

## 第17章 分布参数电路

**17-1** 三相输电线一相的参数如下：电阻  $R_0=0.107\Omega\cdot\text{km}^{-1}$ ，电感  $L_0=1.36\text{mH}\cdot\text{km}^{-1}$ ，电容  $C_0=0.00848\mu\text{F}\cdot\text{km}^{-1}$ ，电导  $G_0=0$ 。工作频率  $f=50\text{Hz}$ 。试计算输电线的特性阻抗  $Z_C$ ，传播常数  $\gamma$ ，相速  $v_\phi$  和波长  $\lambda$ 。

**解** 原参数为

$$\begin{aligned} Z_0 &= R_0 + j\omega L_0 = 0.107 + j2\pi \times 50 \times 1.36 \times 10^{-3} \\ &= 0.107 + j0.4273 \Omega/\text{km} = 0.4405 \angle 75.94^\circ \Omega \cdot \text{km}^{-1} \end{aligned}$$

$$Y_0 = G_0 + j\omega C_0 = j2\pi \times 50 \times 0.00848 \times 10^{-6} = j2.664 \times 10^{-6} \text{ S} \cdot \text{km}^{-1}$$

特性阻抗为

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} = \sqrt{\frac{0.4405 \angle 75.94^\circ}{j2.664 \times 10^{-6}}} = 407 \angle -7.03^\circ \Omega$$

传播常数为

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{Z_0 Y_0} = \sqrt{0.4405 \angle 75.94^\circ \times j2.664 \times 10^{-6}} = \sqrt{1.173 \times 10^{-6} \angle 165.9^\circ} \\ &= 1.083 \times 10^{-3} \angle 82.95^\circ = (0.133 \times 10^{-3} + j1.07 \times 10^{-3}) \text{ km}^{-1} \end{aligned}$$

相速为

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \times 50}{1.07 \times 10^{-3}} = 2.94 \times 10^5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

波长为

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{1.07 \times 10^{-3}} = 5.87 \text{ km}$$

改错：波速度级错。

**17-2** 电缆的参数如下： $R_0=7\Omega\cdot\text{km}^{-1}$ ， $L_0=0.3\text{mH}\cdot\text{km}^{-1}$ ， $C_0=0.2\mu\text{F}\cdot\text{km}^{-1}$ ，电导  $G_0=0.5 \times 10^{-6} \text{ S} \cdot \text{km}^{-1}$ ，工作频率  $f=800\text{Hz}$ 。

(1) 计算电缆的特性阻抗  $Z_C$ ，衰减系数  $\alpha$  和相位系数  $\beta$ ；

(2) 设电缆长  $20\text{km}$ ，终端接  $Z_2=100 \angle -30^\circ \Omega$  的负载，始端电压  $\dot{U}_1=50 \angle 0^\circ \text{V}$ 。求始端电流  $\dot{I}_1$ 、终端电压  $\dot{U}_2$  及电流  $\dot{I}_2$ 。

解 (1)  $\omega = 2\pi \times 800 = 5026.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$Z_0 = R_0 + j\omega L_0 = 7 + j1.5079 = 7.16 \angle 12.16^\circ \Omega \cdot \text{km}^{-1}$$

$$Y_0 = G_0 + j\omega C_0 = 0.5 \times 10^{-6} + j1005.3 \times 10^{-6} = 1005.3 \times 10^{-6} \angle 89.97^\circ \text{ S} \cdot \text{km}^{-1}$$

特性阻抗为

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} = 84.39 \angle -38.91^\circ \Omega$$

传播常数为

$$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = 84.84 \times 10^{-3} \angle 51.06^\circ \text{ 1/km} = 53.32 \times 10^{-3} + j65.99 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$$

所以衰减系数为  $\alpha = 53.32 \times 10^{-3} \text{ 1/km}$ ，相位系数为  $\beta = 65.99 \times 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{km}^{-1}$ 。

$$(2) \gamma = 84.84 \times 10^{-3} \angle 51.06^\circ \text{ km}^{-1}, Z_c = 84.39 \angle -38.91^\circ \Omega$$

$$\gamma l = 84.84 \times 10^{-3} \angle 51.06^\circ \times 20 = 1.066 + j1.320$$

$$e^{\gamma l} = e^{1.066 + j1.320} = 2.904 \angle 1.320 = 2.904 \angle 75.63^\circ$$

$$e^{-\gamma l} = e^{-(1.066 + j1.320)} = 0.3444 \angle -1.320 = 0.3444 \angle -75.63^\circ$$

$$\cosh \gamma l = \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} = 1.304 \angle 71.99^\circ$$

$$\sinh \gamma l = \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} = 1.605 \angle 78.59^\circ$$

$\dot{U}_1 = 50 \angle 0^\circ \text{ V}$ ， $\dot{U}_2 = Z_2 \dot{I}_2$ ，则有

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cosh \gamma l + Z_c \dot{I}_2 \sinh \gamma l = \dot{U}_2 \cosh \gamma l + Z_c \times \frac{\dot{U}_2}{Z_2} \dot{I}_2 \sinh \gamma l \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sinh \gamma l + \dot{I}_2 \cosh \gamma l = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sinh \gamma l + \frac{\dot{U}_2}{Z_2} \cosh \gamma l \end{cases}$$

解得

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_1}{\cosh \gamma l + \frac{Z_c}{Z_2} \sinh \gamma l} = 18.81 \angle -71.03^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sinh \gamma l + \frac{\dot{U}_2}{Z_2} \cosh \gamma l = 0.5977 \angle 40.17^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2} = \frac{18.81 \angle -71.03^\circ}{100 \angle -30^\circ} = 0.1881 \angle -41.03^\circ \text{ A}$$

**17-3** 三相输电线一相的参数如下: 电阻  $R_0=0.078 \Omega \cdot \text{km}^{-1}$ , 感抗  $X_0=\omega L_0=0.417 \Omega \cdot \text{km}^{-1}$ , 容纳  $B_0=\omega C_0=2.75 \times 10^{-6} \text{ S} \cdot \text{km}^{-1}$ , 电导  $G_0=0$ 。输电线长 369km, 线路终端电压为 220kV, 终端负载吸收的三相功率为 300MW, 功率因数为 0.98(感性)。求输电线始端电压相量和电流相量。

解

$$Z_0 = R_0 + jX_0 = 0.078 + j0.417 = 0.4242 \angle 79.40^\circ \Omega \cdot \text{km}^{-1}$$

$$Y_0 = G_0 + jB_0 = j2.75 \times 10^{-6} \text{ S} \cdot \text{km}^{-1}$$

特性阻抗为

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} = 392.7 \angle -5.295^\circ \Omega$$

传播常数为

$$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = 1.0801 \times 10^{-3} \angle 84.70^\circ = (0.09976 + j1.0754) \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$$

终端相电压为

$$U_2 = 220000 / \sqrt{3} = 127 \text{ kV}$$

一相负载的功率为

$$P_2 = 300 / 3 = 100 \text{ MW}$$

终端相电流为

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cos \varphi_2} = 803.4 \text{ A}$$

令  $\dot{U}_2 = 127 \angle 0^\circ \text{ kV}$ 。因  $\varphi_2 = 11.48^\circ$  (感性), 则  $\varphi = 11.48^\circ$ , 所以  $\dot{I}_2 = 803.4 \angle -11.48^\circ \text{ A}$ 。

**方法 1:** 用双曲函数表示。由线上电压、电流方程有

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cosh \gamma l + Z_C \dot{I}_2 \sinh \gamma l \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_C} \sinh \gamma l + \dot{I}_2 \cosh \gamma l \end{cases} \quad (1)$$

$$\gamma l = 0.03681 + j0.3968$$

$$e^{\gamma l} = e^{0.03681 + j0.3968} = 1.037 \angle 0.3968 = 1.037 \angle 22.73^\circ$$

$$e^{-\gamma l} = e^{-(0.03681 + j0.3968)} = 0.9639 \angle -0.3968 = 0.9639 \angle -22.73^\circ$$

$$\cosh \gamma l = \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} = 0.9229 \angle 0.8768^\circ$$

$$\sinh \gamma l = \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} = 0.3880 \angle 85.02^\circ$$

代入式 (1) 求得始端的相电压和相电流为

$$\dot{U}_1 = 199.4 \angle 35.39^\circ \text{ kV}, \quad \dot{I}_1 = 728.2 \angle -0.8620^\circ \text{ A}$$

**方法 2:** 用指数函数表示

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}(l) = \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + Z_C \dot{I}_2)e^{\gamma l} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - Z_C \dot{I}_2)e^{-\gamma l} \\ \dot{I}_1 = \dot{I}(l) = \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{U}_2}{Z_C} + \dot{I}_2\right)e^{\gamma l} - \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{U}_2}{Z_C} - \dot{I}_2\right)e^{-\gamma l} \end{cases} \quad (2)$$

$$\gamma l = 0.03681 + j0.3968$$

$$e^{\gamma l} = e^{0.03681 + j0.3968} = 1.037 \angle 0.3968 = 1.037 \angle 22.73^\circ$$

$$e^{-\gamma l} = e^{-(0.03681 + j0.3968)} = 0.9639 \angle -0.3968 = 0.9639 \angle -22.73^\circ$$

代入式(2)求得始端的相电压和相电流为

$$\dot{U}_1 = 227.5 \angle 10.74^\circ + 95.11 \angle 129.8^\circ = 199.5 \angle 35.37^\circ \text{ kV}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{Z_c} (227.5 \angle 10.74^\circ - 95.11 \angle 129.8^\circ) = 728.4 \angle -0.8564^\circ \text{ A}$$

**17-4** 无损输电线的参数如下： $L_0=2.88\text{mH}\cdot\text{km}^{-1}$ ， $C_0=3.85\times 10^{-3}\mu\text{F}\cdot\text{km}^{-1}$ ，线长  $l=100\text{km}$ ，输电线末端电压  $u_2 = \sqrt{2}U_2 \sin \omega t \text{ V}$ ，其中  $U_2=50\text{V}$ ，频率  $f=1\text{kHz}$ ，负载阻抗  $Z_2$  等于特性阻抗  $Z_c$ 。求输电线始端电流  $i_1$  和电压  $u_1$  的瞬时值表达式，并求出输电线始端的入端阻抗。

**解** 此无损线的特性阻抗为

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{2.88 \times 10^{-3}}{3.85 \times 10^{-9}}} = 864.9 \Omega$$

相位常数为

$$\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0} = 2\pi \times 1000 \sqrt{2.88 \times 10^{-3} \times 3.85 \times 10^{-9}} = 0.02092 \text{ rad} \cdot \text{km}^{-1}$$

当负载阻抗  $Z_2$  等于特性阻抗  $Z_c$  时，线上无反射波，则以终点为坐标起点，线上电压、电流相量分别为

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_2 e^{j\beta x}, \quad \dot{I}(x) = \dot{I}_2 e^{j\beta x}$$

线上电压、电流的瞬时值表达式分别为

$$u(x, t) = 50\sqrt{2} \sin(2000\pi t + \beta x) \text{ V}$$

$$i(x, t) = \frac{50}{864.9} \sqrt{2} \sin(2000\pi t + \beta x) \text{ A} = 0.0578\sqrt{2} \sin(2000\pi t + \beta x) \text{ A}$$

令上式中  $x=100\text{km}$ ，即得始端电压、电流分别为

$$u_1 = 50\sqrt{2} \sin(2000\pi t + 2.09) \text{ V} \quad (\text{初相位单位为弧度})$$

$$i_1 = 0.0578\sqrt{2} \sin(2000\pi t + 2.09) \text{ A}$$

传输线始端的入端阻抗为  $Z_c$ 。

**17-5** 一无损传输线的特性阻抗为  $Z_c=75\Omega$ ，终端短路。工作频率为  $100\text{MHz}$ 。问此传输线最短的长度等于多少时，能使其输入端口的等效参数相当于：(1) 一个  $0.5\mu\text{H}$  的电感；(2) 一个  $150\text{pF}$  的电容。

**解** 无损线的正弦稳态解为

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + jZ_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$

当终端短路时, 有

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = jZ_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$

从距终端  $x$  处向终端看入的阻抗为

$$Z(x) = \frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}(x)} = \frac{jZ_c \dot{I}_2 \sin \beta x}{\dot{I}_2 \cos \beta x} = jZ_c \tan \beta x = j75 \tan \beta x$$

设波以光速  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  传播, 则波长为

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^6} = 3 \text{ m}$$

$$\text{则 } \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}。$$

(1) 若要使其输入端口的等效参数相当于一个  $0.5 \mu\text{H}$  的电感, 则

$$Z(x) = j\omega L = j2\pi \times 100 \times 10^6 \times 0.5 \times 10^{-6} = j100\pi \Omega$$

令

$$Z(x) = j75 \tan \beta x = j100\pi$$

则

$$\beta x = \text{Arc tan } \frac{100\pi}{75} = k\pi + \arctan \frac{100\pi}{75} = (k\pi + 1.336) \text{ rad} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

取  $x$  的最小值  $x = 0.638 \text{ m}$ 。

(2) 若要使其输入端口的等效参数相当于一个  $150 \text{ pF}$  的电容, 则

$$Z(x) = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j2\pi \times 100 \times 10^6 \times 150 \times 10^{-12}} = -j \frac{100}{3\pi} \Omega$$

令

$$Z(x) = j75 \tan \beta x = -j \frac{100}{3\pi}$$

则

$$\beta x = \text{Arctan} \left( -\frac{100}{3\pi \times 75} \right) = k\pi + \arctan \left( -\frac{100}{3\pi \times 75} \right) = (k\pi - 0.1405) \text{ rad} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

取  $x$  的最小值  $x = 1.43 \text{ m}$ 。

**17-6** 一无损输电线的特性阻抗为  $Z_c = 500 \Omega$ , 始端电压  $U_1 = 50 \text{ V}$ , 工作频率  $f = 1 \text{ kHz}$ , 线长  $l = 200 \text{ km}$ 。分别画出终端开路时电压、电流有效值沿线分布图。(设  $\lambda = 120 \text{ km}$ )

**解** 以终端为原点, 距终端  $x$  处线上电压、电流的相量表达式为

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + jZ_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$

其中  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{120} \text{ rad} \cdot \text{km}^{-1}$ ,  $x$  的单位为 km。

终端开路时,  $\dot{I}_2 = 0$ , 则线上电压、电流的有效值表达式为

$$\begin{cases} U(x) = U_2 |\cos \beta x| \\ I(x) = \frac{U_2}{Z_c} |\sin \beta x| \end{cases}$$

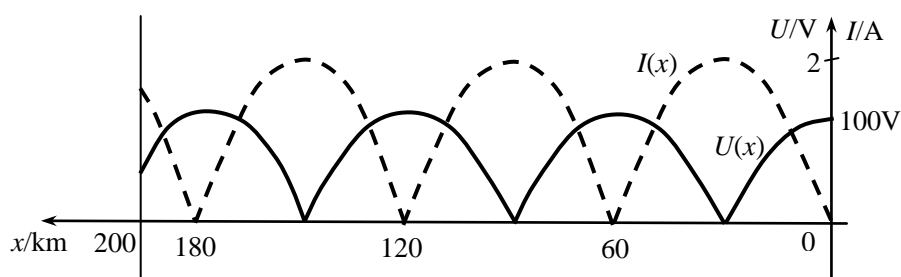
已知  $U_1 = 50\text{V}$ , 有

$$U_1 = 50 = U_2 \left| \cos \left( \frac{2\pi}{120} \times 200 \right) \right| = 0.5U_2$$

解得  $U_2 = 100\text{V}$ , 则

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_c} = \frac{100}{500} = 0.2\text{A}$$

电压、电流有效值沿线分布如题图 17-6 所示。



题图 17-6

**17-7** 特性阻抗为  $150\Omega$  的无损传输线  $l_1$  经四分之一波长的无损传输线  $l_2$  向一电阻为  $300\Omega$  的负载供电。求传输线  $l_2$  的特性阻抗为多少时可使传输线  $l_1$  工作在匹配状态。

**解** 终端接任意阻抗时的无损线向终端看入的等效阻抗为

$$Z(x) = Z_c \frac{Z_2 + jZ_c \tan \beta x}{Z_c + jZ_2 \tan \beta x}$$

当线长为四分之一波长时,  $\tan(\beta \times \frac{\lambda}{4}) = \tan(\frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4}) \rightarrow \infty$ , 所以

$$Z(\frac{l}{4}) = Z_c \frac{Z_c}{Z_2} = \frac{Z_c^2}{Z_2}$$

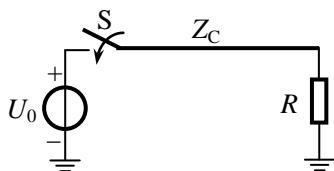
本题中,  $L_1$  特性阻抗为  $Z_{c1}=150\Omega$ ,  $L_2$  特性阻抗为  $Z_{c2}$ , 负载电阻  $R=300\Omega$ 。根据匹配条件, 有

$$Z_{c1} = \frac{Z_{c2}^2}{R}$$

由此可得

$$Z_{C2} = \sqrt{Z_{C1}R} = \sqrt{150 \times 300} = 212.1\Omega$$

**17-8** 长为  $l=60\text{km}$ ，特性阻抗为  $Z_C=450\Omega$  的无损传输线如题图 17-8 所示，始端接至电压为  $U_0$  的直流电源，末端接一电阻  $R=900\Omega$ 。试画出  $t=300\mu\text{s}$  和  $700\mu\text{s}$  两种情况下，传输线上电压沿线分布图。



题图 17-8

**解** 开关闭合前，线上电压、电流为零。当开关  $S$  闭合后，波沿传输线从始端向终端传播，波所到之处，线上电压为  $U_0$ ；波未到之处，线上电压仍为零。从始端到达终端所需时间为（设波速为光速）

$$t_0 = \frac{60 \times 10^3}{3 \times 10^8} = 200\mu\text{s}$$

即当  $t=200\mu\text{s}$  时第一次入射波到达终端，并产生第一次反射波。终端反射系数为

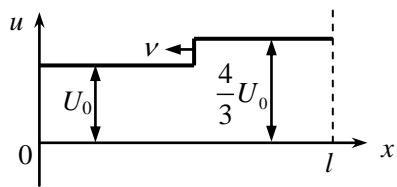
$$n_2 = \frac{R - Z_C}{R + Z_C} = \frac{900 - 450}{900 + 450} = \frac{1}{3}$$

反射波从终端向始端传播，反射波到达之处，线上电压为  $U_0 + \frac{1}{3}U_0 = \frac{4}{3}U_0$ ；反射波未到之处，线上电压为  $U_0$ 。当  $t=300\mu\text{s}$ ，反射波到达传输线中点。当  $t=400\mu\text{s}$  反射波到达始端后，将产生新的反射（入射），反射系数为  $n_1 = -1$ 。

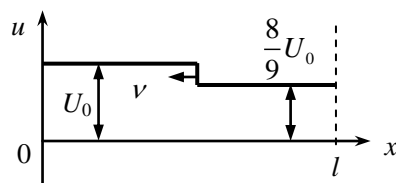
第二次入射波到达之处，线上电压为  $\frac{4}{3}U_0 + (-1) \times \frac{1}{3}U_0 = U_0$ ；波未到之处，线上电压为  $\frac{4}{3}U_0$ 。当  $t=600\mu\text{s}$  时，第二次入射波到达终端，再次产生反射，新的反射波（第二次反射波）到达之处，线上电压为  $U_0 + \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{3}U_0\right) = \frac{8}{9}U_0$ ；波未到之处，线上电压为  $U_0$ 。当

$t=700\mu\text{s}$ ，第二次反射波到达传输线中点。

由分析结果，可作出  $t=300\mu\text{s}$  和  $t=700\mu\text{s}$  时，线上电压分布图分别如题图 17-8(a)和题图 17-8(b)所示。

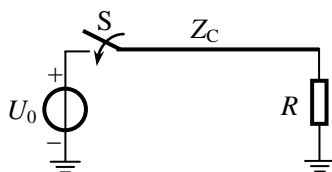


题图 17-8(a)  $t=300\mu\text{s}$



题图 17-8(b)  $t=700\mu\text{s}$

**17-9** 一无损传输线的特性阻抗为  $Z_C=100\Omega$ ，长为  $l=60\text{km}$ ，传输线末端接一电阻  $R=300\Omega$ （如题图 17-19 所示）， $t=0$  时始端接入电压为  $U_0=10\text{kV}$  的直流电压。试绘出  $t=0$  至  $t=800\mu\text{s}$  期间电阻  $R$  上电压随时间  $t$  的变化曲线。



题图 17-9

**解** 波从始端到终端或从终端到始端所需时间为（设波速为光速）

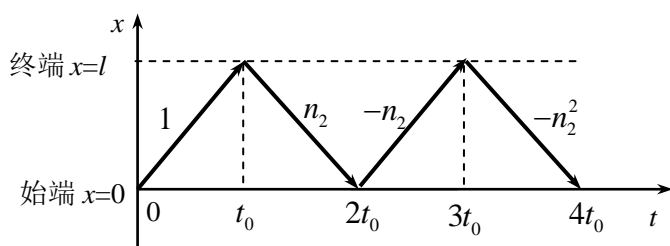
$$t_0 = \frac{60 \times 10^3}{3 \times 10^8} = 200\mu\text{s}$$

终端反射系数为

$$n_2 = \frac{R - Z_C}{R + Z_C} = \frac{300 - 100}{300 + 100} = \frac{1}{2}$$

始端发射系数为  $n_1 = -1$ 。

$x$ - $t$  平面上波前位置  $x$  与时间  $t$  的关系曲线如题图 17-9(a) 所示。



题图 17-9(a)

当  $t = t_0 = 200\mu\text{s}$  时，第一次入射波到达终端，产生第一次发射，终端电压变为

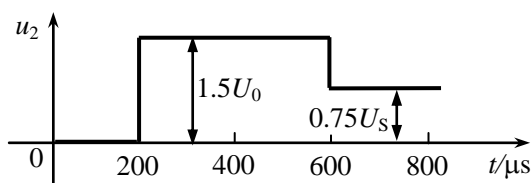
$u_2 = U_0 + n_2 U_0 = 1.5 U_0$ ；当  $200\mu\text{s} < t < 600\mu\text{s}$ ， $u_2$  不变；当  $t = 600\mu\text{s}$  时，第二次入射波

到达终端，产生第二次发射， $u_2 = U_0 + n_2 U_0 - n_2 U_0 - n_2^2 U_0 = 0.75 U_0$ ；当

$600\mu\text{s} < t \leq 800\mu\text{s}$ ， $u_2$  不变。

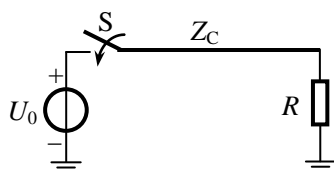


可绘出  $t=0$  至  $t=800\mu\text{s}$  期间电阻  $R$  上电压随时间  $t$  的变化曲线入题图 17-9(b)所示。



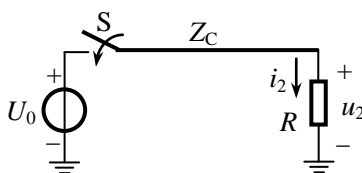
题图 17-9(b)

**17-10** 长为  $l=60\text{km}$ , 特性阻抗为  $Z_C=450\Omega$  的无损传输线接至电压为  $U_0$  的直流电源, 传输线末端接一电阻  $R=1350\Omega$  (如题图 17-10 所示), 画出线路末端电压、电流随时间变化的曲线。



题图 17-10

**解** 电压、电流参考方向如题图 17-10(a)所示。



题图 17-10(a)

波从始端到终端或从终端到始端所需时间为 (设波速为光速  $v$ )

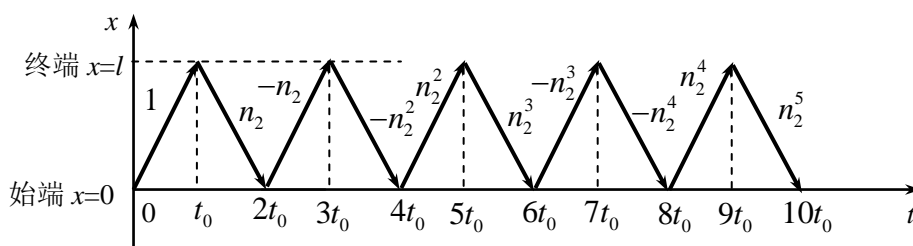
$$t_0 = \frac{60 \times 10^3}{3 \times 10^8} = 200\mu\text{s}$$

终端反射系数为

$$n_2 = \frac{R - Z_C}{R + Z_C} = \frac{1350 - 450}{1350 + 450} = \frac{1}{2}$$

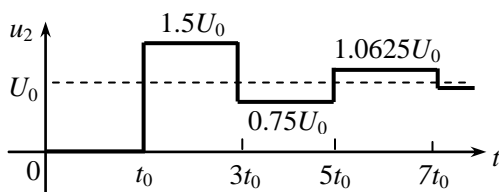
始端发射系数为  $n_1 = -1$ 。

$x-t$  平面上波前位置  $x$  与时间  $t$  的关系曲线如题图 17-10(b)所示。

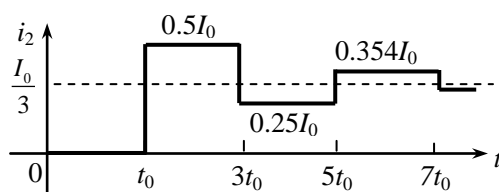


题图 17-10(b)

由此可作出线路末端电压、电流随时间变化的曲线分别如题图 17-10(c)和题图 17-10(d)所示。



题图 17-10(c)

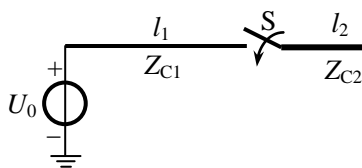


题图 17-10(d)

图中,  $I_0 = \frac{U_0}{Z_C}$ 。当换路后达到稳态时, 有

$$u_2(\infty) = U_0, \quad i_2(\infty) = \frac{u_2(\infty)}{R} = \frac{U_0}{R} = \frac{U_0}{Z_C} \times \frac{Z_C}{R} = I_0 \times \frac{450}{1350} = \frac{I_0}{3}$$

**17-11** 无损架空线长  $l_1 = 45\text{km}$ , 特性阻抗  $Z_{C1} = 450\Omega$ , 始端接恒定电压  $U_0 = 36\text{kV}$ , 线路原处于稳态(如题图 17-11 所示)。现将一电缆经开关接至架空线的终端, 电缆长  $l_2 = 15\text{km}$ , 特性阻抗  $Z_{C2} = 50\Omega$ , 其终端开路。试说明电缆刚接上时线上电压的波动情况。



题图 17-11

**解** 架空线终端电压为  $U_0 = 36\text{kV}$  (已达稳态), 开关闭合后立即有反射波  $u_1^-$  和入射波

$u_2^+$ 。

$$U_0 + u_1^- = u_2 = u_2^+ \quad (1)$$

$$I_0 - i_1^- = i_2 = i_2^+$$

即

$$0 - \frac{u_1^-}{Z_{C1}} = \frac{u_2^+}{Z_{C2}} \quad (2)$$

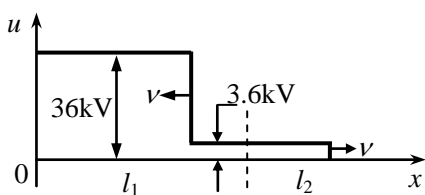
联立求解式 (1) 和式 (2), 得

$$u_2^+ = \frac{Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}} U_0 = \frac{50}{450 + 50} 36 = 3.6\text{kV}, \quad i_2^+ = \frac{u_2^+}{Z_{C2}} = 72\text{A}$$

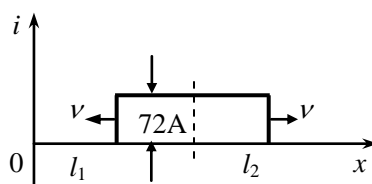
$$u_1^- = \frac{-450}{450 + 50} 36 = -32.4\text{kV}, \quad i_1^- = \frac{u_1^-}{Z_{C1}} = -72\text{A}$$

所以在第一次反射波和入射波还未到达始端和终端时, 线上电压、电流分布分别如题图

17-11(a)和题图 17-11(b)所示。

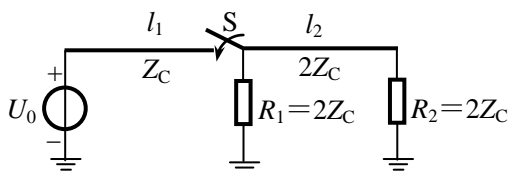


题图 17-11(a)



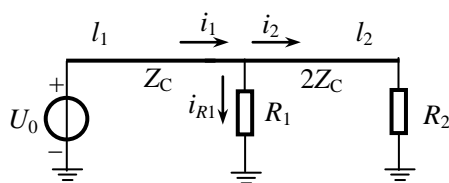
题图 17-11(b)

**17-12** 题图 17-12 中,  $l_1$ ,  $l_2$  均为无损均匀传输线,  $l_1$  的特性阻抗为  $Z_C$ ,  $l_2$  的特性阻抗为  $2Z_C$ , 两线的长度均为  $l$ , 线上的波速均为  $v$ 。  $R_1$ ,  $R_2$  为集总参数电阻,  $R_1=R_2=2Z_C$ 。 开关  $S$  闭合前  $l_1$  上已充电, 线上电压为恒值  $U_0$ , 电流为零;  $l_2$  上电压、电流均为零。 求开关闭合后电阻  $R_1$ ,  $R_2$  上电压随时间变化的曲线。



题图 17-12

**解** 参考方向如题图 17-12(a)所示。



题图 17-12(a)

已知开关  $S$  闭合前, 传输线  $l_1$  上的电压、电流分别为  $u_1 = U_0$ ,  $i_1 = 0$ ; 传输线  $l_2$  上的电压、电流分别为  $u_2 = 0$ ,  $i_2 = 0$ 。

令  $t_0 = \frac{l}{v}$ 。当开关  $S$  闭合后, 各处电流参考方向如图所示, 电压取关联参考方向。

开关  $S$  闭合后的瞬间, 在电阻  $R_1$  处将向  $l_1$  发出反射波  $u_1^-$ ,  $i_1^-$ , 向  $l_2$  发出透射波  $u_2^+$ ,  $i_2^+$ 。

则在  $R_1$  处可列方程如下:

$$u_{R1} = u_1 = U_0 + u_1^- = u_2 = 0 + u_2^+$$

$$u_1^- = Z_C i_1^-, \quad u_2^+ = 2Z_C i_2^+$$

$$i_{R1} = i_1 - i_2 = -i_1^- - i_2^+ \quad (i_1 = 0 - i_1^-)$$

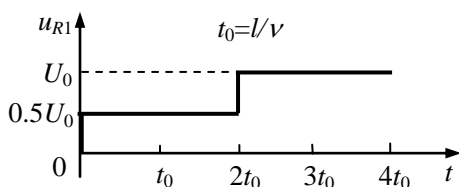
由上述方程可解出：

$$u_1^- = -\frac{1}{2}U_0, \quad u_2^+ = \frac{1}{2}U_0$$

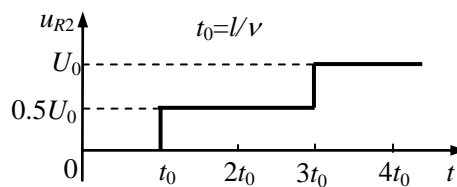
此时线上电压分别为

$$u_1 = U_0 + u_1^- = \frac{1}{2}U_0, \quad u_2 = u_2^+ = \frac{1}{2}U_0$$

$u_1^-$  在向始端传播，经过时间  $t_0$  到达始端，然后产生新的入射波  $u_1^+ = \frac{1}{2}U_0$ ，再经过时间  $t_0$  到达电阻  $R_1$  处，此时因匹配，在此处不会再产生反射，入射波  $u_1^+ = \frac{1}{2}U_0$  继续沿  $l_2$  向终端传播。 $u_2^+$  在  $l_2$  向终端传播，经过  $t_0$  到达始端，因  $R_2 = 2Z_C$ ，所以不会产生反射。由此可绘出开关闭合后电阻  $R_1, R_2$  上电压随时间变化的曲线分别如题图 17-12(b)和题图 17-12(c)所示。

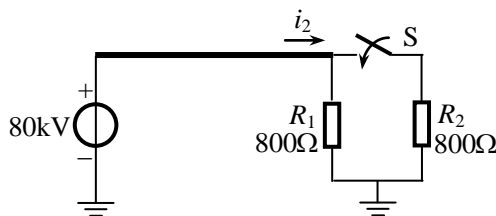


题图 17-12(b)



题图 17-12(c)

**17-13** 无损架空线长 60km，特性阻抗为  $400\Omega$ ，接至电压为 80kV 的恒定电压源，架空线终端接有  $800\Omega$  的电阻。现在终端再接入一个  $800\Omega$  的电阻（如题图 17-13 所示）。试分析线上电压、电流的波动过程。



题图 17-13

**解** 设开关闭合时无损线工作在稳态，则线上和终端电压、电流分别为

$$u_{20} = U_S = 80\text{kV}, \quad i_{20} = \frac{u_{20}}{R_1} = \frac{U_S}{R_1} = \frac{80 \times 10^3}{800} = 100\text{A}$$

开关 S 闭合后立即有反射波  $u_1^-$  和  $i_2^-$  产生。终端处电压、电流有如下关系为

$$u_{20} + u_1^- = u_2$$

$$i_{20} - \frac{u_1^-}{Z_C} = i_2 = \frac{u_2}{R_1 // R_2}$$

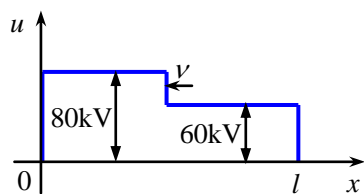
联立求解上两式，并代入参数得

$$u_2 = \frac{R_1 // R_2}{R_1} \frac{Z_C + R_1}{Z_C + R_1 // R_2} u_{20} = \frac{400}{800} \times \frac{400 + 800}{400 + 400} \times 80 \times 10^3 = 60\text{kV}$$

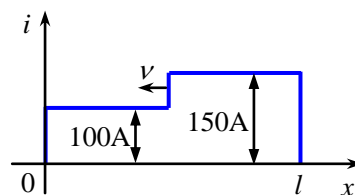
$$u_1^- = u_2 - u_{20} = 60 - 80 = -20\text{kV}$$

$$i^- = \frac{u^-}{Z_C} = -50\text{A}$$

在第一次反射波尚未到达始端时线上电压、电流分布分别如题图 17-13(a)和题图 17-13(b)所示。



题图 17-13(a)  $0 < t < 200\mu\text{s}$



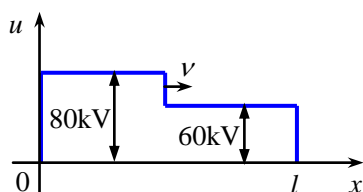
题图 17-13(b)  $0 < t < 200\mu\text{s}$

当在第一次反射波到达始端后，将产生入射波。此时有

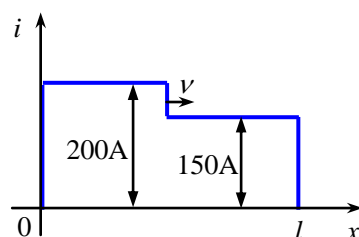
$$u = U_S = u_{20} + u^- + u^+$$

解得  $u^+ = 20\text{kV}$ 。则  $i^+ = \frac{u^+}{Z_C} = 50\text{A}$ 。此时线上得电压、电流分布分别题图 17-13(c)和题

图 17-13(c)所示。



题图 17-13(c)  $200\mu\text{s} < t < 400\mu\text{s}$



题图 17-13(d)  $200\mu\text{s} < t < 400\mu\text{s}$

当入射波到达终端后，因反射系数为零，所以不再产生新的反射，波过程结束，进入新的稳态。稳态时线上电压为 80kV，电流为 200A。

## 第17章 分布参数电路

17-1  $Z_C = 407 \angle -7.03^\circ \Omega$ ,  $\gamma = (0.132 + j1.074) \times 10^{-3}$ ,  $v_\phi = 292 \text{ km/s}$ ,  $\lambda = 5847 \text{ m}$

改为

$Z_C = 407 \angle -7.03^\circ \Omega$ ,  $\gamma = (0.133 + j1.07) \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ ,  $v_\phi = 2.94 \times 10^5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  
 $\lambda = 5.87 \text{ km}$

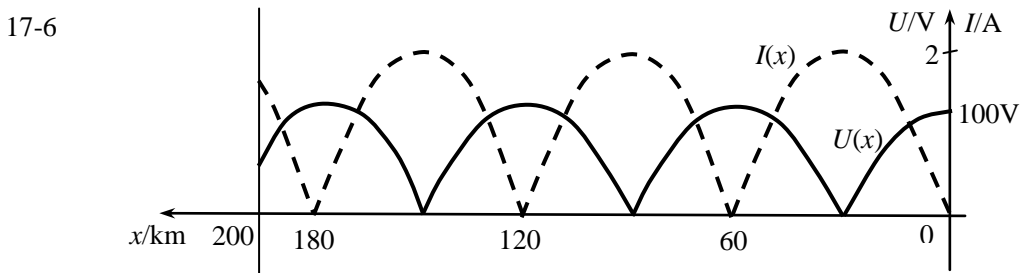
17-2 (1)  $Z_C = 84.4 \angle -38.9^\circ \Omega$ ,  $\alpha = 53.3 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1}$ ,  $\beta = 66.0 \times 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{km}^{-1}$ ;

(2)  $\dot{U}_2 = 18.8 \angle -71.0^\circ \text{ V}$ ,  $\dot{I}_2 = 0.188 \angle -41.0^\circ \text{ A}$ ,  $\dot{I}_1 = 0.598 \angle 40.2^\circ \text{ A}$

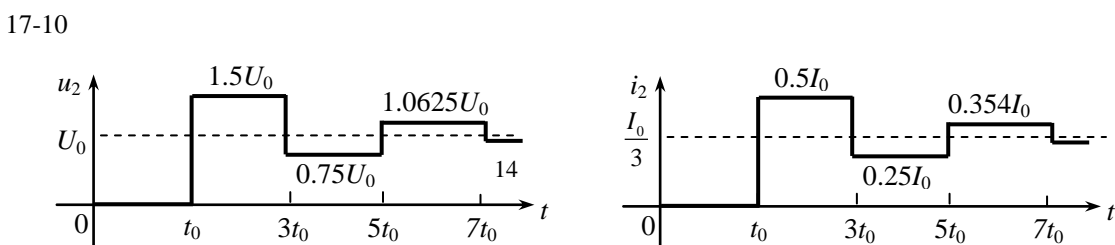
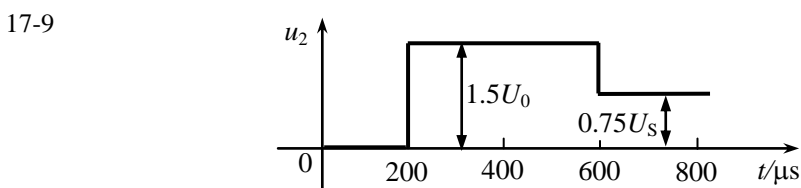
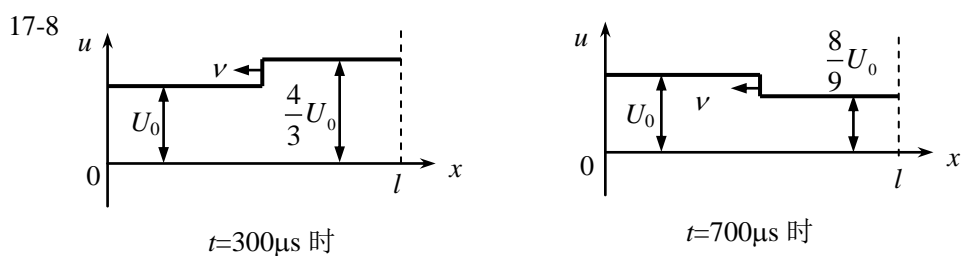
17-3  $\dot{U}_1 = 200 \angle 35.4^\circ \text{ kV}$ ,  $\dot{I}_1 = 728 \angle -0.856^\circ \text{ A}$

17-4  $u_1 = 50\sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ V}$ ,  $i_1 = 0.0578\sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ A}$ , 输入阻抗为  $865 \Omega$ 。

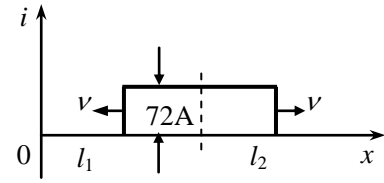
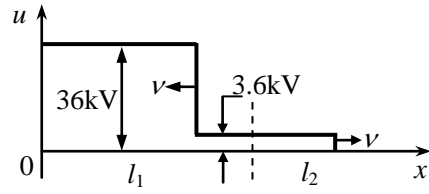
17-5 (1)  $0.638 \text{ m}$ ; (2)  $1.43 \text{ m}$



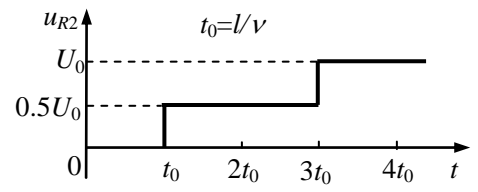
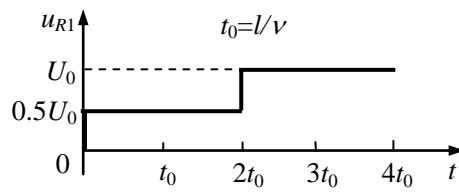
17-7  $Z_{C2} = 212.1 \Omega$



17-11



17-12



17-13

