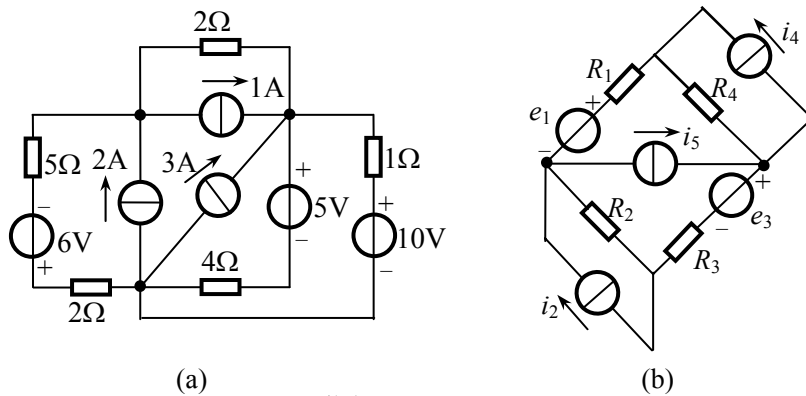


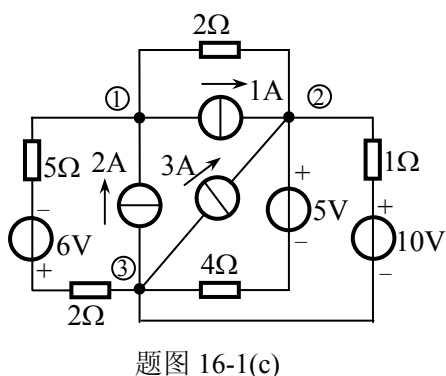
第 16 章 网络图论基础

16-1 电路如题图 16-1 所示。试画出电路的线图 G。

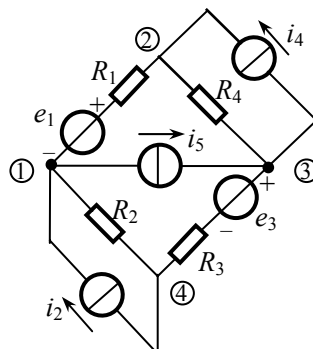


题图 16-1

解 题图 16-1(a)和题图 16-1(b)的各节点编号分别如题图 16-1(c)和题图 16-1(d)所示。

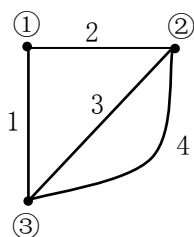


题图 16-1(c)

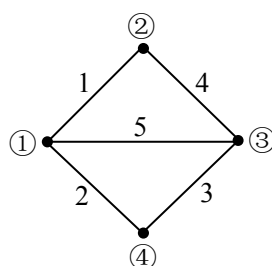


题图 16-1(d)

支路按复合标准支路, 则题图 16-1(c)和题图 16-1(d)所示电路的线图 G 分别如题图 16-1(e)和题图 16-1(f)所示。

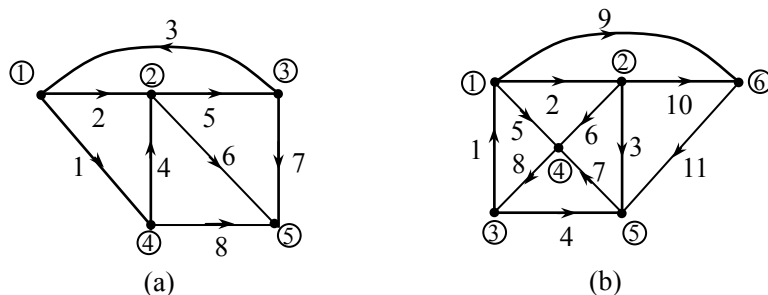


题图 16-1(e)



题图 16-1(f)

16-2 电路的线图如题图 16-2(a)、(b)所示。分别对图(a)、(b)选择 4 个不同的树和割集。



题图 16-2

解 (a) 对于题图 16-2(a)所示的连通图, 下列支路和关联的所有节点的集合是该线图的树:

$(1, 2, 3, 8), (3, 5, 7, 8), (2, 4, 6, 5), (1, 4, 7, 8)$

下列支路的集合是该线图的割集:

$(1, 2, 3), (3, 5, 7), (2, 4, 6, 5), (6, 7, 8)$

(b) 对于题图 16-2(b)所示的连通图, 下列支路和关联的所有节点的集合是该线图的树:

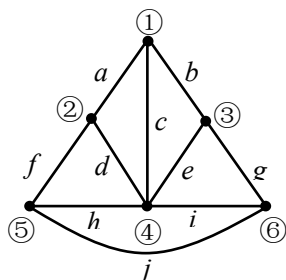
$(1, 5, 2, 9, 4), (2, 3, 4, 6, 10), (5, 6, 7, 8, 10), (3, 4, 7, 11, 9),$

下列支路的集合是该线图的割集:

$(1, 2, 5, 9), (2, 3, 6, 10), (9, 10, 11), (3, 4, 7, 11)$

16-3 试判断题图 16-3 中下述 5 个支路集合是树还是割集, 或两者都不是。

- (1) (b, c, d, f, j)
- (2) (b, c, d, f)
- (3) (h, d, e, i, j)
- (4) (a, c, e, g, j)
- (5) (f, h, i, g, j)

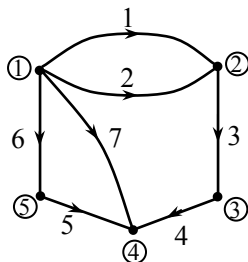


题图 16-3

解 根据树和割集的定义可知:

- (1) (b, c, d, f, j) 是树, 不是割集;
- (2) (b, c, d, f) 不是树, 是割集;
- (3) (h, d, e, i, j) 不是树, 也不是割集;
- (4) (a, c, e, g, j) 是树, 不是割集;
- (5) (f, h, i, g, j) 不是树, 也不是割集。

16-4 给定网络的图如题图 16-4 所示。试写出其关联矩阵 \mathbf{A} 。



题图 16-4

解 支路按 1~7 顺序排列，则节点-支路关联矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

16-5 已知给定图的关联矩阵 \mathbf{A} 。试画出其对应的图 G 。

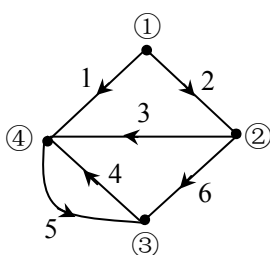
$$(1) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(2) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

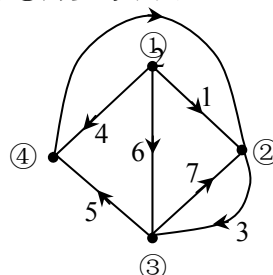
解 设给定图的关联矩阵 \mathbf{A} 支路顺序是从小到大顺序排列。

(1) 对应的图 G 为如题图 16-5(a)所示，其中④为参考节点。

(2) 对应的图 G 为如题图 16-5(b)所示，其中④为参考节点。

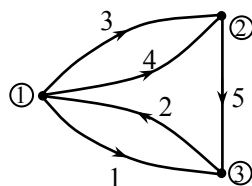


题图 16-5(a)



题图 16-5(b)

16-6 给定有向图如题图 16-6 所示。试写出基本回路矩阵 \mathbf{B}_f 和基本割集矩阵 \mathbf{Q}_f 。

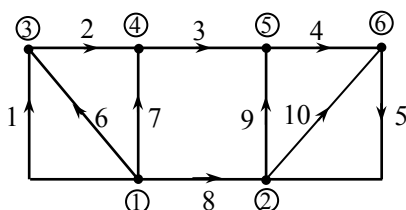


题图 16-6

解 选 1, 3 为树支，且按先连支、后树支的排列顺序，可写出基本回路矩阵 \mathbf{B}_f 和基本割集矩阵 \mathbf{Q}_f 如下：

$$\mathbf{B}_f = \begin{matrix} & 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \\ \begin{matrix} l_2 \\ l_4 \\ l_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad \mathbf{Q}_f = \begin{matrix} & 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \\ \begin{matrix} q_1 \\ q_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

16-7 题图 16-7 所示的线图中取支路 6, 7, 8, 9, 10 为树支, 写出它的基本回路矩阵 \mathbf{B}_f 。



题图 16-7

解 按先连支、后树支的支路排列顺序, 则基本回路矩阵 \mathbf{B}_f 为

$$\mathbf{B}_f = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \begin{matrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

16-8 对于某一网络的一个指定的树, 已知其基本割集矩阵为

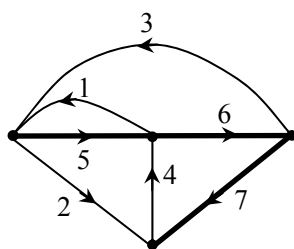
$$\mathbf{Q}_f = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (1) 试写出对应此网络的同一树的基本回路矩阵 \mathbf{B}_f ;
- (2) 绘出此网络的有向拓扑图, 并标出所用的树。

解 (1) 设支路按 1~7 由小到大顺序排列, 则支路 5、6、7 为树支, 由 $\mathbf{Q}_f = -\mathbf{B}_f^T$, 且支路的排列顺序不变, 则基本回路矩阵为

$$\mathbf{B}_f = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \begin{matrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- (2) 网络的有向拓扑图如题图 16-8 所示, 其中, 粗线所示支路及关联节点为树。



题图 16-8

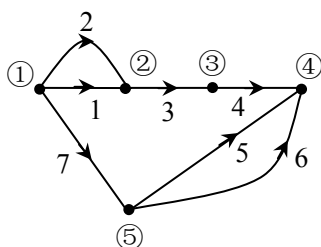
说明：题目勘误：(1) 中“基本割集矩阵”改为“基本回路矩阵”。

16-9 一个连通图有 5 个节点、7 条支路，其关联矩阵 A 为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- (1) 试画出对应的图 G ;
- (2) 支路集合(1, 3, 4, 5)是不是一个树?
- (3) 若是树, 写出对应的基本割集矩阵和基本回路矩阵。

解 (1) 设题中关联矩阵 A 的支路 1~7 由小到大顺序排列, 则其对应的图 G 如题图 16-9 所示, 其中⑤为参考节点。



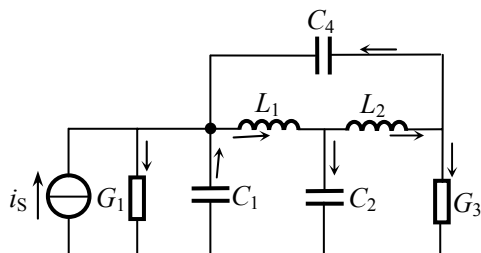
题图 16-9

- (2) 支路集合(1, 3, 4, 5)是一个树。
- (3) 对应 (2) 中的树, 按先树支、后连支的顺序, 对应的基本割集矩阵和基本回路矩阵分别为

$$Q_f = \begin{matrix} & 1 & 3 & 4 & 5 & 2 & 6 & 7 \\ \begin{matrix} q_1 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad B_f = \begin{matrix} & 1 & 3 & 4 & 5 & 2 & 6 & 7 \\ \begin{matrix} l_2 \\ l_6 \\ l_7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

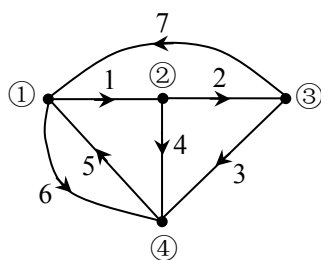
16-10 给定一电路如题图 16-10 所示。

- (1) 用图中所示的参考方向，画出网络的有向图；
 (2) 假定网络处于角频率为 ω 的正弦稳态下，试写出用关联矩阵表示的 KCL 和 KVL 的矩阵方程。



题图 16-10

解 (1) 有向图如题图 16-10(a)所示。

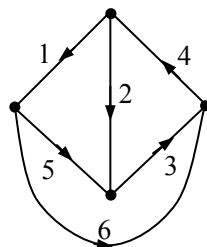


题图 16-10(a)

(2) 用关联矩阵表示的 KCL 和 KVL 的矩阵形式的相量方程分别为

$$A\dot{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \\ \dot{I}_6 \\ \dot{I}_7 \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \\ \dot{U}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix}$$

16-11 若题图 16-11 所示有向图，选支路 1,2,3 为树，试写出用基本割集矩阵 Q_f 表示的 KCL 和 KVL 方程。

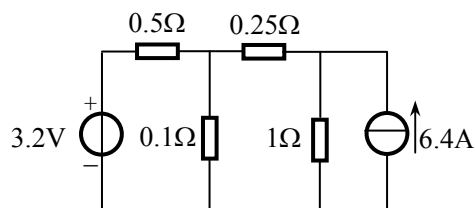


题图 16-11

解 用基本割集矩阵 Q_f 表示的瞬时值形式的 KCL 和 KVL 方程分别为

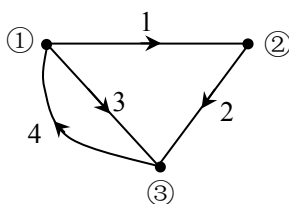
$$Q_f i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} u_{l4} \\ u_{l5} \\ u_{l6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{bmatrix}$$

16-12 用节点电压法求题图 16-12 所示电路中的各支路电流。



题图 16-12

解 有向图如题图 16-12(a)所示。



题图 16-12(a)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$U_s = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 3.2]^T, \quad I_s = [0 \quad 6.4 \quad 0 \quad 0]^T$$

节点电压方程的矩阵形式为

$$A Y A^T U_n = A I_s - A Y U_s$$

节点电导阵为

$$A Y A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$

节点电压方程有

$$\begin{bmatrix} 16 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6.4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6.4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

解得节点电压为

$$\begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 2 \end{bmatrix}$$

各支路电压为

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.1 \\ 2 \\ 0.9 \\ -0.9 \end{bmatrix}$$

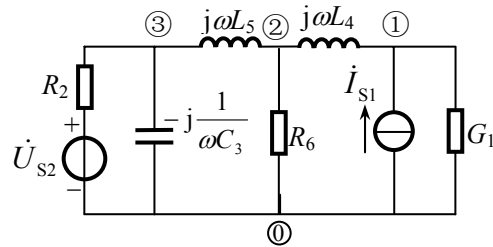
各支路电流为

$$\mathbf{I} = \mathbf{YU} + \mathbf{YU}_s - \mathbf{I}_s$$

即

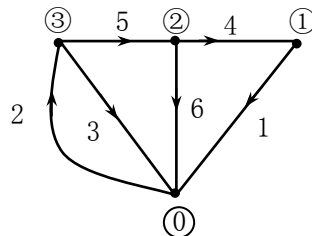
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.1 \\ 2 \\ 0.9 \\ -0.9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3.2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 6.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.4 \\ -4.4 \\ 9 \\ 4.6 \end{bmatrix}$$

16-13 用矩阵形式写出题图 16-13 所示电路的节点电压方程。



题图 16-13

解 有向图如题图 16-13(a)所示。



题图 16-13(a)

矩阵形式的节点电压方程为 $\mathbf{AYA}^T \dot{\mathbf{U}}_n = \mathbf{AI}_s - \mathbf{AYU}_s$ ，其中各矩阵和向量分别为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j\omega C_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/j\omega L_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega L_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/R_6 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{U}}_s = [0 \quad \dot{U}_{s2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

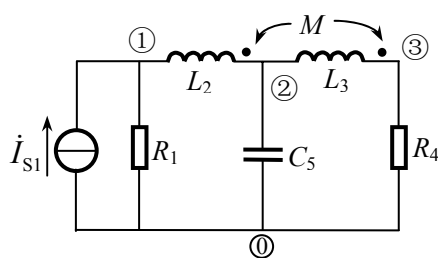
$$\dot{\mathbf{I}}_s = [\dot{I}_{s1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\dot{\mathbf{U}}_n = [\dot{U}_{n1} \quad \dot{U}_{n2} \quad \dot{U}_{n3}]^T$$

将上述各矩阵、列向量代入节点电压方程，整理得

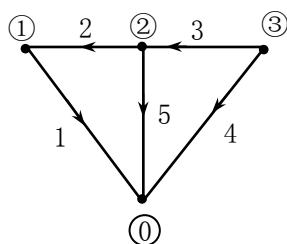
$$\begin{bmatrix} G_1 + \frac{1}{j\omega L_4} & -\frac{1}{j\omega L_4} & 0 \\ -\frac{1}{j\omega L_4} & \frac{1}{R_6} + \frac{1}{j\omega L_4} + \frac{1}{j\omega L_5} & -\frac{1}{j\omega L_5} \\ 0 & -\frac{1}{j\omega L_5} & \frac{1}{R_2} + j\omega C_3 + \frac{1}{j\omega L_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{s1} \\ 0 \\ \frac{\dot{U}_{s2}}{R_2} \end{bmatrix}$$

16-14 试列写题图 16-14 所示有互感交流电路相量形式的节点电压方程的矩阵形式。



题图 16-14

解 有向图如题图 16-14(a)所示。



题图 16-14(a)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j\omega L_2 & j\omega M & 0 & 0 \\ 0 & j\omega M & j\omega L_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega C_5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_3/\Delta & -M/\Delta & 0 & 0 \\ 0 & -M/\Delta & L_2/\Delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega C_5 \end{bmatrix}, \quad \Delta = j\omega(L_2 L_3 - M^2)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_s = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\dot{\mathbf{I}}_s = [\dot{I}_{s1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

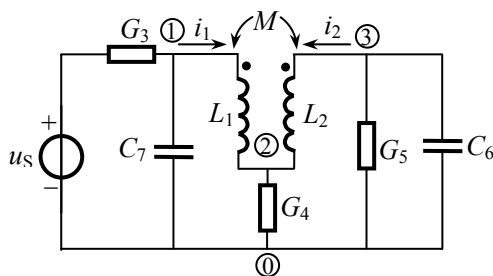
$$\dot{\mathbf{U}}_n = [\dot{U}_{n1} \quad \dot{U}_{n2} \quad \dot{U}_{n3}]^T$$

将上述各矩阵、列向量代入节点电压方程 $\mathbf{A}\mathbf{Y}\mathbf{A}^T\dot{\mathbf{U}}_n = \mathbf{A}\dot{\mathbf{I}}_s - \mathbf{A}\mathbf{Y}\dot{\mathbf{U}}_s$ ，整理得

$$\begin{bmatrix} \frac{L_3}{\Delta} + \frac{1}{R_1} & -\frac{L_3 + M}{\Delta} & \frac{M}{\Delta} \\ -\frac{M + L_3}{\Delta} & \frac{L_2 + L_3 + 2M}{\Delta} + j\omega C_5 & -\frac{L_2 + M}{\Delta} \\ \frac{M}{\Delta} & -\frac{L_2 + M}{\Delta} & \frac{L_2}{\Delta} + \frac{1}{R_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{s1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

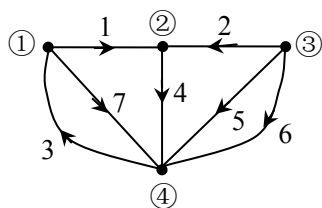
16-15 电路如题图 16-15 所示。

- (1) 试画出该电路的图；
- (2) 写出支路导纳矩阵 \mathbf{Y} ；
- (3) 写出节点电压方程的矩阵形式。



题图 16-15

解 (1) 该电路的图如题图 16-15(a)所示。



题图 16-10(a)

(2) 支路导纳阵为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{L_2}{\Delta} & -\frac{M}{\Delta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{M}{\Delta} & \frac{L_1}{\Delta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega C_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega C_7 \end{bmatrix}, \quad \Delta = j\omega(L_1 L_2 - M^2)$$

(3) 节点电压方程中其他矩阵和向量如下：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_s = [0 \quad 0 \quad \dot{U}_s \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

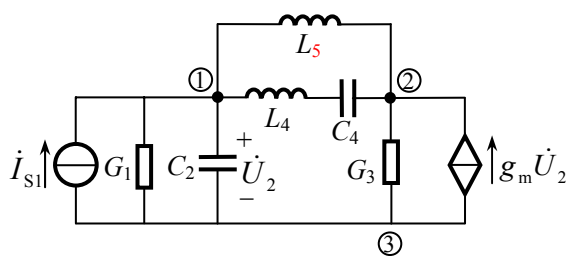
$$\mathbf{I}_s = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

节点电压方程矩阵形式为 $\mathbf{A}\mathbf{Y}\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{U}}_n = \mathbf{A}\mathbf{I}_s - \mathbf{A}\mathbf{Y}\mathbf{U}_s$ ，代入上述各矩阵和向量，并整理

可得

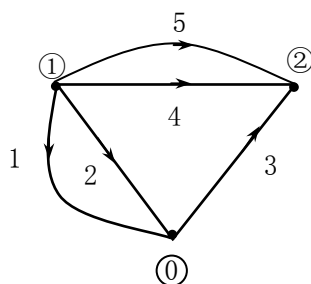
$$\begin{bmatrix} \frac{L_2}{\Delta} + G_3 + j\omega C_7 & \frac{M - L_2}{\Delta} & -\frac{M}{\Delta} \\ \frac{M - L_2}{\Delta} & \frac{-2M + L_1 + L_2}{\Delta} + G_4 & \frac{M - L_1}{\Delta} \\ -\frac{M}{\Delta} & \frac{M - L_1}{\Delta} & \frac{L_1}{\Delta} + G_5 + j\omega C_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_3 \dot{U}_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

16-16 电路如题图 16-16 所示。写出其节点电压矩阵方程。



题图 16-16

解 有向图如题图 16-16(a)所示。



题图 16-16(a)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Y_m = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_m & G_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j\omega L_4 + \frac{1}{j\omega C_4}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega L_5 \end{bmatrix}, \quad \text{令 } Y_{b4} = \frac{1}{j\omega L_4 + \frac{1}{j\omega C_4}}$$

$$\dot{U}_S = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

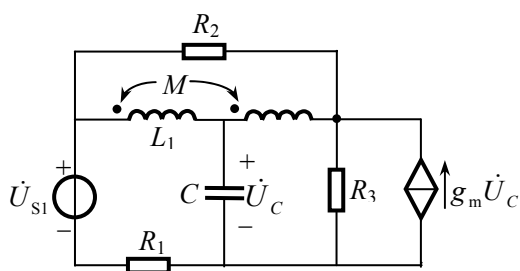
$$\dot{I}_S = [i_{S1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\dot{U}_n = [\dot{U}_{n1} \quad \dot{U}_{n2}]^T$$

代入 $\mathbf{A} \mathbf{Y} \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{U}}_n = \mathbf{A} \dot{\mathbf{I}}_S - \mathbf{A} \mathbf{Y} \dot{\mathbf{U}}_S$ ，整理可得节点电压方程为

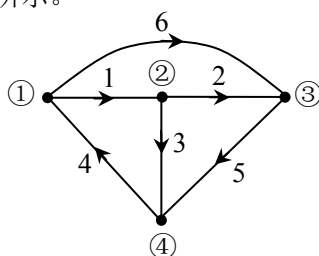
$$\begin{bmatrix} G_1 + j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L_5} + Y_{b4} & -\frac{1}{j\omega L_5} - Y_{b4} \\ -g_m - \frac{1}{j\omega L_5} - Y_{b4} & \frac{1}{j\omega L_5} + Y_{b4} + G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{S1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

16-17 试写出题图 16-17 所示电路相量形式节点电压方程的矩阵形式。



题 16-17 图

解 有向图如题图 16-17(a)所示。



题图 16-17(a)

以④为参考节点，列方程如下：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{L_2}{\Delta} & -\frac{M}{\Delta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{M}{\Delta} & \frac{L_1}{\Delta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j\omega C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g_m & 0 & \frac{1}{R_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}, \quad \Delta = j\omega(L_1 L_2 - M^2)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_S = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \dot{U}_{S1} \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\dot{\mathbf{I}}_S = [\dot{I}_{S1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\dot{\mathbf{U}}_n = [\dot{U}_{n1} \quad \dot{U}_{n2} \quad \dot{U}_{n3}]^T$$

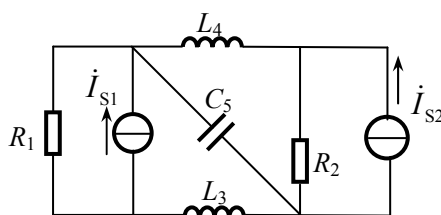
相量形式节点电压方程的矩阵形式为

$$\mathbf{A} \mathbf{Y} \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{U}}_n = \mathbf{A} \dot{\mathbf{I}}_S - \mathbf{A} \mathbf{Y} \dot{\mathbf{U}}_S$$

代入各矩阵、列向量，整理可得

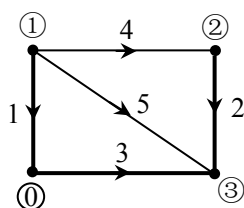
$$\begin{bmatrix} \frac{L_2}{\Delta} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & \frac{-M-L_2}{\Delta} & \frac{M}{\Delta} - \frac{1}{R_2} \\ \frac{-M-L_2}{\Delta} & \frac{2M+L_1+L_2}{\Delta} + j\omega C & \frac{-M-L_1}{\Delta} \\ \frac{M}{\Delta} - \frac{1}{R_2} & \frac{-M-L_1}{\Delta} - g_m & \frac{L_1}{\Delta} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{U}_s}{R_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

16-18 电路如题图 16-18 所示，用相量形式写出回路电流方程的矩阵形式。



题图 16-18

解 有向图如题图 16-18(a)所示。



题图 16-18(a)

选支路 1、2、3 为树支，列写基本回路矩阵为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

支路阻抗矩阵为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j\omega L_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j\omega L_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j\omega C_5} \end{bmatrix}$$

电压源、电流源列向量分别为

$$\dot{\mathbf{U}}_s = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\dot{\mathbf{I}}_s = [\dot{I}_{s1} \ \dot{I}_{s2} \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

回路电流为

$$\dot{\mathbf{I}}_l = [\dot{I}_4 \quad \dot{I}_5]^T$$

相量形式回路电流方程的矩阵形式为

$$\mathbf{BZB}^T \dot{\mathbf{I}}_l = \mathbf{B}\dot{\mathbf{U}}_s - \mathbf{BZ}\dot{\mathbf{I}}_s$$

代入可得矩阵、列向量，可得

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + j\omega L_3 + j\omega L_4 & R_1 + j\omega L_3 \\ R_1 + j\omega L_3 & R_1 + j\omega L_3 + \frac{1}{j\omega C_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \dot{I}_{s1} - R_2 \dot{I}_{s2} \\ R_1 \dot{I}_{s1} \end{bmatrix}$$

16-19 用相量形式写出题图 16-18 所示电路的割集矩阵方程。

解 有向图仍如题图 16-18(a)所示，且仍选支路 1、2、3 为树支。则基本割集矩阵为

$$\mathbf{Q} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

支路导纳阵为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{j\omega L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j\omega L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega C_5 \end{bmatrix}$$

电压源、电流源列向量分别为

$$\dot{\mathbf{U}}_s = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\dot{\mathbf{I}}_s = [\dot{I}_{s1} \quad \dot{I}_{s2} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

割集电压为

$$\dot{\mathbf{U}}_t = [\dot{U}_1 \quad \dot{U}_2 \quad \dot{U}_3]^T$$

相量形式割集方程的矩阵形式为

$$\mathbf{QYQ}^T \dot{\mathbf{U}}_t = \mathbf{Q}\dot{\mathbf{I}}_s - \mathbf{QY}\dot{\mathbf{U}}_s$$

代入可得矩阵、列向量，可得

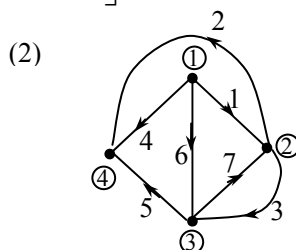
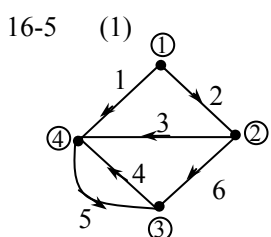
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_4} + j\omega C_5 & -\frac{1}{j\omega L_4} & \frac{1}{j\omega L_4} + j\omega C_5 \\ -\frac{1}{j\omega L_4} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L_4} & -\frac{1}{j\omega L_4} \\ \frac{1}{j\omega L_4} + j\omega C_5 & -\frac{1}{j\omega L_4} & \frac{1}{j\omega L_3} + \frac{1}{j\omega L_4} + j\omega C_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{s1} \\ \dot{I}_{s2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

第 16 章 网络图论基础

16-2 (a) 树 (1,2,3,8), (3,5,7,8), (2,4,6,5), (1, 4,7,8), 割集(1,2,3), (3,5,7), (2,4,6,5), (6,7,8); (b) 树(1,5,2,9,4), (2,3,4,6,10), (5,6,7,8,10), (3,4,7,11,9), 割集(1,2,5,9), (2,3,6,10), (9,10,11), (3,4,7,11)

16-3 (1)、(4) 是树不是割集, (2) 不是树是割集, (3)、(5) 不是树也不是割集。

$$16-4 \quad \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



16-6 选 1, 3 为树支

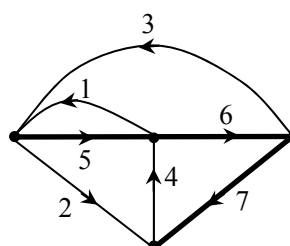
$$\mathbf{B}_f = \mathbf{l}_4 \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_f = \begin{matrix} q_1 \\ q_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

16-7 选 6,7,8,9,10 为树支

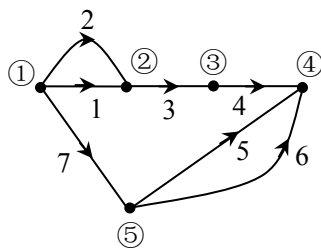
$$\begin{matrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_5 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

16-8 (1) 2 3 4 5 6 7 (2) 5,6,7 为树支

$$\mathbf{B}_f = \begin{matrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



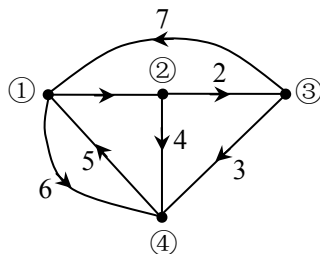
16-9 (1)



(2) 是一个树

$$(3) \mathbf{Q}_f = \begin{matrix} & 1 & 3 & 4 & 5 & 2 & 6 & 7 \\ \begin{matrix} q_1 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad \mathbf{B}_f = \begin{matrix} & 1 & 3 & 4 & 5 & 2 & 6 & 7 \\ \begin{matrix} l_2 \\ l_6 \\ l_7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

16-10 (1)



$$(2) \text{ KCL } \mathbf{A}\dot{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \\ \dot{I}_6 \\ \dot{I}_7 \end{bmatrix} = \mathbf{0};$$

$$\text{KVL } \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \\ \dot{U}_6 \\ \dot{U}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix}$$

16-11

$$\text{KCL} \quad \mathbf{Q}\mathbf{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = 0; \quad \text{KVL} \quad \begin{bmatrix} u_{l4} \\ u_{l5} \\ u_{l6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t1} \\ u_{t2} \\ u_{t3} \end{bmatrix}$$

$$16-12 \quad I_1 = -4.4\text{A}, \quad I_2 = -4.4\text{A}, \quad I_3 = 9\text{A}, \quad I_4 = 4.6\text{A}$$

16-13

$$\begin{bmatrix} G_1 + \frac{1}{j\omega L_4} & -\frac{1}{j\omega L_4} & 0 \\ -\frac{1}{j\omega L_4} & \frac{1}{R_6} + \frac{1}{j\omega L_4} + \frac{1}{j\omega L_5} & -\frac{1}{j\omega L_5} \\ 0 & -\frac{1}{j\omega L_5} & \frac{1}{R_2} + j\omega C_3 + \frac{1}{j\omega L_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{S1} \\ 0 \\ \frac{\dot{U}_{S2}}{R_2} \end{bmatrix}$$

16-14

$$\begin{bmatrix} \frac{L_3}{\Delta} + \frac{1}{R_1} & -\frac{L_3 + M}{\Delta} & \frac{M}{\Delta} \\ -\frac{M + L_3}{\Delta} & \frac{L_2 + L_3 + 2M}{\Delta} + j\omega C_5 & \frac{L_2 + M}{\Delta} \\ \frac{M}{\Delta} & \frac{L_2 + M}{\Delta} & \frac{L_2}{\Delta} + \frac{1}{R_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{S1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中, $\Delta = j\omega(L_1L_2 - M^2)$

16-15

$$\begin{bmatrix} \frac{L_2}{\Delta} + G_3 + j\omega C_7 & \frac{M - L_2}{\Delta} & -\frac{M}{\Delta} \\ \frac{M - L_2}{\Delta} & \frac{-2M + L_1 + L_2}{\Delta} + G_4 & \frac{M - L_1}{\Delta} \\ -\frac{M}{\Delta} & \frac{M - L_1}{\Delta} & \frac{L_1}{\Delta} + G_5 + j\omega C_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_3 \dot{U}_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中, $\Delta = j\omega(L_1L_2 - M^2)$

$$16-16 \quad \text{设 } Y_{b4} = \frac{j\omega C_4}{1 - \omega^2 L_4 C_4}$$

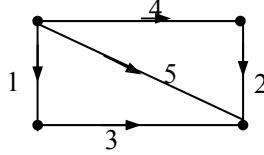
$$\begin{bmatrix} G_1 + j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L_3} + Y_{b4} & -\frac{1}{j\omega L_3} - Y_{b4} \\ -g_m - \frac{1}{j\omega L_3} - Y_{b4} & \frac{1}{j\omega L_3} + Y_{b4} + G_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{S1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

16-17

$$\begin{bmatrix} \frac{L_2}{\Delta} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & \frac{-M - L_2}{\Delta} & \frac{M}{\Delta} - \frac{1}{R_2} \\ \frac{-M - L_2}{\Delta} & \frac{2M + L_1 + L_2}{\Delta} + j\omega C & \frac{-M - L_1}{\Delta} \\ \frac{M}{\Delta} - \frac{1}{R_2} & \frac{-M - L_1}{\Delta} - g_m & \frac{L_1}{\Delta} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{U}_s}{R_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中, $\Delta = j\omega(L_1L_2 - M^2)$

16-18 选定参考方向如题解图 16-18 所示, 支路 1,2,3 为树。



题解图 14-18

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + j\omega L_3 + j\omega L_4 & R_1 + j\omega L_3 \\ R_1 + j\omega L_3 & R_1 + j\omega L_3 + \frac{1}{j\omega C_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \dot{I}_{S1} - R_2 \dot{I}_{S2} \\ R_1 \dot{I}_{S1} \end{bmatrix}$$

16-19 选定参考方向如题解图 16-18 所示, 支路 1,2,3 为树。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_4} + j\omega C_5 & -\frac{1}{j\omega L_4} & \frac{1}{j\omega L_4} + j\omega C_5 \\ -\frac{1}{j\omega L_4} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L_4} & -\frac{1}{j\omega L_4} \\ \frac{1}{j\omega L_4} + j\omega C_5 & -\frac{1}{j\omega L_4} & \frac{1}{j\omega L_3} + \frac{1}{j\omega L_4} + j\omega C_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{S1} \\ \dot{I}_{S2} \\ 0 \end{bmatrix}$$