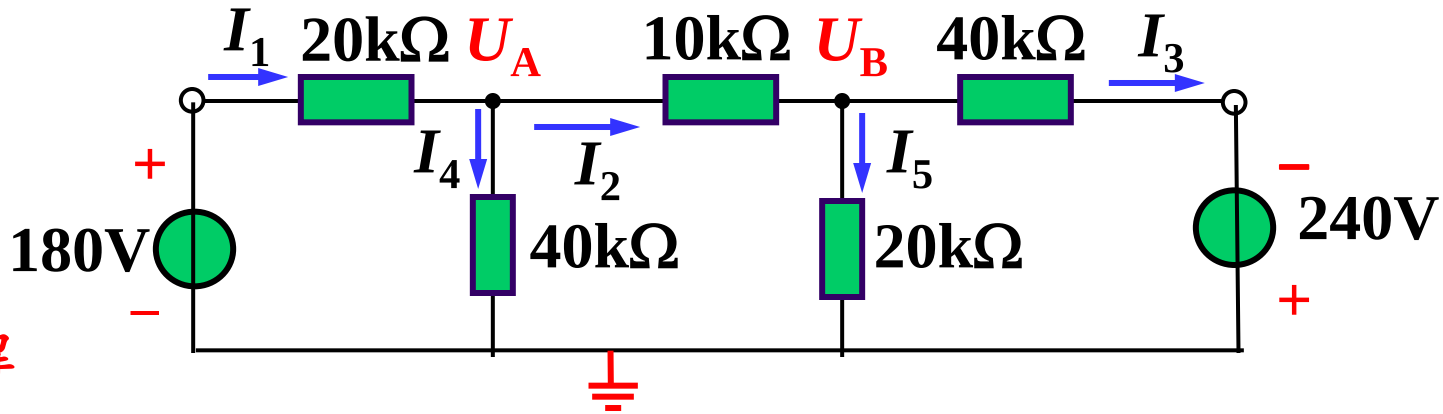
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n2}=\frac{u_{S1}}{R_1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)u_{n2}=-i_{S3} \end{cases}$$

等效电流源电流

例1 用节点法求各支路电流。







解

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{40}+\dfrac{1}{10}\right)U_A-\dfrac{1}{10}U_B=\dfrac{180}{20}\\[2ex]-\dfrac{1}{10}U_A+\left(\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{40}\right)U_B=-\dfrac{240}{40}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}U_A=47.27\text{V}\\[2ex]U_B=-7.27\text{V}\end{cases}$$

各支路电流

$I_1=(180-U_A)/20= 6.64\text{mA}$

$I_2= (U_A- U_B)/10= 5.45\text{mA}$

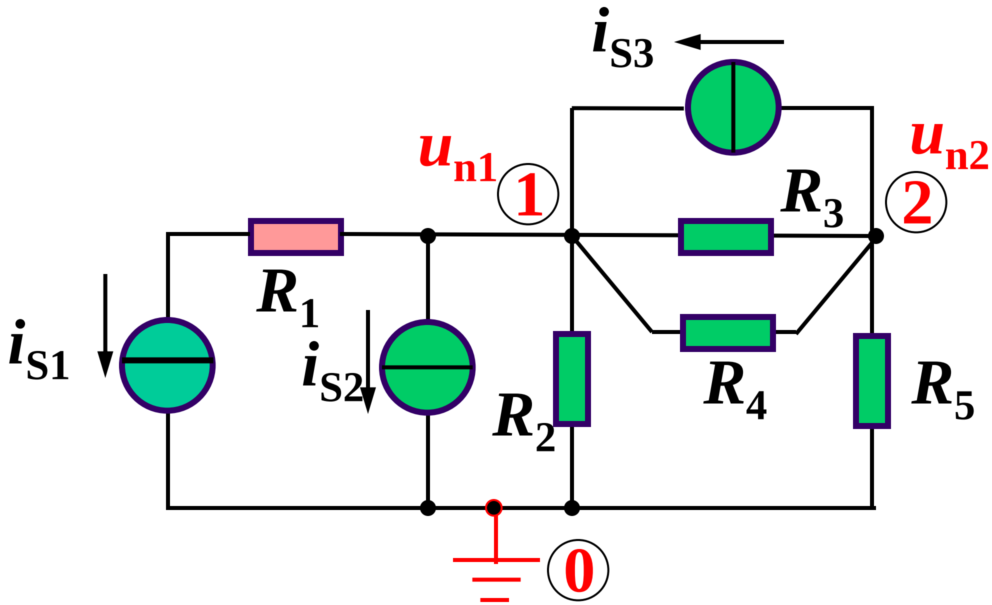
$I_3=(U_B +240)/40= 5.82\text{mA}$

$I_4= U_A /40=1.18\text{mA}$

$I_5= U_B /20=-0.364\text{mA}$

思考：如何校核?　　选参考点　　$\Sigma I \overset{?}{=} 0$

特殊情况2：电路中电流源与电阻串联的支路。



$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n2}=-i_{S1}-i_{S2}+i_{S3}$$

×

?

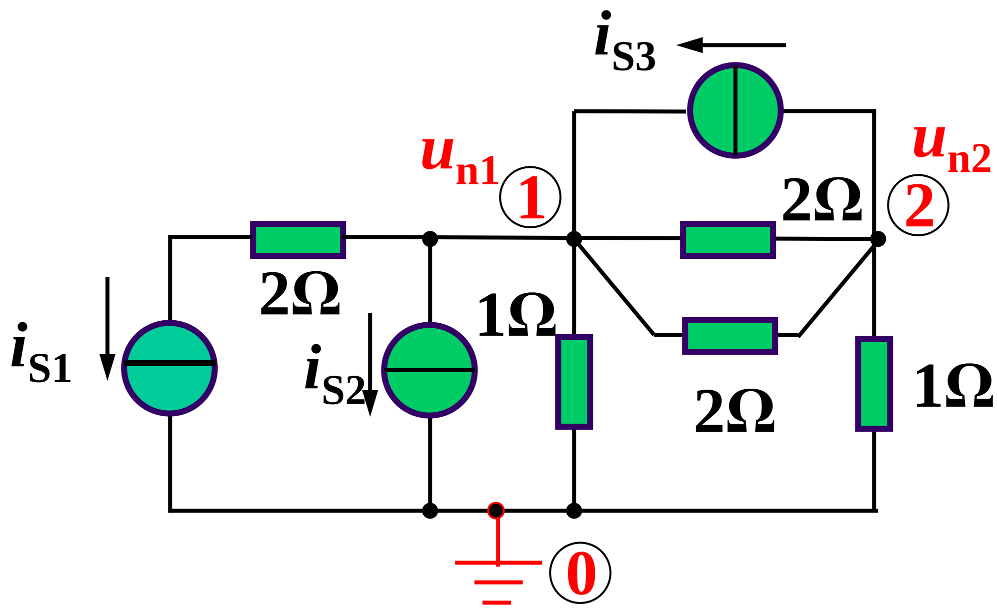
$$\begin{cases}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n2}=-i_{S1}-i_{S2}+i_{S3}\\ -\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)u_{n2}=-i_{S3}\end{cases}$$

单选题 1分

设置

1节点的自电导为

________S



A 2

B 5

C 7

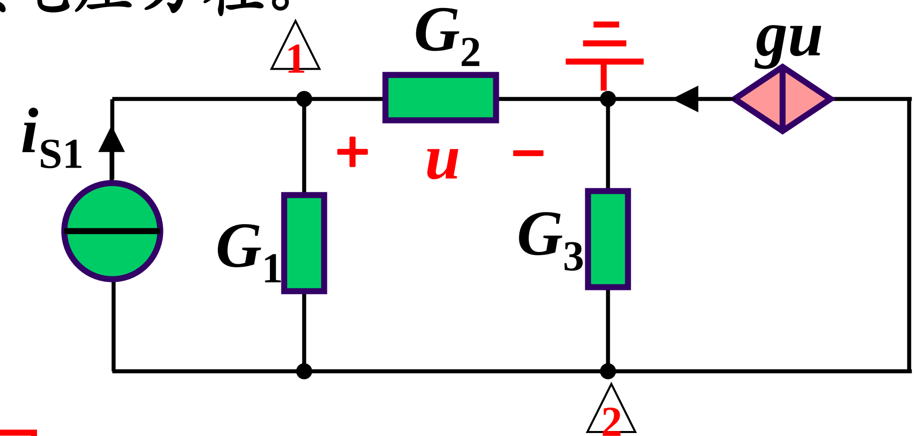
D 2.5

提交

特殊情况3：电路中含受控电流源。

CCCS如何处理

例3 列写下图含VCCS电路的节点电压方程。



(1) 把受控源当作独立源，
列方程

$$(G_1+G_2)\boxed{u_{n1}}-G_1\boxed{u_{n2}}=i_{S1}$$

$$-G_1u_{n1}+(G_1+G_3)u_{n2}=-g\boxed{u}-i_{S1}$$

(2) 用节点电压表示控制量。 $\boxed{u=u_{n1}}$

* 有一个控制量（电压或电流），就要增加一个控制量和节点电压的补充方程。

(3) 整理，得

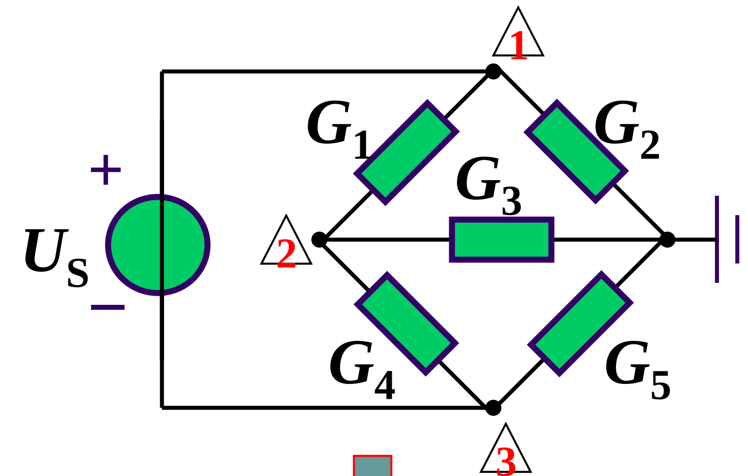
$$(G_1+G_2)u_{n1}-G_1u_{n2}=i_{S1}$$

$$(g-G_1)u_{n1}+(G_1+G_3)u_{n2}=-i_{S1}$$

** 由于含受控源，方程的系数矩阵一般不对称。

特殊情况4：电路中含无串联电阻的独立电压源支路。

例4　试列写下图含理想电压源电路的节点电压方程。



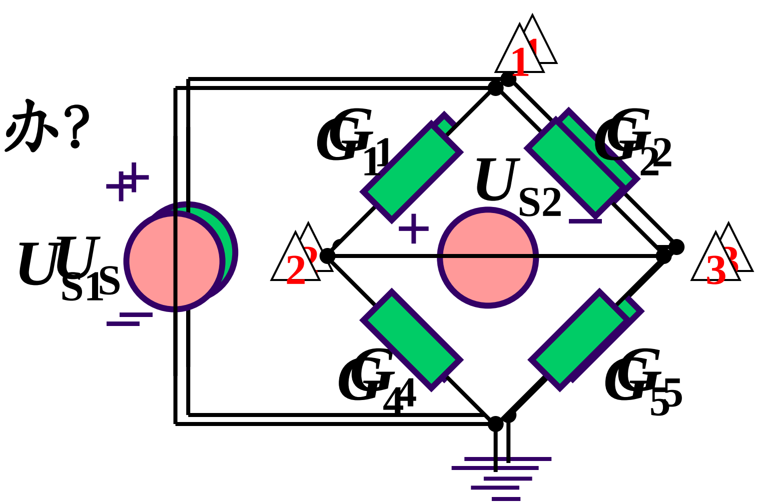
方法1：选择合适的参考点

$$U_1 = U_S$$

$$-G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_3U_3=0$$

$$-G_2U_1-G_3U_2+(G_2+G_3+G_5)U_3=0$$

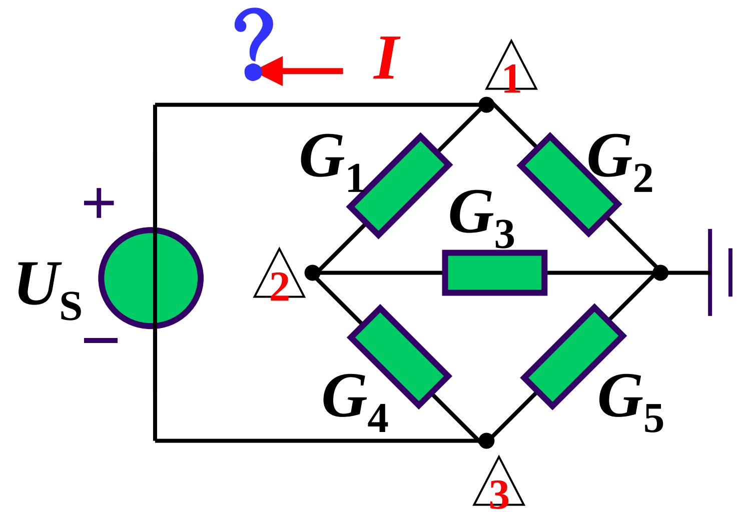
问题：如果存在两个电压源支路怎么办?



例4 试列写下图含理想电压源电路的节点电压方程。

方法2 设电压源电流变量，列方程

$$
\begin{cases}
(G_1+G_2)U_1-G_1U_2=\boxed{-I} \\
-G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3=0 \\
-G_4U_2+(G_4+G_5)U_3=\boxed{I}
\end{cases}
$$



增加节点电压与电压源电压间的关系

$$U_1-U_3=U_S$$

每增加一个变量，就要增加一个补充方程。

电流

KVL

其他方法：超节点法

比较三种方法的优劣

节点电压法

方程变量—节点电压

独立节点到参考节点之间的电压

电路中要设定参考节点

方程形式—KCL

电阻上流出节点的电流＝电流源流入节点的电流

$$\sum i_{R出}=\sum i_{iS入}$$

用节点电压这个“基”来张成支路电压，

再根据元件约束获得支路电流

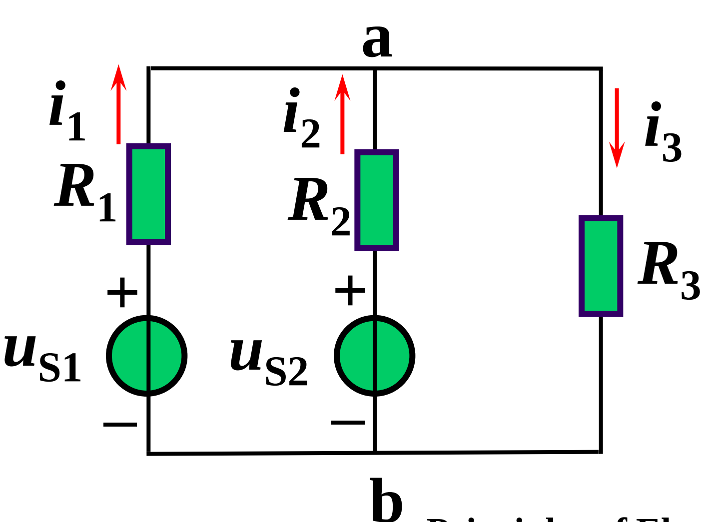
重新考虑减少方程数量的问题

支路电流法用支路电流作为变量，需要b-n+1个KVL方程，n-1个KCL方程。

节点电压法用节点电压作为变量，只需要n-1个KCL方程。

用n-1个节点电压表示支路电压和支路电流
b-n+1个KVL方程自动满足

是否存在只需要b-n+1个KVL方程的电路求解方法?

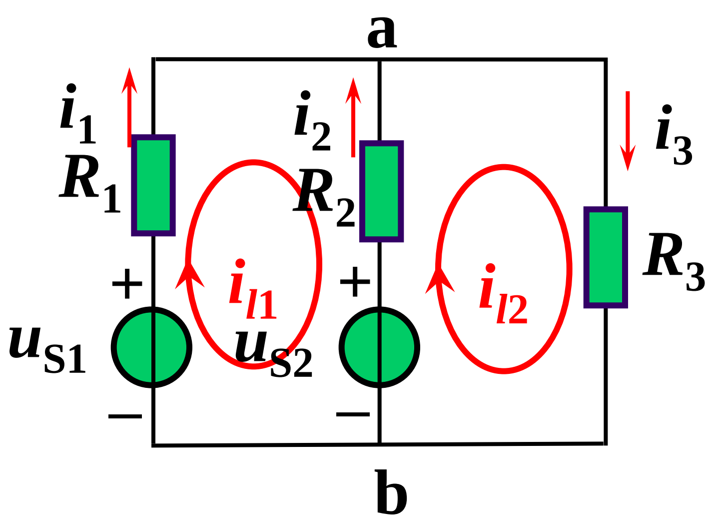


$$b=3$$
$$n=2$$
$$b-n+1=2$$

用b-n+1个？表示支路电压和支路电流?
n-1个KCL方程自动满足

2 回路电流法 (loop current method)

基本思想： 以**假想的（听话的）**回路电流为独立变量。各支路电流可用回路电流的线性组合来表示。



假想的回路电流分别为i_{l1}，i_{l2}

只按照回路方向流动，不会分叉的电流

如果选择回路电流作变量
(而且确保所有支路都有回路电流流过)

1、支路电流可由回路电流求出

$$i_1 = i_{l1} \quad i_2 = i_{l2} - i_{l1} \quad i_3 = i_{l2}$$

2、KCL自动满足

$$i_1 + i_2 - i_3 = i_{l1} + \left(i_{l2} - i_{l1}\right) - i_{l2} \equiv 0$$

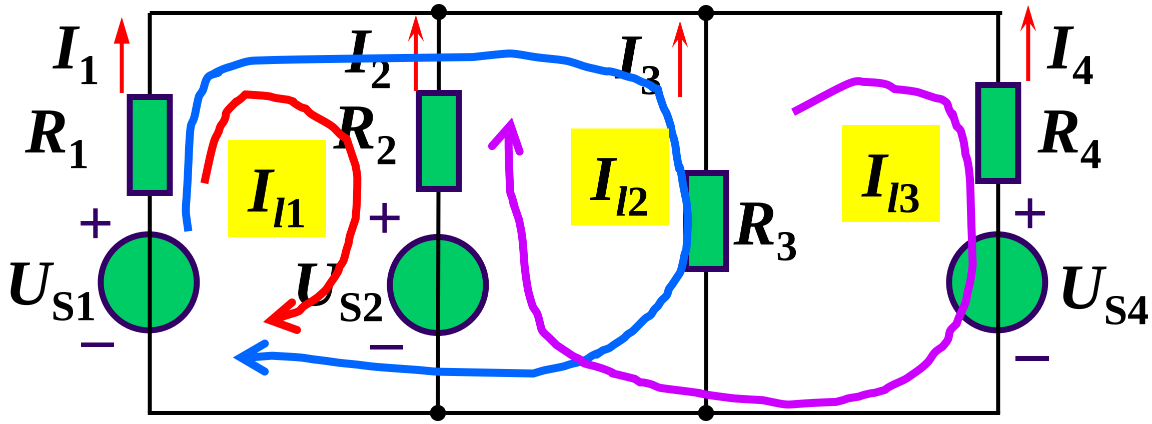
3、只需列写KVL方程即可

关键思路：
求解支路量→求解回路量

单选题 1分

设置

I_2和回路电流的关系为



A $I_{l1}+I_{l2}+I_{l3}$

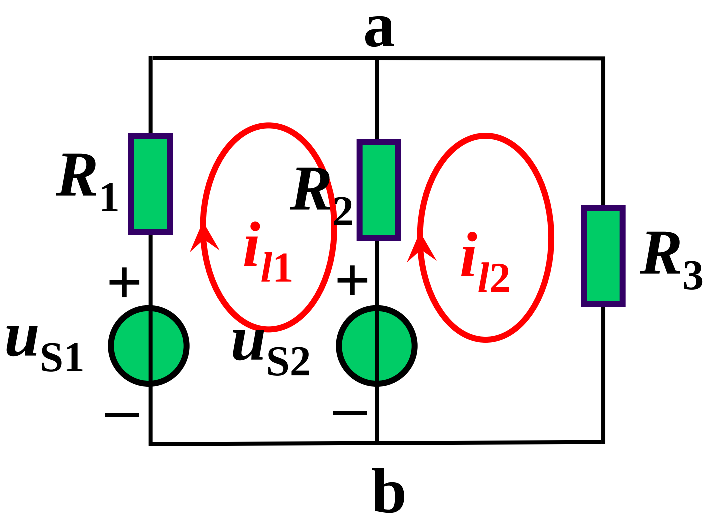
B $I_{l1}-I_{l3}$

C $I_{l3}-I_{l1}$

D $I_{l1}-I_{l2}$

提交

回路电流法： 以回路电流为未知变量列写电路KVL方程分析电路的方法。



回路1：$R_1 i_{l1} + R_2(i_{l1} - i_{l2}) + u_{S2} - u_{S1} = 0$

回路2：$R_2(i_{l2} - i_{l1}) + R_3 i_{l2} - u_{S2} = 0$

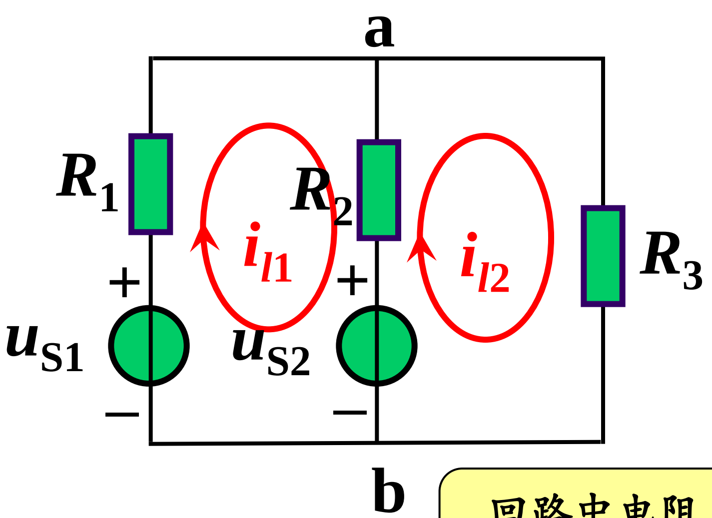
得

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) i_{l1} - R_2 i_{l2} = u_{S1} - u_{S2} \\ -R_2 i_{l1} + (R_2 + R_3) i_{l2} = u_{S2} \end{cases}$$

上面这两个式子等号左边是什么意思?

此处可以有弹幕

回路电流法： 以回路电流为未知变量列写电路KVL方程分析电路的方法。



回路1：$R_1 i_{l1} + R_2(i_{l1} - i_{l2}) + u_{S2} - u_{S1} = 0$

回路2：$R_2(i_{l2} - i_{l1}) + R_3 i_{l2} - u_{S2} = 0$

得

$$\begin{cases} (R_1 + R_2)\, i_{l1} - R_2 i_{l2} = u_{S1} - u_{S2} \\ -R_2 i_{l1} + (R_2 + R_3)\, i_{l2} = u_{S2} \end{cases}$$

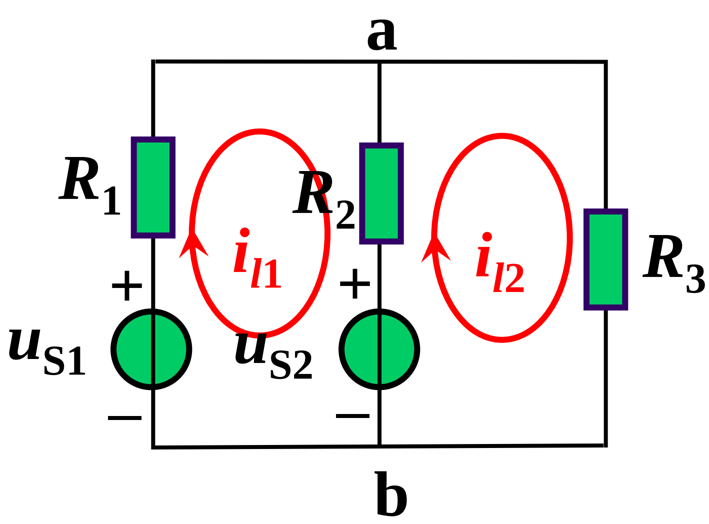
回路中电阻上电压降的代数和

回路中电压源上电压升的代数和

令 $R_{11} = R_1 + R_2$ 代表回路1的总电阻（自电阻）

$R_{22} = R_2 + R_3$ 代表回路2总电阻（自电阻）

$R_{12} = -R_2$，$R_{21} = -R_2$ 代表回路1和回路2的公共电阻（互电阻）



$$(R_1+R_2)\,i_{l1}-R_2 i_{l2}=u_{S1}-u_{S2}$$

$$-R_2 i_{l1}+(R_2+R_3)\,i_{l2}=u_{S2}$$

$R_{11}=R_1+R_2$ 自电阻

$R_{22}=R_2+R_3$ 自电阻

$R_{12}=-R_2$, $R_{21}=-R_2$ 互电阻

$u_{Sl1}=u_{S1}-u_{S2}$ 回路1中所有电压源电压升的代数和

$u_{Sl2}=u_{S2}$ 回路2中所有电压源电压升的代数和

$$\begin{cases} R_{11}\,i_{l1}+R_{12}\,i_{l2}=u_{Sl1} \\ R_{21}\,i_{l1}+R_{22}\,i_{l2}=u_{Sl2} \end{cases}$$

回路电流方程的标准形式

电阻电路回路电流方程系数矩阵对称

推广到 l 个回路

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l1}+\ldots+R_{1l}\,i_{ll}=u_{Sl1} \\ R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l1}+\ldots+R_{2l}\,i_{ll}=u_{Sl2} \\ \ldots \\ R_{l1}i_{l1}+R_{l2}i_{l1}+\ldots+R_{ll}\,i_{ll}=u_{Sll} \end{cases}$$

其中

R_{kk}: 自电阻(为正)，$k=1,2,\ldots\ldots,l$

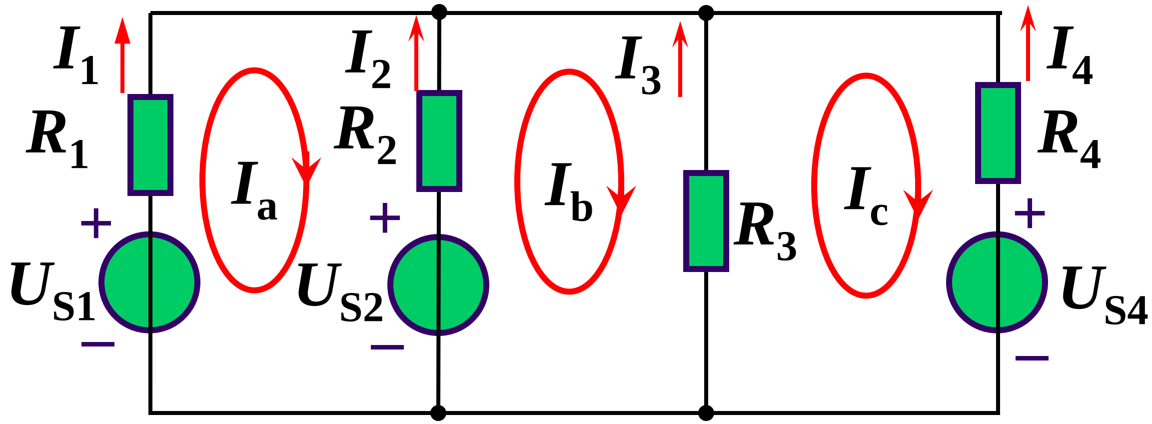
R_{jk}: 互电阻

- +：流过互阻两个回路电流方向相同
- −：流过互阻两个回路电流方向相反
- 0：两个回路没有公共电阻

网孔电流法：

对平面电路，若以网孔为独立回路，此时回路电流也称为网孔电流，对应的分析方法称为网孔电流法。

例1 用回路法求各支路电流。

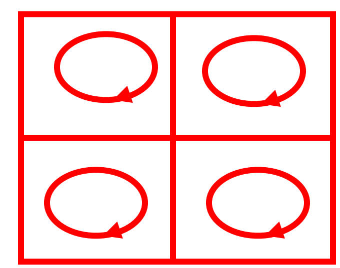


解

(1) 设独立回路电流（顺时针）

(2) 列 KVL 方程

网孔法同转向互电阻为负



$$(R_1+R_2)I_a \quad -R_2 I_b \quad +0 \quad = U_{S1}-U_{S2}$$

$$-R_2 I_a \quad +(R_2+R_3)I_b \quad -R_3 I_c \quad = U_{S2}$$

$$0 \quad -R_3 I_b +(R_3+R_4)I_c = -U_{S4}$$

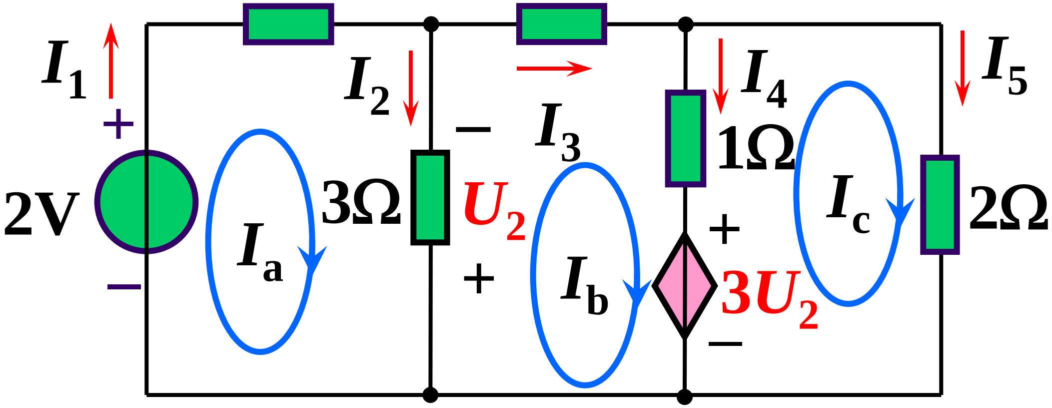
(3) 求解回路电流方程，得 I_a , I_b , I_c

(4) 求各支路电流： $I_1=I_a$ ， $I_2=I_b-I_a$ ， $I_3=I_c-I_b$ ， $I_4=-I_c$

(5) 校核

选一新回路 $\sum U_R \overset{?}{=} \sum U_S$

例2 用回路法求各支路电流。



① 将VCVS看作独立源建立方程；

$$\begin{cases} 4I_a-3I_b=2 \\ -3I_a+6I_b-I_c=-3U_2 \\ -I_b+3I_c=3U_2 \end{cases}$$

② 找出控制量和回路电流关系。

$$U_2=3(I_b-I_a)$$

得

$$\begin{cases} 4I_a \quad -3I_b \quad\quad = 2 \\ -12I_a+15I_b-I_c = 0 \\ 9I_a \quad -10I_b+3I_c = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{解得}} \begin{cases} I_a=1.19\text{A} \\ I_b=0.92\text{A} \\ I_c=-0.51\text{A} \end{cases}$$

各支路电流

$I_1= I_a=1.19\text{A}$

$I_2= I_a- I_b=0.27\text{A}$

$I_3= I_b=0.92\text{A}$

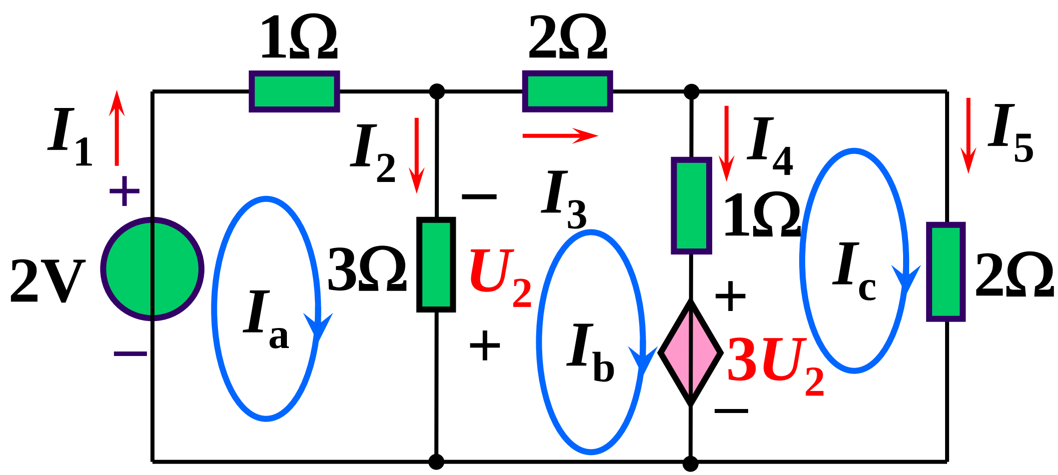
$I_4= I_b- I_c=1.43\text{A}$

$I_5= I_c= -0.52\text{A}$

* 有一个控制量（电压或电流），就要增加一个控制量和回路电流关系的补充方程。

** 由于含受控源，方程的系数矩阵一般不对称。

回路a和b的互电阻为
________Ω



A 3

B -3

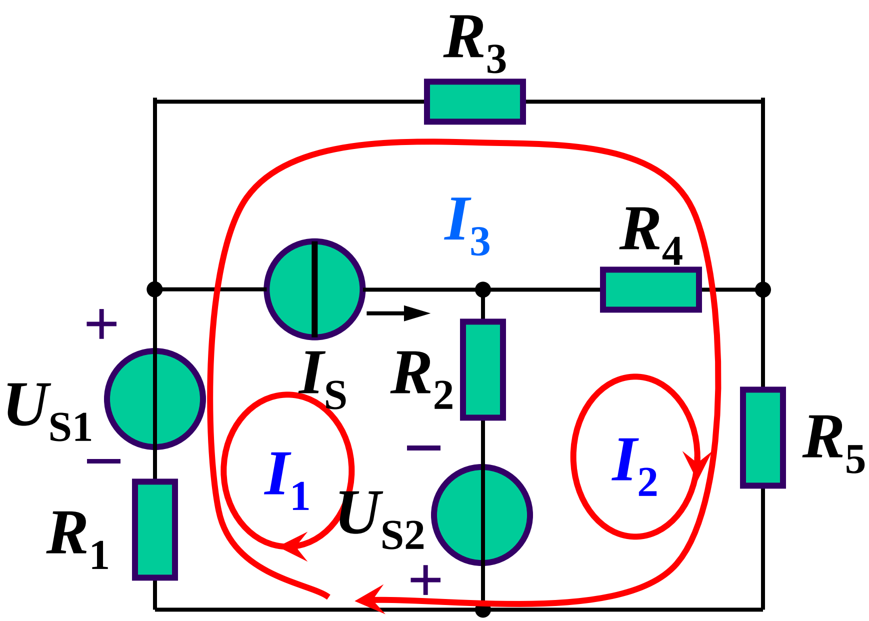
C 0

D 1

提交

例3　用回路法列写含有理想电流源支路的电路方程。

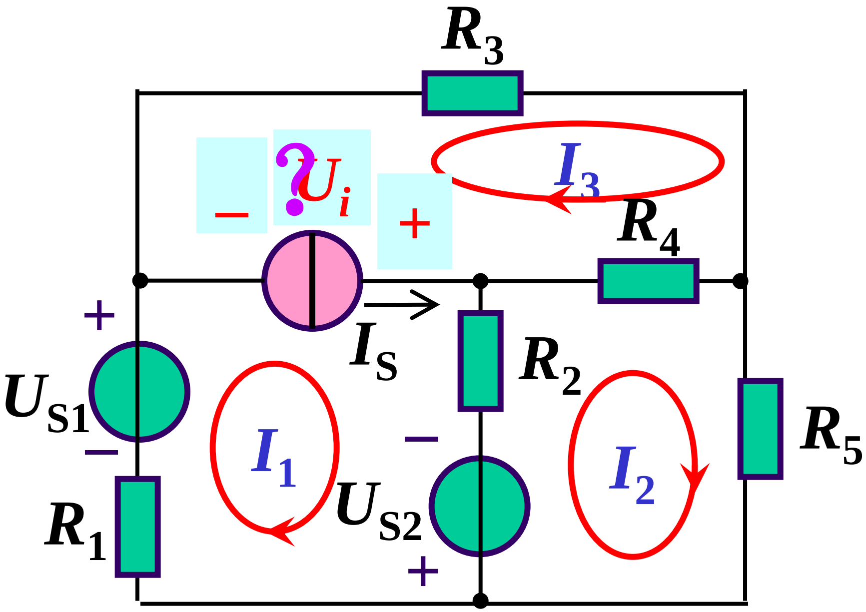
方法1：选取独立回路时，使理想电流源支路仅仅属于一个回路，该回路电流即 I_S 。



$I_1=I_S$

$$-R_2I_1+(R_2+R_4+R_5)I_2+R_5I_3=-U_{S2}$$

$$R_1I_1+R_5I_2+(R_1+R_3+R_5)I_3=U_{S1}$$



方法2

* 引入电流源的端电压变量

$$
\begin{cases}
(R_1+R_2)I_1-R_2I_2=U_{S1}+U_{S2}+\boxed{U_i} \\
-R_2I_1+(R_2+R_4+R_5)I_2-R_4I_3=-U_{S2} \\
-R_4I_2+(R_3+R_4)I_3=\boxed{-U_i}
\end{cases}
$$

** 增加回路电流和电流源电流的关系方程

$$I_S=I_1-I_3$$

每增加一个变量，就要增加一个补充方程。

电压

KCL

其他方法：超网孔法　比较三种方法的优劣

回路电流法

方程变量—回路电流

假想的电流

为什么*b*-*n*+1个独立回路电流就够？
感兴趣的话看教材附录B

支路电流是回路电流的组合

方程形式—KVL

沿回路方向

电阻上的电压降＝电压源上的电压升

$$\sum U_{R}\ (\text{压降}) = \sum U_{\mathrm{S}}\ (\text{压升})$$

用回路电流这个“基”来张成支路电流，
再根据元件约束获得支路电压

支路法、回路法和节点法的小结和比较

(1) 方程数的比较

	KCL方程	KVL方程	方程总数
支路法	$n-1$	$b-n+1$	b
回路法	0	$b-n+1$	$b-n+1$
节点法	$n-1$	0	$n-1$

(2) 对于非平面电路，选独立回路不容易，而独立节点较容易。一般来说回路方程系数比较整，手算求解方便。

(3) 节点法、回路法易于编程。目前用计算机分析网络(电网，集成电路设计等)采用节点法较多。

(4) 思考题：节点电压和回路电流这两种“基”不完全对称，节点和网孔对称。什么和回路对称?