



## 第四讲 平面与立体相交

- 4.1 平面与平面体相交
- 4.2 平面与回转体相交

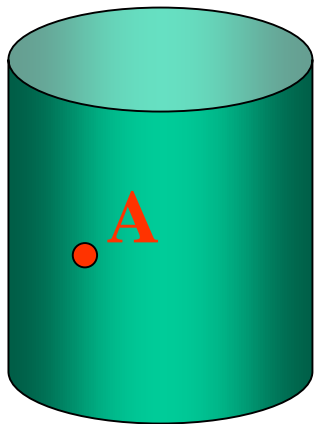
# 复 习

- 掌握基本体的三视图画法及面上找点的方法
  - 平面体表面找点，利用平面上找点的方法。
  - 圆柱体表面找点，利用投影的积聚性。
  - 圆锥体表面找点，用辅助线法和辅助圆法。
  - 球体表面找点，用辅助圆法。

注意：三等关系、回转体轮廓线的投影特点、可见性

## ■ 圆柱表面取点取线

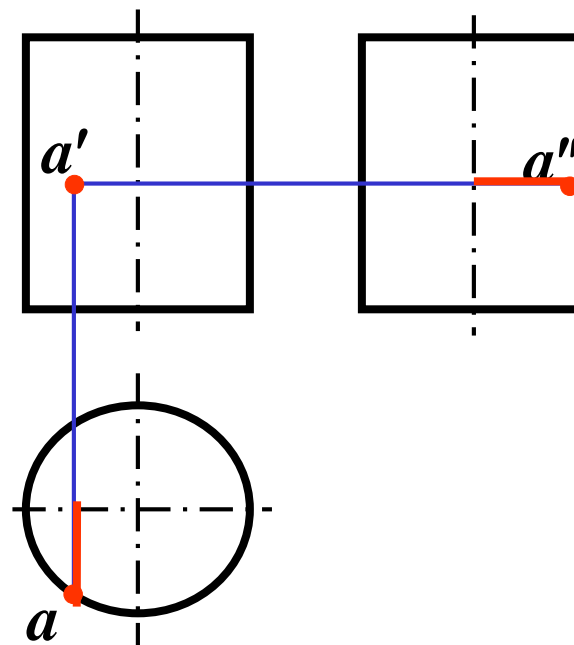
例：已知  $a'$ ，求  $a$ 、 $a''$



■ 判断点的位置

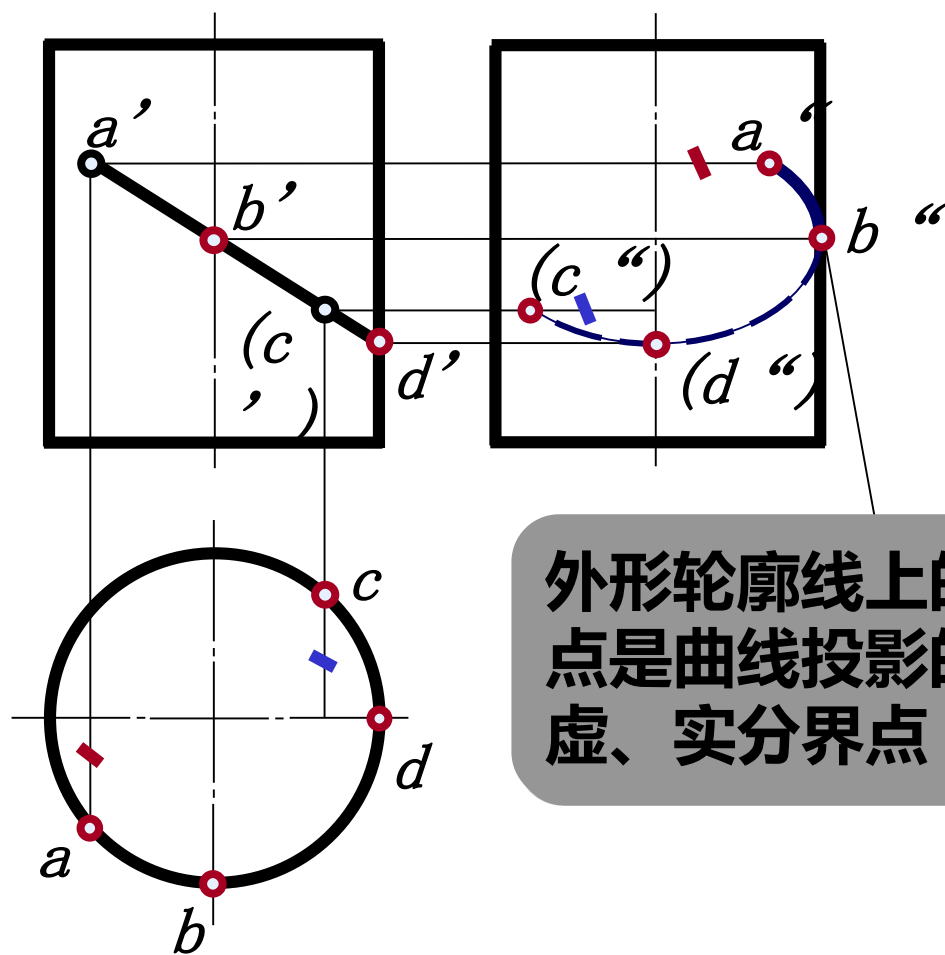
■ 作图

■ 可见性判断



## 圆柱表面取线

**例：**  $AC \subset$  圆柱面，已知  $a'c'$ ，求曲线的另两个投影  $ac$ 、 $a''c''$ 。



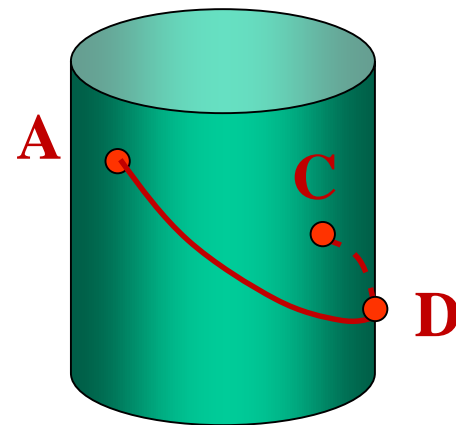
外形轮廓线上的  
点是曲线投影的  
虚、实分界点

**分析**

AC为曲线

**作图**

描点法作图



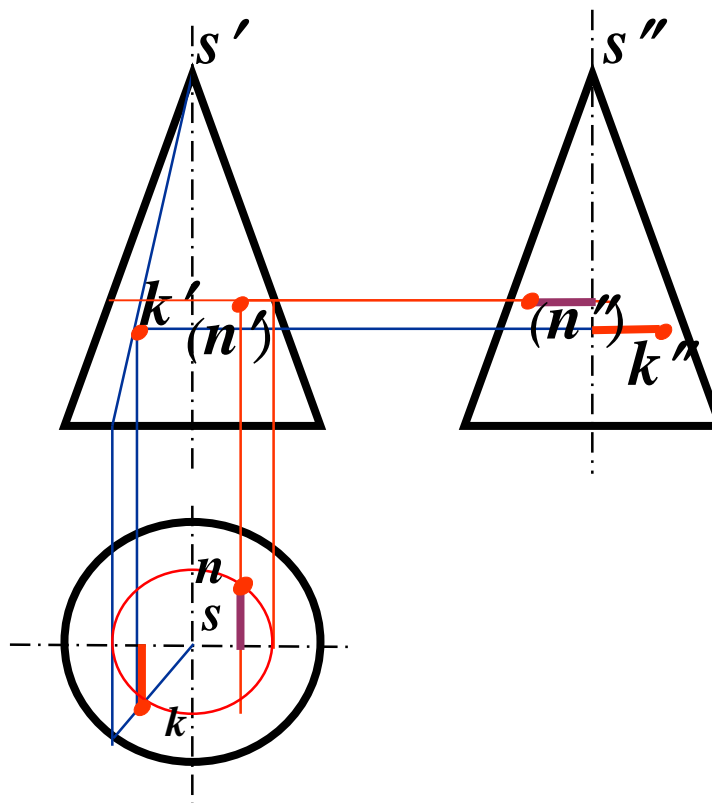
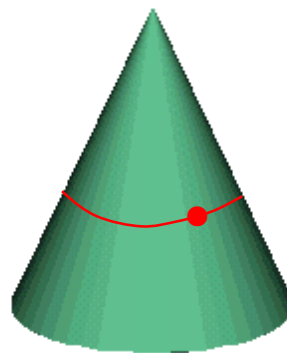
- ① 找特殊点
- ② 求H面投影（积聚性投影）
- ③ 利用“三等”关系求W面投影
- ④ 判断可见性；光滑连接曲线

# 圆锥表面取点

## 圆锥面上取点

★ 辅助直线法

★ 辅助圆法



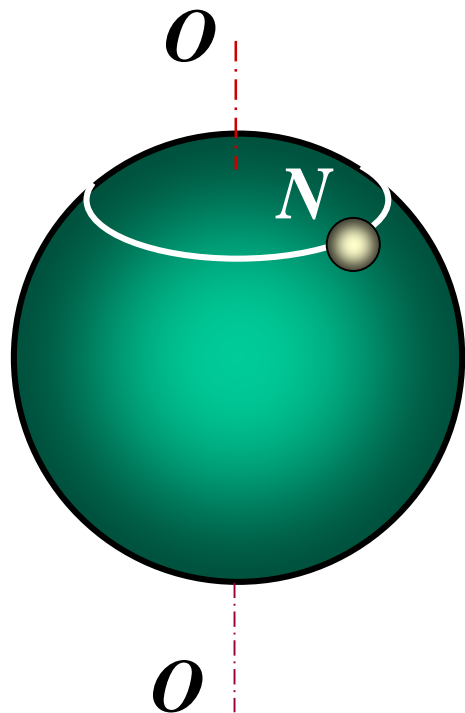
如何在圆锥面上作直线？

过锥顶作一条素线。

圆的半径？

## 圆球表面取点

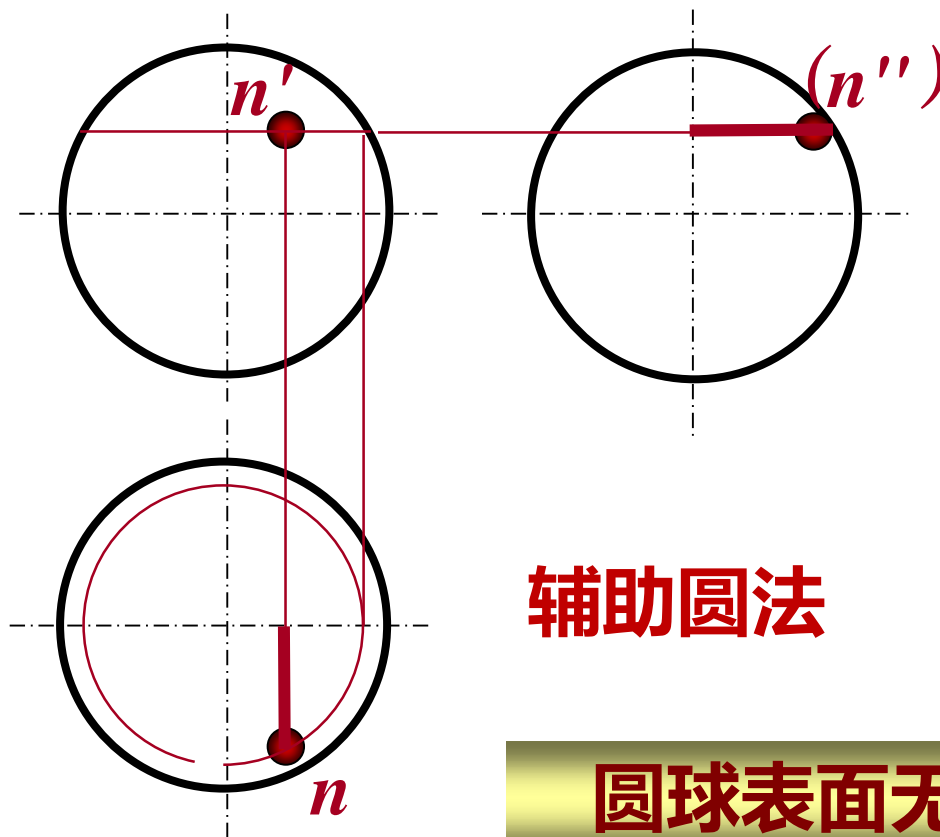
例：已知 $n'$ ，求 $n$ ， $n''$



点N在球面的一水平圆上

可作侧面圆？

可作正面圆？

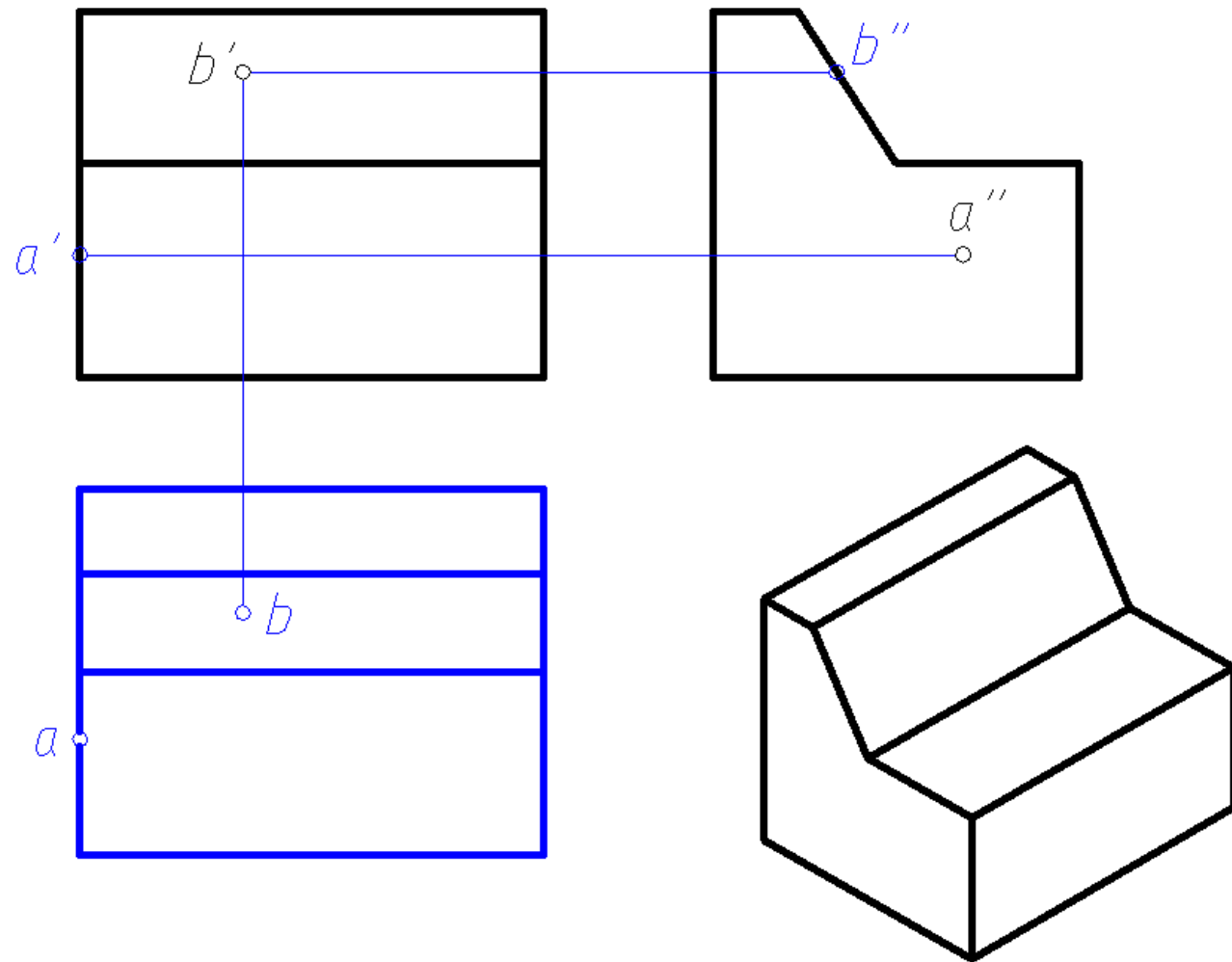


辅助圆法

圆球表面无直线！

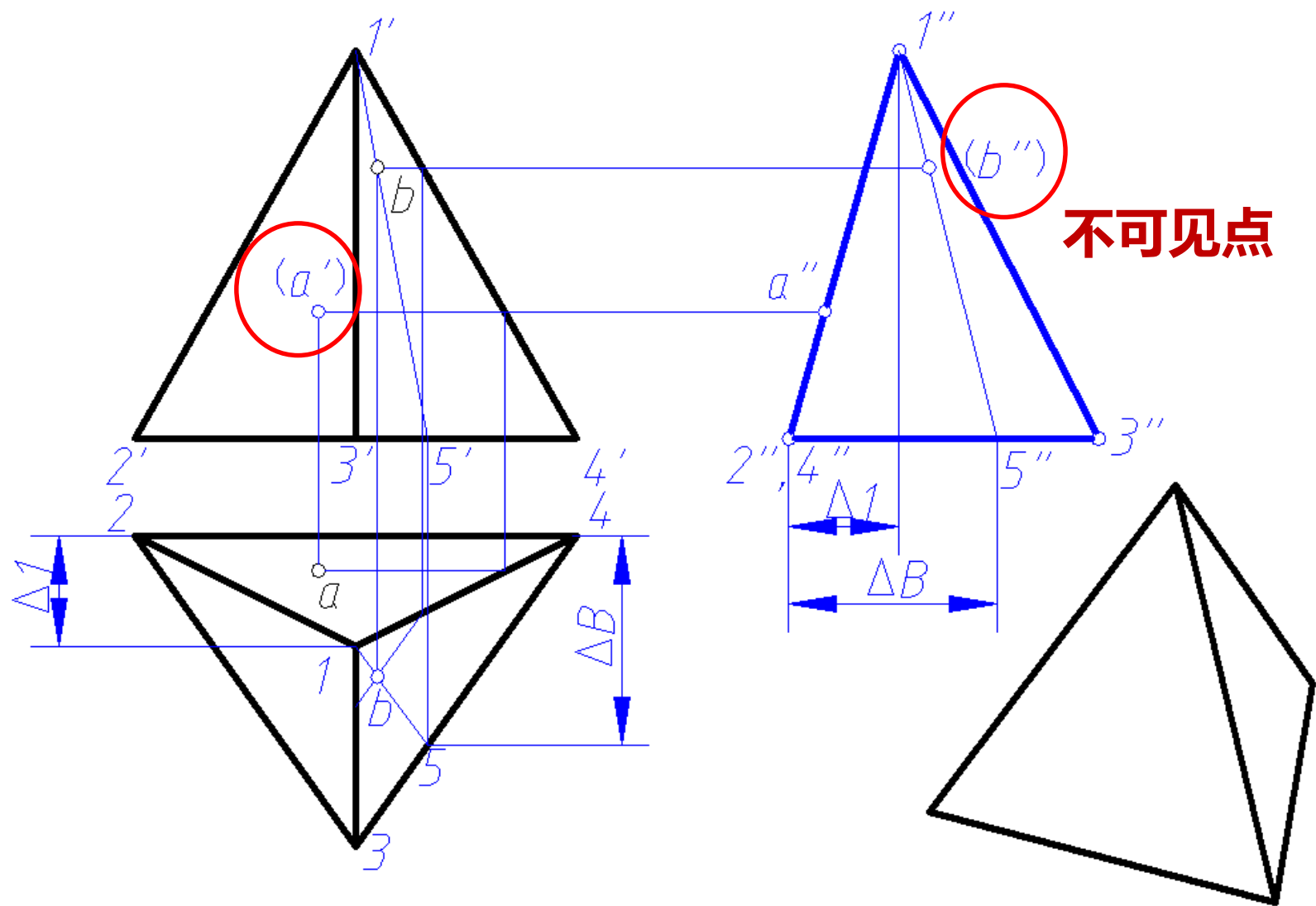
## 作业讲解

P25-2. 求作俯视图，并标出表面上各点的其余两个投影。



## 作业讲解

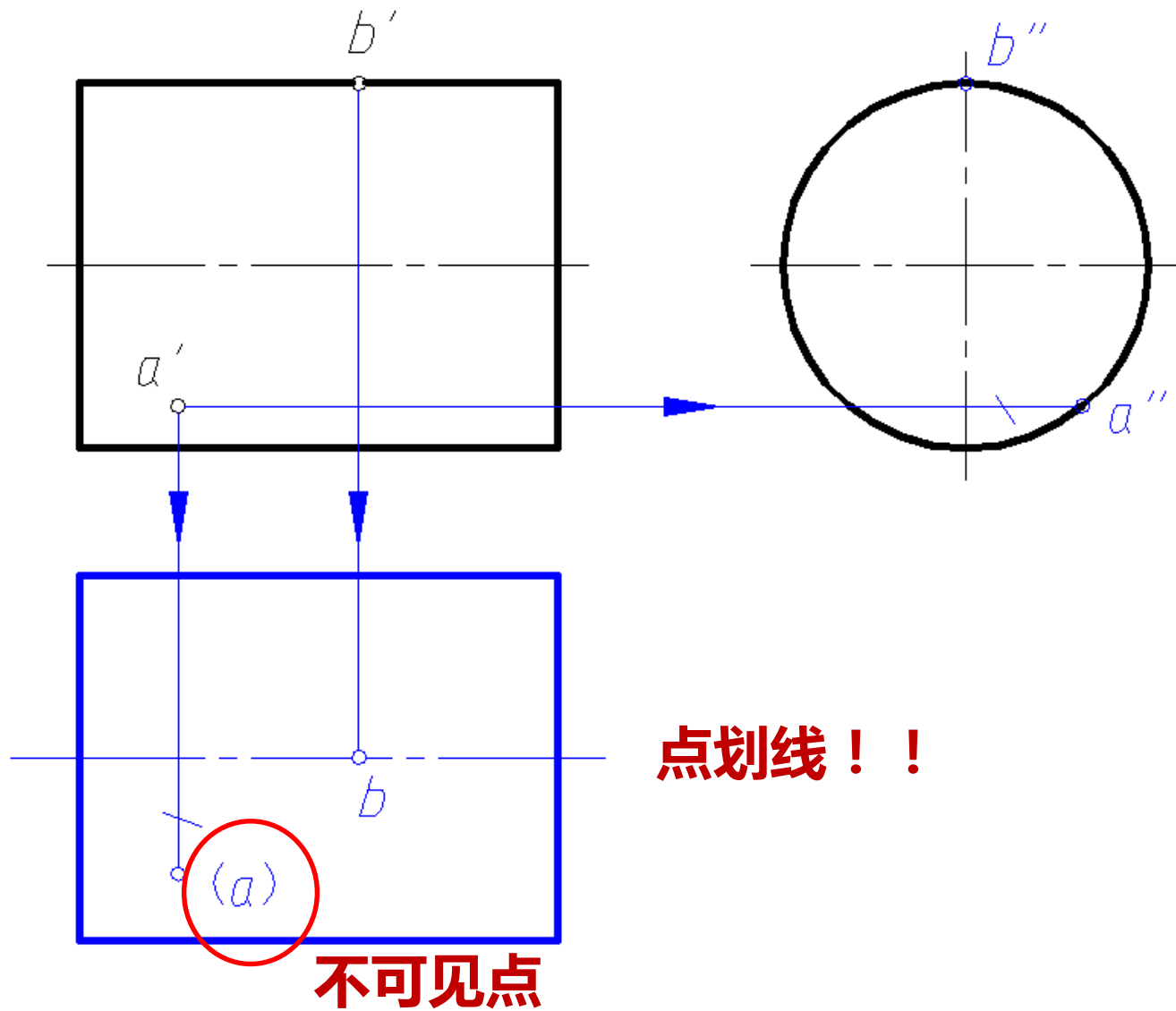
P25-4. 求作左视图，并标出表面上各点的其余两个投影。





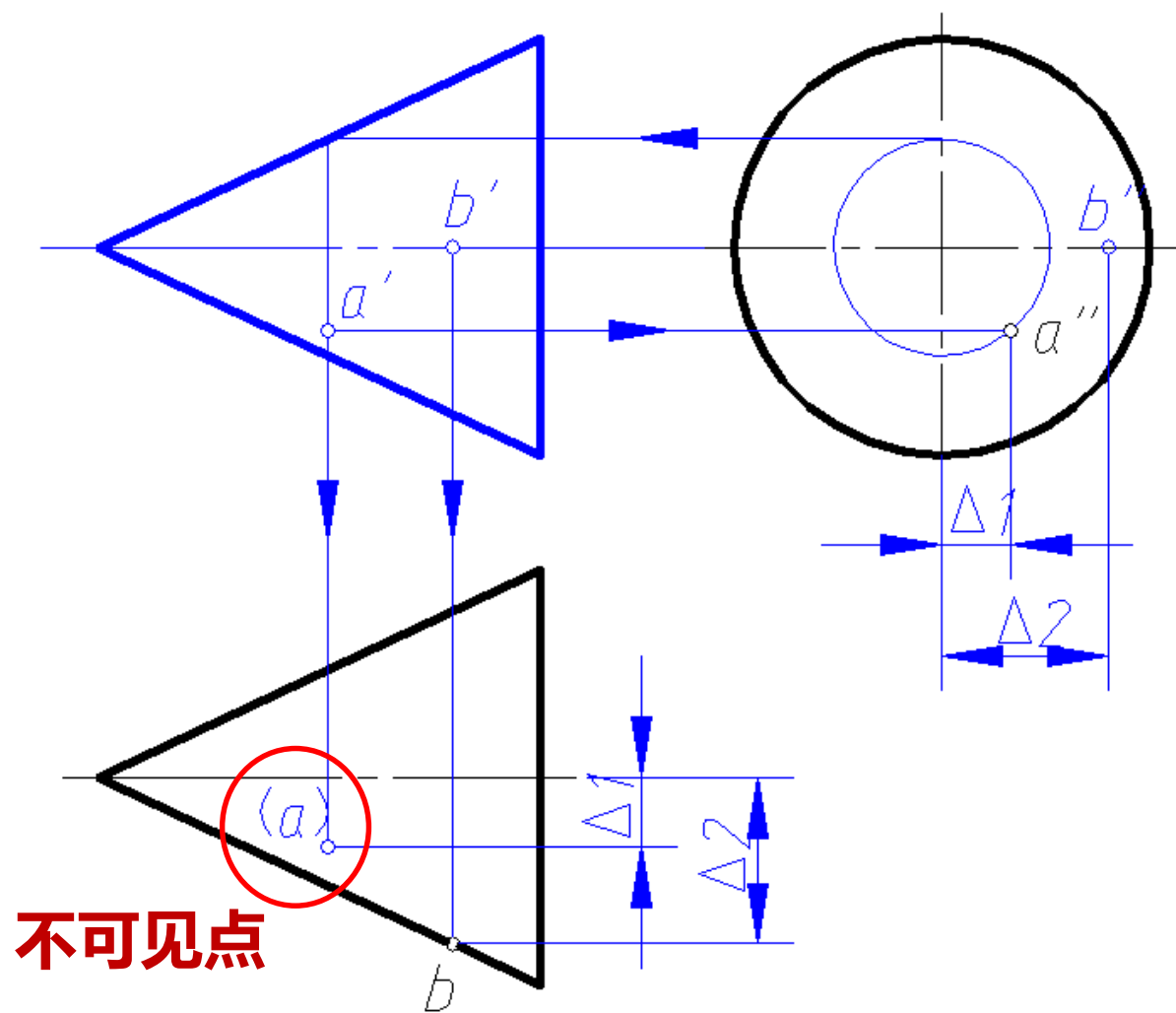
## 作业讲解

P26-1. 求作俯视图，并标出圆柱面上各点的其余两个投影。



## 作业讲解

P26-2. 求作主视图，并标出圆锥面上各点的其余两个投影。

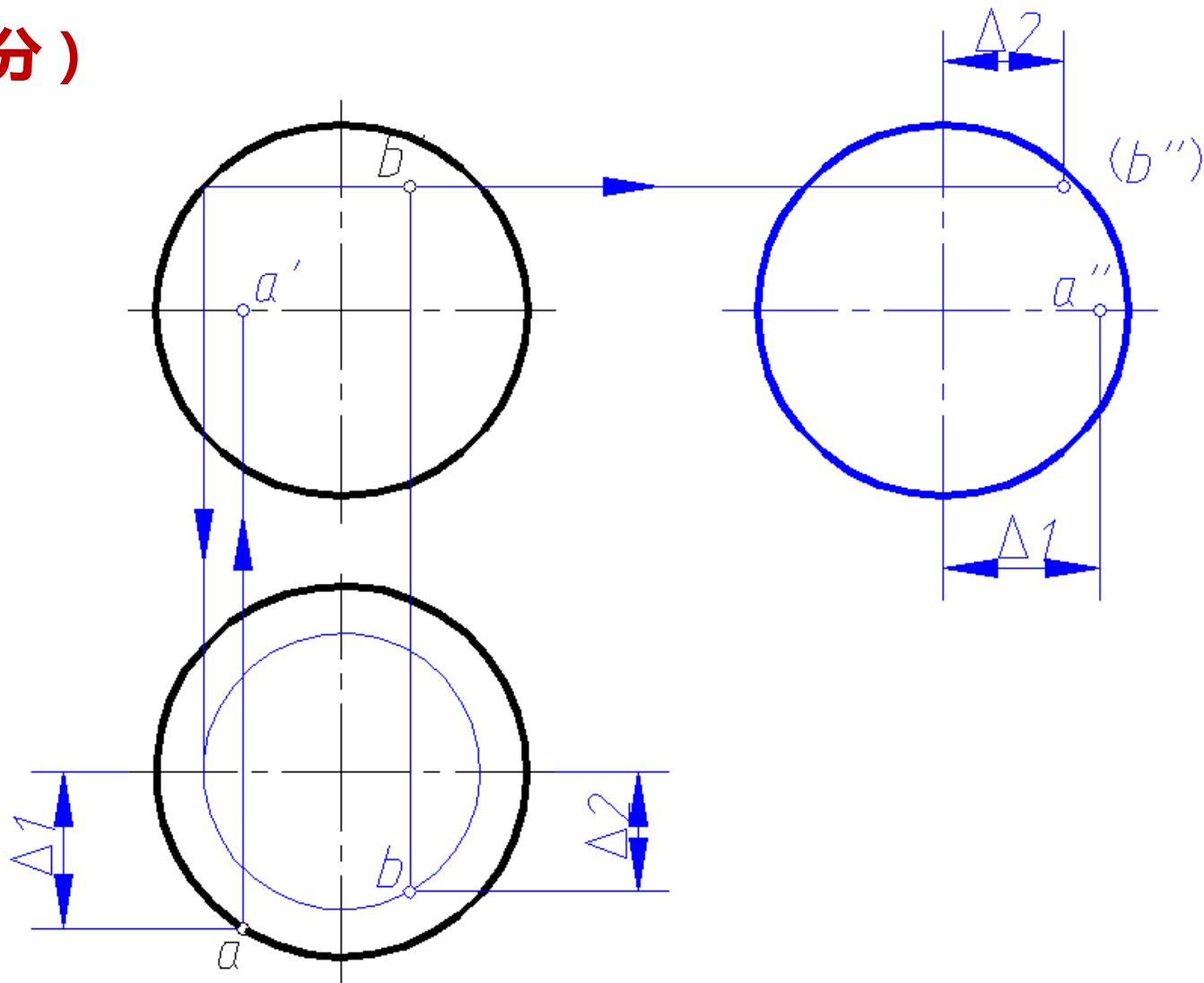


不可见点

## 作业讲解

P26-3 ( 选做 ) . 求作球的左视图 , 并标出球面上各点的其余两个投影。

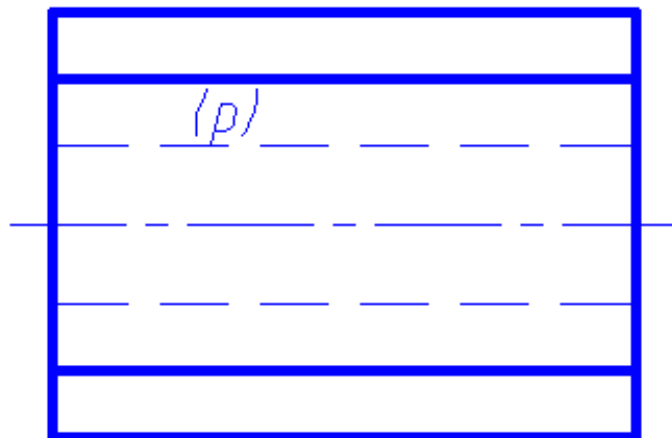
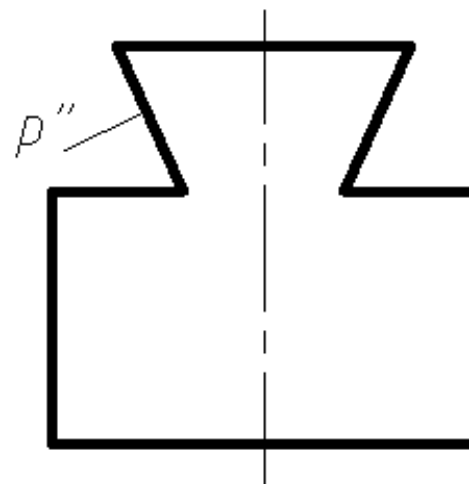
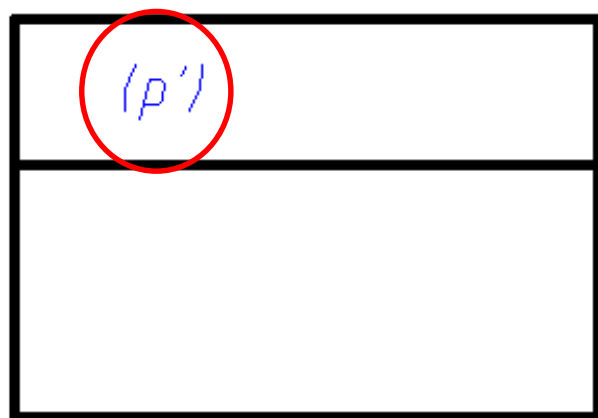
( 选做题不扣分 )



## 作业讲解

补7.求作俯视图，并标出面P的其余两个投影。

不可见面

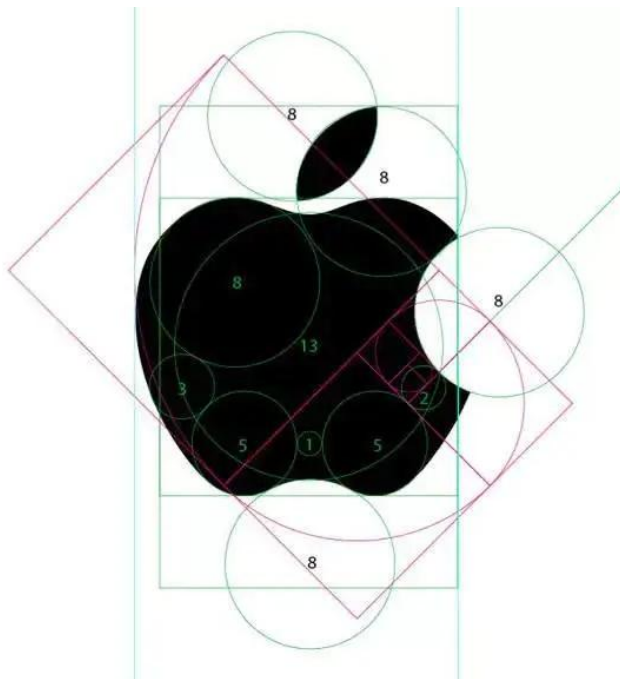


区分点划线和虚线！！

# 复杂形体往往是由简单的几何单元组合而成

Simplicity is the ultimate sophistication.

—Leonardo da Vinci



# 平面与立体的关系？



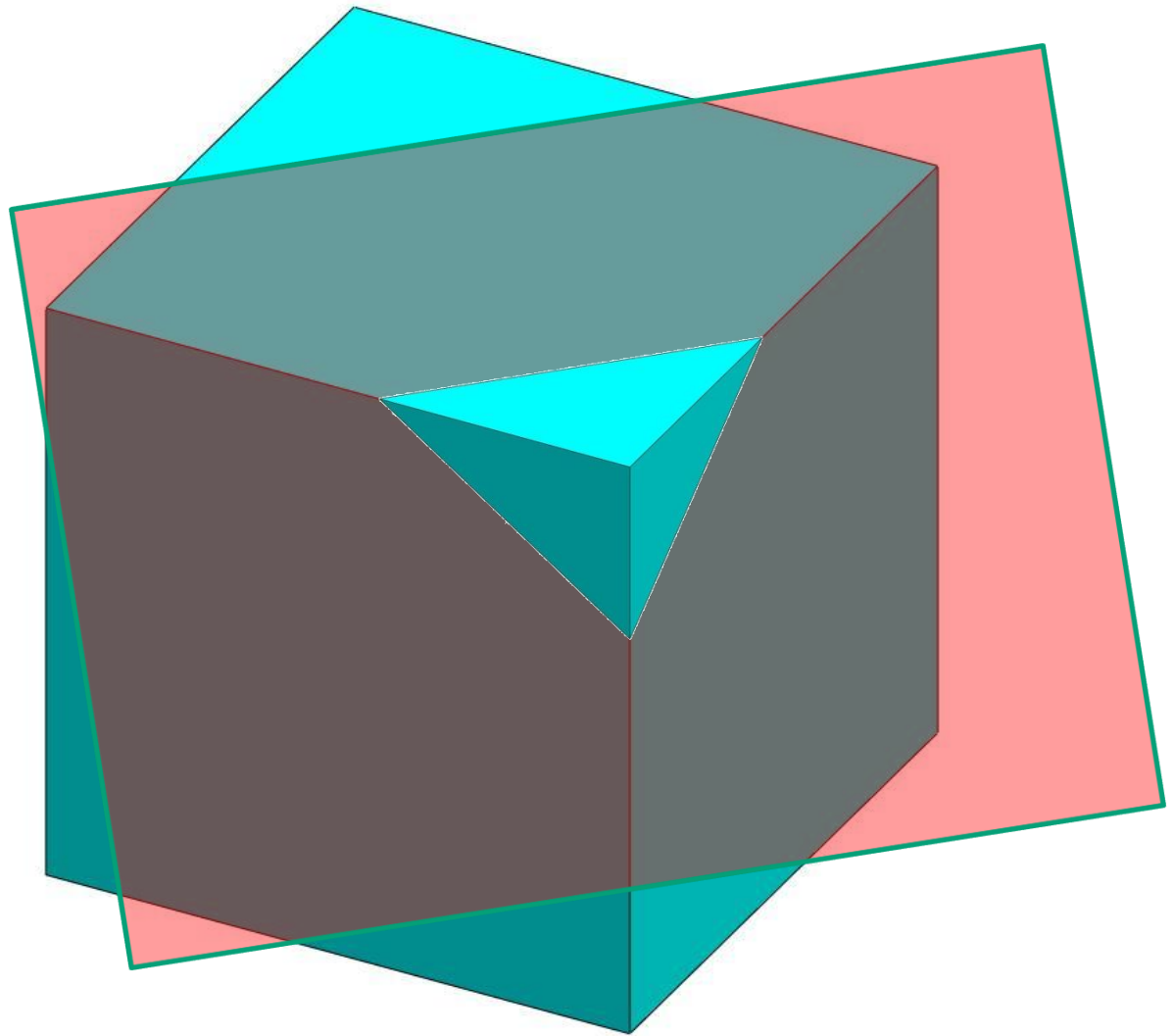
## 第四讲 平面与立体相交

- 4.1 平面与平面体相交
- 4.2 平面与回转体相交

# 平面与立体相交

**截切：**

用一个平面与立体相交，  
截去立体的一部分。

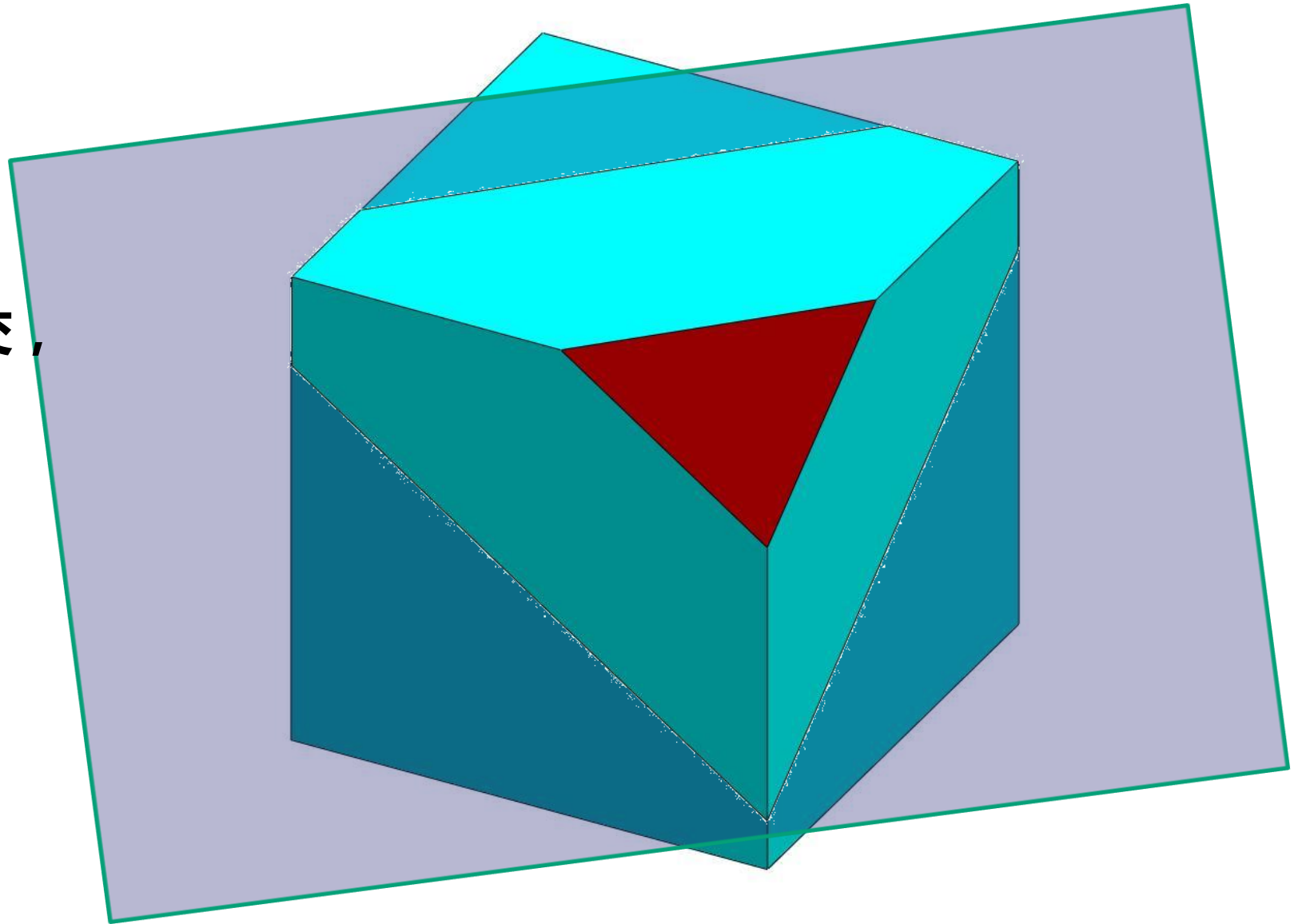


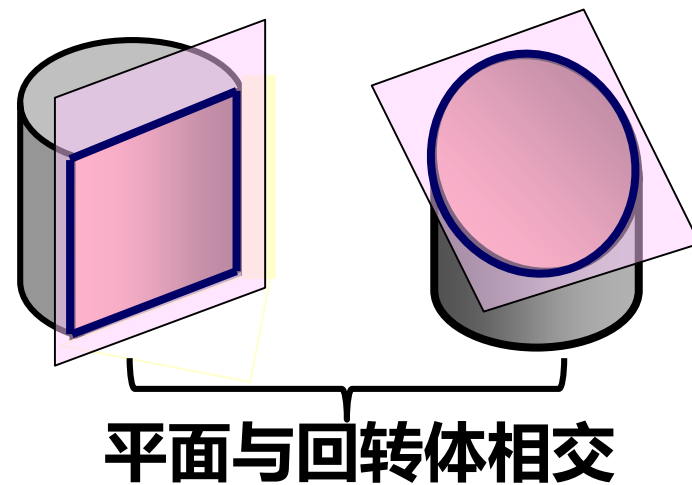
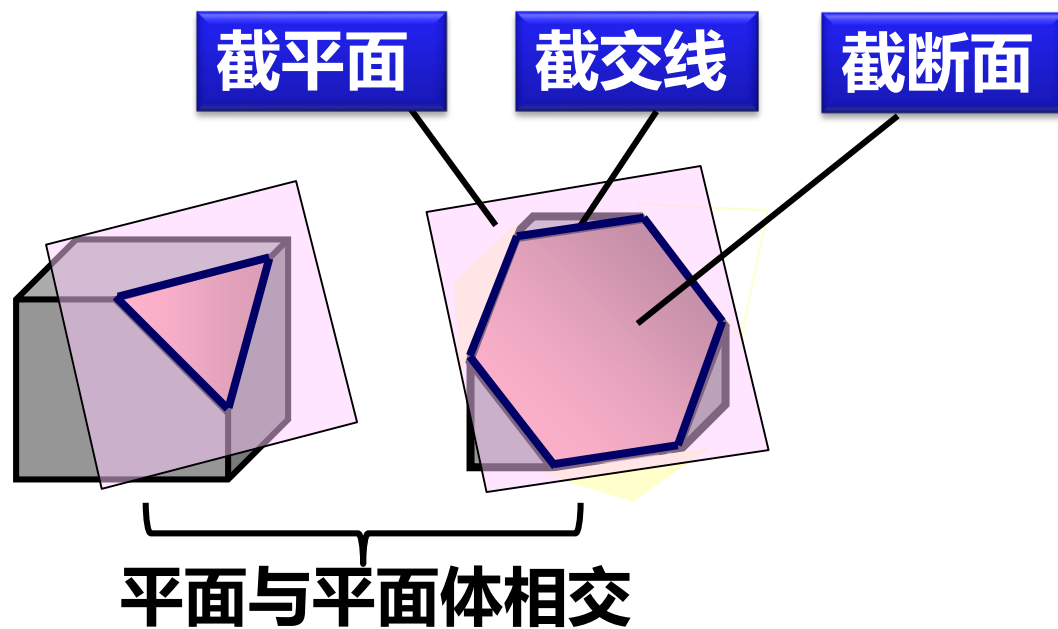


# 平面与立体相交

**截切：**

用一个平面与立体相交，  
截去立体的一部分。





截平面  $\cap$  立体表面 = 截交线

截平面  $\cap$  立体 = 截断面

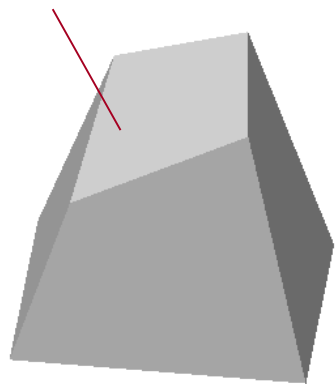
1. 截交线是截平面与立体表面的**共有线**
2. 截交线围成一**封闭的平面**图形。

**本讲重点：截交线的分析和作图**

# 平面与平面体相交

# 平面与平面体相交

截交线是多边形



平面与平面体相交的截交线：

- 封闭的平面多边形
- 边数取决于平面与多少棱面(线)相交
- 顶点是截平面与立体棱线的交点

求截交线的基本方法：

求截平面与平面体各棱线的交点，再将其顺次首尾连接。

➡ 棱线法

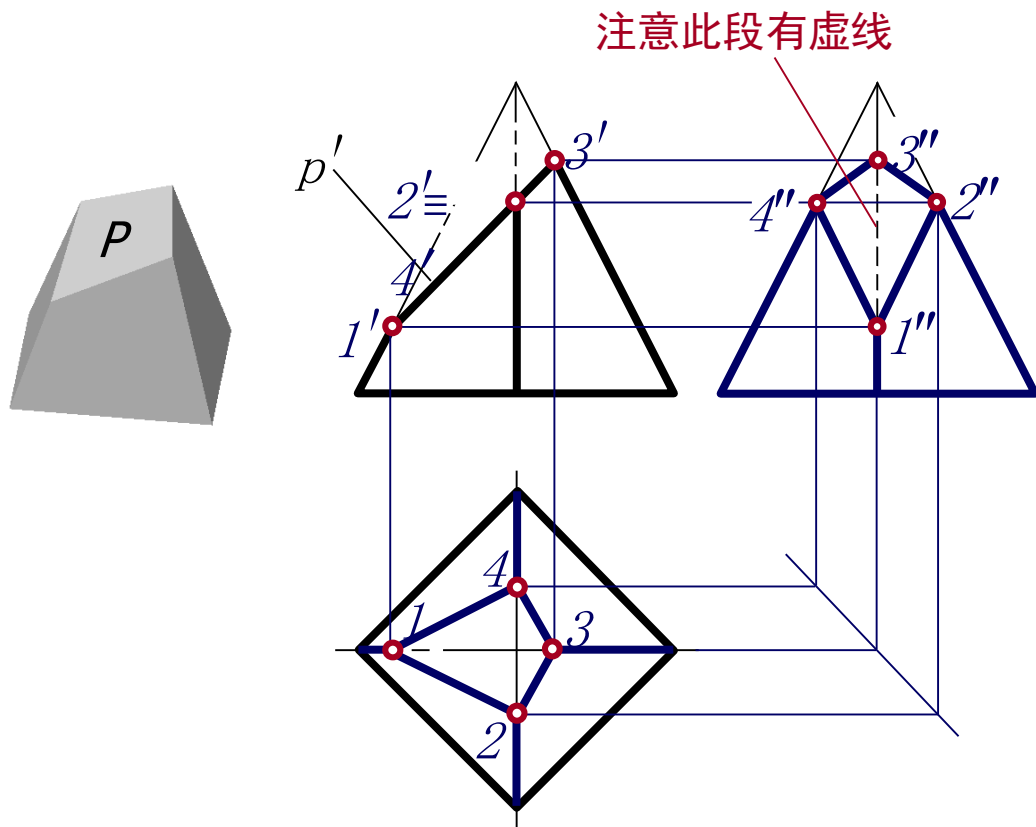
## 例:正四棱锥被正垂面P所截，完成其三视图。

**分析：** P与四棱柱的四条棱线相交，截交线为四边形。  
截交线的正面投影与 $p'$ 重合，水平投影、侧面投影为类似图形。

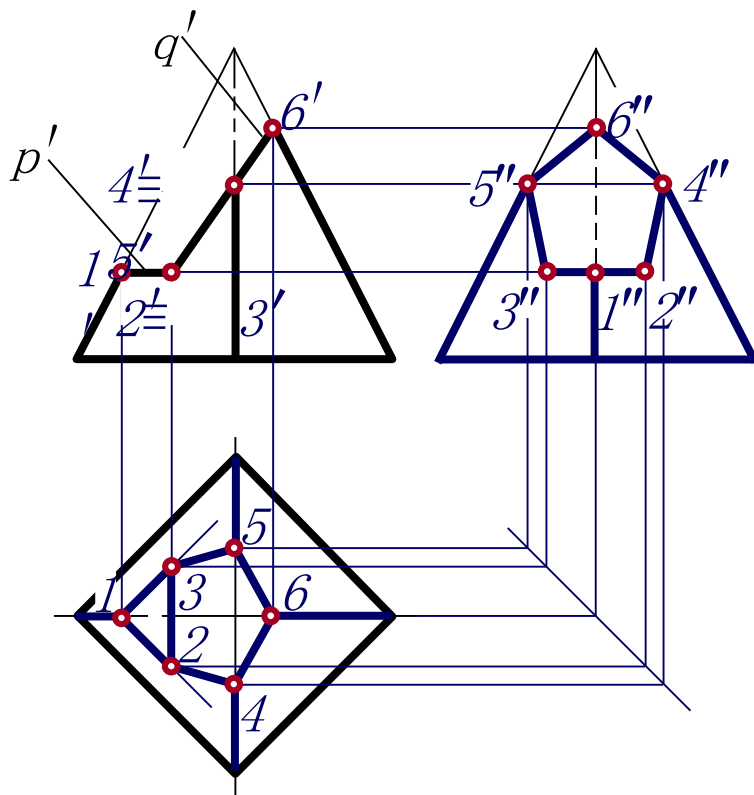
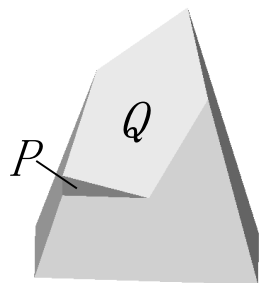
**作图：**

- 1、标出截交线四个顶点的正面投影 $1'2'3'4'$ 。
- 2、根据点的投影特性求得侧面投影 $1''2''3''4''$ ；
- 3、利用投影对应关系求 $1234$ ；
- 4、检查棱线的投影。完成截头四棱锥的俯视图和左视图；

**检查：**  
类似形、棱线



## 例:正四棱锥被水平面P及正垂面Q截切，完成其三视图。



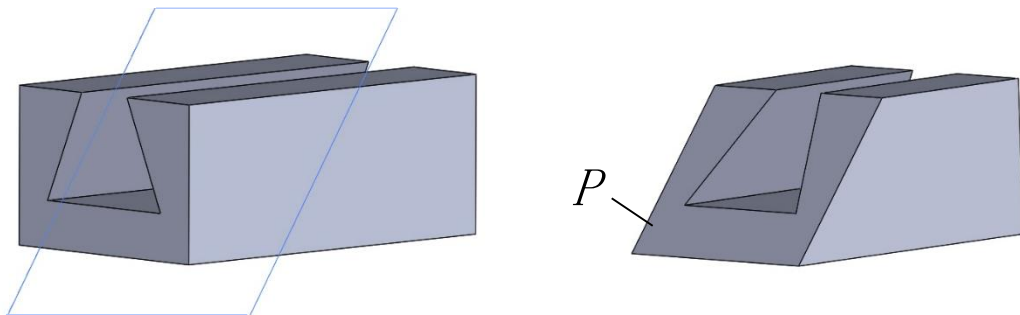
**立体被多平面截切，求截交线的基本思路：**  
**对截平面产生的截交线逐个分析，分段求解。**

**分析：** P平行于四棱柱底面，截交线与底边平行；  
Q的截交线的侧面投影与水平投影为类似图形；  
P、Q交线为正垂线。  
截交线正面投影为已知。

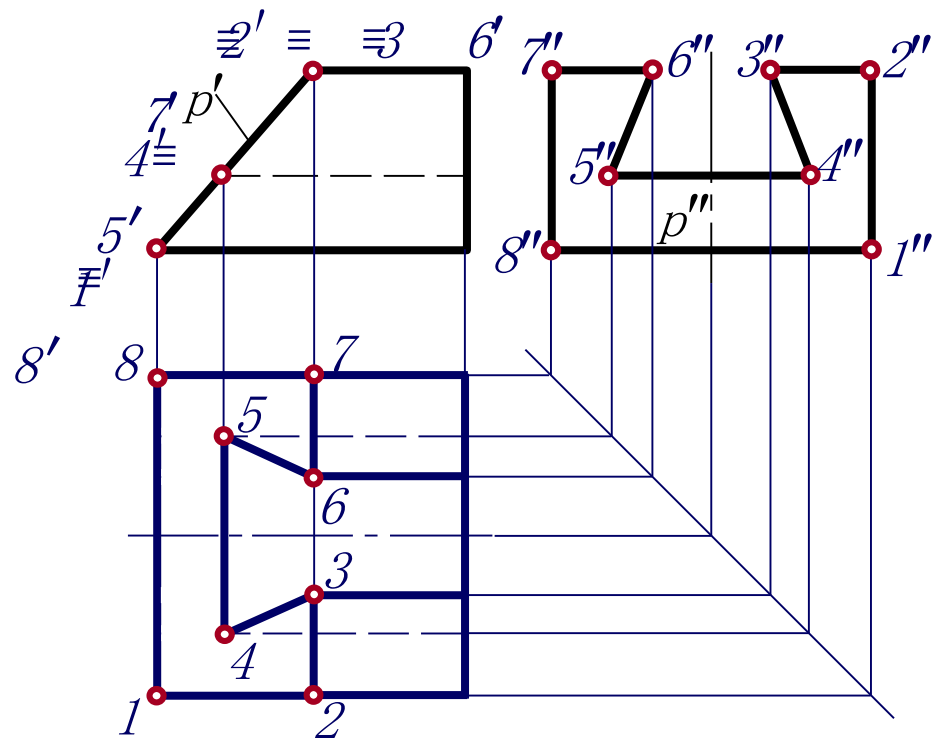
**作图：** 1、作四棱锥左视图；  
2、求P的截交线  
3、求Q的截交线  
4、求截平面P、Q交线；  
5、补全棱线，完成立体的俯视图和左视图。

**检查：** 类似形、棱线

## 例:八棱柱被正垂面P所截，求作俯视图。



**分析：** P为正垂面，与棱柱的八条棱线均相交，截交线为八边形；  
截交线的正面投影、侧面投影为已知，  
水平投影为侧面投影的类似图形。

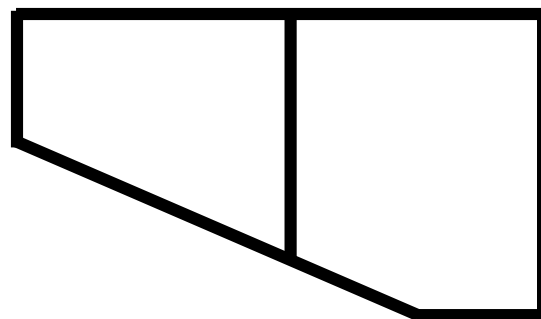
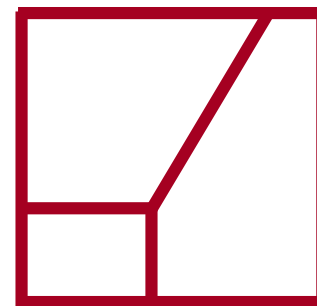
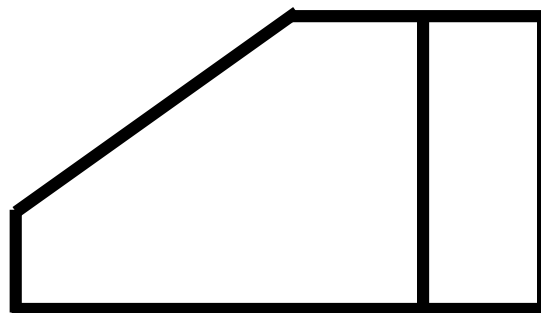
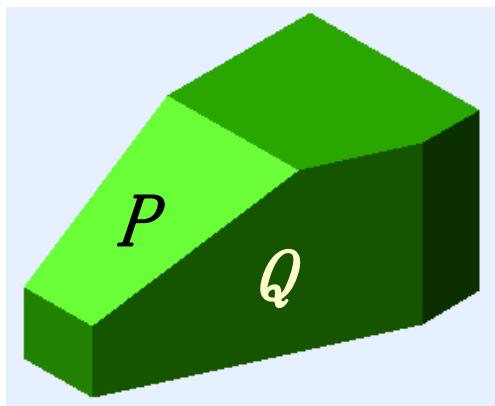


**作图：**

- 1、作完整棱柱的俯视图；
- 2、求作截交线的水平投影；
  - 确定八边形顶点的对应关系；
  - 顺次连接各点完成八边形；
- 3、检查棱柱各棱线的投影，完成俯视图。

**检查：**  
类似形、棱线

例：四棱柱被截切后的侧面投影。

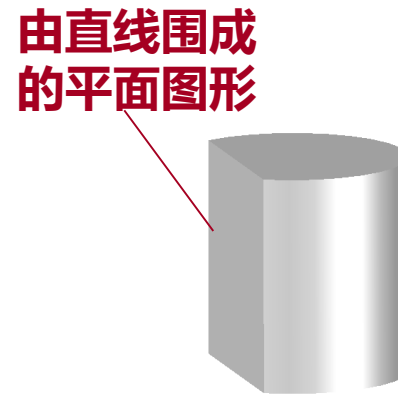
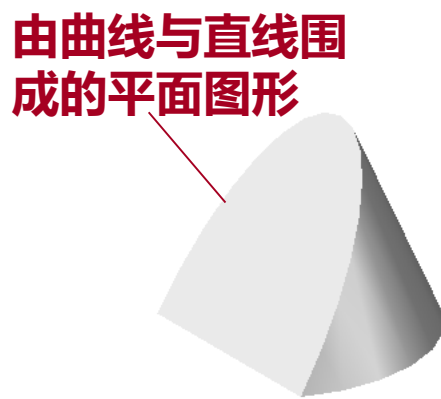
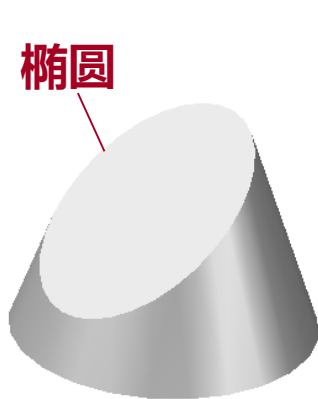


**检查** (1)类似图形  
(2)“三等”关系



# 平面与回转体相交

# 平面与回转体相交



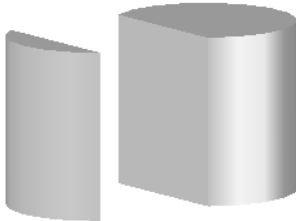
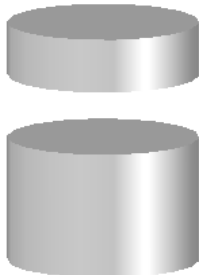

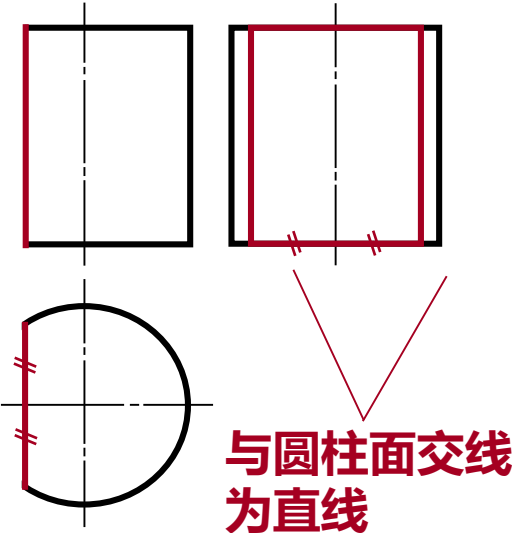
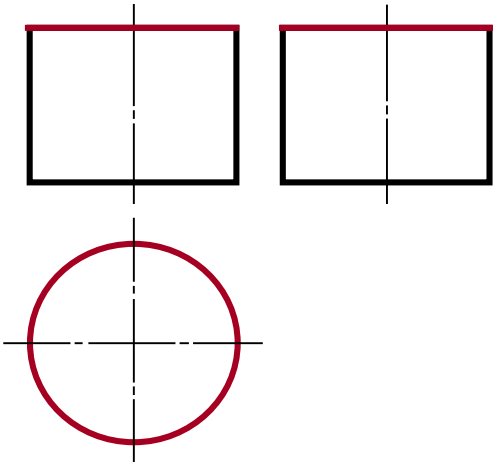
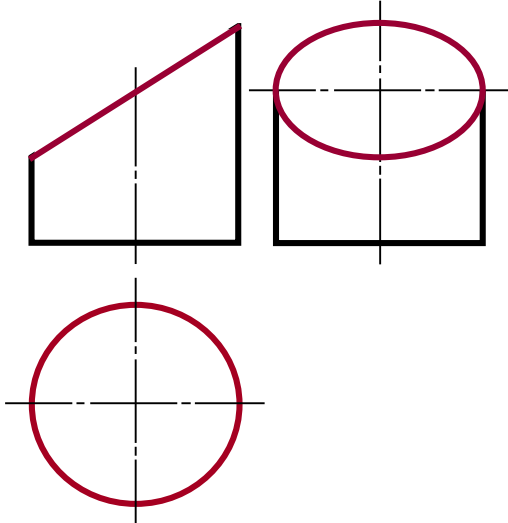
平面与回转体相交，由于截平面相对于回转体的位置不同，截交线的形状也不同。

截平面与回转体曲面相交时，截交线为非圆曲线：

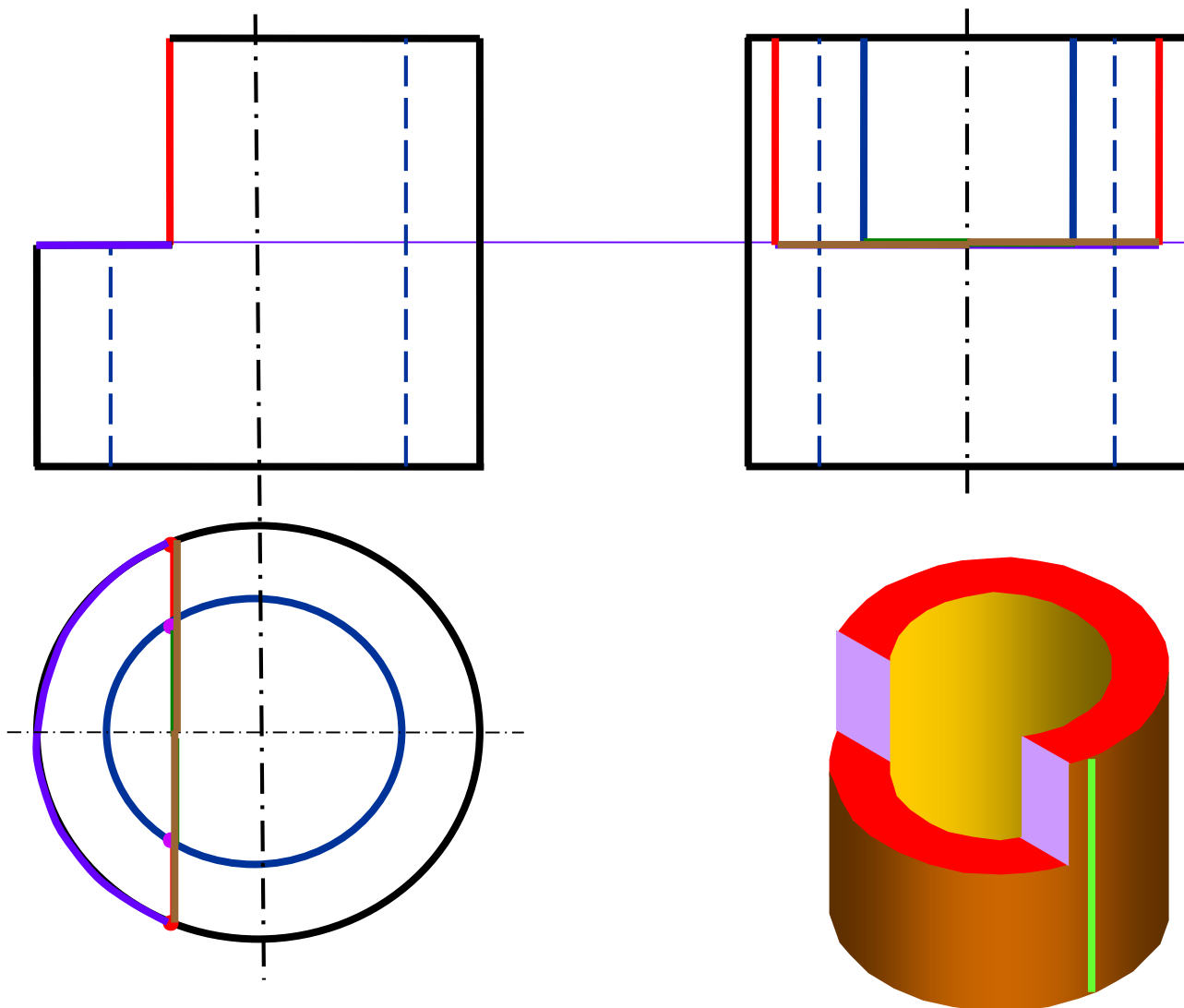
- 1、**先求截交线上的特殊点**(确定截交线形状和范围的特殊位置点，如交线的最前最后点、最左最右点、最上最下等极限位置点，虚实分界点，椭圆长短轴端点等)；
- 2、**找适量中间点**(指两个特殊点之间的点)；
- 3、**光滑连接曲线。**

—————> **表面取点法**

# 1. 平面与圆柱体相交：截平面与圆柱体的截交线的形状取决于截平面与圆柱轴线的相对位置。

截平面相对圆柱轴线位置	平行于轴线	垂直于轴线	倾斜于轴线
直观图			
截交线形状	与轴线平行的两条直线	圆	椭圆
投影图	 <p>与圆柱面交线为直线</p>		

## 例：求左视图



1. 空间分析

2. 投影分析

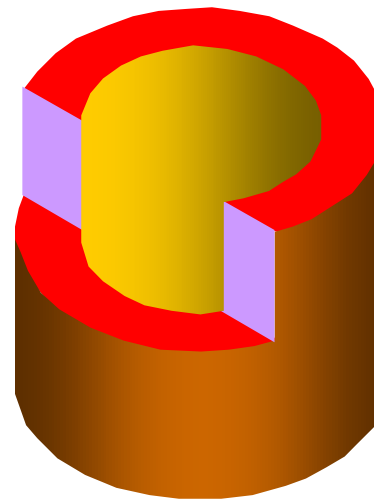
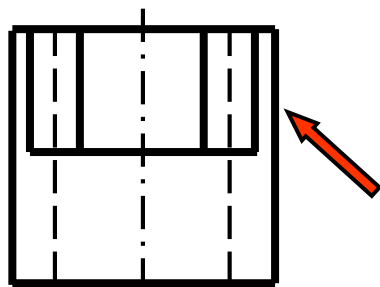
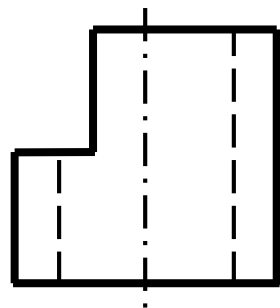
3. 作图

4. 检查：

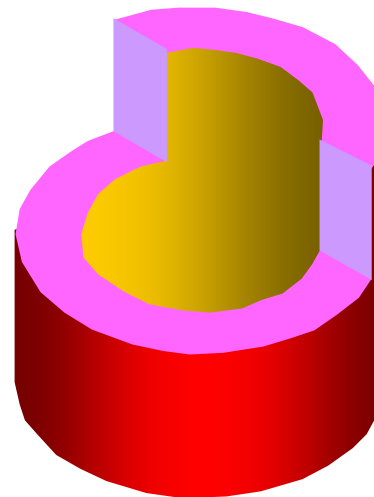
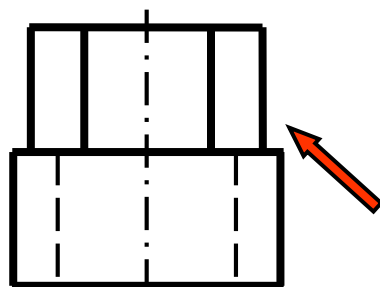
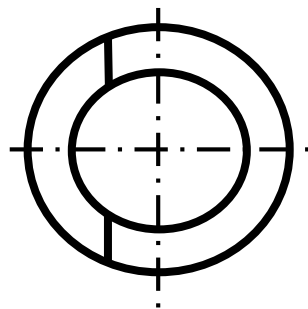
**查轮廓线投影**

**讨论：**

**单边截切  
范围不同  
时的比较**



**分析、比较**



**结论：**

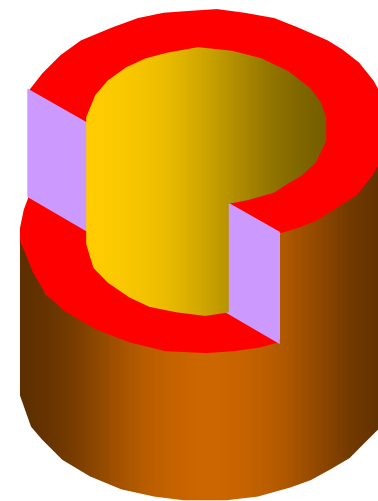
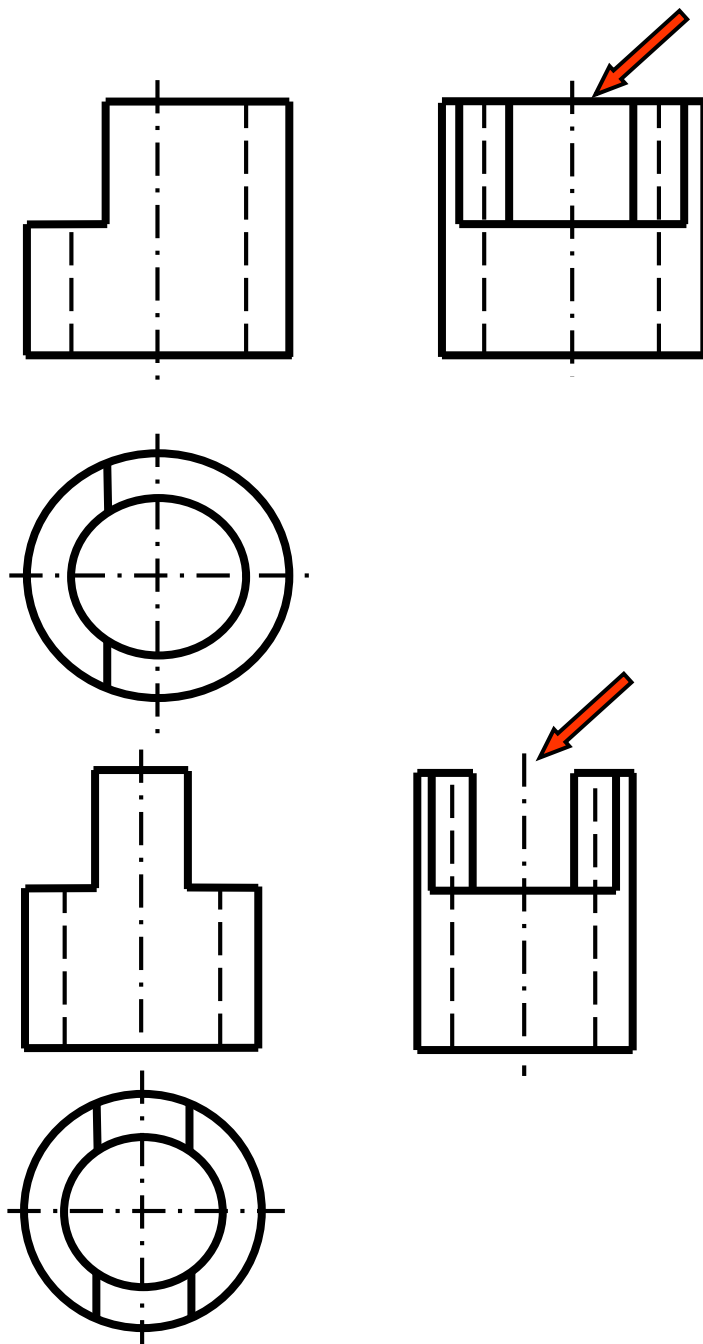
**圆柱面轮廓线有差别**

**思考：**

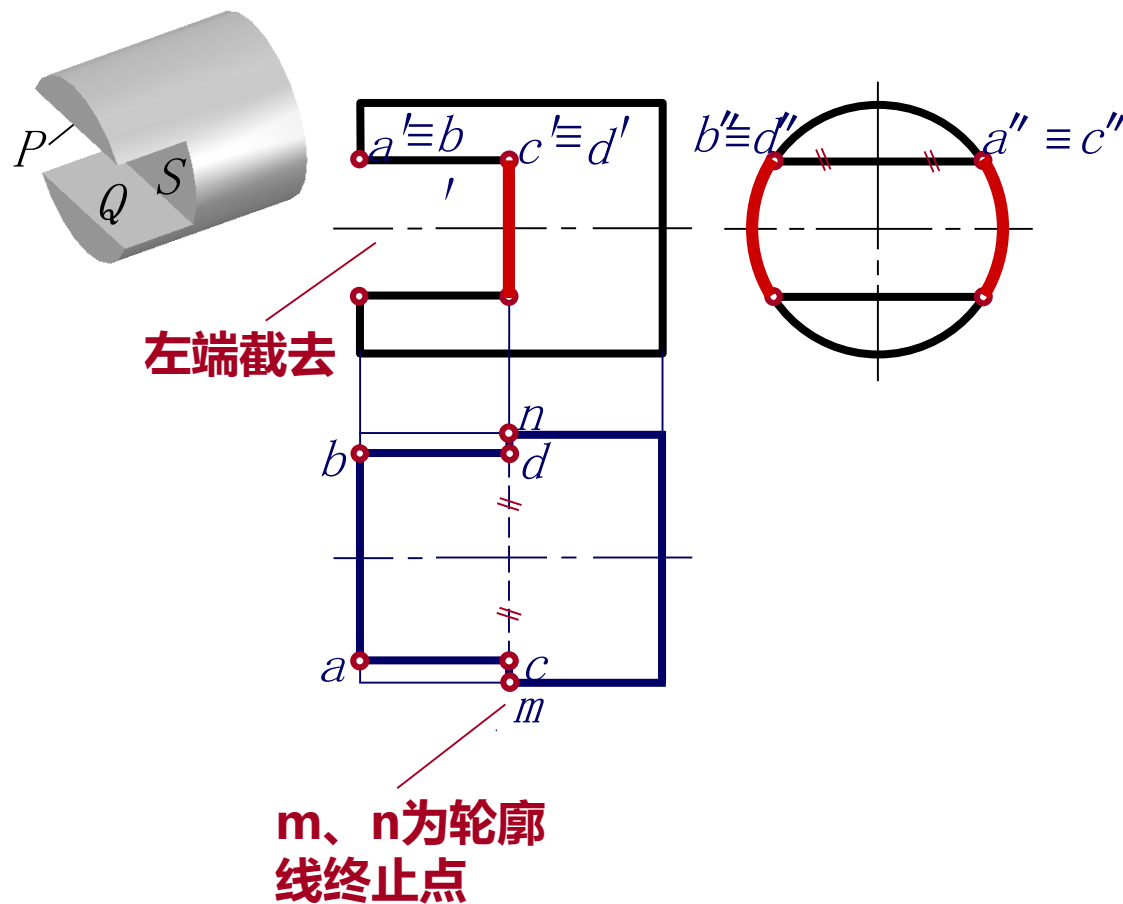
**单边截切  
与双边截切  
的比较**

**结论：**

**顶面投影有差别**



## 例:圆柱左端开一方槽，求作俯视图。



### 分析

P、Q平行于圆柱轴线，与圆柱面交线为直线；  
S垂直于圆柱轴线，截交线为圆弧。  
P、Q与S交线为正垂线。  
交线的正面、侧面投影均为已知。

### 作图

- 1、作完整圆柱的俯视图；
- 2、求作P、Q的截交线；
- 3、求作S的截交线：两段圆弧
- 4、画S与P、Q的交线；
- 5、检查轮廓线，完成俯视图。

检查外形轮廓线

## 例:圆柱被正垂面P截切，求作左视图。

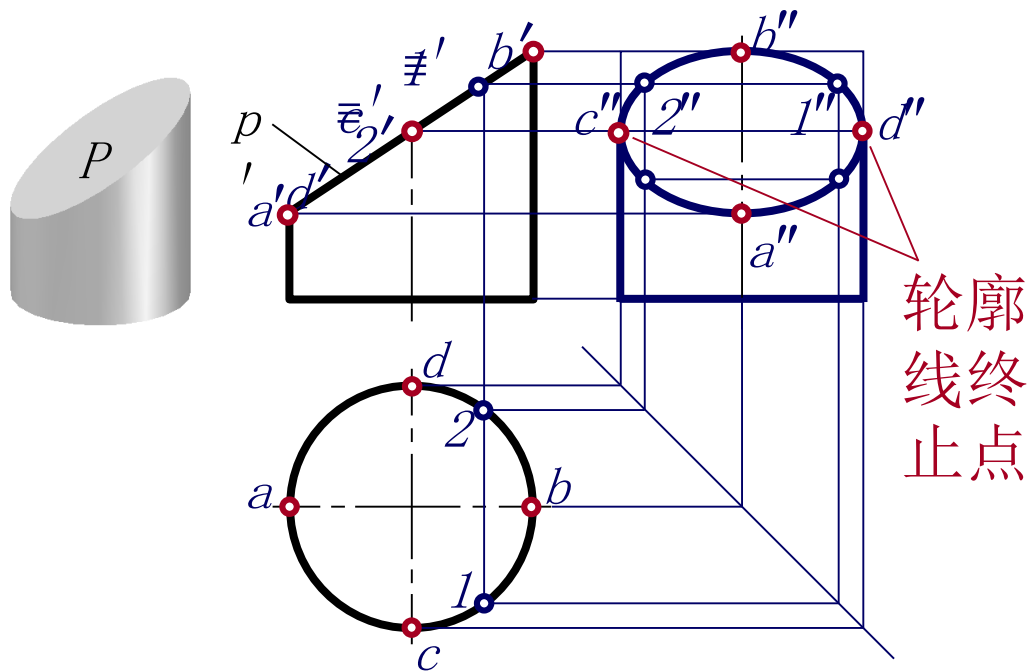
### 分析

P倾斜于圆柱轴线，截交线为椭圆；  
截交线的正面和水平投影为已知(分别与 $p'$ 及圆柱面的水平投影——圆周重合)，侧面投影为椭圆(类似图形)

### 作图

- 1、作完整圆柱的左视图;
- 2、求作截交线（椭圆）的侧面投影；
  - 求特殊点A、B、C、D；
  - 求中间点I、II；
  - 求I、II对称点；
- 3、光滑连接椭圆曲线;
- 4、检查轮廓线，完成立体投影。

### 检查外形轮廓线

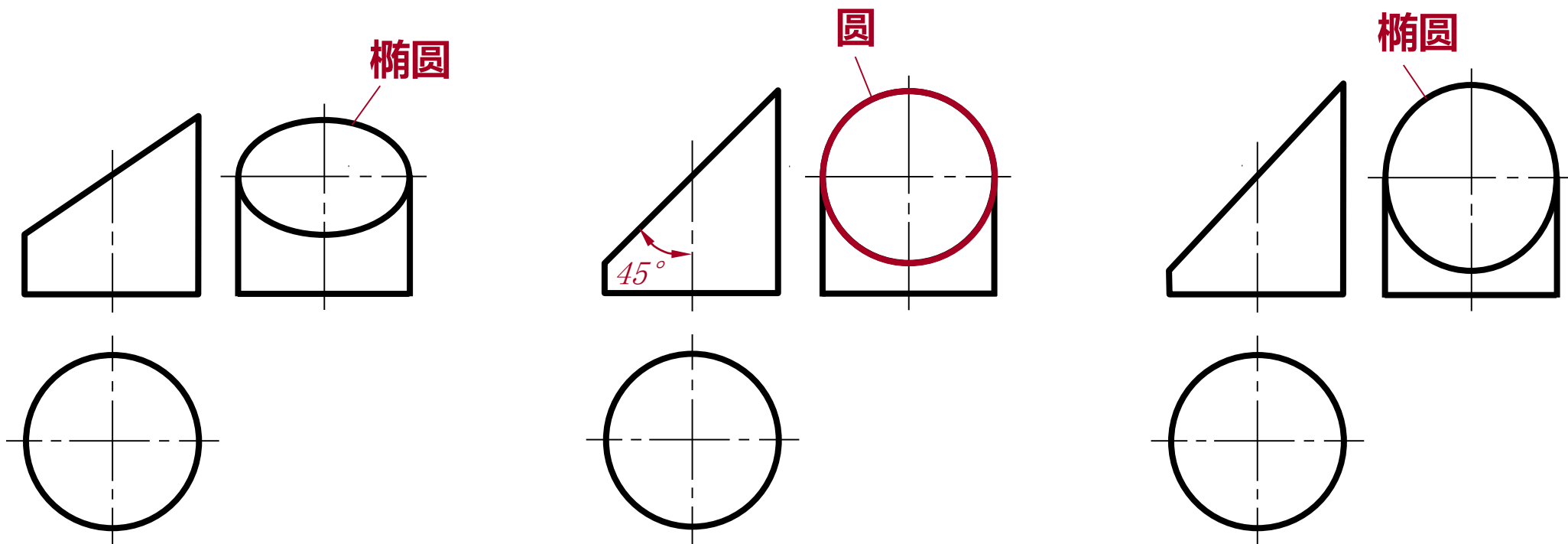




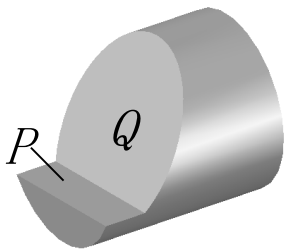
## 【讨论】

截平面倾斜于圆柱轴线时，截交线形状为椭圆。若圆柱的轴线垂直于H面，其侧面投影一般也为椭圆。

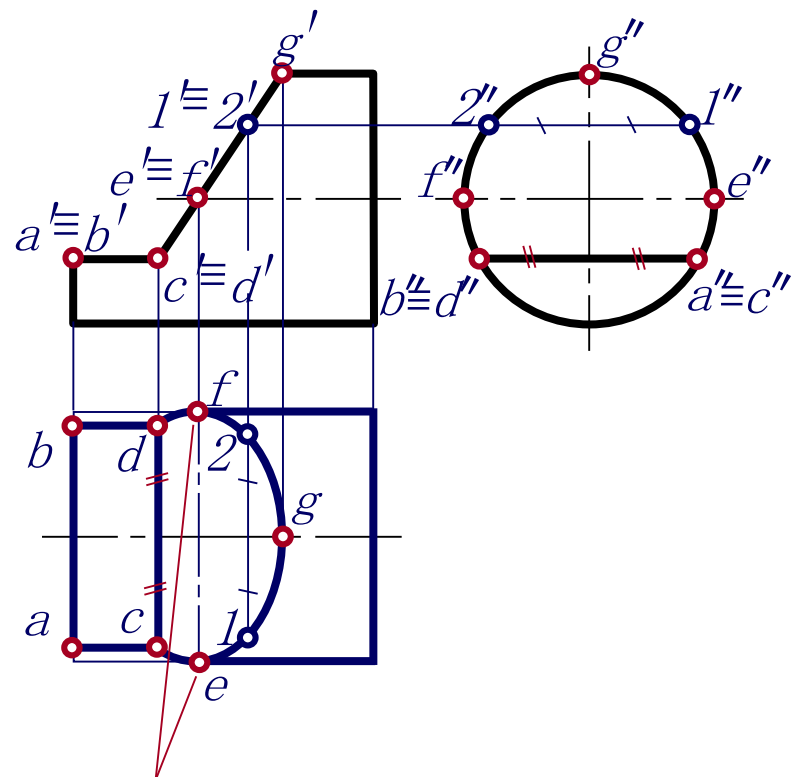
请问：该椭圆的侧面投影何时为圆？



## 例:圆柱被水平面P和正垂面Q截切，求作俯视图。



**分析：** P平行于圆柱轴线，与圆柱面交线为直线；  
Q倾斜于圆柱轴线，截交线为椭圆。  
P、Q交线为正垂线。  
交线的正面、侧面投影均为已知。



轮廓线终止点

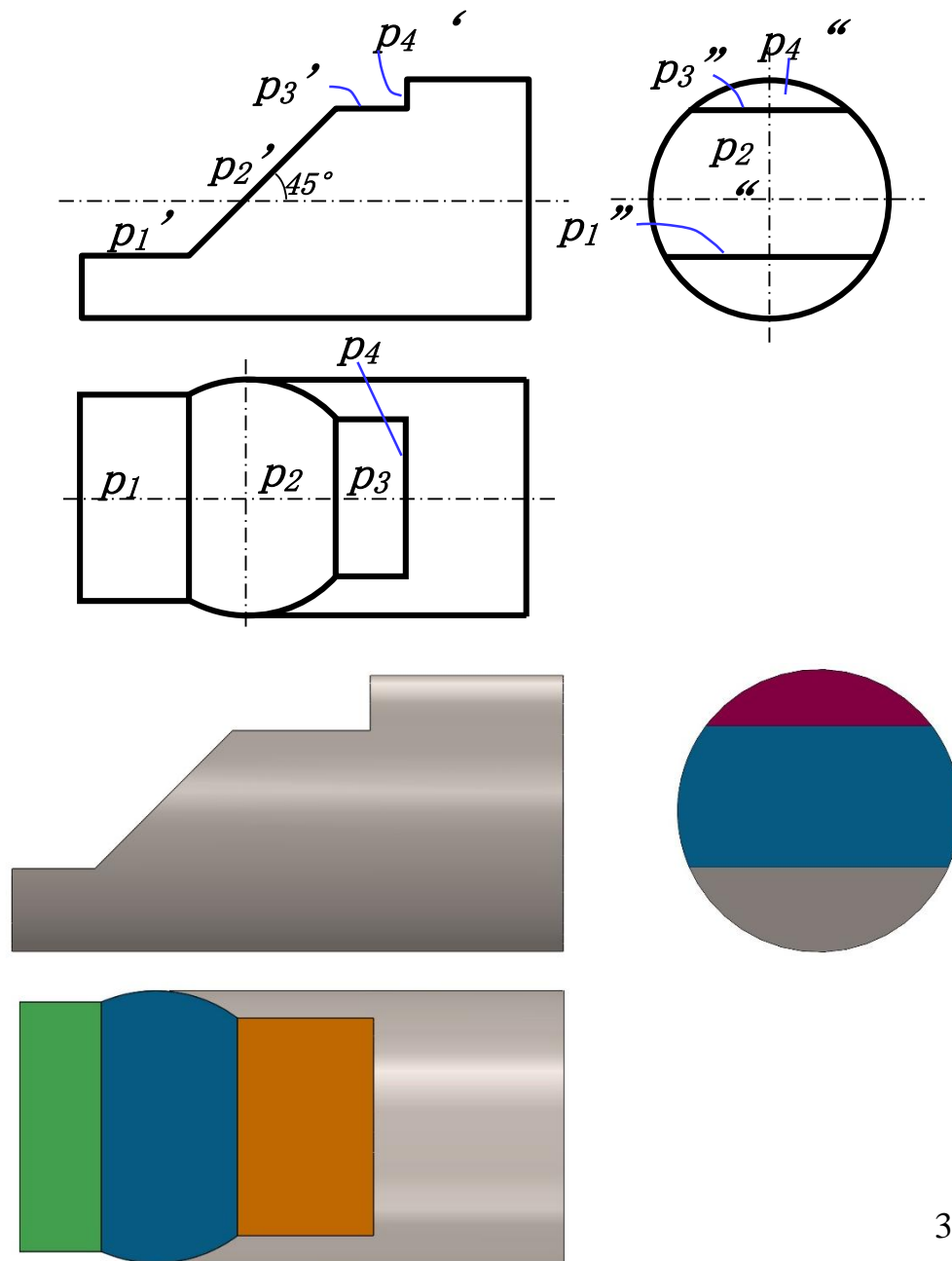
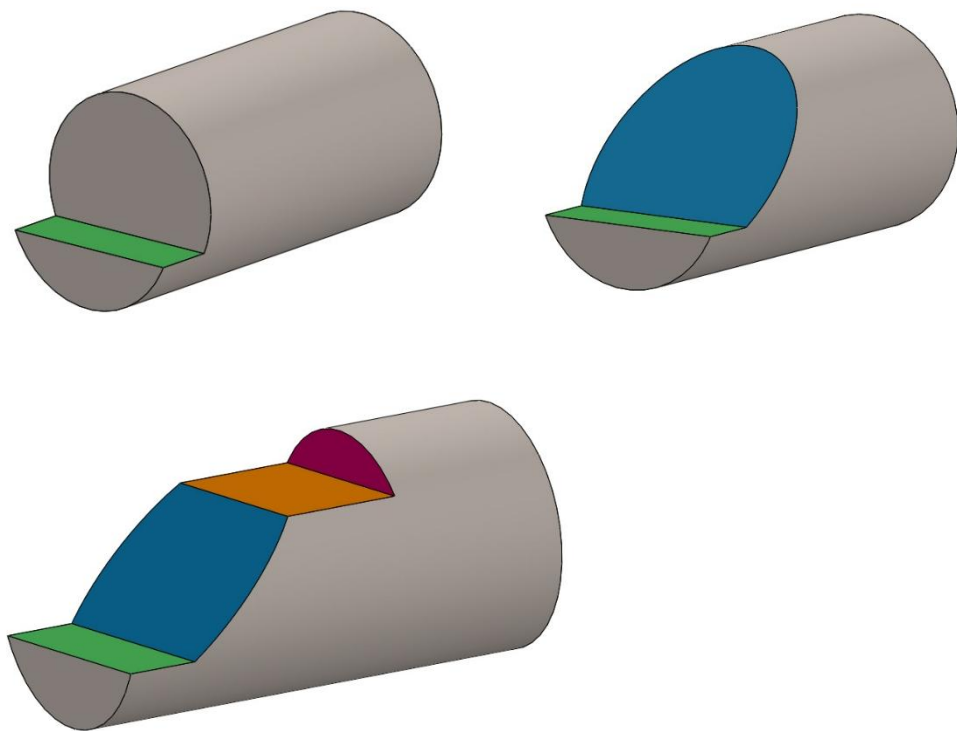
**作图：**

- 1、作完整圆柱的俯视图；
- 2、求作P的截交线；
- 3、求作Q的截交线：
  - 求特殊点E、F、G；
  - 求中间点I、II；
- 4、光滑连接椭圆曲线；
- 5、画P、Q交线CD；
- 6、检查轮廓线，完成俯视图。

检查外形轮廓线

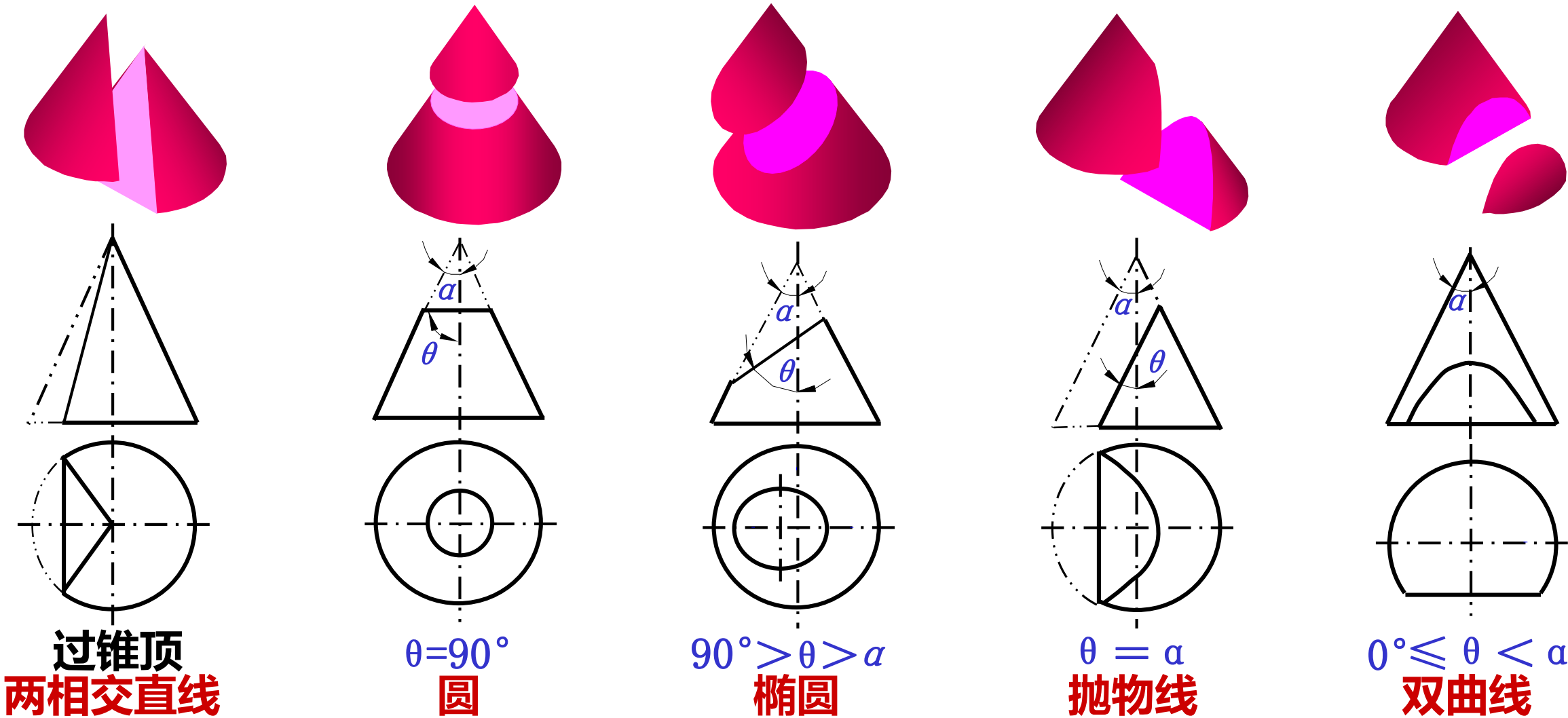
例：

- 哪些平面截切立体
- 每个截断面的形状

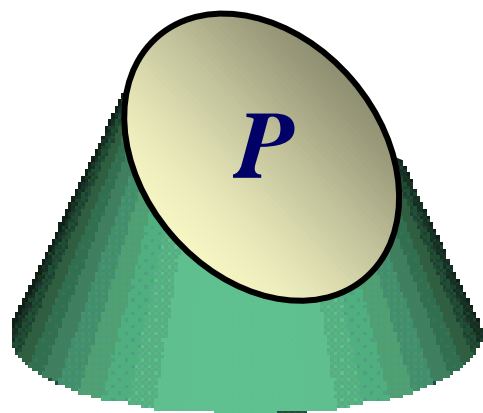


# 2. 圆锥体的截切

根据截平面与圆锥轴线的相对位置不同，截交线有五种形状



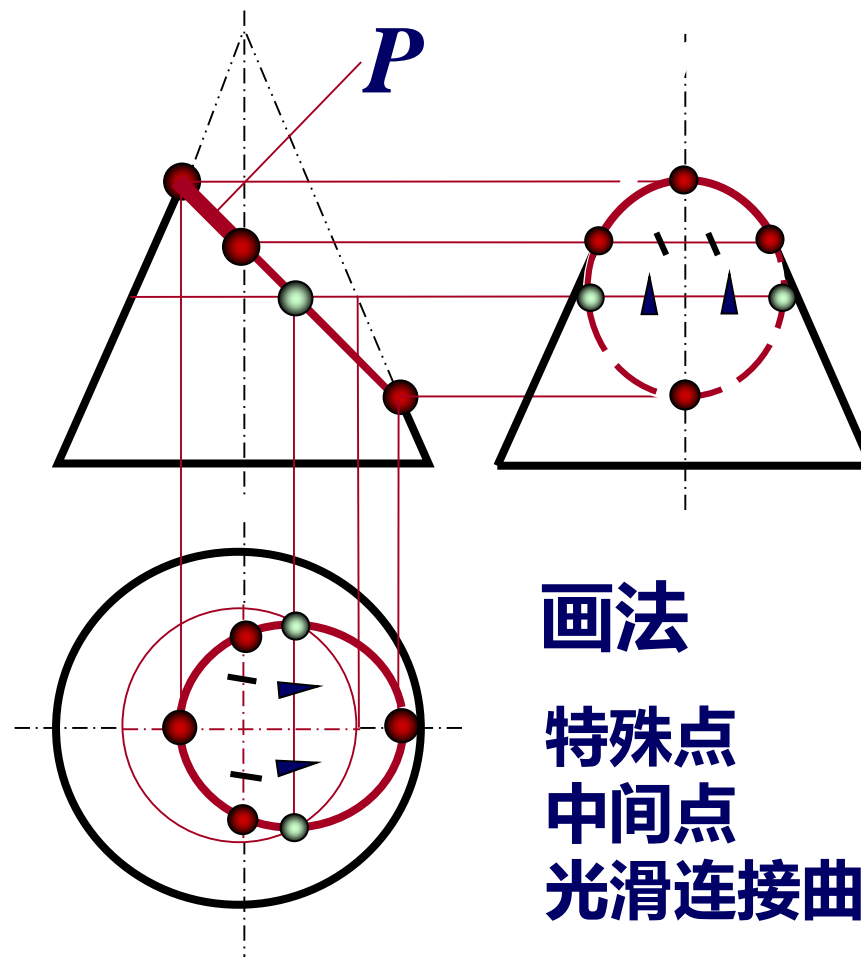
## 例 求截交线



- 空间分析
- 投影分析
- 检查

外形轮廓线投影

是什么点？ 椭圆短轴的投影



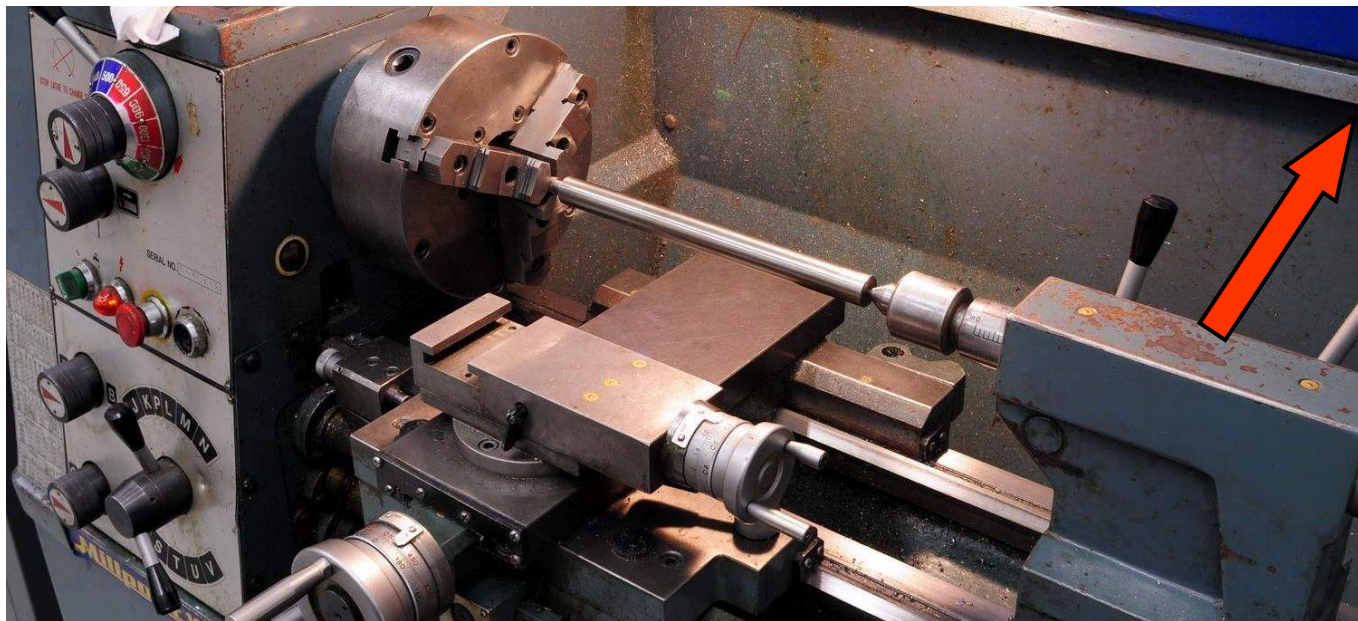
画法

特殊点  
中间点  
光滑连接曲线

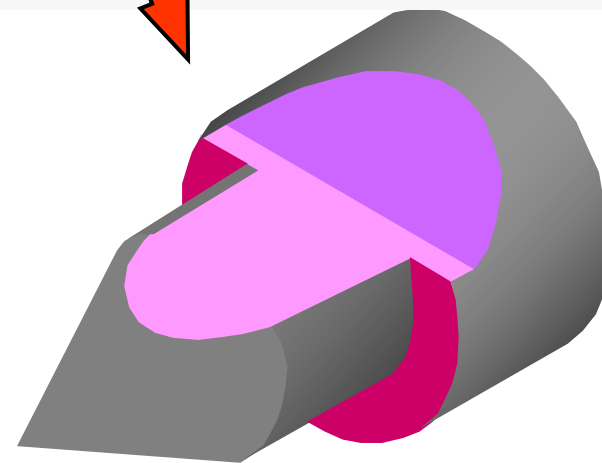
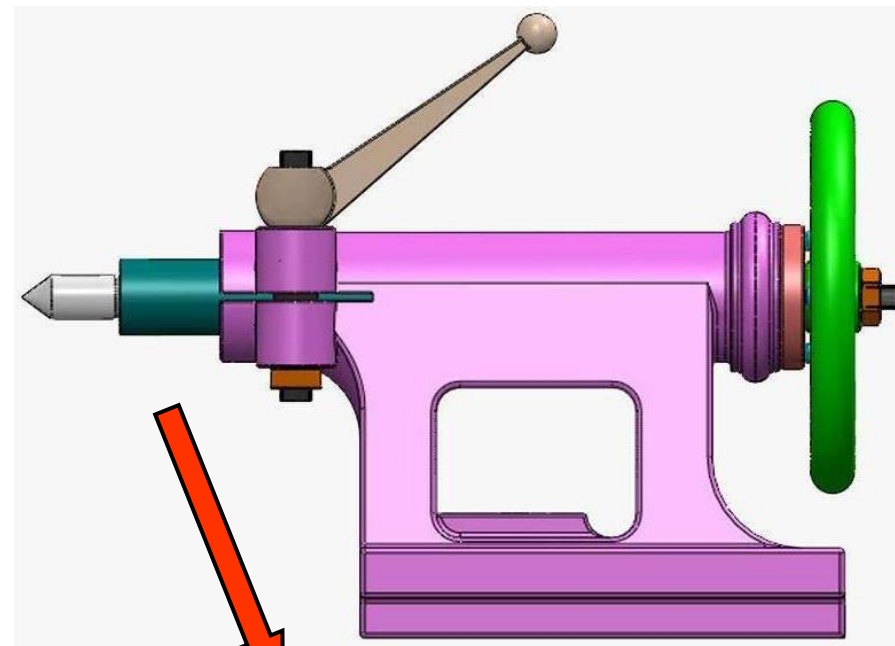
交线可见性

综合举例：

车床加工棒状长工件：需要**顶尖**夹持

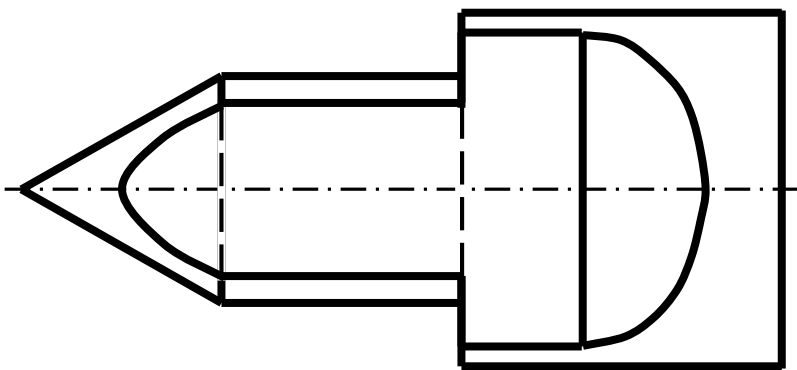
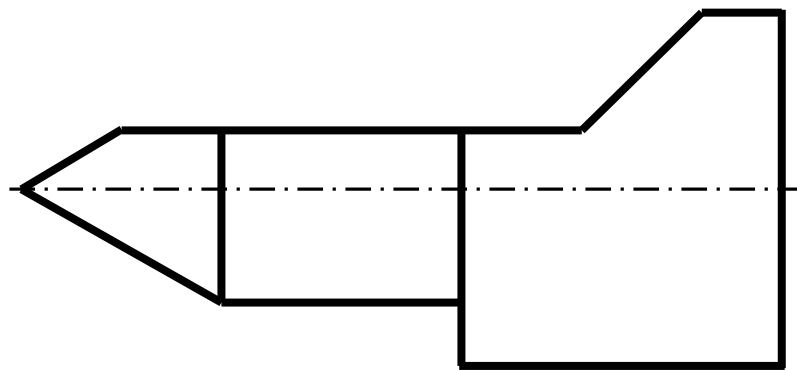


车床尾架

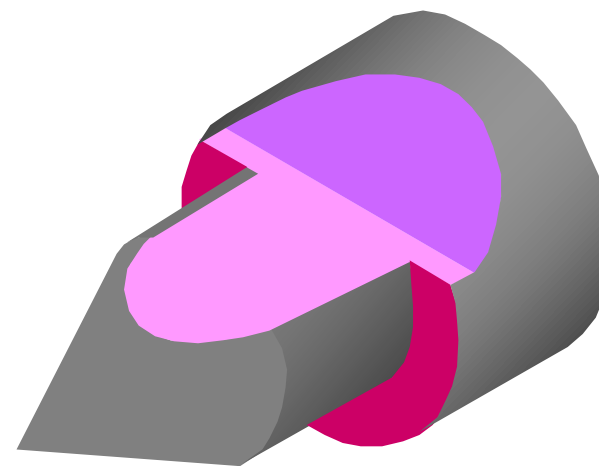
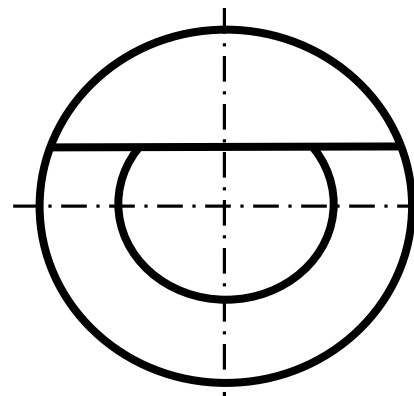


顶尖

## 综合举例：



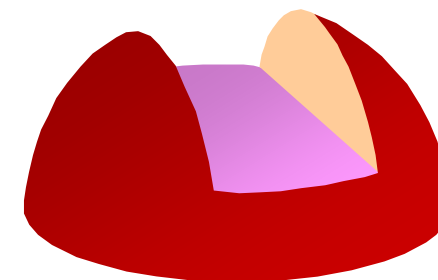
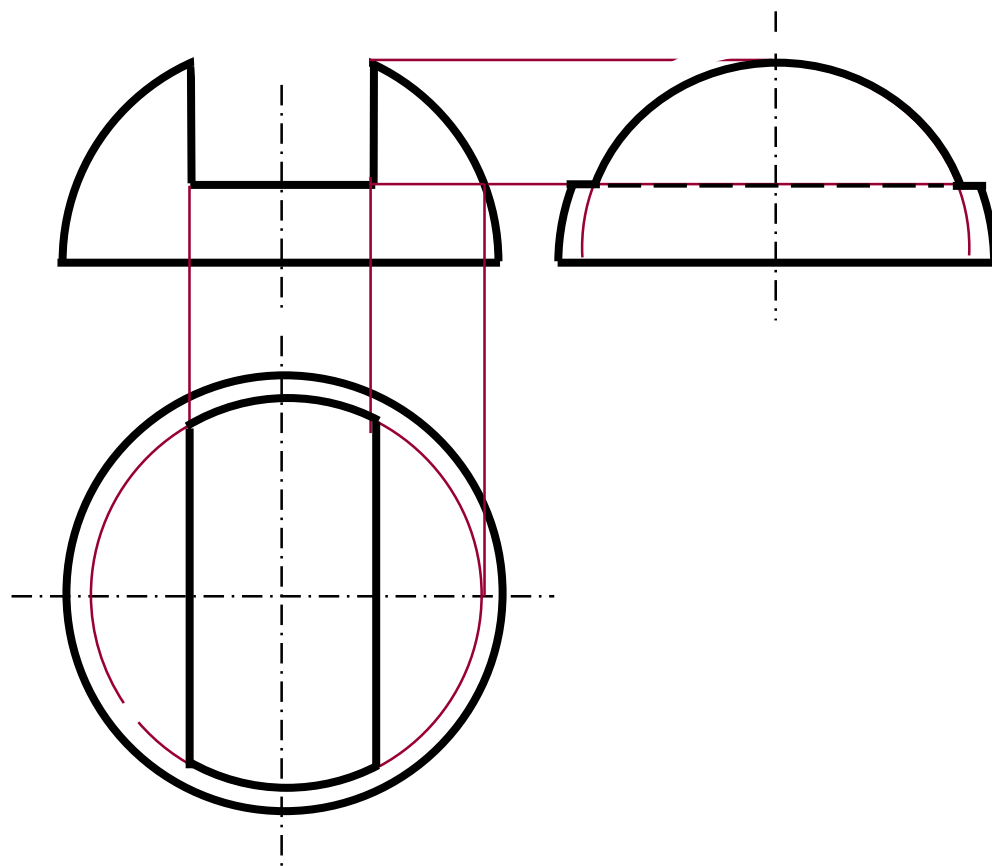
## 例：求作顶尖的俯视图



- 分析复合回转体由哪些基本回转体组成
- 分别求出每个基本回转体的截交线
- 依次连接各截交线

### 3. 圆球表面的截交线\*

例：求半球体截切后的俯视图和左视图。





# 要点小结

## ■ 截交线的本质

— 截平面与立体的共有点

## ■ 截交线的形状 取决于

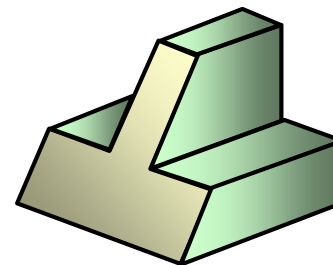
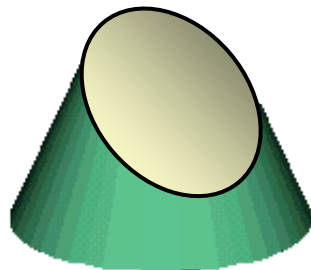
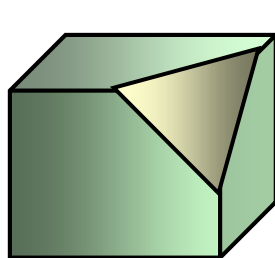
- 立体的形状
- 截平面相对于立体的位置

## ■ 截交线投影的形状取决于

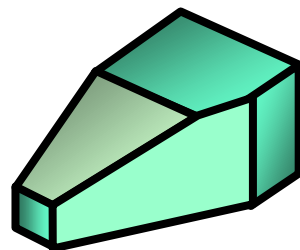
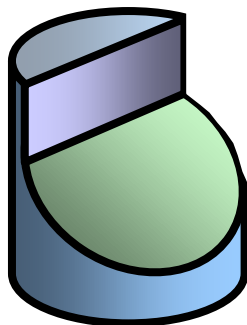
- 截平面相对于投影面的位置

# ■ 截平面与立体的相交形式

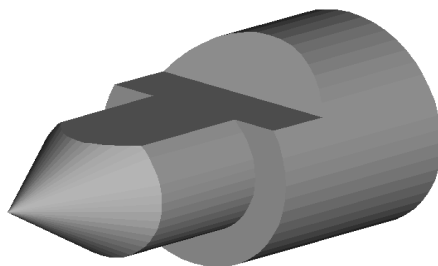
## 单体单面 基本形式



## 单体多面



## 多体多面



■ 分别分析单面与单体交线

■ 截平面与截平面之间的交线分析

■ 体与体连接处的交线分析

## ■ 求截交线的基本方法

### ● 分析

截交线的空间形状分析：多边形、非圆曲线

截交线的投影分析：类似形、积聚性

### ● 作图

平面体 —— 棱线法

回转体 —— 表面取点法

### ● 检查

- 类似形
- “三等”关系（局部）
- 回转体轮廓线的投影

## 本周作业

P28 : 6 ;

P29 : 7 ;

P32 : 6 ;

P33 : 7

【补】 : 9 , 10

要求：整齐裁剪并装订，**每页填写**姓名、班级、学号。

## 下次讲：

相贯

**周日下午2点前**课代表交到李兆基A803-3房间交给助教

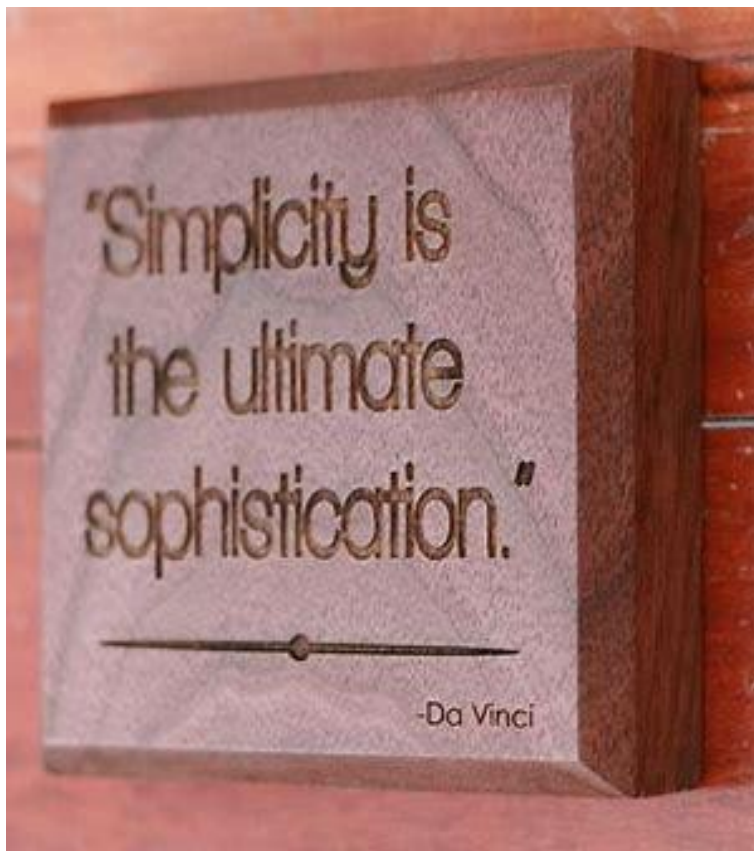
# 模型室

( 地点：新水313 ( 周一至周五13:00—17:00 ) )





清华大学  
Tsinghua University



**本次授课结束，  
谢谢大家！**