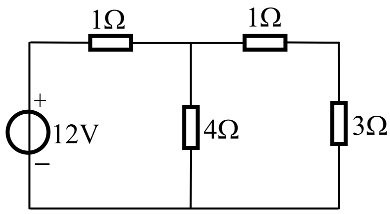
第 4 章　电路的若干定理

4-1　电路如题图 4-1 所示。

（1）求替代 3Ω电阻的电压源、电流源；

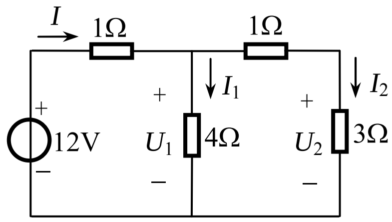
（2）以 2Ω电阻和电压源 U_S 串联代替 3Ω电阻，若电路响应不变，则 U_S 应为多大？

（3）可替代 12V 电压源与 1Ω电阻串联支路的 U_S 值。



题图 4-1

解　参考方向如题图 4-1(a)所示。

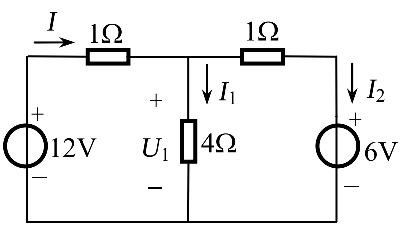


题图 4-1(a)

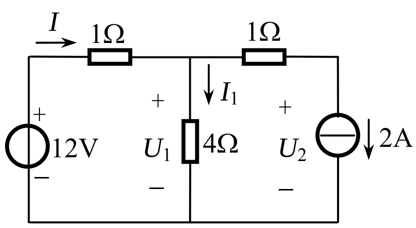
$$I=\frac{12}{1+4//4}=4\text{A}，\ I_1=I_2=2\text{A}$$

$$U_1=4I_1=8\text{V}，\ U_2=3I_2=6\text{V}$$

（1）替代 3Ω电阻的电压源、电流源分别如题图 4-1(b)和题图 4-1(c)所示。



题图 4-1(b)



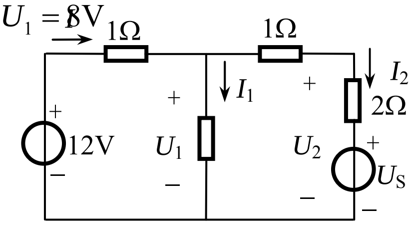
题图 4-1(c)

（2）以 2Ω电阻和电压源 U_S 串联代替 3Ω电阻，如题图 4-1(d)所示。若电路响应不变，则应有

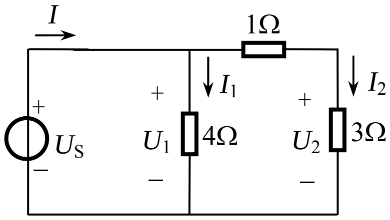
$$6=2\times2+U_S，即 U_S=2\text{V}$$

（3）可替代 12V 电压源与 1Ω电阻串联支路的电路如题图 4-1(e)所示，可见此时应有

$U_S = U_1 = 8\text{V}$

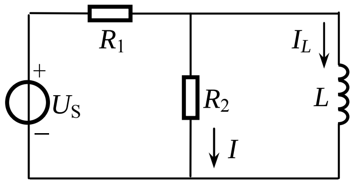


题图 4-1(d)



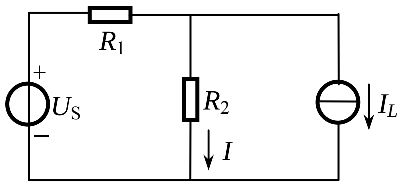
题图 4-1(e)

4-2 题图 4-2 所示电路中，已知某一瞬间流过电感的电流为 I_L。求此时流过电阻 R_2 的电流 I。



题图 4-2

解 在所观测瞬间，电感可用电流为 I_L 的电流源替代，如题图 4-2(a)所示。



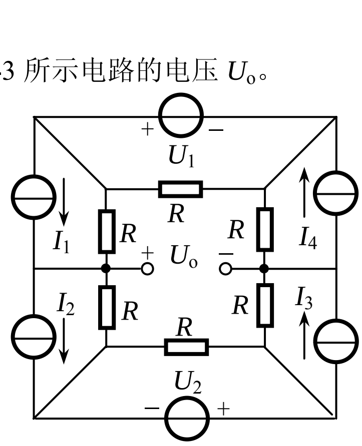
题图 4-2(a)

应用叠加定理可求得

$$I = \frac{U_S}{R_1 + R_2} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_L$$

说明：此题应理解为动态过程。若是稳态，电感相当于短路，流过电阻 R_2 的电流 I 为零。

4-3 用叠加定理求题图 4-3 所示电路的电压 U_o。



题图 4-3

解　各电压源、电源产生的响应分别为

U_1 单独作用：$\dfrac{U_1}{2}$；

U_2 单独作用：$-\dfrac{U_2}{2}$；

I_1 单独作用：$\dfrac{R}{4R}I_1 \times 2R = \dfrac{R}{2}I_1$；

I_2 单独作用：$-\dfrac{R}{4R}I_2 \times 2R = -\dfrac{R}{2}I_2$；

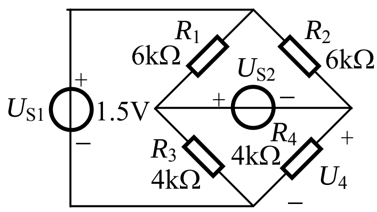
I_3 单独作用：$-\dfrac{R}{4R}I_3 \times 2R = \dfrac{R}{2}I_3$；

I_4 单独作用：$\dfrac{R}{4R}I_4 \times 2R = \dfrac{R}{2}I_4$。

所有电源共同作用时，有

$$U_o = \frac{1}{2}(U_1 - U_2) + \frac{R}{2}(I_1 - I_2 - I_3 + I_4)$$

4-4　试用叠加定理计算题图 4-4 所示电路中 U_{S2}=2V 时，电压 U_4 的大小。若 U_{S1} 的大小不变，要使 U_4=0，则 U_{S2} 应等于多少？



题图 4-4

解　应用叠加定理，两个电压源单独作用时，均为平衡电桥，所以由电阻分压得

$$U_4 = \frac{4}{4+6}U_{S1} - \frac{4}{4+4}U_{S2}$$

当 U_{S2}=2V 时，得

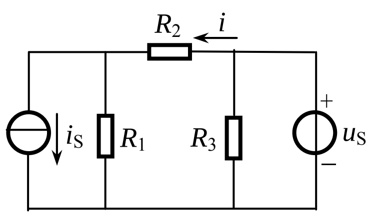
$$U_4 = \frac{4}{4+6} \times 1.5 - \frac{4}{4+4} \times 2 = -0.4\text{V}$$

若 U_{S1} 的大小不变，要使 U_4=0，则有

$$U_4 = 0.6 - 0.5U_{S2} = 0$$

解得 $U_{S2} = 1.2\text{V}$。

4-5　题图 4-5 所示电路中，已知电阻 $R_1 = R_2$=3Ω，R_3=5Ω，独立电源 $i_S=6e^{-t}$ A，u_S=12sin4t V。求电流 i。

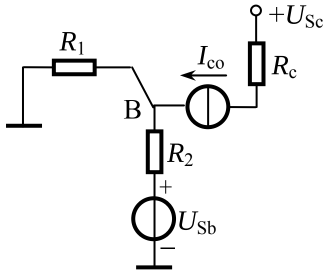


题图 4-5

解　应用叠加定理。

$$i=\frac{u_{\mathrm{S}}}{R_1+R_2}+\frac{R_1}{R_1+R_2}u_{\mathrm{S}}=\frac{12\sin 4t}{3+3}+\frac{3}{3+3}\times 6\mathrm{e}^{-t}=2\sin 4t+3\mathrm{e}^{-t}\mathrm{A}$$

4-6　设题图 4-6 所示电路中电压源 U_{Sb} 和 U_{Sc}，电流源电流 I_{co} 及电阻 R_1，R_2 和 R_{c} 均为已知。试求 B 点的电位。



题图 4-6

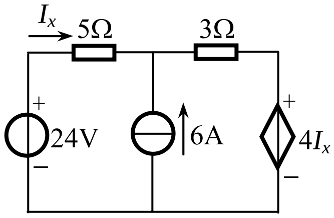
解　用节点法列方程如下：

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)U_{\mathrm{B}}=\frac{U_{\mathrm{Sb}}}{R_2}+I_{\mathrm{co}}$$

解得

$$U_{\mathrm{B}}=\frac{R_1}{R_1+R_2}U_{\mathrm{Sb}}+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I_{\mathrm{co}}$$

4-7　试用叠加定理求题图 4-7 所示电路中的电流 I_x。



题图 4-7

解　当 24V 电压源单独作用时，可列方程如下：

$$24=5I_x^{'}+3I_x^{'}+4I_x^{'}$$

解得 $I_x^{'}=2\mathrm{A}$ 。

当 6A 电流源单独作用时，有

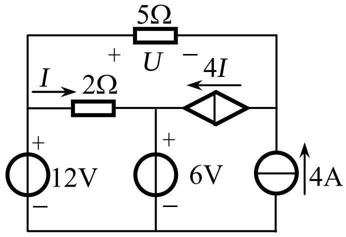
$$-5I_x^{''}=3(I_x^{''}+6)+4I_x^{''}$$

解得 $I_x^{''}=-1.5\mathrm{A}$ 。

所以

$$I_x = I_x^{'} + I_x^{''} = 2 - 1.5 = 0.5\text{A}$$

4-8 用叠加定理求题图 4-8 所示电路中的电压 U 和电流 I。



题图 4-8

解 当 12V 电压源单独作用时，有

$$I^{'} = \frac{12}{2} = 6\text{A}，U^{'} = 5 \times 4I^{'} = 120\text{V}$$

当 6V 电压源单独作用时，有

$$I^{''} = -\frac{6}{2} = -3\text{A}，U^{''} = 5 \times 4I^{''} = -60\text{V}$$

当 4A 电流源单独作用时，有

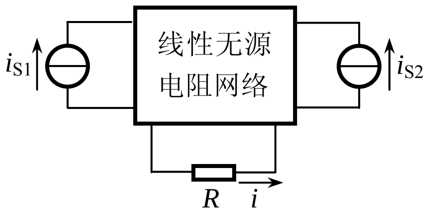
$$I^{'''} = 0，U^{'''} = -5 \times 4 = -20\text{V}$$

所有独立电源共同作用时，有

$$I = I^{'} + I^{''} + I^{'''} = 6 - 3 + 0 = 3\text{A}$$

$$U = U^{'} + U^{''} + U^{'''} = 120 - 60 - 20 = 40\text{V}$$

4-9 题图 4-9 所示电路中，已知 i_{S1}= i_{S2}=5A，i=0；当 i_{S1}=8A，i_{S2}=6A 时，i=4A。求当 i_{S1}=3A，i_{S2}=4A 时电流 i 的值。



题图 4-9

解 根据叠加定理，有

$$i = k_1 i_{S1} + k_2 i_{S2}$$

根据已知条件，有

$$\begin{cases} 0 = 5k_1 + 5k_2 \\ 4 = 8k_1 + 6k_2 \end{cases}$$

解得 $k_1 = 2$，$k_2 = -2$。因此，当 i_{S1}=3A，i_{S2}=4A 时有

$$i = k_1 \times 3 + k_2 \times 4 = -2\text{A}$$

4-10 题图 4-10 所示电路中，已知电流源 I_{S1}=2A，I_{S2}=3A。当 3A 的电流源断开时，2A 的电流源输出功率为 28W，这时 U_2=8V。当 2A 的电流源断开时，3A 的电流源输出功率为

54W，这时 U_1=12V。试求两个电流源同时作用时，每个电流源输出的功率。

题图 4-10

解　用叠加定理求解。

当 I_{S1} 单独作用时，$U_1' = 28/2 = 14\text{V}$，$U_2' = 8\text{V}$

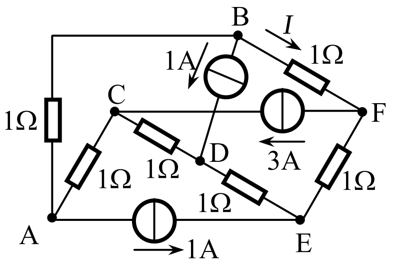
当 I_{S2} 单独作用时，$U_1''=12\text{V}$，$U_2''= 54/3 = 18\text{V}$

当 I_{S1} 和 I_{S2} 共同作用时，$U_1 = U_1' + U_1'' = 26\text{V}$，$U_2 = U_2' + U_2'' = 26\text{V}$

所以，每个电流源发出的功率分别为

$$P_{S1发} = 2\,(14+12)=52\text{W}，P_{S2发} = 3\,(8+18) = 78\text{W}$$

4-11　题图 4-11 所示电路为一非平面电路，电路参数及电源值如图。试求电流 I 的大小。



题图 4-11

解　应用叠加定理。当 B、D 之间 1 A 电流源单独作用时，有

$$I' = -\frac{3}{6}\times 1 = -0.5\text{A}$$

当 C、F 之间 1 A 电流源单独作用时，有

$$I'' = \frac{3}{6}\times 3 = 1.5\text{A}$$

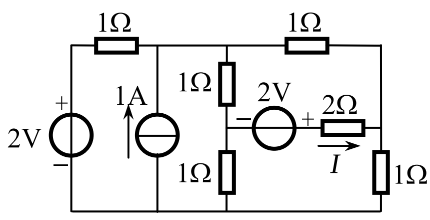
当 A、E 之间 1 A 电流源单独作用时，有

$$I'' = -\frac{3}{6}\times 1 = -0.5\text{A}$$

三个电流源共同作用时，有

$$I = I' + I'' + I''' = -0.5 + 1.5 - 0.5 = 0.5\text{A}$$

4-12　题图 4-12 所示电路为一直流电路，电路参数如图所示。试用最简便的方法求出电流 I 的值。

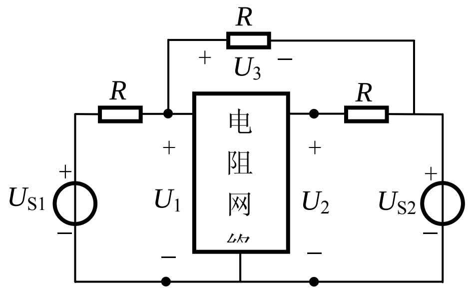


题图 4-12

解　该电路中有一平衡电桥，所以左边的 2V 电压源和 1A 电流源对所求支路产生的电流分流为零。同样由电桥平衡条件，可得

$$I=\frac{2}{2+(1+1)//(1+1)}=\frac{2}{3}\text{A=0.667A}$$

4-13　题图 4-13 方框内网络是由线性电阻组成的。电阻 R=3Ω，U_{S1}=9V。当 U_{S1} 单独作用时，U_1=3V，U_2=1.5V。又当 U_{S1} 和 U_{S2} 共同作用时，U_3=1V。求电压源电压 U_{S2}。



题图 4-13

解　当 U_{S1}=9V 单独作用时，$U_3=U_1$=3V；当 U_{S1} 和 U_{S2} 共同作用时，U_3=1V。由叠加定理，有 $U_3=U_3^{'}+U_3^{''}=aU_{S1}+bU_{S2}$。

由已知条件，得

$$\begin{cases}3=a\times 9\\1=a\times 9+bU_{S2}\end{cases}$$

解得 $bU_{S2}=-2\text{V}$，即 $U_3^{''}=-2\text{V}$。

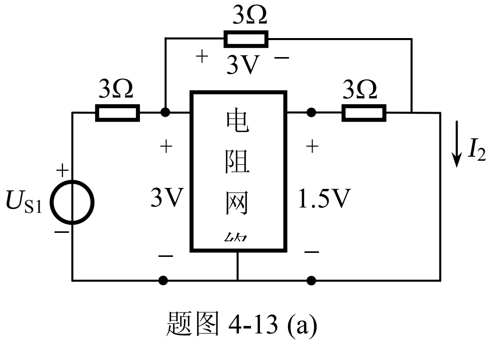
当 U_{S1} 单独作用时(题图 4-13 (a))，有 $I_2=\frac{3}{3}+\frac{1.5}{3}=1.5\text{A}$。由互易定理可得当 U_{S2} 单独作用时(题图 4-13 (b))，有

$$I_1=\frac{U_{S2}}{U_{S1}}\times I_2=\frac{U_{S2}}{9}\times 1.5 \tag{1}$$

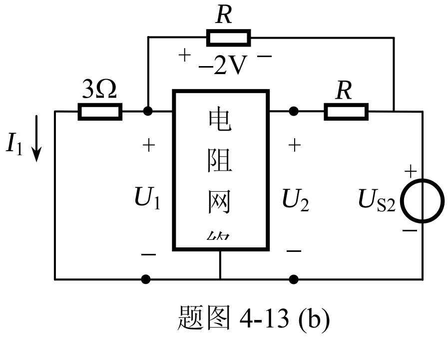
且由图(b)有

$$I_1=\frac{U_1}{3}=\frac{-2+U_{S2}}{3} \tag{2}$$

联立求解式（1）和式（2），得 $U_{S2}=4\text{V}$。

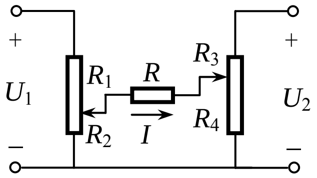


题图 4-13 (a)



题图 4-13 (b)

4-14 题图 4-14 所示电路常用于控制电路中。已知 U_1=72V，U_2=80V，R_1=1.5kΩ，R_2=3kΩ，R_3=1.4kΩ，R_4=2.6kΩ，R=1.5kΩ。试用戴维南定理求出电阻 R 中的电流 I。



题图 4-14

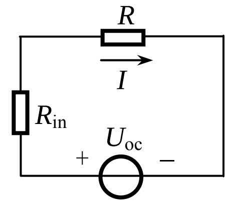
解　利用戴维南定理，从 R 支路看入的等效电路中，开路电压为

$$U_{oc} = \frac{R_2}{R_1+R_2}U_1 - \frac{R_4}{R_3+R_4}U_2$$
$$= \frac{3\times10^3}{1.5\times10^3+3\times10^3}\times72 - \frac{2.6\times10^3}{1.4\times10^3+2.6\times10^3}\times80 = -4\text{V}$$

等效电阻为

$$R_{in} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_3R_4}{R_3+R_4}$$
$$= \frac{1.5\times10^3\times3\times10^3}{1.5\times10^3+3\times10^3} + \frac{1.4\times10^3\times2.6\times10^3}{1.4\times10^3+2.6\times10^3} = 1.91\text{k}\Omega$$

等效电路入题图 4-14(a)所示。

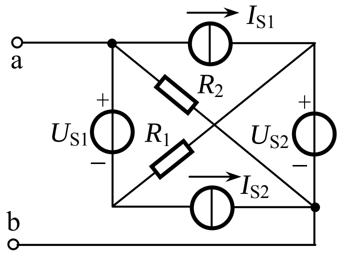


题图 4-15(a)

所以

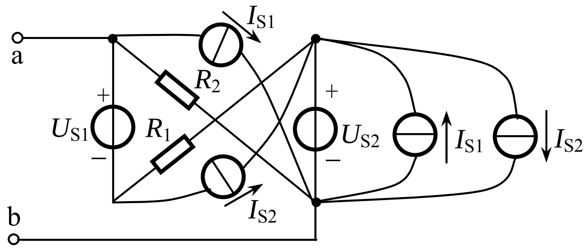
$$I = \frac{U_{oc}}{R_{in}+R} = \frac{-4}{1.91\times10^3+1.5\times10^3} = -1.17\text{mA}$$

4-15 利用电源变换，求题图 4-15 所示电路的戴维南等效电路。



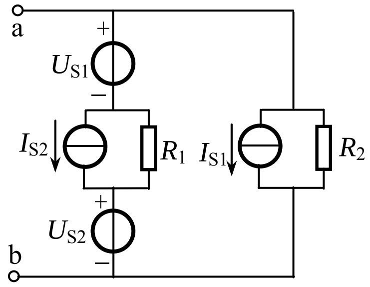
题图 4-15

解　题图 4-15 所示电路可用电源转移方法变换为题图 4-15(a)所示。

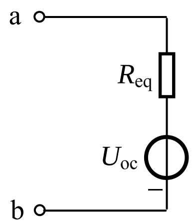


题图 4-15(a)

题图 4-15(a)中与电压源 US 并联的两个电流源对外等效不起作用，则题图 4-15(a)可进一步简化为题图 4-15(b)所示电路。再对题图 4-15(b)作电源等效变换得戴维南等效电路如题图 4-15(c)所示。



题图 4-15(b)



题图 4-15(c)

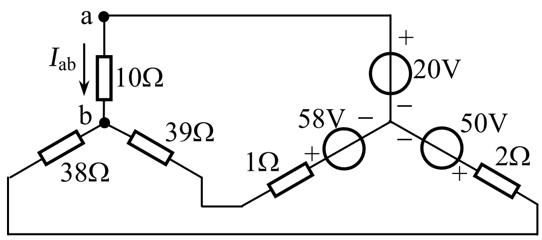
其中，开路电压和等效电阻分别为

$$U_{oc}=\left(\frac{U_{S1}+U_{S2}-R_1I_{S2}}{R_1}-I_{S1}\right)\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{R_2}{R_1+R_2}(U_{S1}+U_{S2}-R_1I_{S2}-R_1I_{S1})$$

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

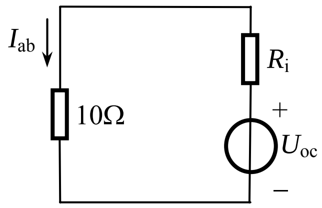
说明：本题也可先将电压源转移，再作等效变换得到等效电路。

4-16　试用戴维南定理求题图 4-16 所示电路中 ab 支路的电流 I_{ab}。



题图 4-16

解　原电路的戴维南等效电路如题图 4-16(a)所示。



题图 4-16(a)

其中，开路电压和等效电阻分别为

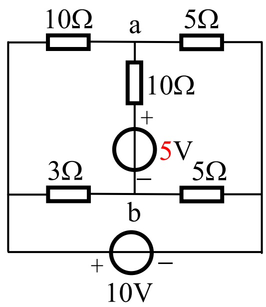
$$U_{oc} = 20 - 58 + 40 \times \frac{58 - 50}{80} = -34\text{V}$$

$$R_i = 40 // 40 = 20\Omega$$

ab 支路的电流为

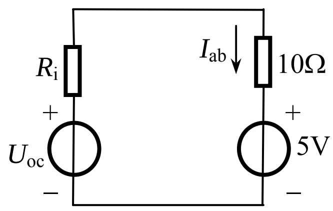
$$I_{ab} = \frac{U_{oc}}{R_i + 10} = -1.13\text{A}$$

4-17 求题图 4-17 所示电路中 ab 支路的电流 I_{ab}。



题图 4-17

解　应用戴维南定理，得题图 4-17 所示电路的等效电路如题图 4-17(a)所示。



题图 4-17(a)

等效电路中，开路电压和等效电阻分别为

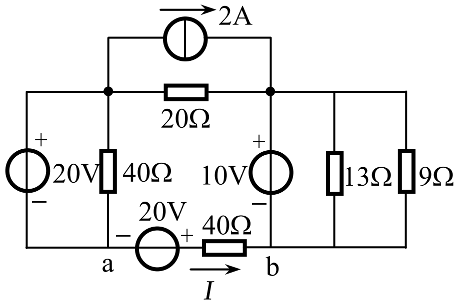
$$U_{oc} = \frac{5}{5+10} \times 10 - \frac{5}{5+3} \times 10 = -2.917\text{V}$$

$$R_i = \frac{10 \times 5}{10+5} + \frac{3 \times 5}{3+5} = 5.208\Omega$$

ab 支路的电流为

$$I_{ab}=\frac{U_{oc}-5}{R_i+10}=\frac{-2.917-5}{5.208+10}=-0.521\text{A}$$

4-18 试用戴维南定理求题图 4-18 所示电路中 ab 支路的电流 I 和 ab 支路发出的功率。

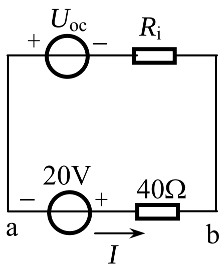


题图 4-18

解　戴维南等效电路如题图 4-18(a)所示。其中开路电压和等效电阻分别为

$$U_{oc}=-20-20\times2+10=-50\text{V}$$

$$R_i=20\Omega$$



题图 4-18(a)

ab 支路的电流为

$$I=\frac{U_{oc}+20}{R_i+40}=\frac{-50+20}{20+40}=-0.5\text{A}$$

ab 支路发出的功率为

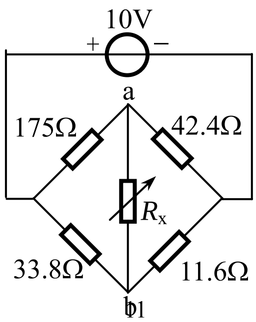
$$P=20I-40\times I^2=-20\text{W}$$

4-19 某电桥电路如题图 4-19 所示。

（1）当 R_x 由零变到无穷时，I_{ab} 的变化将怎样？定性地画出曲线；

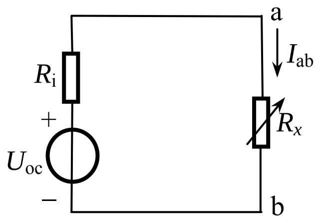
（2）当 R_x =50Ω时，I_{ab} 是多少？

（3）ab 支路可能得到的最大功率是多少？此时 R_x 的数值是多大？



题图 4-19

解 应用戴维南定理对题图 4-19 所示电路作等效电路，如题图 4-19(a)所示。



题图 4-19(a)

开路电压和等效电阻分别为

$$U_{oc}=\frac{42.4}{42.4+175}\times 10-\frac{11.6}{11.6+33.8}\times 10=-0.6047\text{V}$$

$$R_i=\frac{42.2\times 175}{42.4+175}+\frac{11.6\times 33.8}{11.6+33.8}=42.77\Omega$$

（1）ab 支路的电流为

$$I_{ab}=\frac{U_{oc}}{R_i+R_x}=\frac{-0.6047}{42.77+R_x}$$

当 R_x 由零变到无穷时，I_{ab} 的变化定性曲线如题图 4-19(a)所示。

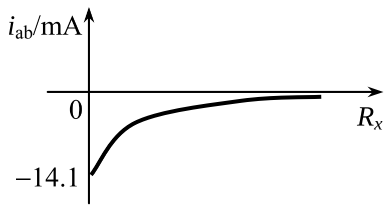


图 4-19(b)

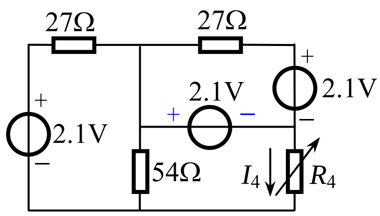
（2）当 R_x =50Ω时，有

$$I_{ab}=\frac{-0.6047}{42.77+R_x}=-6.52\text{mA}$$

（3） $R_x=R_i=42.77\Omega$ 时，ab 支路得到最大功率，此最大功率为

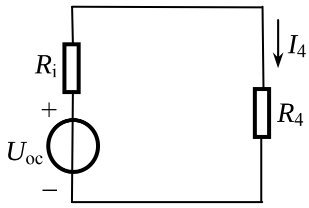
$$P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_i}=\frac{(-0.6047)^2}{4\times 42.77}=2.14\text{mW}$$

4-20 试用戴维南定理求解题图 4-20 所示电路中：（1）当 R_4=0 时，求 I_4;（2）当 R_4=10Ω 时，求 I_4;（3）如欲使 I_4 不超过 10mA，R_4 应如何取值？



题图 4-20

解 由戴维南定理可知，题图 4-20 所示电路的等效电路如题图 4-20(a)所示。



题图 4-20(a)

其中，开路电压和入端阻抗分别为

$$U_{oc}=-2.1+\frac{54}{54+27}\times 2.1=-0.7\text{V}$$

$$R_i=\frac{54\times 27}{54+27}=18\Omega$$

（1）当 R_4=0 时，可得

$$I_4=\frac{U_{oc}}{R_i+R_4}=\frac{-0.7}{18+0}=-38.9\text{mA}$$

（2）当 R_4=10Ω时，可得

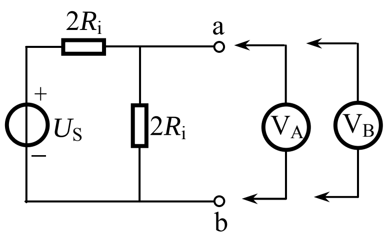
$$I_4=\frac{U_{oc}}{R_i+R_4}=\frac{-0.7}{18+10}=-25.0\text{mA}$$

（3）如欲使 I_4 的绝对值不超过 10mA，即

$$\left|I_4\right|=\left|\frac{U_{oc}}{R_i+R_4}\right|\le 10\text{mA}$$

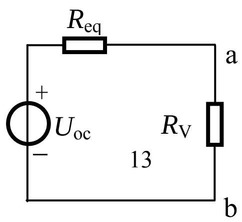
解得 $R_4\ge 52\Omega$。

4-21 题图 4-21 所示电路中，用两只内阻不同的伏特表测量电压时，得到不同的读数。伏特表 V_A 的内阻为 100kΩ，测量 U_{ab} 时，读数为 45V；伏特表 V_B 的内阻为 50kΩ，测量同一电压时，读数为 30V。问 a、b 两点间的实际电压是多少？



题图 4-21

解 题图 4-21 所示电路的戴维南等效电路如题图 4-21(a)所示。



题图 4-21(a)

等效电路中，开路电压和等效电阻分别为

$$U_{oc} = \frac{U_S}{2}, \quad R_{eq} = R_i$$

R_V 为伏特表的内阻。a、b 两点间的实际电压应为 U_{oc}。

由等效电路和已知条件，可列方程如下：

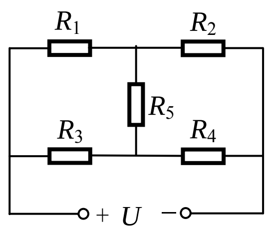
$$\begin{cases} 45 = \dfrac{100\times10^3}{R_{eq}+100\times10^3}\times U_{oc} \\ 30 = \dfrac{50\times10^3}{R_{eq}+50\times10^3}\times U_{oc} \end{cases}$$

解得 $R_{eq}=100\text{k}\Omega$，$U_{oc}=90\text{V}$。即 a、b 两点间的实际电压为 90V。

4-22 题图 4-22 所示电路中，电压 U 为常数，R_1=9Ω，R_2=6Ω，R_3=2Ω，R_4=3Ω，R_5=15.2Ω。

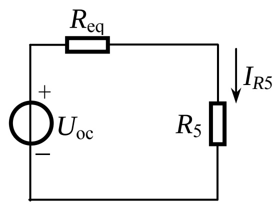
（1）求 R_5 中的电流；

（2）要使流经 R_5 的电流为原电流的 4 倍，则 R_5 应变为多少？



题图 4-22

解　应用戴维南定理，题图 4-22 所示电路的戴维南等效电路如题图 4-22(a)所示。



题图 4-22(a)

等效电路中，开路电压和等效电阻分别为

$$U_{oc} = \frac{R_2}{R_1+R_2}U - \frac{R_4}{R_3+R_4}U = \frac{6}{9+6}\times U - \frac{3}{2+3}\times U = -0.2U$$

$$R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_3R_4}{R_3+R_4} = 4.8\Omega$$

（1）

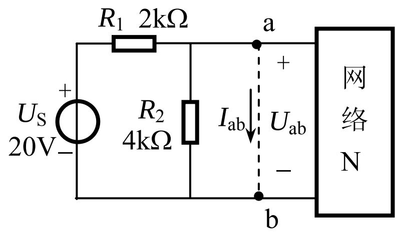
$$I_{R5}=\frac{U_{oc}}{R_{eq}+R_5}=\frac{-0.2U}{4.8+15.2}=-0.01U$$

（2）要使流经 R_5 的电流为原电流的 4 倍，则应有

$$\frac{U_{oc}}{R_{eq}+R_5^{'}}=\frac{-0.2U}{4.8+R_5^{'}}=-0.04U$$

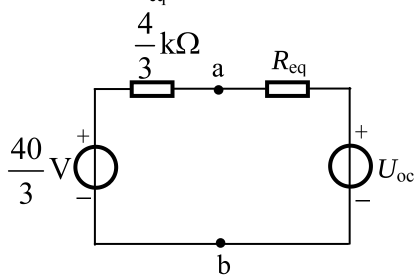
可得 $R_5^{'}=0.2\Omega$。

4-23 电路如题图 4-23 所示。当电压源 U_S=20V 时，测得 U_{ab}=12V；当网络 N 被短路时，短路电流 I_{sc}=10mA。试求网络 N ab 两端的戴维南等效电路。



题图 4-23

解 网络 N 及题图 4-23 所示整个电路的等效电路如题图 4-23(a)所示。其中，U_{oc} 为网络 N 等效电路中的等效电压源电压，R_{eq} 为等效电阻。



题图 4-23(a)

由等效电路及已知条件，可列方程如下：

$$\begin{cases}\dfrac{40}{3}-\dfrac{\dfrac{40}{3}-U_{oc}}{\dfrac{4}{3}\times10^3+R_{eq}}\times\dfrac{4}{3}\times10^3=12\\[2ex]\dfrac{\dfrac{40}{3}}{\dfrac{4}{3}\times10^3}+\dfrac{U_{oc}}{R_{eq}}=10\times10^{-3}\end{cases}$$

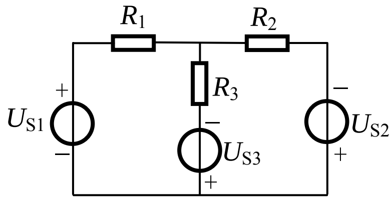
解得 $U_{oc}=0$，$R_{eq}=12\text{k}\Omega$。

4-24 题图 4-24 所示电路中，已知 U_{S1}=24V，U_{S2}=18V，R_1=2Ω，R_2=1Ω，R_3=3Ω。

（1）求 U_{S3}=15V 时，R_3 中的电流；

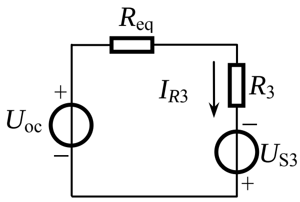
（2）R_3 为多大时可获得最大功率，最大功率值是多少？

（3）欲使 R_3 中的电流为零，U_{S3} 应为多少？



题图 4-24

解　可应用戴维南定理将题图 4-24 所示电路等效为题图 4-24(a)所示电路。



题图 4-24(a)

其中，

$$U_{oc}=\frac{U_{S1}+U_{S2}}{R_1+R_2}\times R_2-U_{S2}=\frac{24+18}{1+2}\times 1-18=-4\text{V}$$

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{1\times 2}{1+2}=\frac{2}{3}\Omega=0.6667\Omega$$

（1）U_{S3}=15V 时，R_3 中的电流为

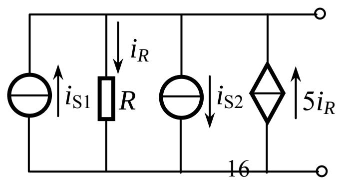
$$I_{R3}=\frac{U_{oc}+U_{S3}}{R_{eq}+R_3}=\frac{-4+15}{\frac{2}{3}+3}=3.00\text{A}$$

（2）当 $R_3=R_{eq}=\frac{2}{3}\Omega$ 时可获得最大功率，最大功率为

$$P_{max}=\frac{(U_{oc}+U_{S3})^2}{4R_{eq}}=\frac{(-4+15)^2}{4\times\frac{2}{3}}=45.4\text{W}$$

（3）当 $U_{S3}=4\text{V}$ 时，R_3 中的电流为零。

4-25 试求出题图 4-25 所示的二端网络的戴维南等效电路和诺顿等效电路。



题图 4-25

解　参考方向如题图 4-25(a)所示。

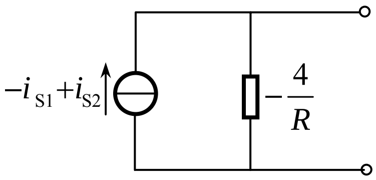
用加压求流法，直接列写端口的电压、电流关系为

$$i = i_R - 5i_R - i_{S1} + i_{S2} = -4\frac{u}{R} - i_{S1} + i_{S2} \tag{1}$$

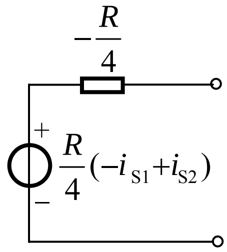
将上式整理得

$$u = -\frac{R}{4}i - \frac{R}{4}(i_{S1} - i_{S2}) \tag{2}$$

由式（1）可作出诺顿等效电路如题图 4-25(b)所示；由式（2）可作出戴维南等效电路。



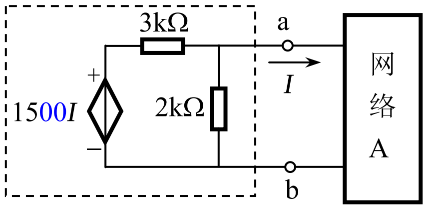
题图 4-25(b)



题图 4-25(c)

说明：当 $R>0$ 时，本题中的等效电导 $-\frac{4}{R}$ 或等效电阻 $-\frac{R}{4}$ 为负值。

4-26　求题图 4-26 所示网络中 ab 端纽以左部分电路的等效电路。



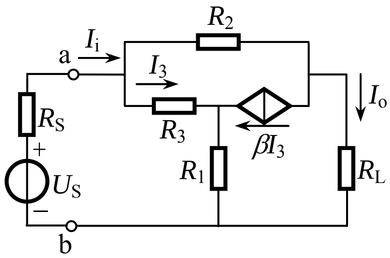
题图 4-26

解　对网络中 ab 端纽以左部分电路列写电压、电流关系为

$$U_{ab} = \left(\frac{1500I - U_{ab}}{3000} - I\right) \times 2000$$

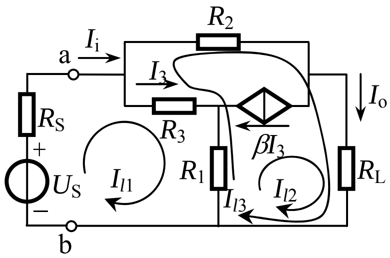
整理得 $U_{ab} = -600I$ 。即网络中 ab 端纽以左部分电路等效为一 600Ω 的电阻。

4-27 在题图 4-27 所示电路中，已知 R_1=25Ω，R_2=400Ω，R_3=100Ω，R_S=100Ω，R_L=100Ω，β=50。试求输入电阻 R_{ab} 和电流增益 I_o/I_i 的值。



题图 4-27

解 用回路法，各回路电流参考方向如题图 4-27(a)所示。



题图 4-27(a)

回路方程如下：

$$\begin{cases} 225I_{l1}-25I_{l2}-125I_{l3}=U_S \\ I_{l2}=-50I_3 \\ -125I_{l1}+125I_{l2}+625I_{l3}=0 \\ I_3=I_{l1}-I_{l3} \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} 1475I_{l1}-1375I_{l3}=U_S \\ -6375I_{l1}+6875I_{l3}=0 \end{cases}$$

解上述方程可得

$$I_{l1}=\frac{\begin{vmatrix} U_S & -1375 \\ 0 & 6875 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1475 & -1375 \\ -6375 & 6875 \end{vmatrix}}=\frac{6875U_S}{1375000}=5\times10^{-3}U_S$$

$$I_{l3}=\frac{\begin{vmatrix} 1475 & U_S \\ -6375 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1475 & -1375 \\ -6375 & 6875 \end{vmatrix}}=\frac{6375U_S}{1375000}=4.636\times10^{-3}U_S$$

从而可得

$$U_{ab}=U_S-R_1I_i=U_S-100I_{l1}=0.5U_S$$

$$I_{l2}=-50(I_{l1}-I_{l3})=-1.820\times10^{-2}U_S$$

$$I_o=I_{l2}+I_{l3}=-50(I_{l1}-I_{l3})=-1.356\times10^{-2}U_S$$

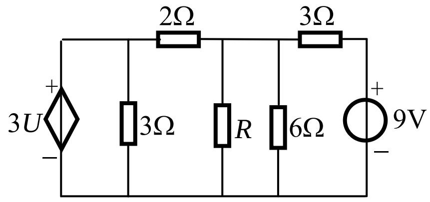
所以，输入电阻为

$$R_{ab}=\frac{U_{ab}}{I_i}=\frac{0.5U_S}{5\times10^{-3}U_S}=100\Omega$$

电流增益为

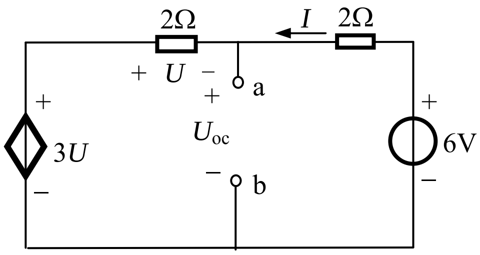
$$\frac{I_o}{I_i}=\frac{-1.356\times10^{-2}U_S}{5\times10^{-3}U_S}=-2.71$$

4-28 题图 4-28 所示电路中，R 为何值时可获得最大功率？此最大功率是多少？

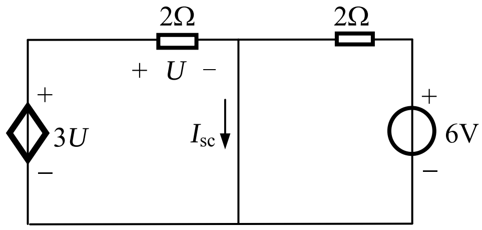


题图 4-28

解 首先作 ab 端的戴维南等效电路。用开路电压、短路电流法（3Ω电阻对外等效不起作用）。



题图 4-28 (a)



题图 4-28 (b)

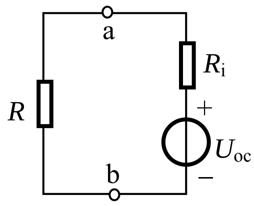
由题图 4-28 (a)可列方程

$2I+2U=6$，$U=-2I$

解得 $I=-3\text{A}$，所以 $U_{oc}=-2I+6=12\text{V}$。

由题图 4-28 (b)可求得 $I_{sc}=3\text{A}$。所以等效内 阻为

$$R_i=\frac{U_{oc}}{I_{sc}}=4\Omega$$

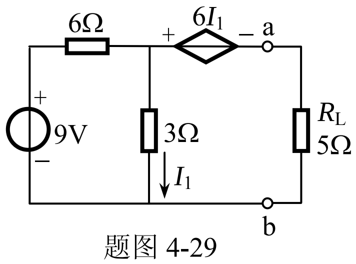


题图 4-28 (c)

戴维南等效电路如题图 4-28 (c)所示。则当 $R=R_i=4\Omega$时，R 可获得最大功率，其值为

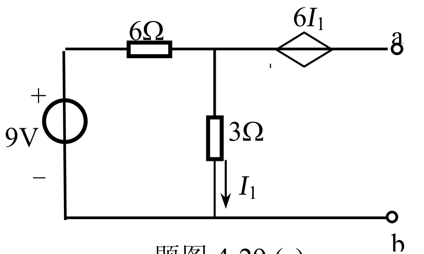
$$P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_i}=\frac{12^2}{4\times4}=9\text{W}$$

4-29 求题图 4-29 所示电路中电阻 R_L 吸收的功率。

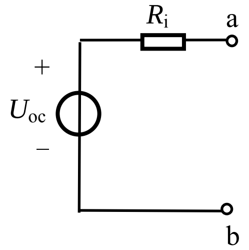


题图 4-29

解 先将 5Ω电阻支路断开，得题图 4-29 (a)，求题图 4-29 (a)的戴维南等效电路如题图 4-29 (b)所示。



题图 4-29 (a)



题图 4-29 (b)

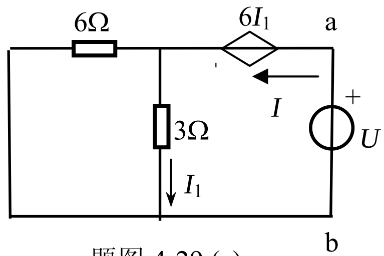
由题图 4-29 (a)，可得 $U_{oc} = -6I_1 + 3I_1 = -3I_1 = -3 \times \dfrac{9}{6+3} = -3\text{V}$

用加压求流方法（见题图 4-29 (c)），可得

$$I_1 = \frac{2}{3} I$$

$$3I_1 = 6I_1 + U$$

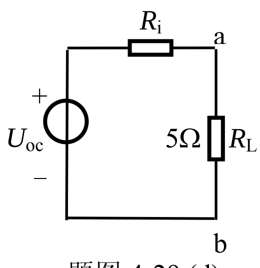
则 $R_i = \dfrac{U}{I} = -2\Omega$



题图 4-29 (c)

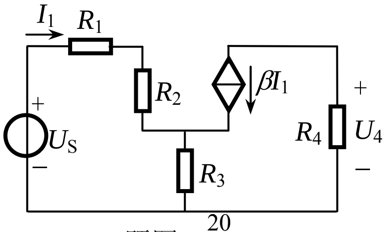
由题图 4-29 (d)等效电路得 R_L 吸收的功率为

$$P = R_L \times \left(\frac{U_{oc}}{R_i + R_L} \right)^2 = 5 \times \left(\frac{-3}{-2+5} \right)^2 = 5\text{W}$$



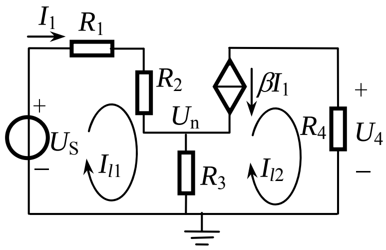
题图 4-29 (d)

4-30 分别用节点法、回路法及诺顿定理求题图 4-30 所示电路中电阻 R_4 两端的电压 U_4。



题图 4-30

解　参考方向如题图 4-30(a)所示。



题图 4-30(a)

（1）节点法。列方程如下：

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{R_1+R_2}+\dfrac{1}{R_3}\right)U_n=\dfrac{U_S}{R_1+R_2}+\beta I_1\\ I_1=\dfrac{U_S-U_{n1}}{R_1+R_2}\end{cases}$$

解得

$$U_n=\frac{(1+\beta)R_3U_S}{R_1+R_2+(1+\beta)R_3},\quad I_1=\frac{U_S-U_{n1}}{R_1+R_2}=\frac{U_S}{R_1+R_2+(1+\beta)R_3}$$

所以

$$U_4=-\beta I_1R_4=-\frac{\beta R_4U_S}{R_1+R_2+(1+\beta)R_3}$$

（2）回路法。回路方程如下：

$$\begin{cases}(R_1+R_2+R_3)I_{l1}-R_3I_{l2}=U_S\\ I_{l2}=-\beta I_1\\ I_1=I_{l1}\end{cases}$$

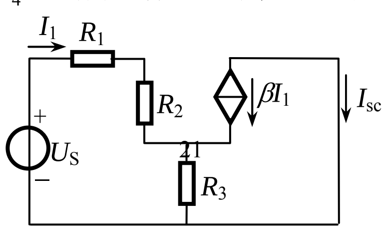
解得

$$I_{l1}=\frac{U_S}{R_1+R_2+(1+\beta)R_3}$$

所以

$$U_4=-\beta I_1R_4=-\beta I_{l1}R_4=-\frac{\beta R_4U_S}{R_1+R_2+(1+\beta)R_3}$$

（3）应用诺顿定理。从 R_4 两端向左看入的等效电阻为∞。



题图 4-30(b)

端口短路电流可由题图 4-30(b)求得。由方程

$$(R_1+R_2)I_1+R_3(I_1+\beta I_1)=U_S$$

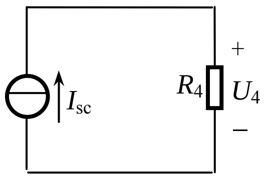
可解得

$$I_1=\frac{U_S}{R_1+R_2+(1+\beta)R_3}$$

短路电流为

$$I_{sc}=-\beta I_1=-\frac{\beta U_S}{R_1+R_2+(1+\beta)R_3}$$

诺顿等效电路如题图 4-30(c)所示。

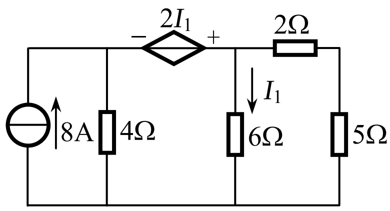


题图 4-30(c)

由等效电路可得

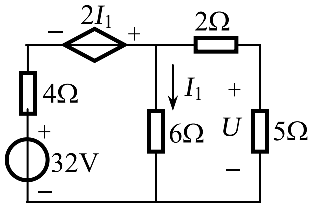
$$U_4=R_4I_{sc}=-\frac{\beta R_4U_S}{R_1+R_2+(1+\beta)R_3}$$

4-31 用戴维南定理求题图 4-31 所示电路中 5Ω电阻两端的电压。



题图 4-31

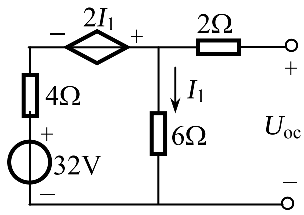
解 作局部电源等效变换，并标参考方向如题图 4-31(a)所示。



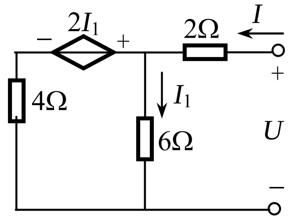
题图 4-31(a)

由题图 4-31(a)可分别有求从 5Ω电阻两端以左部分等效电路开路电压和等效电阻的电路

分别如题图 4-31(b)和题图 4-31(c)所示。



题图 4-31(b)



题图 4-31(c)

由题图 4-31(b)所示电路可得

$$4I_1 - 2I_1 + 6I_1 = 32$$

解得 $I_1 = 4\text{A}$，所以

$$U_{\text{oc}} = 6I_1 = 24\text{V}$$

由题图 4-31(c)所示电路可得

$$I = I_1 + \frac{6I_1 - 2I_1}{4}$$

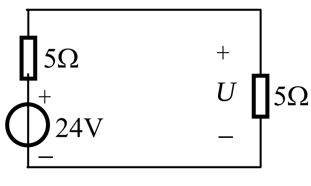
整理得 $I = 2I_1$，所以

$$U = 2I + 6I_1 = 2I + 6 \times \frac{I}{2} = 5I$$

即等效电阻为

$$R_{\text{eq}} = \frac{U}{I} = 5\Omega$$

由此得等效电路如题图 4-31(d)所示。

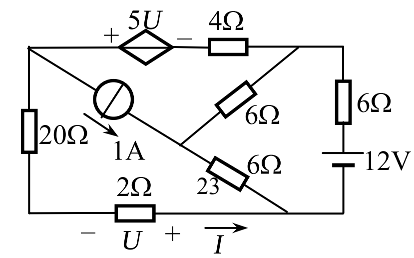


题图 4-31(d)

所以

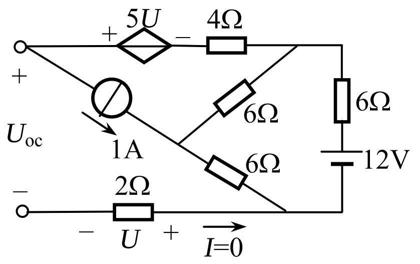
$$U = \frac{5}{5+5} \times 24 = 12\text{V}$$

4-32 用戴维南定理求题图 4-32 所示电路中的电流 I。

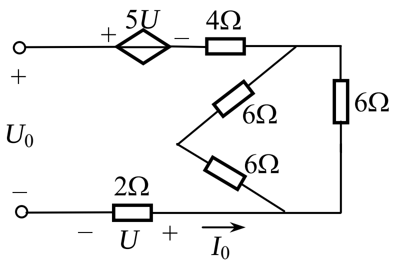


题图 4-32

解 应用戴维南定理求从 20Ω电阻两端看入等效电路，求开路电压和等效电阻的电路分别如题图 4-32(a)和题图 4-32(b)所示。



题图4-32(a)



题图4-32(b)

由题图 4-32(a)可知，当端口开路时，$I=0$，$U=0$，所以压控电压源$5U=0$。则开路电压可由叠加定理得

$$U_{oc}=\left(-4\times1-\frac{6}{12+6}\times1\times6\right)+\frac{12}{12+6}\times12=2\text{V}$$

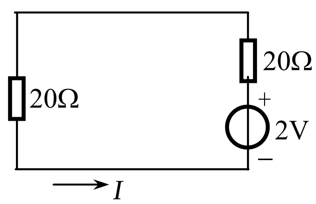
由题图 4-32(b)可得

$$\begin{cases}U_0=5U-4I_0-(12//6)I_0+U\\U=-2I_0\end{cases}$$

等效电阻为

$$R_{eq}=\frac{U_0}{-I_0}=20\Omega$$

由上述结果可得戴维南等效电路如题图 4-32(c)所示。



题图 4-31(d)

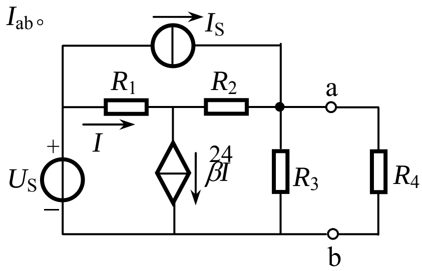
由等效电路可得

$$I=\frac{2}{20+20}=0.05\text{A}$$

4-33 题图 4-33 所示电路中，已知 R_1=5Ω，R_2=2Ω，R_3=6Ω，R_4=8Ω，U_S=5V，I_S=1A，β=2。

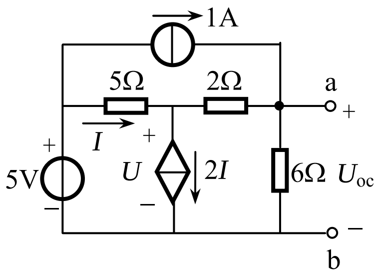
（1）求 ab 端钮以左部分二端网络的戴维南等效电路；

（2）求流经 R_4 的电流 I_{ab}。

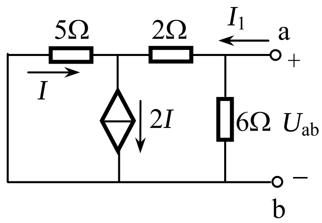


题图 4-33

解　（1）求开路电压和等效电阻的电路分别如题图 4-33(a)和题图 4-33(b)所示。



题图 4-33(a)



题图 4-33(b)

由题图 4-33(a)列写节点电压方程：

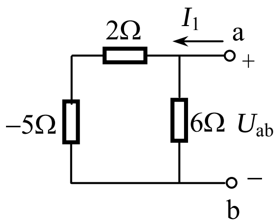
$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{2}\right)U-\dfrac{1}{2}U_{\text{oc}}=-2I+\dfrac{5}{5} \\ -\dfrac{1}{2}U+\left(\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}\right)U_{\text{oc}}=1 \\ I=\dfrac{5-U}{5} \end{cases}$$

整理的

$$\begin{cases} 0.3U-0.5U_{\text{oc}}=-1 \\ -1.5U+2U_{\text{oc}}=3 \end{cases}$$

解得$U_{\text{oc}}=4\text{V}$。

由题图 4-33(b)可先对含受控源部分作局部等效，结果如题图 4-33(c)所示。

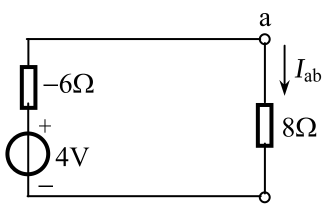


题图 4-33(c)

等效电阻为

$$R_{\text{eq}}=\frac{6(-5+2)}{6+(-5+2)}=-6\Omega$$

等效电路如题图 4-33(d)所示。



题图 4-33(d)

（2）流经 R_4 的电流为

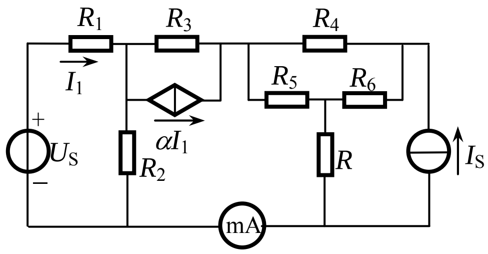
$$I_{ab} = \frac{4}{-6+8} = 2\text{A}$$

4-34 题图 4-34 所示电路中，U_S=8V，I_S=1mA，α=0.5，R_1= R_2=2kΩ，R_3=1kΩ，R_4= R_5= R_6=3kΩ。

（1）求电流表读数为零时的电阻 R 值；

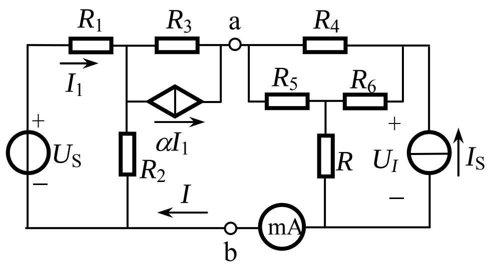
（2）求 R=1kΩ时电流表的读数；

（3）求 R=1kΩ时电流源两端电压。

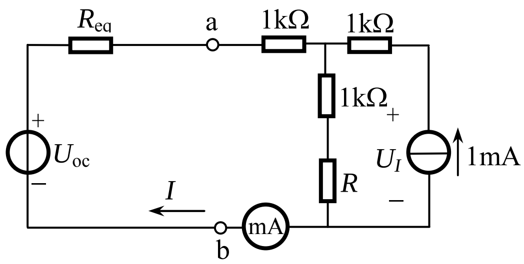


题图 4-34

解　参考方向如题图 4-33(a)所示，可将 a、b 以左半部分作戴维南等效电路，并对右半部分 R_4、 R_5 和 R_6 组成Δ接电阻变为 Y 接，如题图 4-34(b)所示。



题图 4-34(a)



题图 4-34(b)

其中，

$$\begin{aligned} U_{oc} &= R_3\alpha I_1 + R_2 I_1 = (R_2 + \alpha R_3)\times\frac{U_S}{R_1+R_2} \\ &= (2\times10^3 + 0.5\times1\times10^3)\times\frac{8}{2\times10^3+2\times10^3} = 5\text{V} \end{aligned}$$

$$R_{eq} = \frac{\alpha R_3 I_1 + (-2I_1)R_3 - R_1 I_1}{-2I_1} = 1.75\text{k}\Omega$$

（1）当电流表读数为零，即 $I=0$ 时，有

$$U_{oc} = 5 = (R + 1\times10^3)\times10^{-3}$$

解得 $R = 4\text{k}\Omega$ 。

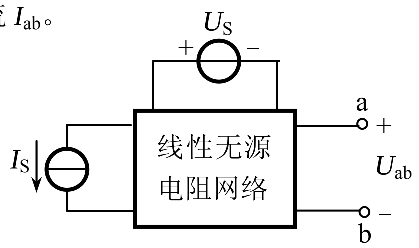
（2）当 R=1kΩ时，对题图 4-34(b)应用叠加定理，可得

$$I=\frac{U_{\text{oc}}}{(1.75+1+2)\times10^3}-\frac{2\times10^3}{2\times10^3+2.75\times10^3}\times10^{-3}=0.632\text{mA}$$

（3）当 R=1kΩ时，电流源两端电压为

$$U_I=10^3\times10^{-3}+(10^3+10^3)(10^{-3}+I)=4.26\text{V}$$

4-35　题图 4-35 所示的直流电路中，方框内为线性无源电阻网络，ab 支路开路。当 U_S=18V，I_S=2A 时，测得 U_{ab}=0；当 U_S=18V，I_S=0 时，测得 U_{ab}=−6V。当 U_S=30V，I_S=4A 时，测得 a，b 两端短路电流为 I_{ab}=1A。现在 a，b 两端接 R=2Ω的电阻，求当 U_S=30V，I_S=4A 时，2Ω电阻中流过的电流 I_{ab}。



题图 4-35

解　（1）先求从 a,b 端看入的二端网络的戴维南等效电路。根据叠加定理，有 $U_{\text{ab}}=K_1U_{\text{S}}+K_2I_{\text{S}}$。由已知条件有

$$\begin{cases}0=18K_1+2K_2\\-6=18K_1\end{cases}，解得\begin{cases}K_1=-1/3\\K_2=3\Omega\end{cases}$$

再根据齐次定理，可得当 U_S=30V，I_S=4A 时，开路电压为

$$U_{\text{ab}}=-\frac{1}{3}\times30+3\times4=2\text{V}$$

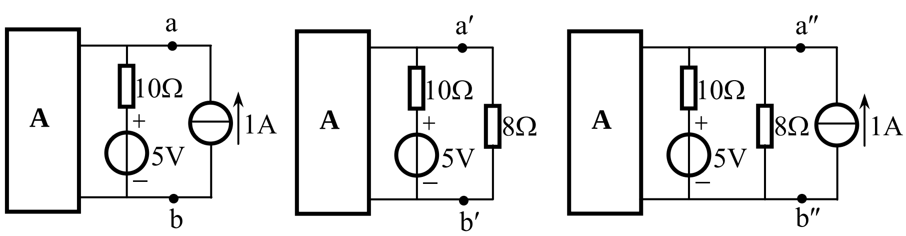
由开路电压、短路电流法可求得 a,b 两端的戴维南等效电阻为

$$R_{\text{i}}=\frac{2}{1}=2\Omega$$

（2）a,b 两端接入 $R=2\Omega$ 电阻后的戴维南等效电路如图(a)所示。由等效电路得

$$I=\frac{2}{2+2}=0.5\text{A}$$

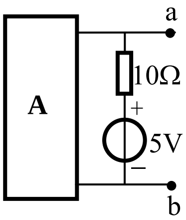
4-36　题图 4-36 所示电路中所示网络 A 含有独立电压源、电流源及线性电阻。题图 4-36 (a)中测得电压 U_{ab} =10V；题图 4-36(b)中测得 $U_{a'b'}$ =4V。求题图 4-36 (c)中的电压 $U_{a''b''}$。



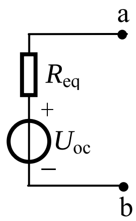
(a)　(b)　(c)

题图 4-36

解 题图 4-36(a)~(c)中含相同的二端网络如题图 4-36(d)所示，其戴维南等效电路如题图 4-36(e)所示。



题图 4-36(d)



题图 4-36(e)

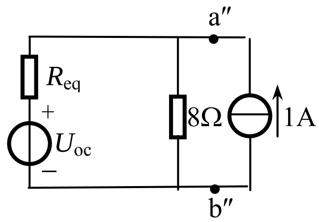
由题图 4-36(a)得

$$R_{eq}\times 1+U_{oc}=10 \qquad (1)$$

由题图 4-36(b)得

$$U_{oc}\times\frac{8}{R_{eq}+8}=4 \qquad (2)$$

式（1）、式（2）联立求解，得$U_{oc}=6\text{V}$， $R_{eq}=4\Omega$。所以题图 4-36(c)的戴维南等效电路如题图 4-36(f)所示。

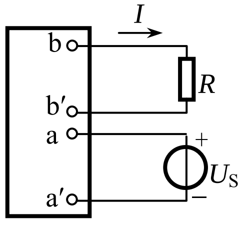


题图 4-36(f)

由题图 4-36(f)用叠加定理可得

$$U_{a''b''}=\frac{8}{4+8}\times 6+\frac{4\times 8}{4+8}\times 1=6.67\text{V}$$

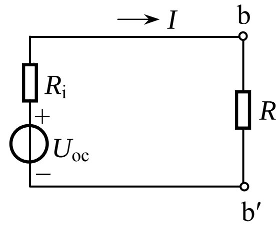
4-37 题图 4-37 所示电路方框内为线性电阻网络。aa′处接有电压源 U_S，bb′处接有电阻 R。已知 U_S=8V，R=3Ω时，I=0.5A；U_S=18V，R=4Ω时，I=1A。求 U_S=30V，R=5Ω时电流 I 的数值。



题图 4-37

解法 1 应用戴维南定理，题图 4-37 可等效为题图 4-37(a)所示等效电路，其中U_{oc}为U_S=8V 时的开路电压。根据已知条件及齐性原理，有

$$\begin{cases} \dfrac{U_{oc}}{R_i+3}=0.5 \\ \dfrac{\frac{18}{8}U_{oc}}{R_i+4}=1 \end{cases}$$

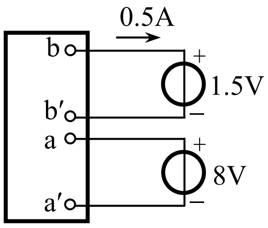


题图 4-37(a)

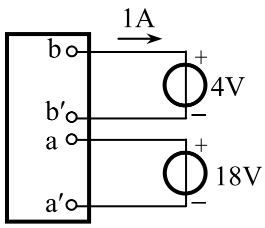
解得$U_{oc}=4\text{V}$，$R_i=5\Omega$。当 U_S=30V，R=5Ω时，有

$$I=\frac{\frac{30}{8}U_{oc}}{R_i+5}=1.5\text{A}$$

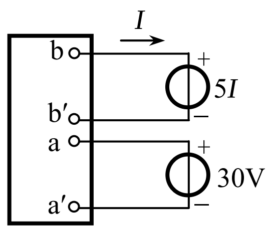
解法 2 根据替代定理，将 R 支路替代为电压源，可得如下各等效电路。



题图 4-37（b）

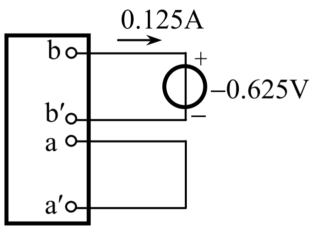


题图 4-37（c）

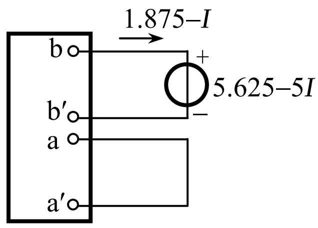


题图 4-37（d）

根据齐性原理，题图 4-37（b）中电压源电压都增大 2.25 倍，再与题图 4-37（c）做减法，得题图 4-37（e）；类似，题图 4-37（b）中电压源电压都增大 3.75 倍，再与题图 4-37（d）做减法，得题图 4-37（f）。



题图 4-37（e）



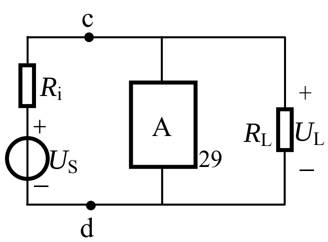
题图 4-37（f）

对题图 4-37（e）、题图 4-37（f）再利用齐性原理，得

$$\frac{0.125}{-0.625}=\frac{1.875-I}{5.625-5I}$$

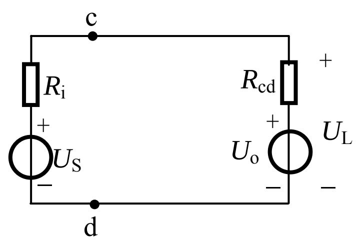
解得$I=1.5\text{A}$。

4-38 题图 4-38 所示电路中 A 为线性含源电阻网络，若 cd 右端网络的戴维南等效电阻为 R_{cd}，又当 R_i=∞时，电阻 R_L 两端电压为 U_o。求电阻 R_i 为任意实数值时，电阻 R_L 两端电压 U_L。



题图 4-38

解　由已知条件可作出题图 4-38 的等效电路如题图 4-38(a)所示。

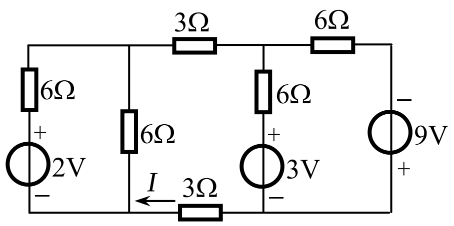


题图 4-38(a)

由等效电路，当电阻 R_i 为任意实数值时，电阻 R_L 两端电压为

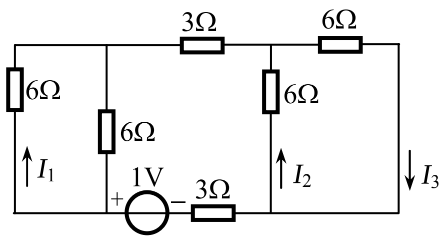
$$U_L = \frac{U_S - U_o}{R_i + R_{cd}} \times R_{cd} + U_o = \frac{R_{cd}U_S + R_iU_o}{R_i + R_{cd}}$$

4-39　利用互易定理求题图 4-39 所示电路中的电流 I。



题图 4-39

解　当电路如题图 4-39(a)所示时，可分别求出 I_1、I_2 和 I_3。



题图 4-39(a)

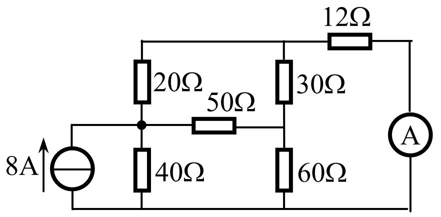
$$I_1 = \frac{1}{3+6//6+3+6//6} \times \frac{6}{6+6} = \frac{1}{24}\text{A}$$

$$I_2 = -\frac{1}{24}\text{A}，\quad I_3 = \frac{1}{24}\text{A}$$

根据互易定理和叠加定理，可求得题图 4-39 所示电路中的电流 I 为

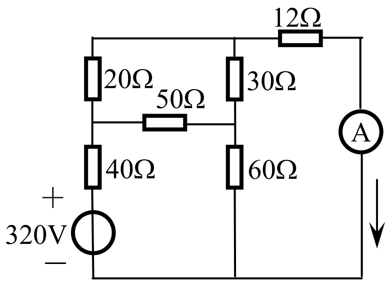
$$I=\frac{2}{1}I_1+\frac{3}{1}I_2+\frac{9}{1}I_3=\frac{1}{3}\mathrm{A}=0.333\mathrm{A}$$

4-40　利用互易定理求题图 4-40 所示电路中电流表的读数。

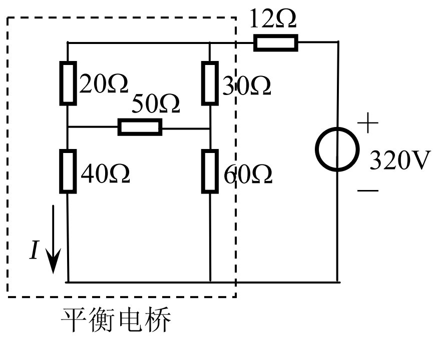


题图 4-40

解法 1　先进行电源变换，得题图 4-40(a)。题图 4-40(a)中的电流 I 可根据互易原理由题图 4-40(b)求得。



题图 4-40 (a)

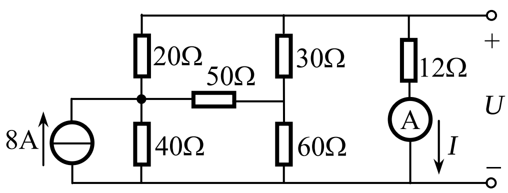


题图 4-40 (d)

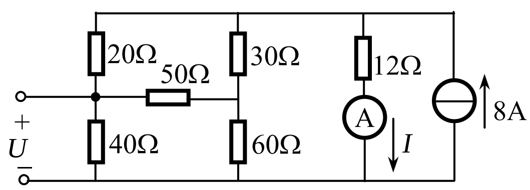
题图 4-40(b)中利用电桥平衡，可得

$$I=\frac{320}{12+(60//90)}\times\frac{90}{150}=4\mathrm{A}$$

解法 2　原电路可重画为题图 4-40(c)所示。根据互易原理，题图 4-40(c)的电压 U 可由题图 4-40(d)得到。



题图 4-40 (c)



题图 4-40(d)

题图 4-40(d)中电桥平衡，所以

$$U=[(20+40)//(30+60)//12)\times 8\times\frac{40}{40+20}=48\mathrm{V}$$

再由题图 4-40(c)可得到

$$I = \frac{U}{12} = 4\text{A}$$

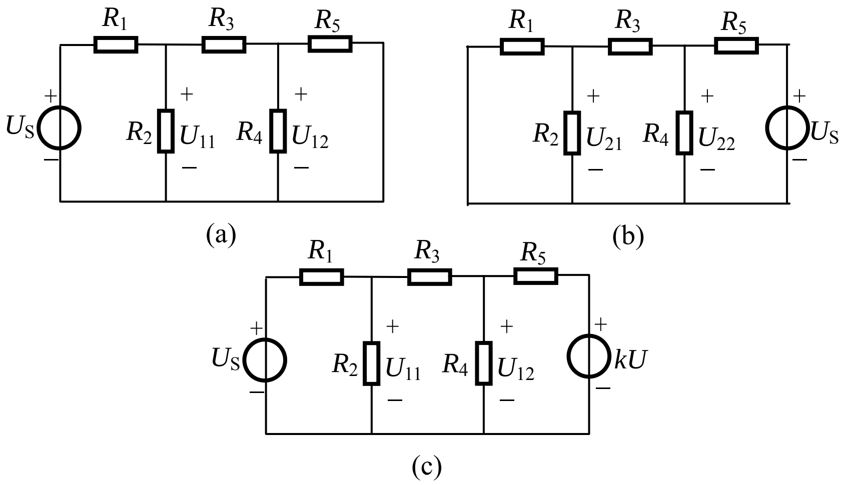
即电流表的读数为 4A。

4-41 电路如题图 4-41 所示。已知 $U_{11} = \frac{1}{3}U_S$，$U_{12} = \frac{1}{6}U_S$，$U_{21} = \frac{2}{9}U_S$，$U_{22} = \frac{4}{9}U_S$。

（1）利用互易定理求电阻 R_1；

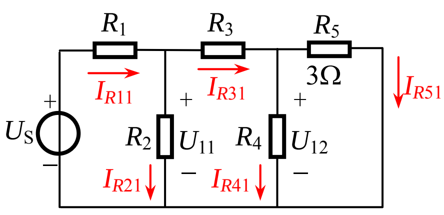
（2）利用叠加定理计算能使题图 4-41(c)所示电路 R_3 中没有电流通过的 k 值；

（3）决定 R_2，R_3 及 R_4 的值。

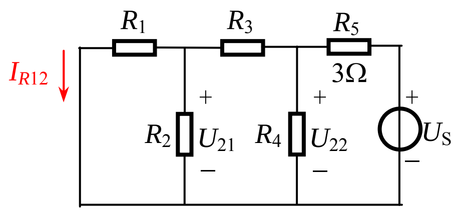


题图 4-41

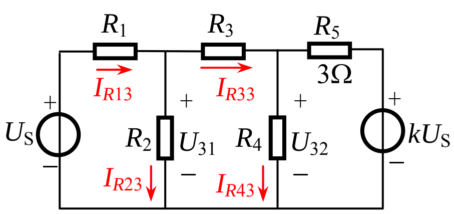
解 各电压、电流参考方向见题图 4-41(d)、题图 4-41(e)和题图 4-41(f)。



题图 4-41 (d)



题图 4-41 (e)



题图 4-41(f)

（1）由图（d）可得

$$I_{R51} = \frac{U_{12}}{R_5} = \frac{1}{18}U_S$$

对图（d)、（e）应用互易定理，得

$$I_{R12}=I_{R51}=\frac{1}{18}U_{\mathrm{S}}$$

进而可得

$$R_1=\frac{U_{21}}{I_{R5}}=4\Omega$$

（2）对图（f）应用叠加定理及齐性原理得

$$U_{31}=U_{11}+kU_{21}=\frac{1}{3}U_{\mathrm{S}}+k\times(\frac{2}{9}U_{\mathrm{S}})$$

$$U_{32}=U_{12}+kU_{22}=\frac{1}{6}U_{\mathrm{S}}+k\times(\frac{4}{9}U_{\mathrm{S}})$$

若使 $I_{R33}=0$，则应有

$$U_{31}-U_{32}=\frac{1}{6}U_{\mathrm{S}}-k\times(\frac{2}{9}U_{\mathrm{S}})=0$$

解得 $k=0.75$。

（3）由图（f）及（2）中结果有

$$U_{31}=\frac{1}{3}U_{\mathrm{S}}+k\times(\frac{2}{9}U_{\mathrm{S}})=\frac{1}{2}U_{\mathrm{S}}，\ U_{32}=\frac{1}{6}U_{\mathrm{S}}+k\times(\frac{4}{9}U_{\mathrm{S}})=\frac{1}{2}U_{\mathrm{S}}$$

$$I_{R23}=I_{R13}=\frac{U_{\mathrm{S}}-U_{31}}{R_1}=\frac{1}{8}U_{\mathrm{S}}，\ I_{R43}=\frac{kU_{\mathrm{S}}-U_{32}}{R_5}=\frac{1}{12}U_{\mathrm{S}}$$

所以

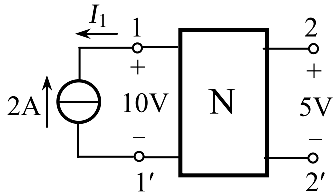
$$R_2=\frac{U_{31}}{I_{R23}}=4\Omega，\ R_4=\frac{U_{32}}{I_{R43}}=6\Omega$$

再由图（a）可得

$$I_{R31}=I_{R11}-I_{R23}=\frac{U_{\mathrm{S}}-U_{11}}{R_1}-\frac{U_{11}}{R_2}=\frac{1}{6}U_{\mathrm{S}}$$

$$R_3=\frac{U_{11}-U_{12}}{I_{R31}}=2\Omega$$

4-42 电路如题图 4-42 所示，N 为线性无源电阻网络。引出两对端钮测量，其结果为：当输入为 2A 电流时，输入端电压为 10V，输出端电压为 5V。若将 2A 电流源接在输出端，同时在输入端跨接一个 5Ω的电阻，求此时 5Ω电阻中的电流。



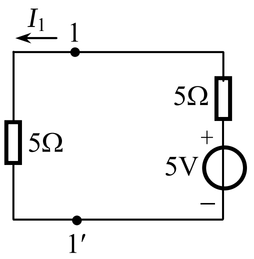
题图 4-42

解法 1　应用戴维南定理和互易定理。

当输入为 2A 电流时，由已知条件，输入电阻为

$$R_{\text{in}}=\frac{10}{2}=5\Omega$$

将 2A 电流源接在输出端时，由互易定理可知，此时有$U_{11'}=5\text{V}$，该电压即为此时端口 11′的开路电压，所以当在输入端跨接一个 5Ω的电阻时的等效电路如题图 4-42(a)所示。



题图 4-42(a)

由等效电路可得

$$I_1=\frac{5}{5+5}=0.5\text{A}$$

解法 2　利用特勒根定理。设共有 b 各支路，且设电压、电流为关联参考方向。

当 2A 电流源接在输入端时，有

$$I_1=-2\text{A}\,,\quad U_{11'}=10\text{V}\,,\quad I_2=0\,,\quad U_{22'}=5\text{V}$$

当 2A 电流源接在输出端，输入端跨接一个 5Ω的电阻时，有

$$\hat{I}_1\text{未知},\quad \hat{U}_{11'}=5\hat{I}_1\,,\quad I_2=-2\text{A}\,,\quad \hat{U}_{22'}\text{未知}$$

应用特勒根定理，有

$$10\times\hat{I}_1+5\times\hat{I}_2+\sum_{k=3}^{b}U_k\hat{I}_k=10\times\hat{I}_1+5\times\hat{I}_2+\sum_{k=3}^{b}R_kI_k\hat{I}_k=0$$

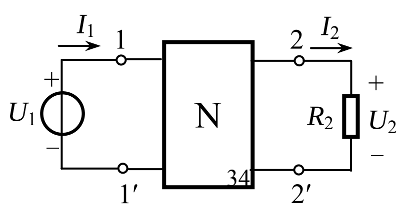
$$\hat{U}_{11'}\times(-2)+\hat{U}_{22'}\times0+\sum_{k=3}^{b}\hat{U}_kI_k=5\hat{I}_1\times(-2)+\hat{U}_{22'}\times0+\sum_{k=3}^{b}R_k\hat{I}_kI_k=0$$

所以有

$$10\times\hat{I}_1+5\times\hat{I}_2=5\hat{I}_1\times(-2)+\hat{U}_{22'}\times0$$

解得 $\hat{I}_1=0.5\text{A}$ 。

4-43　题图 4-43 所示电路中，N 为仅由电阻组成的无源线性网络。当 R_2=2Ω，U_1=6V 时，测得 I_1=2A，U_2=2V；如果 R_2=4Ω，U_1=8V 时，测得 I_1=2.5A。求此时的电压 U_2。



题图 4-43

解　利用特勒根定理求解。
已知条件整理如下：

当 R_2=2Ω，U_1=6V 时：$U_1=6\text{V}$，$I_1=2\text{A}$，$U_2=2\text{V}$，$I_2=\dfrac{U_2}{2}=1\text{A}$；

当 R_2=4Ω，U_1=8V 时：$\hat{U}_1=8\text{V}$，$\hat{I}_1=2.5\text{A}$，$\hat{U}_2$ 待求，$\hat{I}_2=\dfrac{\hat{U}_2}{4}$ 待求。

应用特勒根定理，由

$$-U_1\hat{I}_1+U_2\hat{I}_2+\sum_{k=3}^{b}U_k\hat{I}_k=0$$

$$-\hat{U}_1 I_1+\hat{U}_2 I_2+\sum_{k=3}^{b}\hat{U}_k I_k=0$$

因为 N 为纯电阻网络，应有

$$\sum_{k=3}^{b}U_k\hat{I}_k=\sum_{k=3}^{b}\hat{U}_k I_k$$

所以

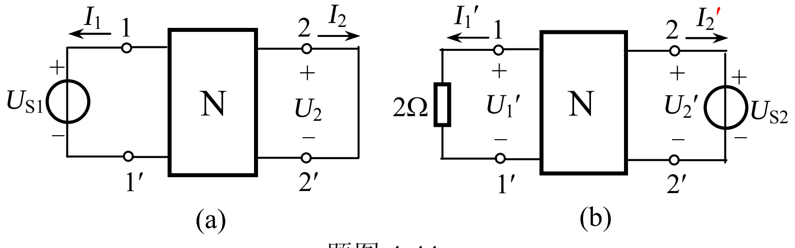
$$-U_1\hat{I}_1+U_2\hat{I}_2=-\hat{U}_1 I_1+\hat{U}_2 I_2$$

代入已知条件得

$$-6\times 2.5+2\times\frac{\hat{U}_2}{4}=-8\times 2+\hat{U}_2\times 1$$

解得 $\hat{U}_2=2\text{V}$。

4-44　题图 4-44(a)所示电路中，N 为线性无源电阻网络。已知 U_{S1}=20V，I_1=−10A，I_2=2A。在题图 4-44 (b)中，N 与题图 4-44(a)中相同，U_{S2}=10V，各电压、电流参考方向如题图 4-44 (b)所示。求 2Ω电阻两端电压 U_1'的值。



题图 4-44

解　由特勒根定理，有

$$U_{S1}I_1^{'}+U_2I_2^{'}+\sum_{k=3}^{b}U_kI_k^{'}=0$$

$$U_1^{'}I_1+U_2^{'}I_2+\sum_{k=3}^{b}U_k^{'}I_k=0$$

因 N 为线性无源电阻网络，应有

$$\sum_{k=3}^{b}U_kI_k^{'}=\sum_{k=3}^{b}U_k^{'}I_k$$

所以

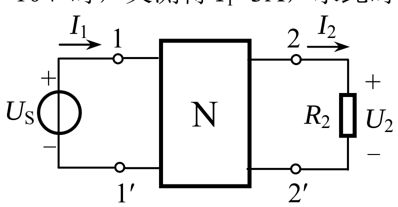
$$U_{S1}I_1^{'}+U_2I_2^{'}=U_1^{'}I_1+U_2^{'}I_2$$

代入已知条件，得

$$20\times\frac{U_1^{'}}{2}+0\times I_2^{'}=U_1^{'}\times(-10)+10\times 2$$

解得$U_1^{'}=1\text{V}$。

4-45 题图 4-45 所示电路中，N 为无源线性电阻网络。当 R_2=2Ω，U_S=6V 时，测得 I_1=2A，U_2=2V。如果当 R_2=4Ω，U_S=10V 时，又测得 I_1=3A，求此时的电压 U_2。



题图 4-45

解　利用特勒根定理求解。

已知条件整理如下：

当 R_2=2Ω，U_1=6V 时：$U_1=6\text{V}$，$I_1=2\text{A}$，$U_2=2\text{V}$，$I_2=\dfrac{U_2}{2}=1\text{A}$；

当 R_2=4Ω，U_1=10V 时：$\hat{U}_1=10\text{V}$，$\hat{I}_1=3\text{A}$，$\hat{U}_2$待求，$\hat{I}_2=\dfrac{\hat{U}_2}{4}$待求。

应用特勒根定理，有

$$-U_1\hat{I}_1+U_2\hat{I}_2+\sum_{k=3}^{b}U_k\hat{I}_k=0$$

$$-\hat{U}_1I_1+\hat{U}_2I_2+\sum_{k=3}^{b}\hat{U}_kI_k=0$$

因为 N 为纯电阻网络，应有

$$\sum_{k=3}^{b} U_k \hat{I}_k = \sum_{k=3}^{b} \hat{U}_k I_k$$

所以

$$-U_1\hat{I}_1 + U_2\hat{I}_2 = -\hat{U}_1 I_1 + \hat{U}_2 I_2$$

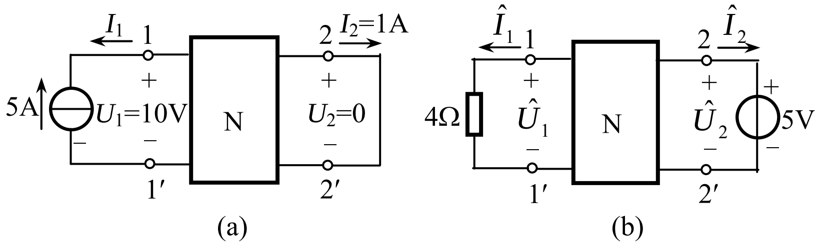
代入已知条件得

$$-6\times 3 + 2\times\frac{\hat{U}_2}{4} = -10\times 2 + \hat{U}_2\times 1$$

解得$\hat{U}_2 = 4\text{V}$。

说明：本题与题 4-43 相似。

4-46 题图 4-46 所示电路中，线性无源网络 N 有两个端口。当输入端口接一个 5A 电流源激励而输出端口短路时，输入端口的电压为 10V，输出端口的短路电流为 1A(题图 4-46(a))。当输出端口接一个 5V 的电压源，而输入端口接一个 4Ω电阻时(题图 4-46(b))，此电阻上的电压降应为多少？若将输出端口的 5V 电压源换为 15V 电压源，那么输入端口所接 4Ω电阻上的电压降又应为多少？



题图 4-46

解　应用特勒根定理，有

$$10\times\hat{I}_1 + 0\times\hat{I}_2 + \sum_{k=3}^{b} U_k\hat{I}_k = 0$$

$$4\hat{I}_1(-5) + 5\times 1 + \sum_{k=3}^{b}\hat{U}_k I_k = 0$$

因为

$$U_k\hat{I}_k = I_k R_k \hat{I}_k = \hat{U}_k I_k \quad (k=1,\ 2,\ \cdots,\ b)$$

所以有

$$10\times\hat{I}_1 + 0\times\hat{I}_2 = 4\hat{I}_1(-5) + 5\times 1$$

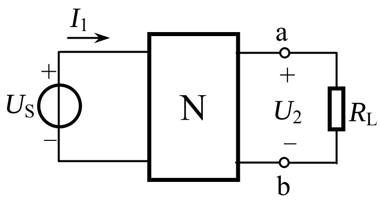
解得 $\hat{I}_1 = 1/6\text{A}$，则 4Ω电阻上的电压为

$$\hat{U}_1 = 4\hat{I}_1 = 0.667\text{V}$$

若将输出端口的 5V 电压源换为 15V 电压源，则由齐性原理，4Ω电阻上的电压为

$$\hat{U}_1' = \frac{15}{5}\hat{U}_1 = 2\text{V}$$

4-47 题图 4-47 所示电阻网络 N，已知 ab 端开路电压 U_o=8V，ab 端口左端的戴维南等效电阻 R_i=3Ω，电压源 U_S=10V。若 ab 两端接上 R_L=2Ω电阻时，电压源 U_S 供出电流 I_1。问当把 R_L=2Ω电阻移走后，电流 I_1 的变化是多少？

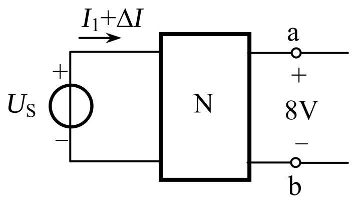


题图 4-47

解 由戴维南等效可知，当 R_L=2Ω时有

$$U_2 = \frac{2}{3+2}\times 8 = 3.2\text{V}, \quad I_2 = \frac{3.2}{2} = 1.6\text{A}$$

当把 R_L=2Ω电阻移走后，电路如题图 4-47(a)所示。



题图 4-47(a)

令 $\hat{I}_1 = I_1 + \Delta I$，$\hat{I}_2 = 0$。又 $U_1 = \hat{U}_1 = 10\text{V}$，所以由特勒根定理得

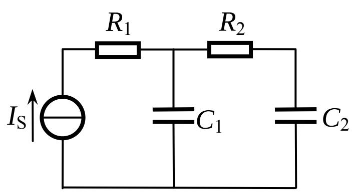
$$10\times(-(I_1+\Delta I)) + 3.2\times 0 + \sum_{k=3}^{b} U_k \hat{I}_k = 0$$

$$10\times(-I_1) + 8\times 1.6 + \sum_{k=3}^{b} \hat{U}_k I_k = 0$$

$$\sum_{k=3}^{b} U_k \hat{I}_k = \sum_{3}^{b} I_k R_k \hat{I}_k = \sum_{3}^{b} \hat{U}_k I_k$$

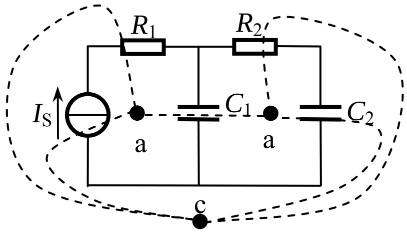
解得ΔI=−1.28A，即电流 I_1 减少了 1.28A。

4-48 画出题图 4-48 所示 *RC* 电路的对偶电路。

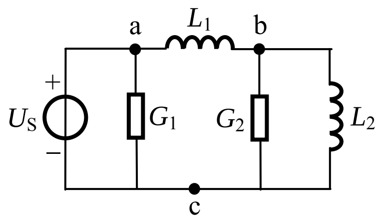


题图 4-48

解　用打点法，如题图 4-48(a)所示，由此可得题图 4-48 所示电路的对偶电路如题图 4-48(b)所示。



题图 4-48(a)

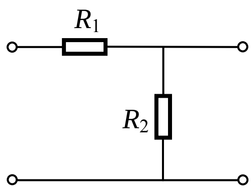


题图 4-48(b)

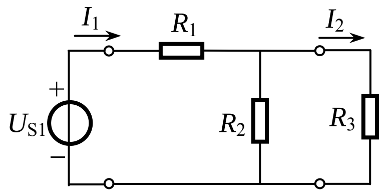
4-49　题图 4-49(a)是一个二端口网络，已知 R_1= 10Ω，R_2=40Ω。

（1）求此二端口的网络的 T 参数；

（2）在此二端口网络的两端接上电源和负载，如题图 4-49(b)所示。已知 R_3=20Ω，此时电流 I_2=2A。根据 T 参数计算 U_{S1} 及 I_1。



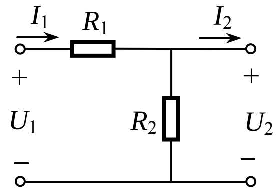
(a)



(b)

题图 4-49

解　（1）参考方向如题图 4-49(a)所示。



题图 4-49(a)

列方程如下：

$$\begin{cases} U_1 = R_1 I_1 + (I_1 - I_2)R_2 \\ U_2 = (I_1 - I_2)R_2 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} U_1 = (R_1 + R_2)I_1 - R_2 I_2 \\ I_1 = \dfrac{1}{R_2}U_2 + I_2 \end{cases}$$

代入参数得

$$\begin{cases} U_1 = 50I_1 - 40I_2 \\ I_1 = \dfrac{1}{40}U_2 + I_2 \end{cases}$$

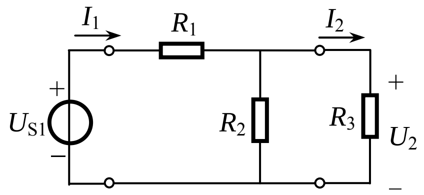
整理得

$$\begin{cases} U_1 = 1.25U_2 + 10I_2 \\ I_1 = \dfrac{1}{40}U_2 + I_2 \end{cases}$$

所以，网络的 T 参数矩阵为

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1.25 & 10\Omega \\ 0.025\text{S} & 1 \end{bmatrix}$$ （注意参考方向！）

（2）参考方向如题图 4-49(b)所示。



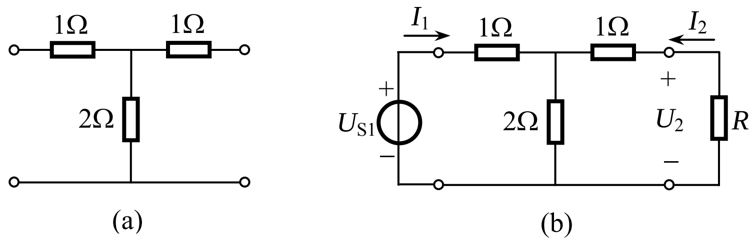
题图 4-49(b)

列方程如下：

$$\begin{cases} U_{S1} = 1.25U_2 + 10I_2 \\ I_1 = 0.025U_2 + I_2 \\ U_2 = I_2R_2 = 20I_2 \\ I_2 = 2 \end{cases}$$

解得 $U_{S1} = 70\text{V}$， $I_1 = 3\text{A}$ 。

4-50 已知一个二端口网络是由纯电阻组成的 T 型电路，如题图 4-50(a)所示。求：（1）此二端口的 T 参数；（2）若在 1-1′端口接一直流电压源，在 2-2′端口接一负载电阻 R，其阻值为 1Ω，吸收的功率为 1W。求 U_2、I_2 的值(见题图 4-50(b))，并用 T 参数表示二端口网络的基本方程式，求出 U_{S1}、I_1。

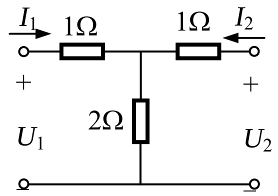


题图 4-50

解 （1）看作三个二端口级联，所以

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{T}_2\boldsymbol{T}_3=\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\0.5 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.5 & 2.5\Omega\\0.5\text{S} & 1.5\end{bmatrix}$$

或列方程（参考方向如题图 4-50(a)所示）：



题图 4-50(a)

$$\begin{cases}U_1=3I_1+2I_2\\U_2=3I_2+2I_1\end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases}U_1=1.5U_2-2.5I_2\\I_1=0.5U_2-1.5I_2\end{cases}$$

T 参数矩阵为

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}1.5 & 2.5\Omega\\0.5\text{S} & 1.5\end{bmatrix}$$

（2）$U_2=1\text{V}$， $I_2=-1\text{A}$；或$U_2=-1\text{V}$， $I_2=1\text{A}$

方程式为

$$\begin{cases}U_\text{S}=1.5U_2-2.5I_2\\I_1=0.5U_2-1.5I_2\end{cases}$$

由已知得

$$U_\text{S}=1.5U_2-2.5I_2=4\text{V}，\ I_1=0.5U_2-1.5I_2=2\text{A}$$

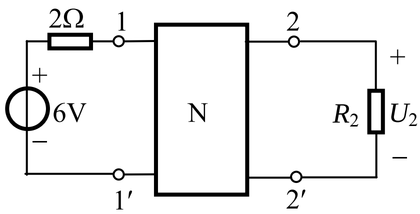
或

$$U_\text{S}=1.5U_2-2.5I_2=-4\text{V}，\ I_1=0.5U_2-1.5I_2=-2\text{A}$$

4-51 题图 4-51 所示电路中，已知二端口网络 N 的 T 参数为$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}2 & 8\Omega\\0.5\text{S} & 2.5\end{bmatrix}$。

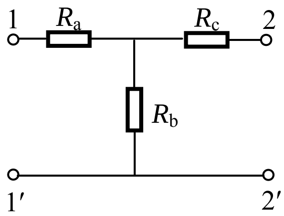
（1）求此二端口的等效电路；

（2）当 R_2 为何值时，R_2 可获得最大功率，并求此最大功率。



题图 4-51

解　（1）根据 T 参数可知，二端口网络 N 是互易的，其等效电路如题图 4-51(a)所示。



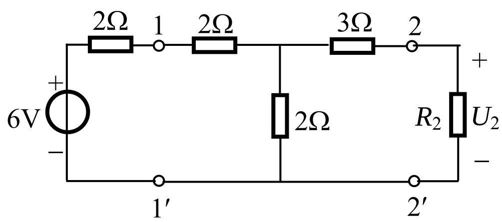
题图 4-51(a)

由 T 参数可列方程如下：

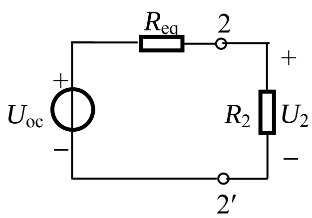
$$\begin{cases} T_{11} = 2 = \dfrac{R_a + R_b}{R_b} \\ T_{21} = 0.5\text{S} = \dfrac{1}{R_b} \\ T_{22} = 2.5 = \dfrac{R_b + R_c}{R_b} \end{cases}$$

解得 $R_b = 2\Omega$， $R_a = 2\Omega$， $R_c = 3\Omega$ 。

（2）总的等效电路如题图 4-51(b)所示；进一步作戴维南等效电路见题图 4-51(c)，其中 $U_{oc} = 2\text{V}$， $R_{eq} = \dfrac{13}{3}\Omega$ 。



题图 4-51(b)

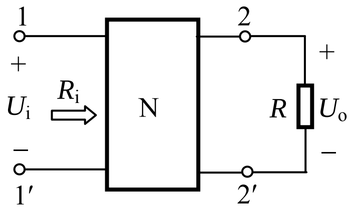


题图 4-51(c)

由最大功率传输定理可知，当 $R_2 = R_{eq} = \dfrac{13}{3}\Omega$ 时获得最大功率，最大功率为

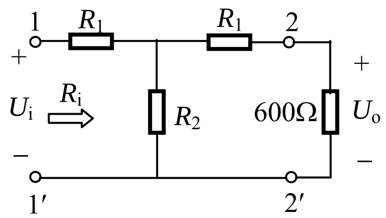
$$P_{2\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_{eq}} = \frac{3}{13}\text{W=0.231W}$$

4-52 试设计一用于直流信号下最简单的二端口网络，如题图 4-52 所示。要求 R=600Ω 时，（1）电源端的输入电阻 R_i 也是 600Ω；（2）U_o=0.1U_i；（3）对调电源端与负载端，网络性能不变。



题图 4-52

解 由设计要求可知，所设计的二端口网络是对称的，其结构如题图 4-52(a)所示的 T 形网络。



题图 4-52(a)

根据设计要求，应有

$$R_i = 600 = R_1 + \frac{R_2(R_1+600)}{R_2+R_1+600}$$

$$U_o = 0.1U_i = \frac{\dfrac{R_2(R_1+600)}{R_2+R_1+600}}{R_1+\dfrac{R_2(R_1+600)}{R_2+R_1+600}} \times \frac{600}{R_1+600} \times U_i$$

整理得

$$0.1 = \frac{600-R_1}{R_1+600-R_1} \times \frac{600}{R_1+600}$$

由上式解得 $R_1 = 491\Omega$，进而可求得 $R_2 = 121\Omega$。

第 4 章 电路的若干定理

4-1 （1）U=6V，I=2A；（2）U_S=2V；（3）U_S=8V

4-2 替代定理。$I=\dfrac{U_S}{R_1+R_2}-\dfrac{R_1}{R_1+R_2}I_L$

4-3 $U_o=\dfrac{1}{2}(U_1-U_2)+\dfrac{R}{2}(I_1-I_2-I_3+I_4)$

4-4 U_{S2}=1.2V

4-5 $i=3e^{-t}+2\sin 4t$ A

4-6 $U_B=\dfrac{R_1U_{Sb}+R_1R_2I_{co}}{R_1+R_2}$

4-7 I_x=0.5A

4-8 U=40V，I=3A

4-9 i=−2A

4-10 I_{S1} 发出 52W，I_{S2} 发出 78W

4-11 I＝0.5A

4-12 I=0.667A

4-13 叠加和互易定理，U_{S2}＝4V

4-14 I= −1.17mA

4-16 I_{ab}= −1.13A

4-17 I_{ab}= −0.52A

4-18 I= −0.5A，ab 支路发出的功率为−20W

4-19 （1）$I_{ab}=\dfrac{-0.605}{42.77+R_x}$；（2）$I_{ab}$= −6.52 mA；（3）$R_x$=42.8Ω，$P_{max}$=2.14 mW

4-20 （1）I_4= −38.9mA；（2）I_4= −25.0mA；（3）$R_4 \geq$ 52Ω

4-21 U_{abo}=90V

4-22 （1）I= −0.01U；（2）R_5=0.2Ω

4-23 U_{oc}=0，R_i=12kΩ

4-24 （1）I=3A；（2）R_3=0.667Ω，P_{max}=45.4W；（3）U_{S3}= 4V

4-26 R_{eq}=0.6kΩ

4-27 R_{ab}=100Ω，I_o/I_i= −2.71

4-28 R=4Ω，P_{max}=9W

4-29 P_{RL}=5W

4-30 $U_4=-\dfrac{\beta R_4U_S}{R_1+R_2+(1+\beta)R_3}$

4-31 U=12V

4-32 I=0.05A

4-33 （1）U_{oc}=4V，R_i= −6Ω；（2）I=2A

4-34 （1）R= 4kΩ；（2）I=0.632mA；（3）U=4.26V

4-35 叠加定理和戴维南定理，I_{ab}=0.5A

4-36 戴维南定理，$U_{\mathrm{a''b''}} = 6.67\mathrm{V}$

4-37 叠加定理或戴维南定理，I=1.5A

4-38 $U_{\mathrm{L}} = \dfrac{R_{\mathrm{i}}U_{\mathrm{o}} + R_{\mathrm{cd}}U_{\mathrm{S}}}{R_{\mathrm{i}} + R_{\mathrm{cd}}}$

4-39 I=0.333A

4-40 I=4A

4-41 （1）R_1= 4Ω；（2）k= 0.75；（3）R_2= 4Ω，R_3=2Ω，R_6=6Ω

4-42 特勒根定理，$\hat{I}_1 = 0.5\mathrm{A}$

4-43 特勒根定理，U_2=2V

4-44 U_1'=1V

4-45 特勒根定理和齐性定理，U=4V

4-46 U=2V

4-47 电流 I_1 减少了 1.28A

4-49 A=1.25，B=10Ω，C=0.025S，D=1，U_{S1}=70V，I_1=3A

4-50 A=1.5，B=2.5Ω，C=0.5S，D=1.5，U_2=1V，I_2= −1A，U_{S1}= 4V，I_1= 2A

4-51 （1）2Ω，2Ω，3Ω；（2）R_2=13/3Ω，P_{max}=0.23W

4-52 T 形，491Ω，121Ω，491Ω