第 11 章　正弦电流电路稳态分析

11-1　（1）已知正弦电流 $i=10\sin(314t+\frac{\pi}{3})\mathrm{A}$，正弦电压 $u=200\sqrt{2}\sin(314t-\frac{\pi}{4})\mathrm{V}$。分别写出电流、电压的最大值、有效值、初相角及角频率。

（2）已知工频交流电压的最大值为 U_{m}=200V，初相角 $\Psi_u=\frac{\pi}{6}$；工频交流电流的有效值为 10A，初相角 $\Psi_i=-\frac{\pi}{4}$。分别写出电压、电流的瞬时值表达式，并定性画出电压、电流的波形。

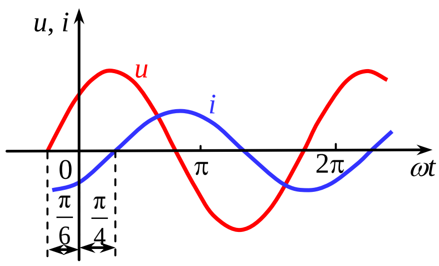
解　（1）I_{m}=10A，I=7.07A，Ψ_i=60°，ω=314rad·s^{-1}，U_{m}=283V，U=200V，Ψ_u= −45°，ω=314 rad·s^{-1}；

（2）电压、电流的瞬时值表达式分别为

$$u(t)=200\sin\left(314t+\frac{\pi}{6}\right)\ \mathrm{V}$$

$$i(t)=10\sqrt{2}\sin\left(314t-\frac{\pi}{4}\right)\ \mathrm{V}$$

电压、电流的定性波形如题图 11-1 所示。



题图 11-1

11-2　已知正弦电压 $u=220\sqrt{2}\sin(1000t+\frac{\pi}{4})\mathrm{V}$，正弦电流 $i=10\sin(1000t-\frac{\pi}{6})\mathrm{A}$。

（1）写出 u，i 的相量表达式；
（2）计算 u，i 的相位差；
（3）画出 u，i 的相量图。

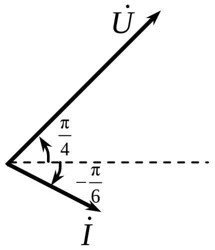
解　（1）u，i 的相量表达式分别为

$$\dot{U}=220\angle\frac{\pi}{4}\ \mathrm{V}，\ \dot{I}=\frac{10}{\sqrt{2}}\angle-\frac{\pi}{6}\ \mathrm{A}=7.07\angle-\frac{\pi}{6}\ \mathrm{A}$$

（2）u，i 的相位差为

$$\varphi = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{12} = 75°$$

（3）u，i 的相量图如题图 11-2 所示。



题图 11-2

11-3 已知正弦电流 $i_1 = 4\sin(314t - \frac{\pi}{6})\text{A}$，$i_2 = 4\sin(314t + \frac{\pi}{6})\text{A}$。分别用相量计算与相量作图求 $i=i_1+i_2$。

解 相量计算如下：

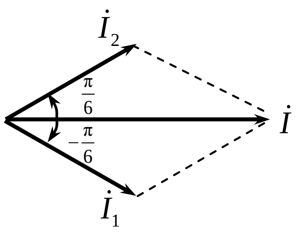
$$\dot{I}_1 = \frac{4}{\sqrt{2}}\angle -\frac{\pi}{6}\ \text{A}，\quad \dot{I}_1 = \frac{4}{\sqrt{2}}\angle \frac{\pi}{6}\ \text{A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \frac{4}{\sqrt{2}}\angle -\frac{\pi}{6} + \frac{4}{\sqrt{2}}\angle \frac{\pi}{6} = \frac{6.928}{\sqrt{2}}\angle 0°\ \text{A}$$

所以

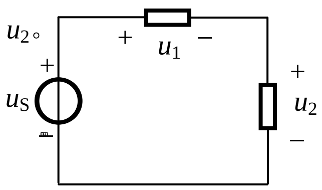
$$i(t) = 6.928\sin 314t\ \text{A}$$

作相量图如题图 11-3 所示，由相量图按比例可近似得到 $i(t)$。



题图 11-3

11-4 题图 11-4 所示电路中，已知 $u_S = 100\sqrt{2}\sin(314t + 30°)\text{V}$，$u_1 = 60\sqrt{2}\sin(314t - 6.9°)\text{V}$。求 u_2。



题图 11-4

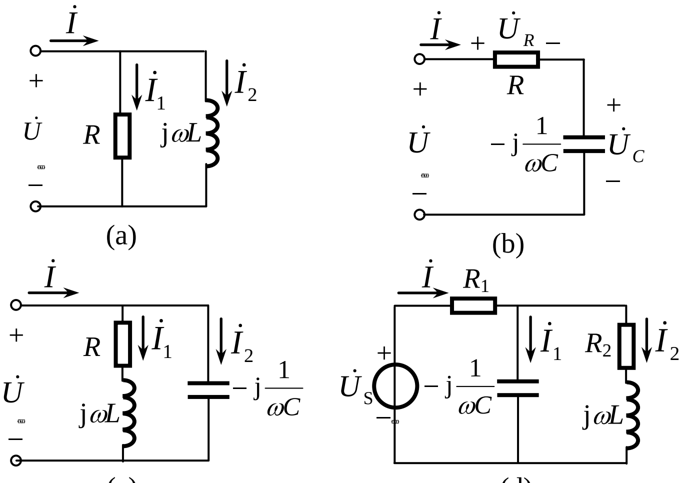
解　用相量运算，有

$$\dot{U}_2=\dot{U}_S-\dot{U}_1=100\angle 30°-60\angle -6.9°=63.28\angle 64.70°\text{V}$$

变换为瞬时值为

$$u_2(t)=u_S(t)-u_1(t)=63.3\sin(314t+64.7°)\ \text{V}$$

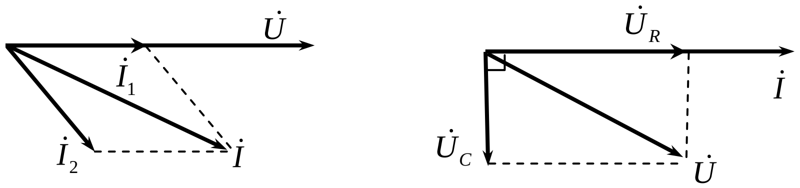
11-5　定性画出题图 11-5 所示各电路的电压、电流相量图。



题图 11-5

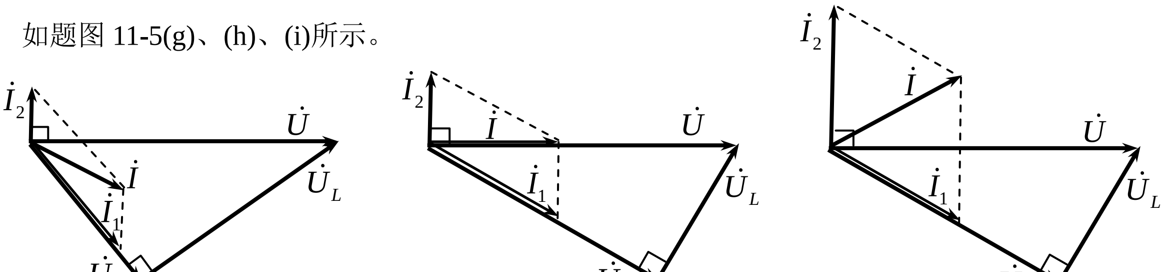
解　（a）对题图 11-5(a)，以 $\dot{U}$ 为参考相量，其相量图如题图 11-5(e)所示，其中电流满足 KCL。

（b）对题图 11-5(b)，以 $\dot{I}$ 为参考相量，其相量图如题图 11-5(f)所示，其中电压满足 KVL。



题图 11-5(e)　　　　题图 11-5(f)

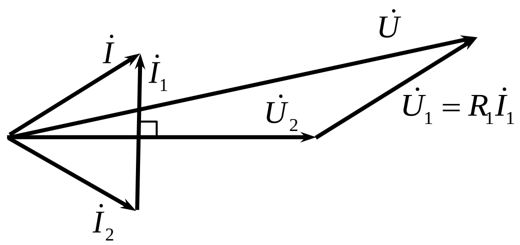
（c）对题图 11-5((c)，以 $\dot{U}$ 为参考相量，根据电路参数的不同情况，可分别作相量图如题图 11-5(g)、(h)、(i)所示。



题图 11-5(g)　　　　题图 11-5(h)　　　　题图 11-5(i)

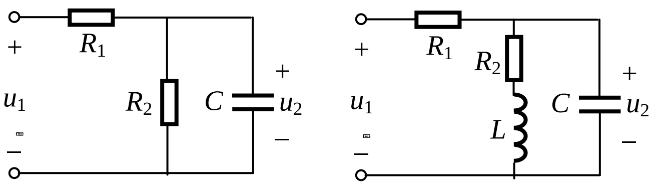
由相量图可见，题图 11-5(g)所对应的情况是端口的入端等效阻抗为感性；题图 11-5(h)所对应的情况是端口的入端等效阻抗为纯电阻性；题图 11-5(i)所对应的情况是端口的入端等效阻抗为容性。

（d）对题图 11-5(d)，以$\dot{U}_2$为参考相量，其相量图如题图 11-5(j)所示。



题图 11-5(j)

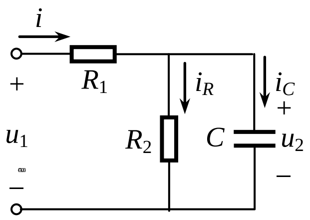
11-6 定性画出题图 11-6 所示电路中的电压、电流相量图，并判断 u_2 是超前还是滞后 u_1。



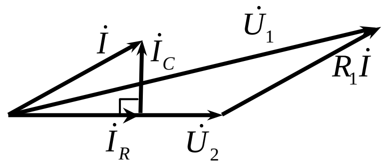
(a) (b)

题图 11-6

解 （a）参考方向如题图 11-6©所以，以$\dot{U}_2$为参考相量，其相量图如题图 11-5©所示。



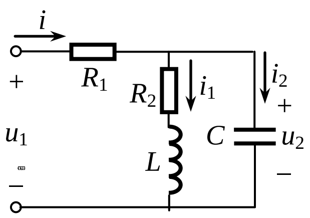
题图 11-6(c)



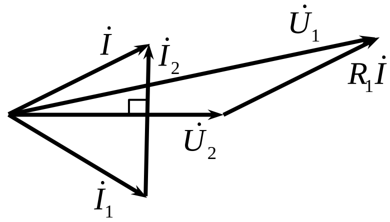
题图 11-5(d)

由相量图可见，电压u_1超前u_2。

（b）参考方向如题图 11-6(e)所以，以$\dot{U}_2$为参考相量，其相量图如题图 11-5(f)所示。



题图 11-6(e)

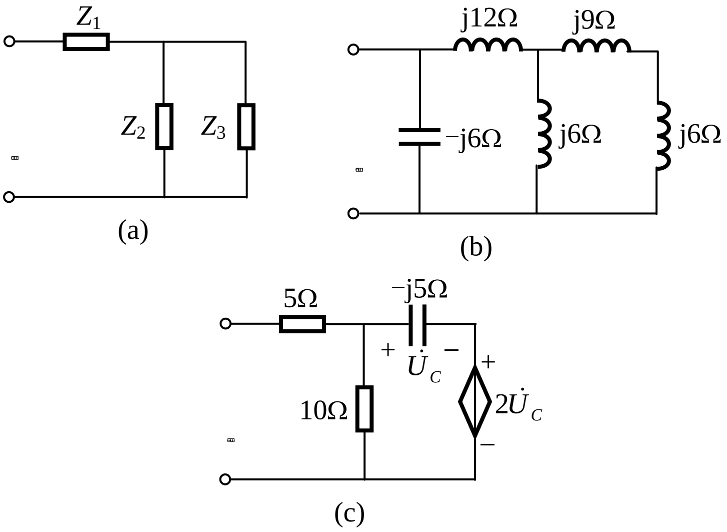


题图 11-5(d)

由题图 11-5(f)可见，此时电压u_1超前u_2。同时，端口电流i还可以滞后与电压u_2，此

时电压u_1滞后u_2；端口电流i还可与电压u_2同相，此时时电压u_1与u_2同相。

11-7 求题图 11-7 各电路的入端阻抗，其中 Z_1=2+j3Ω，Z_2=50−j20Ω，Z_3=j5.9Ω。



题图 11-7

解 （a）对题图 11-7(a)，其入端阻抗为

$$Z_i = Z_1 + Z_2 // Z_3 = 2 + j3 + \frac{(50 - j20)\times j5.9}{50 - j20 + j5.9} = 2.64 + j9.08\ \Omega = 9.46\angle 73.8°\Omega$$

（b）题图 11-7(b)，其入端阻抗为

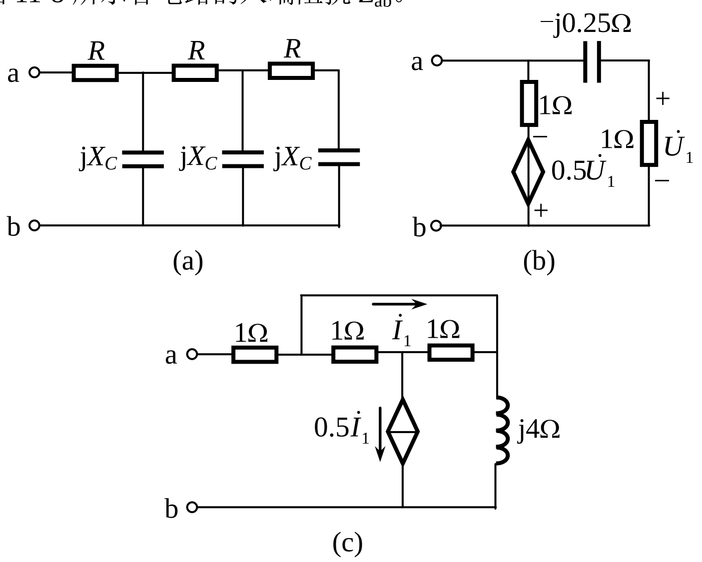
$$Z_i = (-j6)//(j12 + j6//j15) = -j9.50\Omega$$

（c）题图 11-7(c)，其入端阻抗为

$$Z' = \frac{3\dot{U}_C}{\dfrac{\dot{U}_C}{-j5}} = -j15\ \Omega$$

$$Z_i = 5 + \frac{10\times Z'}{10 + Z'} = 11.9 - j4.62\ \Omega = 12.8\angle -21.2°\Omega$$

11-8 求题图 11-8 所示各电路的入端阻抗 Z_{ab}。

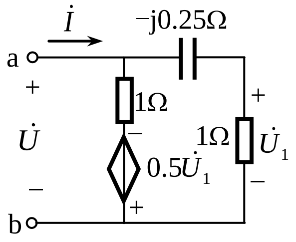


题图 11-8

解　（a）利用阻抗串并联，可得入端阻抗为

$$Z_{ab}=R+\frac{jX_C\left[R+\dfrac{jX_C(R+jX_C)}{R+j2X_C}\right]}{jX_C+R+\dfrac{jX_C(R+jX_C)}{R+j2X_C}}$$

（b）题图 11-8(b)电压、电流参考方向如题图 11-8(d)所示。



题图 11-8(d)

用加压求流法求入端阻抗。方程如下：

$$\begin{cases}\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{1-j0.25}+\dfrac{\dot{U}+0.5\dot{U}_1}{1}\\ \dot{U}_1=\dfrac{1}{1-j0.25}\dot{U}\end{cases}$$

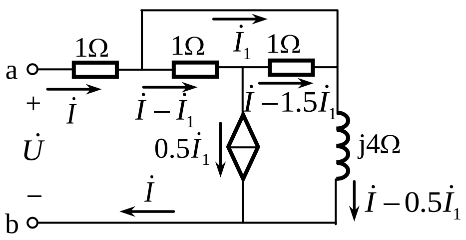
整理得

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{1-j0.25}+\dot{U}+\frac{0.5}{1-j0.25}\dot{U}$$

所以可得

$$Z_{ab}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{1-j0.25}{2.5-j0.25}=0.406-0.0594\ \Omega=0.410\angle-8.33^\circ\Omega$$

（c）题图 11-8(c)电压、电流参考方向如题图 11-8(f)所示。



题图 11-8(e)

$$1\times(\dot{I}-\dot{I}_1)+1\times(\dot{I}-1.5\dot{I}_1)=0$$

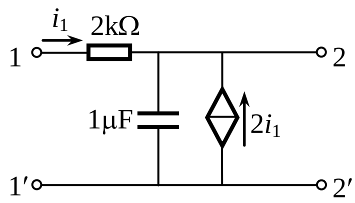
整理得 $\dot{I}=1.25\dot{I}_1$。又有

$$\dot{U}=1\times\dot{I}+j4(\dot{I}-0.5\dot{I}_1)=(1+j2.4)\dot{I}$$

入端阻抗为

$$Z_{ab}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=1+j2.4\ \Omega=2.60\angle-67.4°\Omega$$

11-9 电路如题图 11-9 所示。求角频率 ω=1000rad·s^{-1}时网络的 Z 参数及 Y 参数。



题图 11-9

解 所对应的相量模型中，有

$$\frac{1}{j\omega C}=-j1000\Omega$$

直接列方程：

$$\begin{cases}\dot{U}_1=2000\dot{I}_1+(3\dot{I}_1+\dot{I}_2)(-j1000)\\ \dot{U}_2=(3\dot{I}_1+\dot{I}_2)(-j1000)\end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases}\dot{U}_1=(2000-j3000)\dot{I}_1-j1000\dot{I}_2\\ \dot{U}_2=-j3000\dot{I}_1-j1000\dot{I}_2\end{cases}$$

Z 参数矩阵为

$$\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}2-j3 & -j1\\ -j3 & -j1\end{bmatrix}k\Omega=\begin{bmatrix}3.61\angle-56.3 & 1\angle-90°\\ 3\angle-90° & 1\angle-90°\end{bmatrix}k\Omega$$

对 ***Z*** 参数矩阵求逆得，得

$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}0.5 & -0.5\\ -1.5 & 1.5+j1\end{bmatrix}mS=\begin{bmatrix}0.5 & -0.5\\ -1.5 & 1.8\angle33.7°\end{bmatrix}mS$$

或 列方程如下：

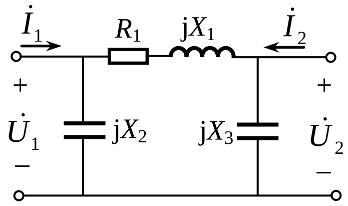
$$\begin{cases}\dot{I}_1=\dfrac{\dot{U}_1-\dot{U}_2}{2000}\\ \dot{I}_2=j1\times10^{-3}\dot{U}_2-3\dot{I}_1=-1.5\times10^{-3}\dot{U}_1+(1.5+j1)\times10^{-3}\dot{U}_2\end{cases}$$

由此得 ***Y*** 参数矩阵为

$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}0.5 & -0.5\\ -1.5 & 1.5+j1\end{bmatrix}mS$$

对 ***Y*** 参数矩阵求逆得 ***Z*** 参数矩阵。

11-10　求题图 11-10 所示网络的 T 参数。各阻抗值为 R_1=10Ω，X_1=20Ω，X_2=X_3= −40Ω。



题图 11-10

解　可用开路-短路法计算参数。

$$A=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}=\frac{\dot{U}_1}{\dfrac{\mathrm{j}X_3}{R_1+\mathrm{j}X_2+\mathrm{j}X_3}\dot{U}_1}=\frac{R_1+\mathrm{j}(X_2+X_3)}{\mathrm{j}X_3}=\frac{10-\mathrm{j}20}{-\mathrm{j}40}=0.559\angle 26.6^\circ$$

$$C=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}=\frac{\dfrac{\dot{U}_1}{\mathrm{j}X_2}+\dfrac{\dot{U}_1}{R_1+\mathrm{j}X_2+\mathrm{j}X_3}}{\dfrac{\mathrm{j}X_3}{R_1+\mathrm{j}X_2+\mathrm{j}X_3}\dot{U}_1}=\frac{R_1+\mathrm{j}(X_1+X_2+X_3)}{(\mathrm{j}X_2)\cdot(\mathrm{j}X_3)}$$

$$=\frac{10-\mathrm{j}60}{-40\times 40}=0.380\angle 99.5^\circ\mathrm{S}$$

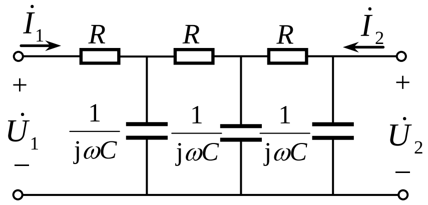
$$B=\left.\frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}=R_1+\mathrm{j}X_1=10+\mathrm{j}20=22.4\angle 63.4^\circ\Omega$$

$$D=\left.\frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}=\frac{R_1+\mathrm{j}(X_1+X_2)}{\mathrm{j}X_2}=\frac{10-\mathrm{j}20}{-\mathrm{j}40}=0.559\angle 26.6^\circ$$

11-11　题图 11-11 所示二端口网络中，给定 R 和 C 的值。

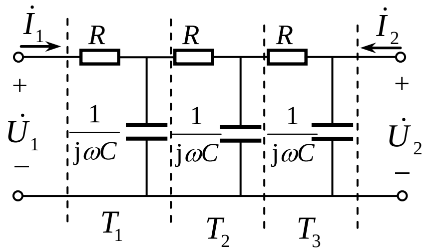
（1）求此网络的 T 参数；

（2）若图中电压$\dot{U}_2$与$\dot{U}_1$反相(即相位差 180°)，问这时$\dot{U}_1$的频率是多少？比值 U_2/U_1 又是多少？



题图 11-11

解　（1）此电路可视为题图 11-11(a)所示中三个二端口的级联，每个二端口的 T 参数相同。



题图 11-11(a)

先求其中一个二端口的 T 参数，有

$$A=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}=\frac{R-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}}{-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}}=1+\mathrm{j}\omega RC$$

$$C=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}=\mathrm{j}\omega C$$

$$B=\left.\frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}=R$$

$$D=\left.\frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}=1$$

所以有

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{T}_2\boldsymbol{T}_3=\begin{bmatrix}1+\mathrm{j}\omega RC & R\\ \mathrm{j}\omega C & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1+\mathrm{j}\omega RC & R\\ \mathrm{j}\omega C & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1+\mathrm{j}\omega RC & R\\ \mathrm{j}\omega C & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1-5\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}\omega RC(6-\omega^2R^2C^2) & R(3+\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}4\omega RC)\\ -3\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}\omega C(2-\omega^2R^2C^2) & 1-\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}2\omega RC\end{bmatrix}$$

（2）若要使 $\dot{U}_2$ 与 $\dot{U}_1$ 反相，此时 $\dot{I}_2=0$，则有

$$A=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}=1-5\omega^2R^2C^2+\mathrm{j}\omega RC(6-\omega^2R^2C^2)$$

即有

$$\begin{cases}1-5\omega^2R^2C^2<0\\ 6-\omega^2R^2C^2=0\end{cases}$$

解得

$$\omega=\frac{\sqrt{6}}{RC}\text{，且应满足 }\omega=\frac{1}{\sqrt{5}RC}$$

此时

$$\left.\frac{U_2}{U_1}\right| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{5\omega^2R^2C^2-1} = \frac{1}{29}$$

11-12 一交流接触器的线圈电阻 R=200Ω，L=63H，接到工频电源上，电源电压 U=220V。问线圈中的电流为多大？

若将此线圈接至 U=220V 的直流电源上，线圈中电流又将为多大？

解 （1）当线圈接到已知工频电源上时，线圈中的电流有效值为

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} = \frac{220}{\sqrt{200^2+(314\times 63)^2}} = 11.12\text{mA}$$

（2）当线圈接至 U=220V 的直流电源上时，稳态电感相当于短路，又假设线圈直流等效电阻与工频交流等效电阻相同，则电流为

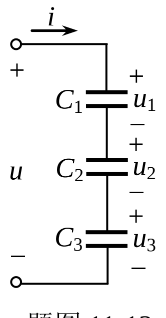
$$I = \frac{U}{R} = \frac{220}{200} = 1.1\ \text{A}$$

11-13 串联电容可用于交流电压的分压。题图 11-13 所示电路中有三个电容 C_1，C_2 和 C_3 串联。

（1）若 $u=\sqrt{2}U\sin\omega t$V，求 i；

（2）电容 C_3 上电压 U_3 为多大？

（3）若 U=35kV，ω=314rad·s^{-1}，C_1=C_2=1μF，C_3=0.5μF，则 i=？ u_3=？ 三个电容的额定电压各应不低于多少伏？



题图 11-13

解 用相量法求解。

（1）

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_3}} = \frac{\dot{U}\angle 90^\circ}{\dfrac{1}{\omega C_1}+\dfrac{1}{\omega C_2}+\dfrac{1}{\omega C_3}}$$

电流的瞬时值为

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}U}{\dfrac{1}{\omega C_1}+\dfrac{1}{\omega C_2}+\dfrac{1}{\omega C_3}}\sin(\omega t+90^\circ)$$

结论：串联线性电容中的电流幅值与端部电压的幅值成正比，与所有容抗的绝对值之和成反比；相位超前电压 90°。

（2）

$$\dot{U}_3=\frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_3}}{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_3}}\times\dot{U}=\frac{\dfrac{1}{C_3}}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}+\dfrac{1}{C_3}}\times\dot{U}$$

U_3 的值取上式中 $\dot{U}_3$ 的模即可。

结论：串联线性电容上分压大小于与该电容值的倒数和总电压值成正比，与所有电容值的倒数之和成反比；分压大小与频率（角频率）无关。

（3）由给定参数得

$$\frac{1}{\omega C_1}=\frac{1}{\omega C_2}=3185\Omega\,,\quad \frac{1}{\omega C_3}=6369\Omega$$

由（1）、（2）中结果，有

$$i(t)=\frac{\sqrt{2}U}{\dfrac{1}{\omega C_1}+\dfrac{1}{\omega C_2}+\dfrac{1}{\omega C_3}}\sin(\omega t+90°)=3.89\sin(\omega t+90°)\mathrm{mA}$$

$$u_3(t)=\frac{\dfrac{1}{C_3}}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}+\dfrac{1}{C_3}}\times\sqrt{2}U\sin\omega t=17.5\sqrt{2}\sin\omega t\ \mathrm{kV}=24.7\sin\omega t\ \mathrm{kV}$$

同样可得电容 C_1、C_2 的分压有效值分别均为 8.75kV。电容的耐压应按最大值计算，所以各电容耐压分别为

C_1、C_2 的耐压应大于 $8.75\sqrt{2}\mathrm{kV}=13.4\mathrm{kV}$ ；C_3 的耐压应大于 24.7kV

11-14 一线圈接到 U_0=120V 的直流电源时，电流 I_0=20A。若接到频率 f=50Hz，电压 U_2=220V 的交流电源时，电流 I_2=28.2A。求此线圈的电阻和电感。

解 令线圈的等效电阻和等效电感分别为 R 和 L，则有

$$R=\frac{U_0}{I_0}=6\Omega$$

$$U_2=I_2\left|Z_L\right|=I_2\sqrt{R^2+(2\pi fL)^2}=28.2\times\sqrt{6^2+(314L)^2}$$

解得 $L=15.9\mathrm{mH}$ 。

11-15 电阻为 1Ω，阻抗为 8.06Ω的线圈与电阻为 1.42Ω的第二个线圈串联。当 220V 电压加到两端时，电流为 6.3A。试求第二个线圈的电感。电源频率为 50Hz。

解 第一个线圈的感抗为

$$X_{L1}=\sqrt{8.06^2-1^2}=8.00\Omega$$

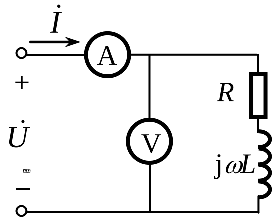
令第二个线圈的感抗为X_{L2}，由已知条件可得

$$\frac{220}{\sqrt{(1+1.4)^2+(8.00+X_{L2})^2}}=6.3$$

解得$X_{L2}=26.8\Omega$。所以第二个线圈的电感为

$$L_2=\frac{X_{L2}}{2\pi f}=\frac{26.8}{2\times3.14\times50}=85.4\text{mH}$$

11-16 电路如题图 11-16 示。用改变频率的方法测线圈的等效参数。测量结果如下：（1）f=50Hz，U=60V，I=10A；（2）f=100Hz，U=60V，I=6A。试求线圈的等效参数 L 和 R。



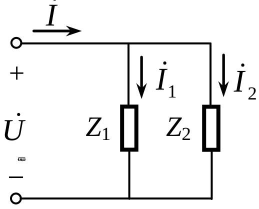
题图 11-16

解 由测量结果可列方程如下：

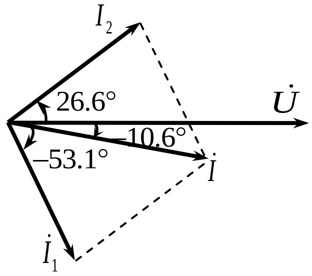
$$\begin{cases}\dfrac{60}{\sqrt{R^2+(314L)^2}}=10\\ \dfrac{60}{\sqrt{R^2+(628L)^2}}=6\end{cases}$$

解得$R=3.84\Omega$，$L=14.7\text{mH}$。

11-17 题图 11-17 所示电路中，已知$\dot{U}=220\angle0°\text{V}$，$Z_1$=30+j40Ω，$Z_2$=40−j20Ω。求$\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$和$\dot{I}$，写出 $i_1(t)$，$i_2(t)$和 $i(t)$，并画出相量图。



题图 11-17



题图 11-17(a)

解 $\dot{I}_1=\dfrac{\dot{U}}{Z_1}=\dfrac{220\angle 0^\circ}{30+\mathrm{j}40}=4.40\angle -53.1^\circ$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}}{Z_2}=\frac{220\angle 0^\circ}{40-\mathrm{j}20}=4.92\angle 26.6^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=4.40\angle -53.1^\circ+4.92\angle 26.6^\circ=7.041-\mathrm{j}1.316\ \mathrm{A}=7.16\angle -10.6^\circ\mathrm{A}$$

各电流的瞬时值表达式为

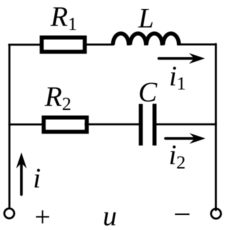
$$i_1(t)=4.4\sqrt{2}\sin(\omega t-53.1^\circ)\ \mathrm{A}$$

$$i_2(t)=4.92\sqrt{2}\sin(\omega t+26.6^\circ)\ \mathrm{A}$$

$$i(t)=7.16\sqrt{2}\sin(\omega t-10.6^\circ)\ \mathrm{A}$$

相量图如题图 11-17(a)所示。

11-18 电路如题图 11-18 所示。$u=220\sqrt{2}\sin(\omega t+30^\circ)\mathrm{V}$，$R_1$=3.25Ω，$R_2$=8.17Ω，$L$=12.5mH，$C$=500μF，$f$=50Hz。求电流 $i_1(t)$，$i_2(t)$和 $i(t)$。



题图 11-18

解 用相量法。由题图 11-18 所示电路对应的相量模型中，有

$$X_L=2\pi fL=3.927\Omega，\quad X_C=-\frac{1}{2\pi fC}=-6.366\Omega$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}}{R_1+\mathrm{j}X_L}=\frac{220\angle 30^\circ}{3.25+\mathrm{j}3.927}=43.16\angle -20.39^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}}{R_2+\mathrm{j}X_C}=\frac{220\angle 30^\circ}{8.17-\mathrm{j}6.366}=21.24\angle 67.93^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=43.16\angle -20.39^\circ+21.24\angle 67.93^\circ=48.66\angle 5.479^\circ\mathrm{A}$$

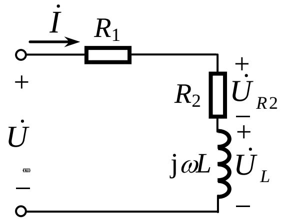
电流的瞬时值表达式为

$$i_1(t)=43.2\sqrt{2}\sin(\omega t-20.4^\circ)\ \mathrm{A}$$

$$i_2(t)=21.2\sqrt{2}\sin(\omega t+67.9°)\ \text{A}$$

$$i(t)=48.7\sqrt{2}\sin(\omega t+5.48°)\ \text{A}$$

11-19 电路如题图 11-19 所示。已知 U=200V，f=50Hz，I=10A，且测得 U_{R1}=80V，U_L=100V。求：（1）$|\dot{U}_L+\dot{U}_{R2}|$；（2）L 及 R_2。



题图 11-19

解 （1）列有效值电压、电流关系的方程为

$$U=\sqrt{(U_{R1}+U_{R2})^2+U_L^2}$$

代入测量结果有

$$200=\sqrt{(80+U_{R2})^2+100^2}$$

解得 $U_{R2}=93.21\text{V}$。由此可得

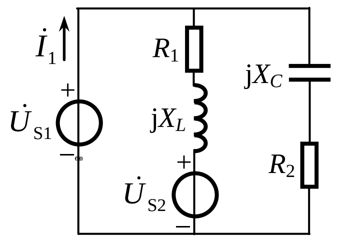
$$|\dot{U}_L+\dot{U}_{R2}|=\sqrt{100^2+93.21^2}=136.7\text{V}$$

（2）

$$L=\frac{U_L}{2\pi fI}=\frac{100}{2\pi\times50\times10}=31.8\text{mH}$$

$$R_2=\frac{U_{R2}}{I}=\frac{93.21}{10}=9.32\Omega$$

11-20 电路如题图 11-20 所示。已知 $\dot{U}_{S1}=100\angle0°\text{V}$，$\dot{U}_{S2}=100\angle-60°\text{V}$，$R_1$=$R_2$=50Ω，$X_C$=−50Ω，$X_L$=50Ω。求 $\dot{I}_1$。

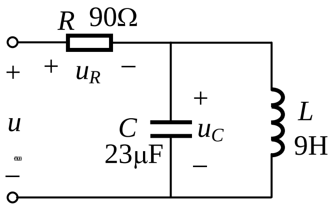


题图 11-20

解

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_{S1}-\dot{U}_{S2}}{R_1+jX_L}+\frac{\dot{U}_{S1}}{R_2+jX_C}$$
$$=\frac{100\angle 0°-100\angle -60°}{50+j50}+\frac{100\angle 0°}{50-j50}$$
$$=1.414\angle 15°+1.414\angle 45°$$
$$=2.73\angle 30.0°\text{A}$$

11-21 题图 11-21 所示电路中，已知$\dot{U}=220\angle 10°\text{V}$，电源频率 f=50Hz。求$\dot{U}_R$及$\dot{U}_C$。



题图 11-21

解 用相量法。

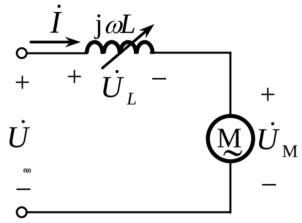
$$\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{314\times 23\times 10^{-6}}=138.5\Omega,\quad \omega L=314\times 9=2826\Omega$$

$$Z_{LC}=\frac{j\omega L\times \dfrac{1}{j\omega C}}{j\omega L+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}=-j145.6\Omega$$

$$\dot{U}_R=\frac{R}{R+Z_{LC}}\times\dot{U}=\frac{90}{90-j145.6}\times 220\angle 10°=115.7\angle 68.28°\text{V}$$

$$\dot{U}_C=\dot{U}-\dot{U}_R=220\angle 10°-115.7\angle 68.28°=187.1\angle -21.73\text{V}$$

11-22 改变交流电动机的端电压 U_M 可以调节电动机的转速。为此，可以在线路中串入可调电感 L(实际上为一磁放大器)。通过电感的改变，使 U_M 发生变化，就可以控制电动机的转速(见题图 11-22)。已知电动机端电压 U_M =110V，cosφ=0.8(滞后)，电源电压 U=220V。求电感 L 两端的电压 U_L。



题图 11-22

解 电动机用电阻和电感的串联等效电路模型。根据已知条件可得，等效电阻两端电压

有效值为

$$U_{\mathrm{M}r} = U_{\mathrm{M}} \cos\varphi = 110 \times 0.8 = 88\mathrm{V}$$

等效电感两端电压有效值为

$$U_{\mathrm{M}L} = U_{\mathrm{M}} \sin\varphi = 110 \times 0.6 = 66\mathrm{V}$$

总电压有效值关系为

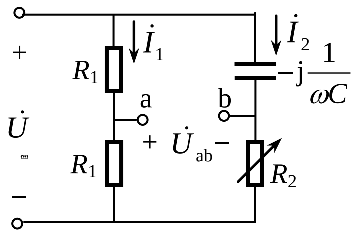
$$U = U_{\mathrm{M}r}^2 + (U_{\mathrm{M}L} + U_L)^2$$

代入参数有

$$220^2 = 88^2 + (66 + U_L)^2$$

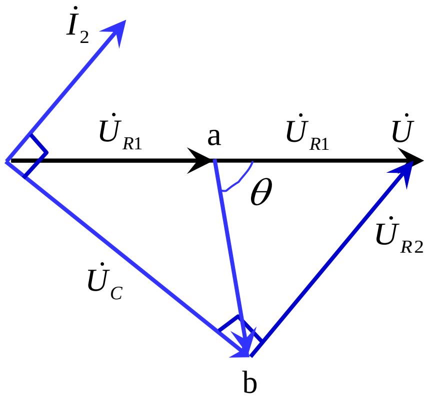
解得$U_L = 135.6\mathrm{V}$。

11-23 题图 11-23 所示电路为一种移相电路。用相量分析说明改变电阻可电压$\dot{U}_{\mathrm{ab}}$相位变化而大小不变。若 U=2V，f=200Hz，R_1=4kΩ，C=0.01μF，R_2 由 30kΩ变至 140kΩ，求出$\dot{U}_{\mathrm{ab}}$的相位变化。



题图 11-23

解 以$\dot{U} = 2\angle 0°\mathrm{V}$为参考相量，作相量图如题图 11-23(a)所示。由相量图可见，当 R_2 改变时，b 点的轨迹在以 a 为圆心的半圆上。



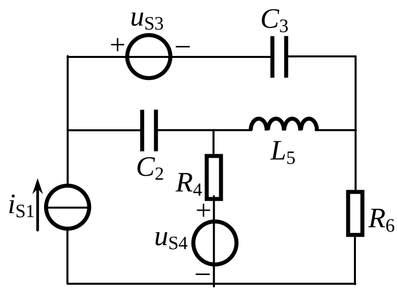
题图 11-23(a)

由几何关系可得

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{U_{R2}}{U_C} = R_2 \omega C = 1.257 \times 10^{-5} R_2$$

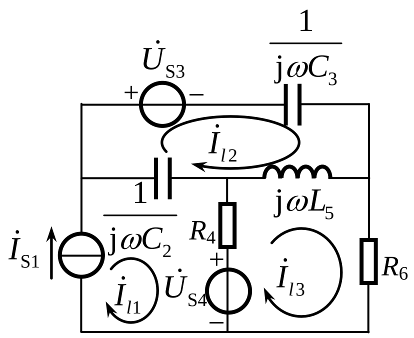
当 R_2 由 30kΩ变至 140kΩ时，$\tan\dfrac{\theta}{2}$ 的值由 0.3771 变至 1.760，$\dfrac{\theta}{2}$ 由 $20.66°$ 变至 $60.40°$。则 $\dot{U}_{\mathrm{ab}}$ 的相位变化范围为 $-41.3° \sim -120.8°$。

11-24　用回路法列写题图 11-24 所示电路的相量方程。



题图 11-24

解　题图 11-24 所示电路的相量模型及回路电流参考方向如题图 11-24(a)所示。

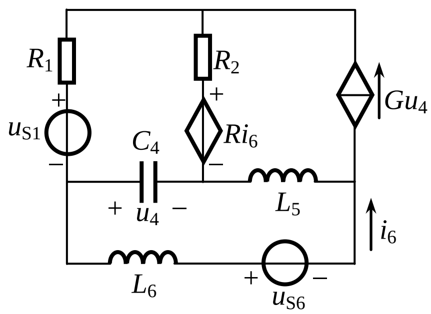


题图 11-24(a)

相量形式的回路电流方程如下：

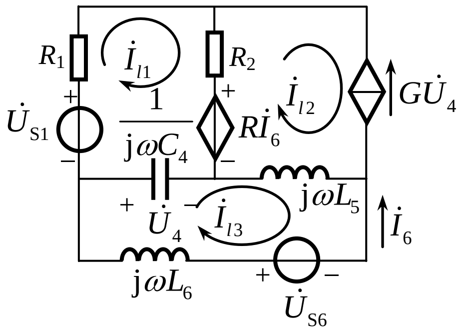
$$\begin{cases}\dot{I}_{l1}=\dot{I}_{S1}\\ -\dfrac{1}{j\omega C_2}\dot{I}_{l1}+\left(\dfrac{1}{j\omega C_2}+\dfrac{1}{j\omega C_3}+j\omega L_5\right)\dot{I}_{l2}-j\omega L_5\dot{I}_{l3}=-\dot{U}_{S3}\\ -R_4\dot{I}_{l1}-j\omega L_5\dot{I}_{l2}+(R_4+j\omega L_5+R_6)\dot{I}_{l3}=\dot{U}_{S4}\end{cases}$$

11-25　用回路法列写题图 11-25 所示电路的相量方程。



题图 11-25

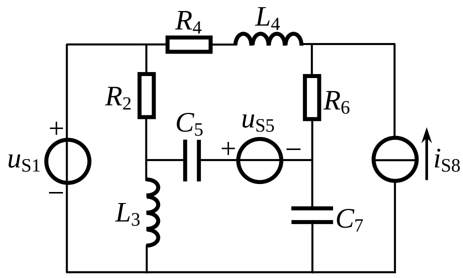
解　题图 11-25 所示电路的相量模型及回路电流参考方向如题图 11-25(a)所示。



相量形式的回路电流方程如下：　　题图 11-25(a)

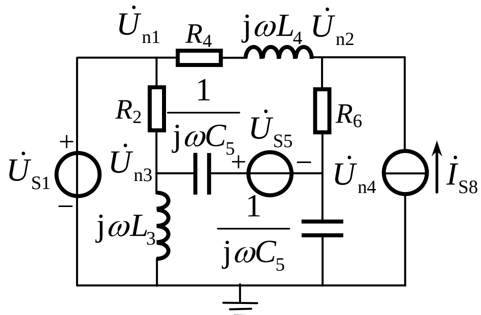
$$
\begin{cases}
\left(R_1+R_2+\dfrac{1}{j\omega C_4}\right)\dot{I}_{l1}-R_2\dot{I}_{l2}-\dfrac{1}{j\omega C_4}\dot{I}_{l3}=\dot{U}_{S1}+R\dot{I}_6 \\
\dot{I}_{l2}=-G\dot{U}_4 \\
-\dfrac{1}{j\omega C_4}\dot{I}_{l1}-j\omega L_5\dot{I}_{l2}+\left(\dfrac{1}{j\omega C_4}+j\omega L_5+j\omega L_6\right)\dot{I}_{l3}=\dot{U}_{S6} \\
\dot{I}_{l3}=-\dot{I}_6 \\
\dot{U}_4=\dfrac{1}{j\omega C_4}(\dot{I}_{l3}-\dot{I}_{l1})
\end{cases}
$$

11-26　用节点法列写题图 11-26 所示电路的相量方程。



题图 11-26

解　题图 11-26 所示电路的相量模型及节点电压如题图 11-26(a)所示。

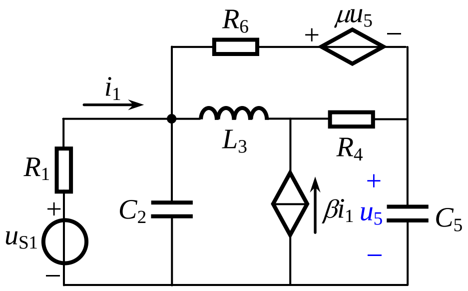


题图 11-26(a)

相量形式的节点电压方程如下：

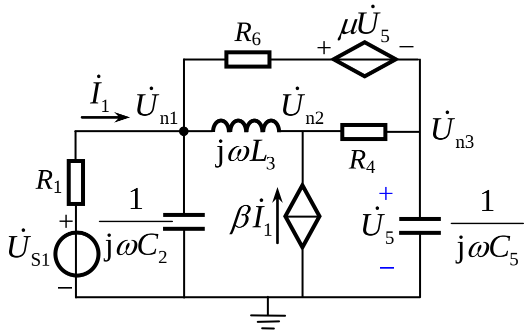
$$\begin{cases}\dot{U}_{n1}=\dot{U}_{S1}\\ -\dfrac{1}{R_4+j\omega L_5}\dot{U}_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_4+j\omega L_5}+j\omega C_5+\dfrac{1}{R_6}\right)\dot{U}_{n2}-\dfrac{1}{R_6}\dot{U}_{n4}=\dot{I}_{S8}\\ -\dfrac{1}{R_2}\dot{U}_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{j\omega L_3}+j\omega C_5\right)\dot{U}_{n3}-j\omega C_5\dot{U}_{n4}=j\omega C_5\dot{U}_{S5}\\ -\dfrac{1}{R_6}\dot{U}_{n2}-j\omega C_5\dot{U}_{n3}+\left(j\omega C_5+\dfrac{1}{R_6}+j\omega C_7\right)\dot{U}_{n4}=-j\omega C_5\dot{U}_{S5}\\ \dot{I}_{l2}=-G\dot{U}_4\end{cases}$$

11-27　用节点法列写题图 11-27 所示电路的相量方程。



题图 11-27

解　题图 11-27 所示电路的相量模型及节点电压如题图 11-27(a)所示。

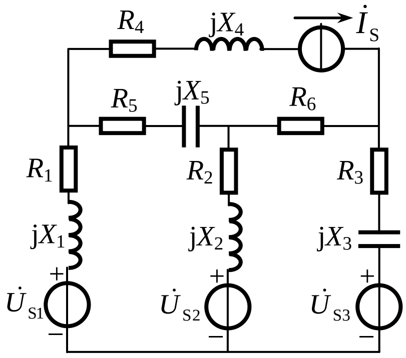


题图 11-27(a)

相量形式的节点电压方程如下：

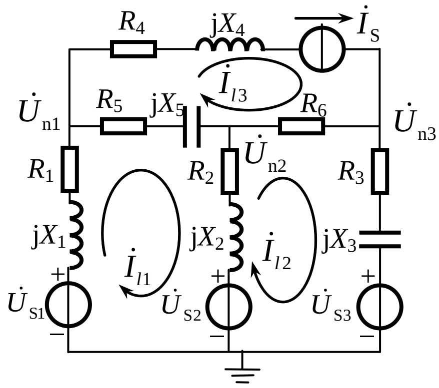
$$
\begin{cases}
\left(\dfrac{1}{R_1}+\mathrm{j}\omega C_2+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_3}+\dfrac{1}{R_6}\right)\dot{U}_{\mathrm{n1}}-\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_3}\dot{U}_{\mathrm{n2}}-\dfrac{1}{R_6}\dot{U}_{\mathrm{n3}}=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{S1}}}{R_1}+\dfrac{\mu\dot{U}_5}{R_6} \\
-\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_3}\dot{U}_{\mathrm{n1}}+\left(\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)\dot{U}_{\mathrm{n2}}-\dfrac{1}{R_4}\dot{U}_{\mathrm{n3}}=-\beta\dot{I}_1 \\
-\dfrac{1}{R_6}\dot{U}_{\mathrm{n1}}-\dfrac{1}{R_4}\dot{U}_{\mathrm{n2}}+\left(\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_6}+\mathrm{j}\omega C_5\right)\dot{U}_{\mathrm{n3}}=-\dfrac{\mu\dot{U}_5}{R_6} \\
\dot{I}_1=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{S1}}-\dot{U}_{\mathrm{n1}}}{R_1} \\
\dot{U}_5=\dot{U}_{\mathrm{n3}}
\end{cases}
$$

11-28　分别用回路法和节点法列写题图 11-28 所示电路的相量方程。



题图 11-28

解　参考方向如题图 11-28(a)所示。



题图 11-28(a)

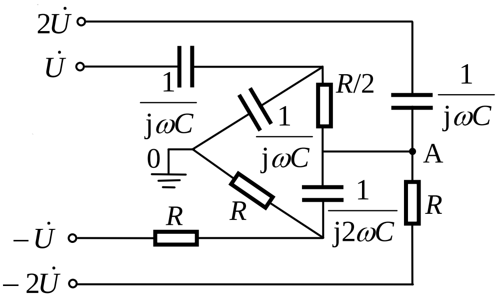
回路法：

$$
\begin{cases}
(R_1+R_2+R_5+\mathrm{j}X_1+\mathrm{j}X_2+\mathrm{j}X_5)\dot{I}_{l1}-(R_2+\mathrm{j}X_2)\dot{I}_{l2}-(R_5+\mathrm{j}X_5)\dot{I}_{l3}=\dot{U}_{\mathrm{S1}}-\dot{U}_{\mathrm{S2}} \\
-(R_2+\mathrm{j}X_2)\dot{I}_{l1}+(R_2+R_3+\mathrm{j}X_2+\mathrm{j}X_3)\dot{I}_{l2}-R_6\dot{I}_{l3}=\dot{U}_{\mathrm{S2}}-\dot{U}_{\mathrm{S3}} \\
\dot{I}_{l3}=\dot{I}_{\mathrm{S}}
\end{cases}
$$

节点法：

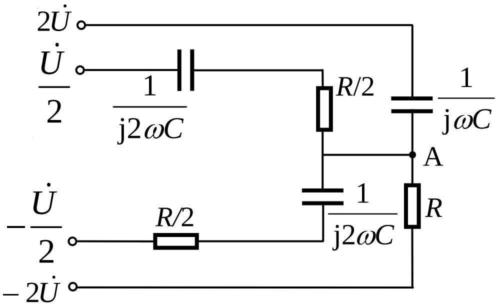
$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{R_1+\mathrm{j}X_1}+\dfrac{1}{R_3+\mathrm{j}X_3}+\dfrac{1}{R_5+\mathrm{j}X_5}\right)\dot{U}_{\mathrm{n1}}-\dfrac{1}{R_5+\mathrm{j}X_5}\dot{U}_{\mathrm{n2}}=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{S1}}}{R_1+\mathrm{j}X_1}-\dot{I}_{\mathrm{S}}\\ -\dfrac{1}{R_5+\mathrm{j}X_5}\dot{U}_{\mathrm{n1}}+\left(\dfrac{1}{R_2+\mathrm{j}X_2}+\dfrac{1}{R_5+\mathrm{j}X_5}+\dfrac{1}{R_6}\right)\dot{U}_{\mathrm{n2}}-\dfrac{1}{R_6}\dot{U}_{\mathrm{n3}}=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{S2}}}{R_2+\mathrm{j}X_2}\\ -\dfrac{1}{R_6}\dot{U}_{\mathrm{n2}}+\left(\dfrac{1}{R_3+\mathrm{j}X_3}+\dfrac{1}{R_6}\right)\dot{U}_{\mathrm{n3}}=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{S3}}}{R_3+\mathrm{j}X_3}+\dot{I}_{\mathrm{S}}\end{cases}$$

11-29　题图 11-29 所示电路中，已知ω=10^4rad·s^{-1}，C=5nF，R=20kΩ。求节点 A 电压。



题图 11-29

解　题图 11-29 所示电路可作局部电源等效变换，得题图 11-29(a)所示等效电路。



题图 11-29(a)

对节点 A 列写节点电压方程：

$$\left(\frac{1}{\frac{R}{2}+\frac{1}{\mathrm{j}2\omega C}}+\mathrm{j}\omega C+\frac{1}{\frac{R}{2}+\frac{1}{\mathrm{j}2\omega C}}+\frac{1}{R}\right)\dot{U}_{\mathrm{A}}=\frac{\frac{\dot{U}}{2}}{\frac{R}{2}+\frac{1}{\mathrm{j}2\omega C}}+\mathrm{j}\omega C(2\dot{U})+\frac{-\frac{\dot{U}}{2}}{\frac{R}{2}+\frac{1}{\mathrm{j}2\omega C}}+\frac{-2\dot{U}}{R}$$

整理得

$$\left(1++\mathrm{j}\omega RC+\frac{\mathrm{j}4\omega RC}{1+\mathrm{j}\omega C}\right)\dot{U}_{\mathrm{A}}=(-2+\mathrm{j}2\omega RC)\dot{U}$$

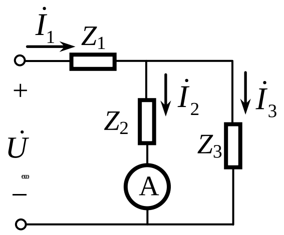
代入参数得

$$\left(1+\mathrm{j}1+\frac{\mathrm{j}4}{1+\mathrm{j}1}\right)\dot{U}_{\mathrm{A}}=(-2+\mathrm{j}2)\dot{U}$$

解得

$$\dot{U}_{\mathrm{A}} = \frac{-2+\mathrm{j}2}{3+\mathrm{j}3}\dot{U} = \mathrm{j}\frac{2}{3}\dot{U} = \mathrm{j}0.667\dot{U}$$

11-30 电路如题图 11-30 所示。已知 U=220V，Z_2=15+j20Ω，Z_3=20Ω，$\dot{I}_2 = 4\angle 0°\mathrm{A}$，且 $\dot{I}_2$ 滞后 $\dot{U}$ 30°。求 Z_1。



题图 11-30

解 令 $\dot{I}_2 = 4\angle 0°\mathrm{A}$，则 $\dot{U} = 220\angle 30°\mathrm{V}$。

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2 = 4\times 25\angle 53.1° = 100\angle 53.1°\mathrm{V}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_2}{Z_3} = 5\angle 53.1°\mathrm{A}$$

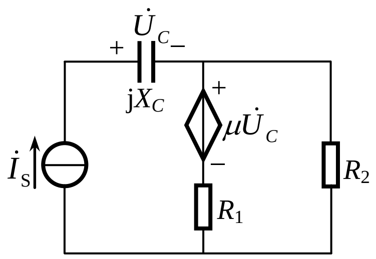
$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 4 + (3+\mathrm{j}4) = 7+\mathrm{j}4 = 8.06\angle 29.74°\mathrm{A}$$

$$\dot{U} = \dot{I}_1 Z_1 + \dot{U}_2$$

$$220\angle 30° = 8.06\angle 29.74° \times Z_1 + 100\angle 53.1°$$

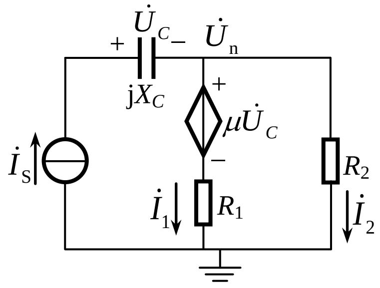
解得 $Z_1 = 16.62\angle -16.8°\Omega = 15.9 - \mathrm{j}4.8\Omega$。

11-31 题图 11-31 所示电路中，$\dot{I}_{\mathrm{S}} = 10\angle 0°\mathrm{A}$，$\omega$=5000 rad·s^{-1}，$R_1$=$R_2$=10Ω，$C$=10μF，$\mu$=0.5。求各支路电流。



题图 11-31

解　各电压、电流参考如题图 11-31(a)所示。



题图 11-31(a)

列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)\dot{U}_n=\dot{I}_S+\dfrac{\mu\dot{U}_C}{R_1}\\ \dot{U}_C=jX_C\dot{I}_S\end{cases}$$

代入参数得

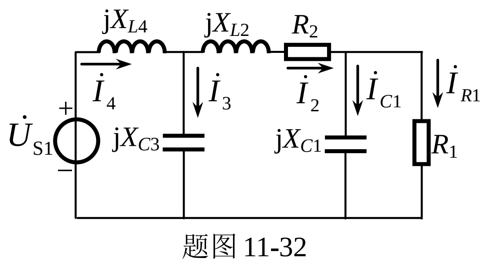
$$\begin{cases}0.2\dot{U}_n=10\angle 0^\circ+0.05\dot{U}_C\\ \dot{U}_C=-j20\times 10\angle 0^\circ\end{cases}$$

解得$\dot{U}_n=70.71\angle-45^\circ\text{V}$。各支路电流为

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_n-\mu\dot{U}_C}{R_1}=\frac{70.71\angle-45^\circ-0.5\times 200\angle-90^\circ}{10}=7.07\angle 45.0^\circ\text{A}$$

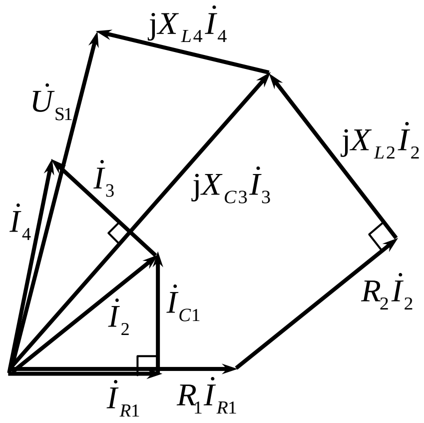
$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_n}{R_2}=\frac{70.71\angle-45^\circ}{10}=7.07\angle-45.0^\circ\text{A}$$

11-32　在同一相量图中，定性画出题图 11-32 所示电路中各元件电压、电流的相量关系。



题图 11-32

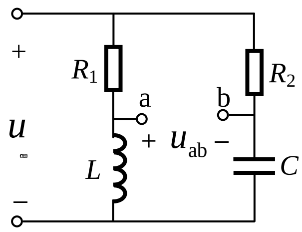
解　题图 11-32 中各电压、电流相量关系如题图 11-32(a)所示，以$\dot{I}_{R1}$为参考相量。



题图 11-32(a)

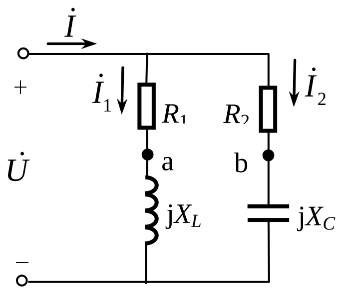
题图 11-32(a)中，$\mathrm{j}X_{L4}\dot{I}_4 \perp \dot{I}_4$。从$\dot{U}_{S1}$与$\dot{I}_4$的关系可以看出，此时从电源看入的电路略显容性。依参数得不同，电路还可以呈感性或纯电阻性。

11-33 题图 11-33 所示正弦稳态电路中，已知 $U_{ab}=U$，$R_1=500\Omega$，$R_2=1\mathrm{k}\Omega$，$C=1\mu\mathrm{F}$，$\omega=314\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$。求电感 L 的值。

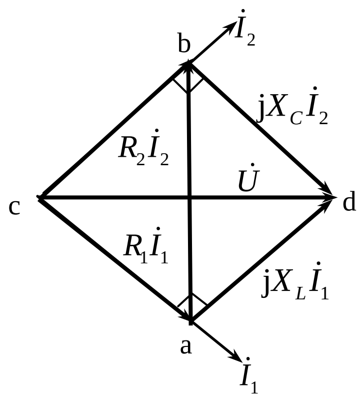


题图 11-33

解法 1 原电路的相量模型如图所示。令$\dot{U}=U\angle 0°$，其可得相量图如图。



相量模型



图中，$X_L=\omega L$，$X_C=-\dfrac{1}{\omega C}$。

由相量图及已知条件 $U_{AB}=U$，可知四边形 acbd 应为矩形，所以

$$\begin{cases} I_1R_1=\dfrac{1}{\omega C}I_2 \\ I_2R_2=\omega LI_1 \end{cases}$$

解得

$$L=R_1R_2C=500\times1000\times10^{-6}=0.5\mathrm{H}$$

解法 2　由相量模型可列方程：

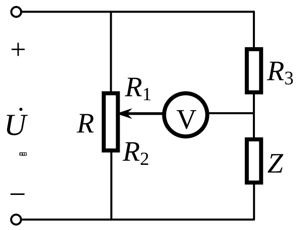
$$\dot{U}_{\text{ab}}=\frac{\text{j}X_L}{R_1+\text{j}X_L}\dot{U}-\frac{\text{j}X_C}{R_2+\text{j}X_C}\dot{U}=\left(\frac{\text{j}X_L}{R_1+\text{j}X_L}-\frac{\text{j}X_C}{R_2+\text{j}X_C}\right)\dot{U}$$

由上式及已知条件$U=U_{\text{ab}}$可得

$$\left|\frac{\text{j}X_L}{R_1+\text{j}X_L}-\frac{\text{j}X_C}{R_2+\text{j}X_C}\right|=1$$

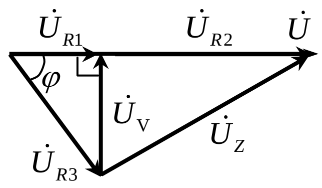
整理，可得$L=R_1R_2C=500\times1000\times10^{-6}=0.5\text{H}$。

11-34　题图 11-34 所示电路中，已知 U=100V，R_3=6.5Ω，可调变阻器 R 在 R_1=4Ω，R_2=16Ω 的位置时，电压表的读数最小为 30V。求阻抗 Z。



题图 11-34

解　作相量图如题图 11-34(a)所示，此时阻抗 Z 应为感性，因电压表读数最小，所以$\dot{U}_{\text{V}}\perp\dot{U}$。



题图 11-34(a)

由相量图可得

$$\varphi=56.31°，\ U_{R3}=\sqrt{U_{R1}^2+U_{\text{V}}^2}=\sqrt{20^2+30^2}=36.06\text{V}$$

令$Z=R_Z+\text{j}X$，则有

$$\tan\varphi=\frac{X}{R_3+R_z}，\ U_{R3}=\frac{R_3}{\sqrt{(R_3+R_Z)^2+X^2}}U$$

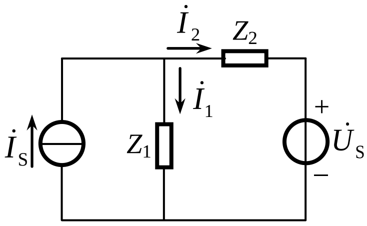
即

$$\begin{cases}1.5=\dfrac{X}{6.5+R_z}\\[2ex]36.06=\dfrac{6.5}{\sqrt{(6.5+R_Z)^2+X^2}}\times100\end{cases}$$

解得 $R_Z = 3.50\Omega$， $X = 15.0\Omega$。

当 Z 为容性时，同样满足题中要求。所以所求结果应为 $Z = 3.50 \pm 15.0\Omega$。

11-35 电路如题图 11-35 所示。已知 $\dot{I}_S = 2.5\angle 0°\text{A}$，$\dot{U}_S = 50\angle -25°\text{V}$，$Z_1$=40−j20Ω，$Z_2$=32+j50Ω。用叠加定理求电流 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2$。



题图 11-35

解 当 $\dot{I}_S$ 单独作用时，有

$$\dot{I}_1' = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{I}_S = \frac{32 + \text{j}50}{40 - \text{j}20 + 32 + \text{j}50} \times 2.5\angle 0° = 1.903\angle 34.76°\text{A}$$

$$\dot{I}_2' = \dot{I}_S - \dot{I}_1' = 2.5\angle 0° - 1.903\angle 34.76° = 1.433\angle -49.20°\text{A}$$

当 $\dot{U}_S$ 单独作用时，有

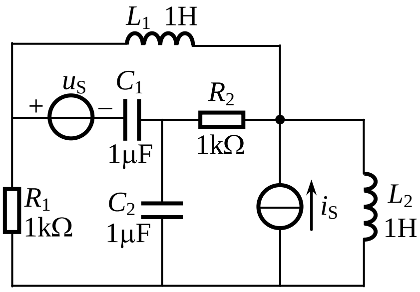
$$\dot{I}_1'' = -\dot{I}_2'' = \frac{\dot{U}_S}{Z_1 + Z_2} = \frac{50\angle -25°}{40 - \text{j}20 + 32 + \text{j}50} = 0.6410\angle -47.62°\text{A}$$

当 $\dot{I}_S$ 和 $\dot{U}_S$ 共同作用时，有

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' + \dot{I}_1'' = 1.903\angle 34.76° + 0.6410\angle -47.62° = 2.09\angle 17.0°\text{A}$$

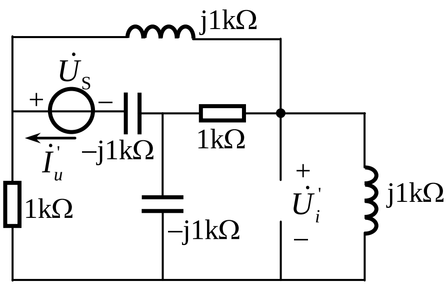
$$\dot{I}_2 = \dot{I}_2' + \dot{I}_2'' = 1.433\angle -49.20° - 0.6410\angle -47.62° = 0.792\angle -50.5°\text{A}$$

11-36 电路如题图 11-36 所示，其中电压源 $u_S = 100\sqrt{2}\sin 1000t\text{V}$，电流源 $i_S = 100\sqrt{2}\sin(1000t - 30°)\text{mA}$。求两个电源各自发出的功率。

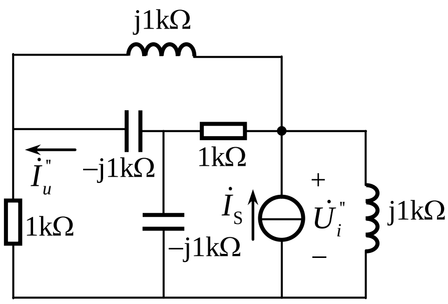


题图 11-36

解　应用叠加定理分别求电压源中的电流和电流源两端的电压。电压源和电流源单独作用时的相量模型分别如题图 11-36(a)和题图 11-36(b)所示。



题图 11-36(a)



题图 11-36(b)

由题图 11-36(a)可见，电路有一平衡电桥，所以

$$\dot{U}_i' = 0$$

$$\dot{I}_u' = \frac{\dot{U}_S}{-j1000 + (1000 - j1000)//(1000 + j1000)} = \frac{100\angle 0^\circ}{-j1000 + 1000} = 0.07071\angle 45^\circ \text{A}$$

题图 11-36(b)中同样有平衡电桥，所以

$$\dot{I}_i'' = 0$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_i'' &= \left[j1000//(1000 - j1000)//(1000 + j1000)\right]\dot{I}_S \\ &= [j1000//1000] \times 100 \times 10^{-3}\angle 30^\circ \\ &= 70.71\angle 75^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

所以

$$\dot{I}_u = \dot{I}_u' + \dot{I}_u'' = 0.07071\angle 45^\circ \text{A}$$

$$\dot{U}_i = \dot{U}_i' + \dot{U}_i'' = 70.71\angle 75^\circ \text{ V}$$

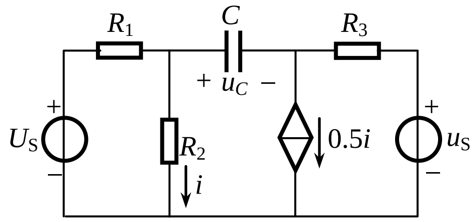
电压源发出的有功功率为

$$P_u = 100 \times 0.07071\cos(0^\circ - 45^\circ) = 5.00\text{W}$$

电流源发出的有功功率为

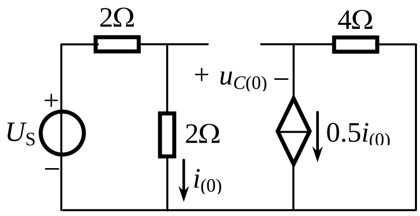
$$P_i = 0.1 \times 70.71\cos(30^\circ - 75^\circ) = 5.00\text{W}$$

11-37　电路如题图 11-37 所示。已知直流电压源 U_S=8V，正弦交流电压源 $u_S=10\sqrt{2}\sin 200t\text{V}$，$R_1$= R_2=2Ω，R_3=4Ω，C=500μF。求电容两端电压 u_C。

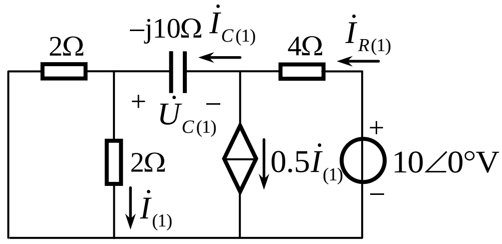


题图 11-37

解　当直流电源 U_S 单独作用时，电路如题图 11-37(a)所示；当交流电源 u_S 单独作用时，对应电路的相量模型如题图 11-37(b)所示。



题图 11-37(a)



题图 11-37(b)

由题图 11-37(a)求得

$$u_{C(0)}=2i_{(0)}+4\times 0.5i_{(0)}=4\times\frac{8}{4}=8\text{V}$$

由题图 11-37(b)可列方程如下：

$$\begin{cases}\dot{I}_{C(1)}=2\dot{I}_{(1)},\ \dot{I}_{R(1)}=\dot{I}_{C(1)}+0.5\dot{I}_{(1)}=2.5\dot{I}_{(1)}\\ 4\dot{I}_{R(1)}-\text{j}10\dot{I}_{C(1)}+2\dot{I}_{(1)}=10\angle 0^\circ\end{cases}$$

解得

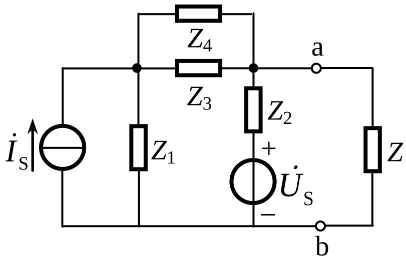
$$\dot{I}_{(1)}=\frac{10\angle 0^\circ}{12-\text{j}20}=0.4287\angle 59.04^\circ\text{A}$$

$$\dot{U}_{C(1)}=-(-\text{j}10)\dot{I}_{C(1)}=\text{j}10\times 2\times 0.4287\angle 59.04^\circ=8.57\angle 149^\circ\text{V}$$

电容两端的电压为

$$u_C=u_{C(0)}+u_{C(1)}=8+8.57\sin(200t+149^\circ)\text{V}$$

11-38 电路如题图 11-38 所示。已知 $\dot{I}_S = 1\angle 30°A$，$\dot{U}_S = 50\angle -60°V$，$Z_1$=20Ω，$Z_2$=15-j10Ω，$Z_3$=5+j7Ω，$Z_4$= −j20Ω。求 ab 端接上多大阻抗 Z 时，此阻抗中有最大电流？此最大电流为多大?



题图 11-38

解 求 a,b 以左电路的戴维南等效电路。

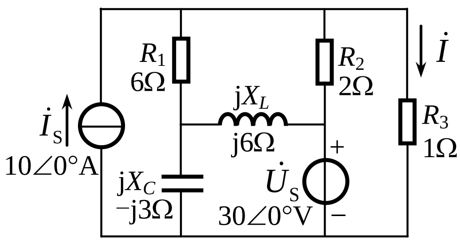
$$\dot{U}_{oc} = \frac{\dot{I}_S Z_1 - \dot{U}_S}{Z_1 + Z_3 // Z_4 + Z_2} \times Z_2 + \dot{U}_S = 32.85 - j23.41 = 40.32\angle -35.5°V$$

$$Z_{in} = Z_2 // (Z_1 + Z_3 // Z_4) = 12.33\angle -17°\Omega = 11.79 - j3.61\Omega$$

所以，当 Z=j3.61Ω时，电流 $\dot{I}$ 的值最大，且最大有效值 I_{max} 为

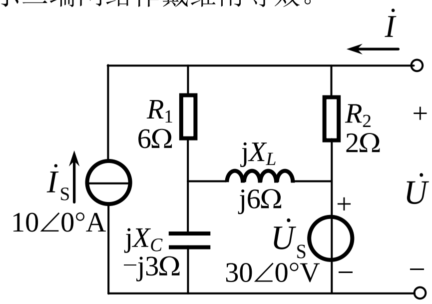
$$I_{max} = \frac{U_{oc}}{11.79} = 3.42\ A$$

11-39 电路如题图 11-39 所示。用戴维南定理求图中电流 $\dot{I}$ 。



题图 11-39

解 对题图 11-39(a)所示二端网络作戴维南等效。



题图 11-39(a)

对题图 11-39(a)所示电路求开路电压时可用叠加定理，得

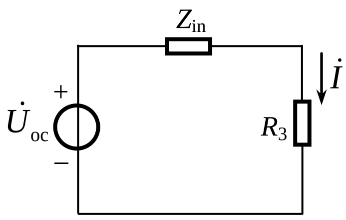
$$\dot U_{\mathrm{oc}}=\left[(6-\mathrm{j}3//\mathrm{j}6)//2\right]\dot I_{\mathrm S}+\left[\left(-\frac{\mathrm{j}6//(2+6)}{-\mathrm{j}3+\mathrm{j}6//(2+6)}\times\dot U_{\mathrm S}\times\frac{2}{2+6}\right)+\dot U_{\mathrm S}\right]$$
$$=1.697\angle-8.130^\circ\times10\angle0^\circ+(-0.4000\angle36.87^\circ+1)\times30\angle0^\circ$$
$$=38.42\angle-14.47^\circ\mathrm{V}$$

等效阻抗为

$$Z_{\mathrm{in}}=2//(6-\mathrm{j}3//\mathrm{j}6)=\frac{2(6-\mathrm{j}6)}{2+6-\mathrm{j}6}=1.68-\mathrm{j}0.24\Omega=1.697\angle-8.130^\circ\Omega$$

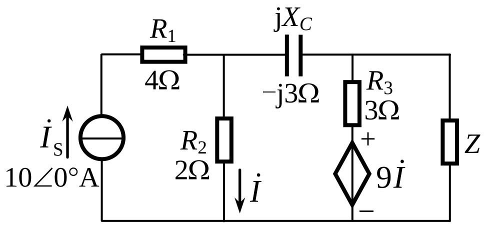
等效电路如题图 11-39(b)所示由此可求得

$$\dot I=\frac{\dot U_{\mathrm{oc}}}{Z_{\mathrm{in}}}=\frac{38.42\angle-14.47^\circ}{1.697\angle-8.130^\circ+1}=14.3\angle-9.35^\circ\mathrm{A}$$



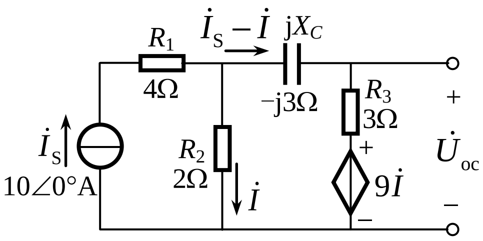
题图 11-39(b)

11-40 题图 11-40 所示电路中，阻抗 Z 为何值时其上获得最大功率，并求此最大功率值。

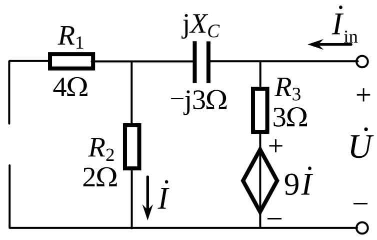


题图 11-40

解 应用戴维南定理。求开路电压 $\dot U_{\mathrm{oc}}$ 和等效阻抗的电路分别如题图 11-40(a)和题图 11-40(b)所示。



题图 11-40(a)



题图 11-40(b)

由题图 11-40(a)电路可列方程：

$$2\dot I=(3-\mathrm{j}3)(\dot I_{\mathrm S}-\dot I)+9\dot I$$

解得

$$\dot I=\frac{(3-\mathrm{j}3)\dot I_{\mathrm S}}{2-9+(3-\mathrm{j}3)}=8.485\angle98.13^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot{U}_{\text{oc}} = \text{j}3(\dot{I}_{\text{S}} - \dot{I}) + 2\dot{I} = 55.32\angle 65.66^\circ \text{V}$$

由题图 11-40(b)电路，用加压求流法可列方程如下：

$$\begin{cases} \dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{2-\text{j}3} \\ \dot{I}_{\text{in}} = \dot{I} + \dfrac{\dot{U} - 9\dot{I}}{3} = \dfrac{\dot{U}}{2-\text{j}3} + \dfrac{\dot{U}}{3} - \dfrac{9}{3}\times\dfrac{\dot{U}}{2-\text{j}3} = 0.4623\angle -86.82^\circ \dot{U} \end{cases}$$

所以等效阻抗为

$$Z_{\text{in}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_{\text{in}}} = \frac{1}{0.4623\angle -86.82^\circ} = 0.120 + \text{j}2.16\ \Omega = 2.16\angle 86.8^\circ \Omega$$

由最大功率传输定理可知，当 $Z = Z_{\text{in}}^* = 0.120 - \text{j}2.16\ \Omega$ 时，阻抗 Z 获得最大功率，且此最大功率值为

$$P_{\max} = \frac{U_{\text{oc}}^2}{4\times 0.120} = 6.38\ \text{kW}$$

11-41 一阻抗 Z 接到正弦电压 $\dot{U}$。求在下列三种情况下，电路的功率因数及功率。

（1）$\dot{U} = 220\angle 0^\circ \text{V}$，$\dot{I} = 5\angle -30^\circ \text{A}$；

（2）$U = 220\text{V}$，$Z = 100\angle 45^\circ \Omega$；

（3）$Z = 40 + \text{j}20\Omega$，$I$=5A。

解 （1）

$$\bar{S} = \dot{U}\dot{I}^* = 953 + \text{j}550\ \text{VA}$$

或 $P = 220\times 5\times \cos 30^\circ = 9$，$Q = 220\times 5\times \sin 30^\circ = 550\text{var}$

$\cos\varphi = \cos 30^\circ = 0.866$(滞后）

（2）

$P = 220\times 2.2\times \cos 45^\circ = 342\text{W}$，$Q = 220\times 2.2\times \sin 45^\circ = 342\text{var}$

$\cos\varphi = \cos 45^\circ = 0.707$(滞后）

或

$$\bar{S} = U^2 Y^* = 342 + \text{j}342\ \text{VA}$$

（3）

$Z = 40 + \text{j}20 = 44.72\angle 26.6^\circ \Omega$，$I = 5\text{A}$，$U = |Z| I = 223.6\text{V}$，$\varphi = 26.6^\circ$

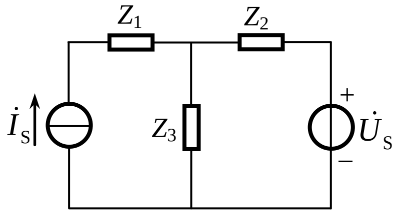
$$P = 223.6 \times 5 \times \cos 26.6° = 1000\text{W}，Q = 223.6 \times 5 \times \sin 26.6° = 500\text{var}$$

或

$$\bar{S} = I^2 Z = 1000 + \text{j}500\text{VA}$$

$$\cos\varphi = \cos 26.6° = 0.894(\text{滞后})$$

11-42 电路如题图 11-42 所示。其中 $\dot{U}_S = 100\angle 30°\text{V}$，$\dot{I}_S = 4\angle 0°\text{A}$，$Z_1$=$Z_3$=50∠30°Ω，$Z_2$=50∠−30°Ω。求电流源的功率(说明是发出还是吸收)。



题图 11-42

解法 1 节点法方程

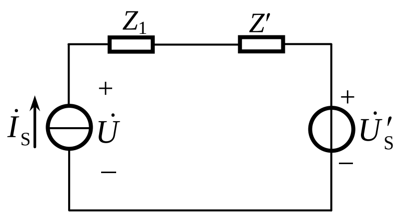
$$(\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3})\dot{U} = \dot{I}_S + \frac{\dot{U}_S}{Z_2}$$

代入参数，解得 $\dot{U} = 153\angle 19.1°\text{V}$。

$$\dot{U}_{I_S} = Z_1\dot{I}_S + \dot{U} = 351\angle 25.3°\text{V}$$

$$\bar{S}_{发} = \dot{U}_{I_S}\overset{*}{I}_S = 1269 + \text{j}600\text{VA}$$

解法 2 利用电源变换，原电路变换如题图 11-42(a)所示的等效电路。



题图 11-42(a)

$$Z' = Z_2 // Z_3 = \frac{50\angle 30° \times 50\angle -30°}{50\angle 30° + 50\angle -30°} = 28.87\Omega$$

$$\dot{U}_S' = \frac{\dot{U}_S}{Z_2} \times (Z_2 // Z_3) = \frac{100\angle 30°}{50\angle -30°} \times 28.87 = 57.74\angle 60°\text{V}$$

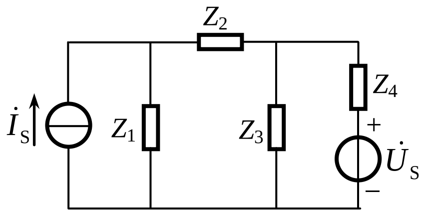
电流源两端的电压

$$\dot{U}=\dot{I}_S(Z_1+Z')+\dot{U}'_S=4\angle0°\times(50\angle30°+28.87)+57.74\angle60°$$
$$=317.545+\mathrm{j}150=351.2\angle25.29°\mathrm{V}$$

电流源发出的复功率为

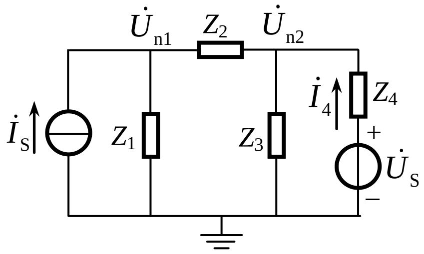
$$\bar{S}=\dot{U}\overset{*}{I}_S=351.2\angle25.29°\times4\angle0°=1270+\mathrm{j}600\ \mathrm{VA}$$

11-43 题图 11-43 所示电路，已知$\dot{U}_S=100\angle-120°\mathrm{V}$，$\dot{I}_S=1\angle30°\mathrm{A}$，$Z_1$=3Ω，$Z_2$=10+j5Ω，$Z_3$=−j10Ω，$Z_4$=20−j20Ω。求两电源各自发出的功率。



题图 11-43

解 用节点法求解，电压、电流参考方向如题图 11-43(a)所示。



题图 11-43(a)

列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{Z_1}+\dfrac{1}{Z_2}\right)\dot{U}_{n1}-\dfrac{1}{Z_2}\dot{U}_{n2}=\dot{I}_S\\-\dfrac{1}{Z_2}\dot{U}_{n1}+\left(\dfrac{1}{Z_2}+\dfrac{1}{Z_3}+\dfrac{1}{Z_4}\right)\dot{U}_{n2}=\dfrac{\dot{U}_S}{Z_4}\end{cases}$$

代入参数得

$$\begin{cases}0.4153\angle-5.528°\dot{U}_{n1}-0.08944\angle-26.57°\dot{U}_{n2}=1\angle30°\\-0.08944\angle-26.57°\dot{U}_{n1}+0.1351\angle38.99°\dot{U}_{n2}=3.536\angle-75°\end{cases}$$

解得

$$\dot{U}_{n1}=\frac{\begin{vmatrix}1\angle30° & -0.08944\angle-26.57°\\3.536\angle-75° & 0.1351\angle38.99°\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}0.4153\angle-5.528° & -0.08944\angle-26.57°\\-0.08944\angle-26.57° & 0.1351\angle38.99°\end{vmatrix}}=\frac{0.1843\angle-94.67°}{0.05620\angle41.63°}=3.279\angle-136.3°\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{n2}=\frac{\begin{vmatrix}0.4153\angle-5.528^\circ & 1\angle30^\circ\\ -0.08944\angle-26.57^\circ & 3.536\angle-75^\circ\end{vmatrix}}{0.05620\angle41.63^\circ}=\frac{1.481\angle-77.08^\circ}{0.05620\angle41.63^\circ}=26.35\angle-118.7^\circ\text{V}$$

$$\dot{I}_4=\frac{\dot{U}_S-\dot{U}_{n2}}{Z_2}=\frac{100\angle-120^\circ-26.35\angle-118.7^\circ}{20-\text{j}20}=2.604\angle-75.47^\circ\text{V}$$

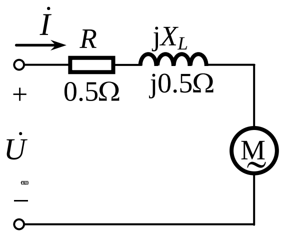
所以，电流源发出的复功率为

$$\bar{S}_{i_S}=\dot{U}_{n1}\overset{*}{I}_{S1}=3.279\angle-136.3^\circ\times1\angle-30^\circ=-3.19-\text{j}0.777\ \text{VA}$$

电压源发出的复功率为

$$\bar{S}_{u_S}=\dot{U}_S\overset{*}{I}_4=100\angle-120^\circ\times2.604\angle75.47^\circ=186-\text{j}183\ \text{VA}$$

11-44 一台额定功率为 20kW、cosφ=0.8(滞后)的电动机，经 R=0.5Ω，X_L=0.5Ω的导线接到正弦交流电源(如题图 11-44 所示)。若要保证电动机的额定工作电压 220V，则电源电压 U 应为多少？



题图 11-44

解 由电动机的额定参数可得

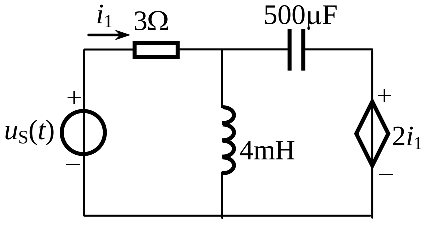
$$I=\frac{P}{U_M\cos\varphi}=\frac{20\times10^3}{220\times0.8}=113.6\ \text{A}，\quad \varphi=36.87^\circ$$

令$\dot{U}_M=220\angle0^\circ\text{V}$，则$\dot{I}=113.6\angle-36.87^\circ$，所以

$$\dot{U}=(0.5+\text{j}0.5)\dot{I}+\dot{U}_M=(0.5+\text{j}0.5)\times113.6\angle-36.87^\circ+220\angle0^\circ=300\angle2.17^\circ\text{V}$$

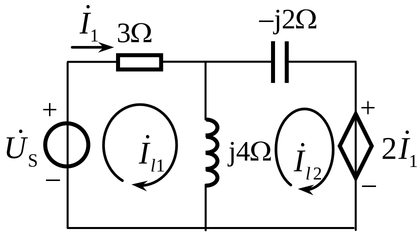
即电源电压应为$U=300\text{V}$。

11-45 题图 11-45 所示电路中，受控源是流控电压源，已知 $u_S(t)=7.07\sqrt{2}\sin(1000t+90^\circ)\text{V}$。求电压源 $u_S(t)$发出的功率。



题图 11-45

解　作出题图 11-45 的相量模型如题图 11-45(a)所示，并用回路电流法求解。



题图 11-45(a)

列写方程如下：

$$\begin{cases}(3+\mathrm{j}4)\dot{I}_{l1}-\mathrm{j}4\dot{I}_{l2}=7.07\angle 90^{\circ}\\-\mathrm{j}4\dot{I}_{l1}+(-\mathrm{j}2+\mathrm{j}4)\dot{I}_{l2}=-2\dot{I}_1\\\dot{I}_1=\dot{I}_{l1}\end{cases}$$

解上述方程，可得

$$\dot{I}_1=\dot{I}_{l1}=\frac{7.07\angle 90^{\circ}}{3+\mathrm{j}4-\mathrm{j}4\times\dfrac{2-\mathrm{j}4}{-\mathrm{j}2}}=0.8769\angle 119.7^{\circ}\mathrm{A}$$

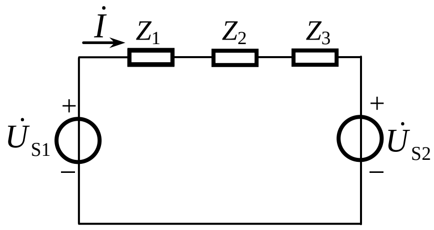
电压源发出的复功率为

$$\bar{S}=\dot{U}_S\overset{*}{I}_1=7.07\angle 90^{\circ}\times 0.8769\angle-119.7^{\circ}=5.39-\mathrm{j}3.07\ \mathrm{VA}$$

即发出的有功功率和无功功率分别为

$$P=5.39\ \mathrm{W},\quad Q=-3.07\ \mathrm{var}$$

11-46　电路如题图 11-46 所示。已知 $U_{S1}=U_{S2}=100\mathrm{V}$，$\dot{U}_{S1}$ 领先 $\dot{U}_{S2}$ 60°，$Z_1=1-\mathrm{j}1\Omega$，$Z_2=2+\mathrm{j}3\Omega$，$Z_3=3+\mathrm{j}6\Omega$。求电流 $\dot{I}$ 及两个电源各自发出的复功率 $\bar{S}_1$ 和 $\bar{S}_2$ 。



题图 11-46

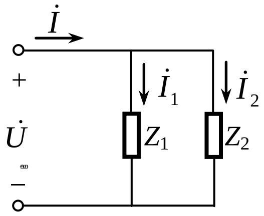
解　设 $\dot{U}_{S2}=100\angle 0^{\circ}\mathrm{V}$，$\dot{U}_{S1}=100\angle 60^{\circ}\mathrm{V}$。

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_{S1}-\dot{U}_{S2}}{Z_1+Z_2+Z_3}=\frac{100\angle 60^{\circ}-100\angle 0^{\circ}}{6+\mathrm{j}8}=10\angle 66.9^{\circ}\mathrm{A}$$

$$\bar{S}_{1发}=\dot{U}_{S1}\dot{I}^*=1000\angle-6.9^{\circ}=993-\mathrm{j}120\ \mathrm{VA}$$

$$\bar{S}_{2发}=\dot{U}_{S2}(-\dot{I}^*)=-1000\angle-66.9^{\circ}=-392+\mathrm{j}920\ \mathrm{VA}$$

11-47　电路如题图 11-47 所示，其中 Z_1=8+j10Ω，I_1=15A，Z_2吸收的有功功率 P_2=500W，功率因数 $\cos\varphi_2$=0.7(滞后)。求电流 $\dot{I}$ 及电路总功率因数。



题图 11-47

解　令 $\dot{I}_1=15\angle0°\text{A}$，则

$$\dot{U}=Z_1\dot{I}_1=(8+\text{j}10)\times15\angle0°=192.1\angle51.34°\text{V}$$

$$I_2=\frac{P}{U\cos\varphi_2}=\frac{500}{192.1\times0.7}=3.718\ \text{A}$$

$$\varphi_2=\cos^{-1}0.7=45.57°$$

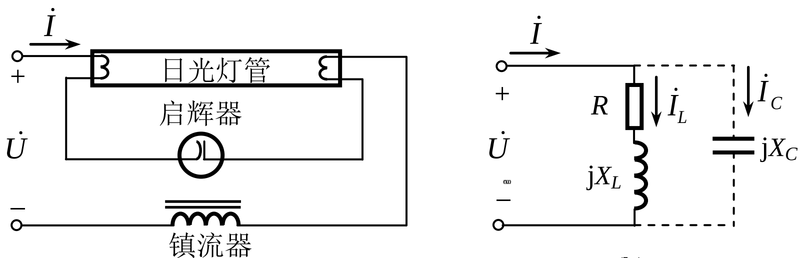
$$\dot{I}_2=3.718\angle(51.34°-45.57°)=3.718\angle5.77°\ \text{A}$$

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=15\angle0°+3.718\angle5.77°=18.7\angle1.15°\text{A}$$

电路总功率因数为

$$\cos\varphi=\cos(51.34°-1.15°)=0.640$$

11-48　题图 11-48(a)所示为一日光灯实用电路，图(b)为其等效电路。日光灯可看作一电阻，其规格为 110V、40W，镇流器是一电感，电源电压为 220V，频率为 50Hz。为保证灯管两端电压为 110V，则镇流器的电感应为多大？此时电路的功率因数是多少？电路中电流是多大？若将电路的功率因数提高到 1，需并联一个多大的电容？其无功量是多少？

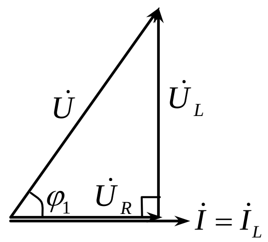


(a)　(b)

题图 11-48

解　$U_R=110\text{V}$，$P_R=40\text{W}$，$R=\dfrac{U_R^2}{P_R}=302.5\Omega$，$I_L=\dfrac{P_R}{U_R}=0.364\text{A}$

并 C 前，相量图如题图 11-48(c)所示。



题图 11-48(c)

$$U_L=\sqrt{U^2-U_R^2}=\sqrt{220^2-110^2}=190.5\text{V}$$

$$\omega L=\frac{U_L}{I_L}=523.4\Omega$$

$$L=\frac{523.4}{2\pi\times 50}=1.67\text{H}$$

此时的功率因数 $\cos\varphi_1=\dfrac{U_R}{U}=0.5\Rightarrow\varphi_1=60^\circ$

并 C 后，功率因数提高到 $\cos\varphi_2=1$，则功率因数角 $\varphi_2=0°$

$$C=\frac{P}{\omega U^2}(\tan\varphi_1-\tan\varphi_2)=4.56\mu\text{F}$$
$$Q_C=-\omega CU^2=-69.3\text{var}$$

11-49 电压为 220V 的工频电源供给一组动力负载，负载电流 I=318A，功率 P=42kW。现在要在此电源上再接一组功率为 20kW 的照明设备(白炽灯)，并希望照明设备接入后电路总电流不超过 325A，为此便需再并联电容。计算所需电容的无功量、电容值，并计算此时电路的总功率因数。

解法 1：令 $\dot{U}=220\angle 0^\circ\text{V}$。则对动力负载 Z，由已知有

$$P_Z=UI_1\cos\varphi_1，\quad \cos\varphi_1=\frac{P_Z}{UI_1}=\frac{42\times 10^3}{220\times 318}=0.600，\quad \varphi_1=53.1°$$

所以 $\dot{I}_1=318\angle-53.1°\text{A}$。

对照明负载 R，有

$$I_R=\frac{P_R}{U}=\frac{20\times 10^3}{220}=90.9\text{A}$$

则 $\dot{I}_R=90.9\angle 0°\text{A}$。

并电容 C 前：

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_R=318\angle-53.1°+90.9\angle0°$$
$$=190.9-\mathrm{j}254.3+90.9=281.8-\mathrm{j}254.3=379.6\angle-42.1°\mathrm{A}$$

并电容 C 后：

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_R+\dot{I}_C=281.8-\mathrm{j}254.3+\mathrm{j}I_C=281.8-\mathrm{j}(254.3I_C)$$

$$I=\sqrt{281.8^2+(254.3-I_C)^2}=325\mathrm{A}$$

$$254.3-I_C=\sqrt{325^2-281.8^2}=\sqrt{26213.76}=161.9$$

$$I_C=254.3-161.9=92.4\mathrm{A}$$

$$\frac{1}{\omega C}=\frac{U}{I_C}=\frac{220}{92.4}=2.38\Omega\text{，}\quad C=\frac{1}{2.38\times\omega}=\frac{1}{2.38\times314}=1.34\mathrm{mF}$$

$$Q_C=\frac{-1}{\omega C}I_C{}^2=-2.38\times92.4^2=-20.3\ \mathrm{kvar}$$

$$\dot{I}=281.8-\mathrm{j}161.9=325\angle-29.9°\mathrm{A},\quad \cos\varphi=\cos29.9^\circ=0.867(\text{感性）}$$

解法 2

（1）当仅有动力负载（感性）时

$$P_Z=42\mathrm{kW},\ \ I_1=318\mathrm{A}$$

此时

$$\cos\varphi_1=\frac{P_Z}{UI_1}=\frac{42\times10^3}{220\times318}=0.600,\quad \varphi_1=53.1°\text{，}\quad Q=P\tan\varphi_1=55.9\ \mathrm{kvar}$$

（2）当同时接有动力负载和电阻负载，未补偿时

$$P=P_Z+P_R=42+20=62\mathrm{kW},\ \ Q=55.9\ \mathrm{kvar}$$

$$S=\sqrt{(P)^2+(Q)^2}=\sqrt{62^2+55.9^2}=83.5\ \mathrm{kVA}$$

$$\cos\varphi=\frac{P}{S}=0.743\text{，}\quad \varphi=42.1°$$

（3）当同时接有动力负载和电阻负载，补偿后

$$P'=P=62\mathrm{kW},\ \ I'=325\mathrm{A}\text{，}\quad S'=UI'=220\times325=71.5\ \mathrm{kVA}$$

$$Q'=\sqrt{(S')^2-(P')^2}=\sqrt{71.5^2-62^2}=35.6\ \mathrm{kvar}$$

补偿电容的最小容量为

$$|Q_C|=55.9-35.6=20.3\ \mathrm{kvar}$$

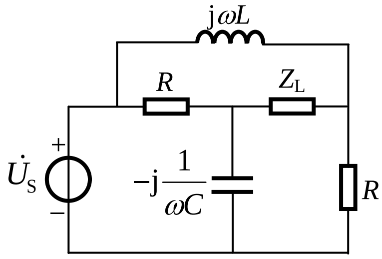
补偿电容值为

$$C=\frac{|Q_C|}{\omega U^2}=\frac{20.3\times 10^3}{314\times 220^2}=1.34\ \text{mF}$$

补偿后的功率因数为

$$\cos\varphi'=\frac{P'}{S'}=\frac{62}{71.5}=0.867\ \text{（感性）}$$

11-50 电路如题图 11-50 所示。其中电源为正弦交流电源，L=1mH，R=1kΩ，Z_L=3+j5Ω。当 Z_L 中电流为零时，电容 C 应是多大？电源角频率为ω。



题图 11-50

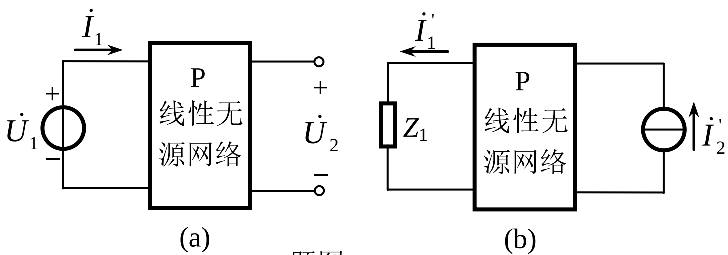
解 题图 11-50 可看作交流电桥电路。当 Z_L 中电流为零时，电桥平衡，则有

$$R\times R=\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\times \mathrm{j}\omega L$$

解得

$$C=\frac{L}{R^2}=\frac{10^{-3}}{10^6}=1\ \text{nF}$$

11-51 题图 11-51(a)所示电路中，$\dot{U}_1=220\angle 0°\text{V}$，$\dot{I}_1=5\angle -30°\text{A}$，$\dot{U}_2=110\angle -45°\text{V}$。图(b)中，$\dot{I}_2'=10\angle 0°\text{A}$，阻抗 Z_1=40+j30Ω，则 Z_1 中电流 $\dot{I}_1'$ 为多大？



题图 11-51

解 由已知条件，对题图 11-51(a)有

$$\dot{U}_1=220\angle 0°\text{V},\quad \dot{I}_1=5\angle -30°\text{A},\quad \dot{U}_2=110\angle -45°\text{V},\quad \dot{I}_2=0$$

对题图 11-51(a)有

$$\dot{I}_2'=10\angle 0°\text{A},\quad \dot{U}_2'\text{未知},\quad \dot{I}_1'\text{未知},\quad \dot{U}_1'=Z_1\dot{I}_1'\text{未知}$$

应用特勒根定理，有

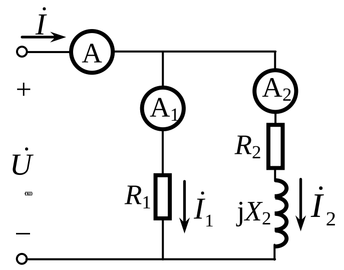
$$\dot{U}_1\dot{I}_1^{'}-\dot{U}_2\dot{I}_2^{'}=\dot{U}_1^{'}(-\dot{I}_1)+\dot{U}_2^{'}\dot{I}_2$$

代入已知条件，解得

$$\dot{I}_1^{'}=\frac{\dot{U}_2\dot{I}_2^{'}}{\dot{U}_1+Z_1\dot{I}_1}=\frac{110\angle-45^\circ\times10\angle0^\circ}{\dot{U}_1=220\angle0^\circ+(40+\mathrm{j}30)\times5\angle-30^\circ}=2.344\angle-48.65^\circ\mathrm{A}$$

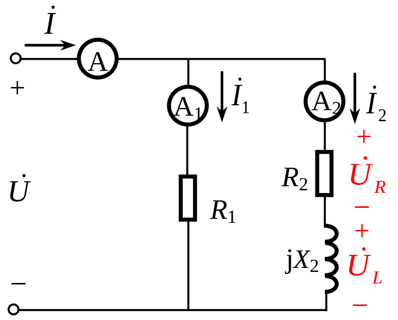
说明：本题也可用戴维南定理+互易定理求解。

11-52　电路如题图 11-52 所示。已知电流表 A_1、A_2 和 A_3 的读数分别为 3A、4.5A 和 6A，且 R_1=20Ω。求电阻 R_2 和感抗 X_2。

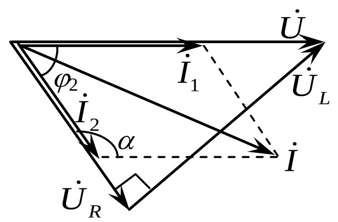


题图 11-52

解　参考方向如题图 11-52(a)所示。令$\dot{U}=U\angle0^\circ$，作相量图如题图 11-52(b)所示。



题图 11-52(a)



题图 11-52(b)

由相量图和余弦定理可得

$$\cos\alpha=-\frac{I^2-I_1^2-I_2^2}{2I_1I_2}=\frac{36-9-20.25}{27}=-0.25$$

由此得$\alpha=104.5^\circ$。所以

$$\varphi_2=180^\circ-\alpha=75.5^\circ$$

由已知条件，有

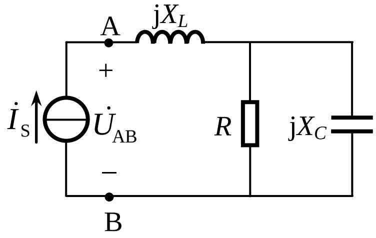
$$U=20\times3=60\mathrm{V}$$

所以

$$U_R=U\cos\varphi_2=15.02\mathrm{V}，\quad U_L=U\sin\varphi_2=58.09\mathrm{V}$$

$$R_2=\frac{U_R}{I_2}=\frac{15.02}{4.5}=3.34\Omega，\quad X_2=\frac{U_L}{I_2}=\frac{58.09}{4.5}=12.9\Omega$$

11-53　题图 11-53 所示电路中，已知 I_S=1A，当 X_L=2Ω时，测得电压 U_{AB}=2V；当 X_L=4Ω时，测得电压仍为 U_{AB}=2V。试确定电阻 R 及容抗 X_C 的值。



题图 11-53

解　从 A、B 两端看如的入端阻抗为

$$Z_{AB}=\mathrm{j}X_L+\frac{R\times(\mathrm{j}X_C)}{R+\mathrm{j}X_C}=\frac{RX_C^2}{R^2+X_C^2}+\mathrm{j}\left(X_L+\frac{R^2X_C}{R^2+X_C^2}\right)$$

电压、电流有效值关系为

$$U_{AB}^2=I_S^2\left|Z_{AB}\right|^2=I_S^2\left[\left(\frac{RX_C^2}{R^2+X_C^2}\right)^2+\left(X_L+\frac{R^2X_C}{R^2+X_C^2}\right)^2\right]$$

代入已知条件，有

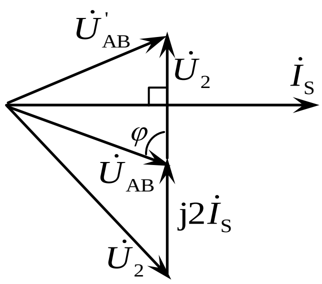
$$\begin{cases}2^2=1^2\left[\left(\dfrac{RX_C^2}{R^2+X_C^2}\right)^2+\left(2+\dfrac{R^2X_C}{R^2+X_C^2}\right)^2\right]\\[2ex] 2^2=1^2\left[\left(\dfrac{RX_C^2}{R^2+X_C^2}\right)^2+\left(4+\dfrac{R^2X_C}{R^2+X_C^2}\right)^2\right]\end{cases}$$

由上式可得

$$\left(2+\frac{R^2X_C}{R^2+X_C^2}\right)^2=\left(4+\frac{R^2X_C}{R^2+X_C^2}\right)^2$$

$$-2-\frac{R^2X_C}{R^2+X_C^2}=4+\frac{R^2X_C}{R^2+X_C^2}\qquad（1）$$

可作相量图如题图 11-53(a)所示，其中 $\dot{U}_{AB}$ 为 X_L=2Ω时电流源两端电压，$\dot{U}'_{AB}$ 为 X_L=4Ω时电流源两端电压。



题图 11-53(a)

由已知条件可知 $U_{AB}=U'_{AB}=2I_S=2\text{V}$，可见 $\dot{U}_{AB}$、$\dot{U}'_{AB}$ 和 $\mathrm{j}2\dot{I}_S$ 组成等边三角形，所以

$\varphi = 60°$。由余弦定理

$$U_2^2 = U_{AB}^2 + 2I_S^2 - 2U_{AB} \times 2I_S \cos 120° = 12$$

解得$U_2 = 2\sqrt{3}$ V。由此可得

$$U_2^2 = \frac{R^2 X_C^2}{R^2 + X_C^2} I_S$$

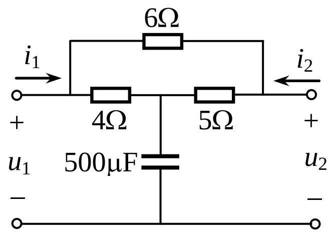
即

$$12 = \frac{R^2 X_C^2}{R^2 + X_C^2} \tag{2}$$

联立求解式（1）和式（2）可得

$$X_C = -4\Omega，\quad R = 4\sqrt{3}\ \Omega = 6.93\ \Omega$$

11-54　求题图 11-54 所示网络的 H 参数。已知网络激励的角频率为 ω=1000rad·s^{-1}。



题图 11-54

解　题图 11-54 所对应的相量模型中，容抗为

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times 500 \times 10^{-6}} = -2\Omega$$

该二端口 H 参数方程为

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$$

所以

$$\begin{aligned} H_{11} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} &= 6//\left[4+5//(-\mathrm{j}2)\right] = 6//5.00\angle -20.2° \\ &= 2.72 - \mathrm{j}0.530\ \Omega = 2.77\angle -11.0°\Omega \end{aligned}$$

$$H_{21}=\left.\frac{\dot I_2}{\dot I_1}\right|_{\dot U_2=0}=\frac{1}{\dot I_1}\left(-\frac{5.00\angle-20.2^\circ}{6+5.00\angle-20.2^\circ}\dot I_1-\frac{6}{6+5.00\angle-20.2^\circ}\times\frac{-\mathrm{j}2}{5-\mathrm{j}2}\dot I_1\right)$$

$$=\frac{1}{6+5.00\angle-20.2^\circ}\left(-5.00\angle-20.2^\circ+\frac{\mathrm{j}12}{5-\mathrm{j}2}\right)$$

$$=\frac{6.70\angle145^\circ}{6+5.00\angle-20.2^\circ}$$

$$=-0.559+\mathrm{j}0.265=0.619\angle155^\circ$$

$$H_{12}=\left.\frac{\dot U_1}{\dot U_2}\right|_{\dot I_1=0}=\frac{\dfrac{\dot U_2}{\frac{10}{3}-\mathrm{j}2}\times(-\mathrm{j}2)+\dfrac{\dot U_2}{\frac{10}{3}-\mathrm{j}2}\times\dfrac{5}{15}\times4}{\dot U_2}$$

$$=\frac{1}{\frac{10}{3}-\mathrm{j}2}\left(-\mathrm{j}2+\frac{4}{3}\right)=0.559-\mathrm{j}0.265=0.619\angle-25.4^\circ$$

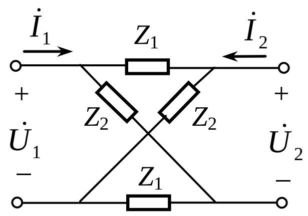
$$H_{22}=\left.\frac{\dot I_2}{\dot U_2}\right|_{\dot I_1=0}=\frac{\dfrac{\dot U_2}{\frac{10}{3}-\mathrm{j}2}}{\dot U_2}=\frac{1}{\frac{10}{3}-\mathrm{j}2}=0.211+\mathrm{j}0.132\ \mathrm{S}=0.257\angle31.0^\circ\mathrm{S}$$

检验：该二端口是互易的，所以 $H_{12}=-H_{21}$。

11-55　题图 11-55 所示二端口网络中，$Z_1=\mathrm{j}10\Omega$，$Z_2=10-\mathrm{j}10\Omega$。

（1）求此二端口网络的 Z 参数；

（2）在输入端接上电源 U_S=100mV，求输出端开路时的 $\dot I_1$ 和 $\dot U_2$。



题图 11-55

解　（1）此二端口网络为互易、对称二端口，其 Z 参数为

$$Z_{11}=Z_{22}=\left.\frac{\dot U_1}{\dot I_1}\right|_{\dot I_2=0}=\frac{(Z_1+Z_2)(Z_1+Z_2)}{2Z_1+2Z_2}=5\Omega$$

$$Z_{21}=Z_{12}=\left.\frac{\dot U_2}{\dot I_1}\right|_{\dot I_2=0}=\left(\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}-\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\right)\frac{\dot U_1}{\dot I_1}=\frac{10-\mathrm{j}20}{10}\times5=5-\mathrm{j}10\Omega$$

写成参数矩阵形式为

$$\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}5 & 5-\mathrm{j}10\\ 5-\mathrm{j}10 & 5\end{bmatrix}\Omega$$

（2）当$U_1=U_S=100\ \mathrm{mV}$、输出端开路（$\dot{I}_2=0$）时，令$\dot{U}_1=\dot{U}_S=0.1\angle 0°\mathrm{V}$，则方程为

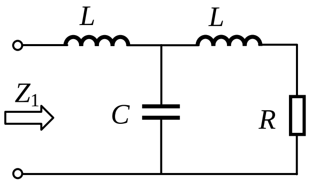
$$\begin{cases}\dot{U}_1=5\dot{I}_1+(5-\mathrm{j}10)\dot{I}_2=5\dot{I}_1\\ \dot{U}_2=(5-\mathrm{j}10)\dot{I}_1+5\dot{I}_2=(5-\mathrm{j}10)\dot{I}_1\end{cases}$$

解得$\dot{I}_1=20\angle 0°\mathrm{mA}$，$\dot{U}_2=224\angle -63.4°\mathrm{mV}$。

11-56 题图 11-56 所示滤波器，负载电阻 R=1kΩ，网络的 L=0.4H，C=0.1μF。

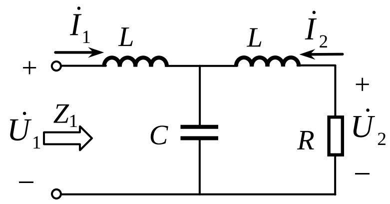
（1）求滤波器的 T 参数；

（2）输入频率 f 为何值时，入端阻抗 $Z_1=\dot{U}/\dot{I}$ 的大小为一实数，并确定在所求频率下 Z_1 的值。



题图 11-56

解 （1）参考方向如题图 11-56(a)所示。



题图 11-56(a)

滤波器的 T 参数可用三个二端口级联的方式得到：

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{T}_2\boldsymbol{T}_3=\begin{bmatrix}1 & \mathrm{j}\omega L\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ \mathrm{j}\omega C & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \mathrm{j}\omega L\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-\omega^2LC & \mathrm{j}\omega L(2-\omega^2LC)\\ \mathrm{j}\omega C & 1-\omega^2LC\end{bmatrix}$$

（2）由 T 参数可得方程为

$$\begin{cases}\dot{U}_1=(1-\omega^2LC)\dot{U}_2-\mathrm{j}\omega L(2-\omega^2LC)\dot{I}_2\\ \dot{I}_1=\mathrm{j}\omega C\dot{U}_2-(1-\omega^2LC)\dot{I}_2\\ \dot{U}_2=-R\dot{I}_2\end{cases}$$

由上述方程可得

$$Z_1=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=\frac{(1-\omega^2LC)R+\mathrm{j}\omega L(2-\omega^2LC)}{\mathrm{j}\omega RC+(1-\omega^2LC)}=\frac{R\left[(1-\omega^2LC)+\mathrm{j}\dfrac{\omega L}{R}(2-\omega^2LC)\right]}{(1-\omega^2LC)+\mathrm{j}\omega RC}$$

若要入端阻抗 Z_1 为实数，应有

$$1-\omega^2 LC=0$$

或

$$\frac{\omega L}{R}(2-\omega^2 LC)=\omega RC$$

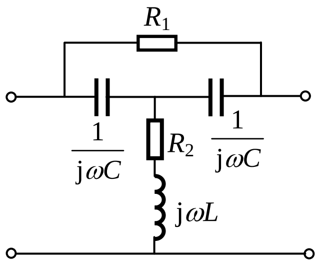
解得

$$\omega_1=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{0.4\times 0.1\times 10^{-6}}}=5000\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}，\quad f_1=796\mathrm{Hz}$$

$$\omega_2=\sqrt{\frac{2L-R^2C}{L^2C}}=\sqrt{\frac{2\times 0.4-10^6\times 0.1\times 10^{-6}}{0.4^2\times 0.1\times 10^{-6}}}=6614\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}，\quad f_2=1053\mathrm{Hz}$$

对应 $f_1=796\mathrm{Hz}$，入端阻抗为 $Z_1=4\mathrm{k}\Omega$；对应 $f_2=1053\mathrm{Hz}$，入端阻抗为 $Z_1=1\mathrm{k}\Omega$。

11-57 将题图 11-57 所示二端口网络绘成由两个二端口网络连接而成的复合二端口网络，据此求出原二端口网络的 Z 参数。

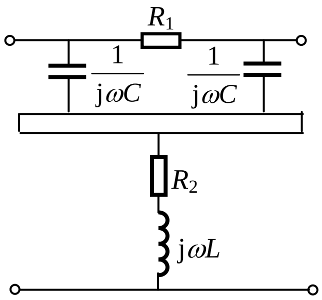


题图 11-57

解　原电路该画为如图所示。由此可得

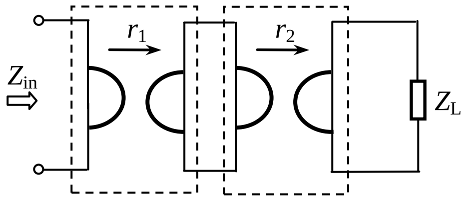
$$\boldsymbol{Z}_1=\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{j}\omega R_1C+1}{\mathrm{j}\omega C(\mathrm{j}\omega R_1C+2)} & \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C(\mathrm{j}\omega R_1C+2)}\\ \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C(\mathrm{j}\omega R_1C+2)} & \dfrac{\mathrm{j}\omega R_1C+1}{\mathrm{j}\omega C(\mathrm{j}\omega R_1C+2)}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{Z}_2=\begin{bmatrix}R_2+\mathrm{j}\omega L & R_2+\mathrm{j}\omega L\\ R_2+\mathrm{j}\omega L & R_2+\mathrm{j}\omega L\end{bmatrix}$$



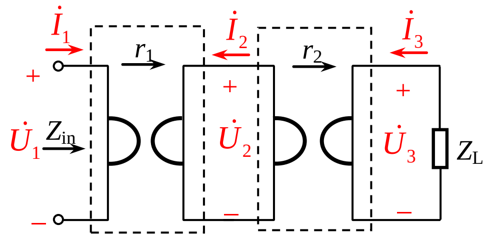
$$\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2=\begin{bmatrix}R_2+\mathrm{j}\omega L+\dfrac{\mathrm{j}\omega R_1C+1}{\mathrm{j}\omega C(\mathrm{j}\omega R_1C+2)} & R_2+\mathrm{j}\omega L+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C(\mathrm{j}\omega R_1C+2)}\\ R_2+\mathrm{j}\omega L+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C(\mathrm{j}\omega R_1C+2)} & R_2+\mathrm{j}\omega L+\dfrac{\mathrm{j}\omega R_1C+1}{\mathrm{j}\omega C(\mathrm{j}\omega R_1C+2)}\end{bmatrix}$$

11-58 题图 11-58 示电路中，两个回转器级联，其回转电阻分别为$r_1 = 2\Omega$，$r_2 = 1\Omega$，负载电抗$Z_L = j20\Omega$。求入端阻抗 Z_{in}。



题图 11-58

解 参考方向如题图 11-58(a)所示。



题图 11-58(a)

回转器 1、2 的 Z 参数方程分别为

$$\begin{bmatrix}\dot U_1\\ \dot U_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -r_1\\ r_1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot I_1\\ \dot I_2\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}\dot U_2\\ \dot U_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -r_2\\ r_2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-\dot I_2\\ \dot I_3\end{bmatrix}$$

转换为传输参数方程分别为

$$\begin{bmatrix}\dot U_1\\ \dot I_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & r_1\\ \dfrac{1}{r_1} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot U_2\\ -\dot I_2\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}\dot U_2\\ -\dot I_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & r_2\\ \dfrac{1}{r_2} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot U_3\\ -\dot I_3\end{bmatrix}$$

级联后的传输参数矩阵为

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}0 & 2\\ 0.5 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 0.5\end{bmatrix}$$

列方程有

$$\begin{cases}\dot U_1 = 2\dot U_3\\ \dot I_1 = -0.5\dot I_3\\ \dot U_3 = \mathrm{j}20(-\dot I_3)\end{cases}$$

求得

$$Z_{in}=\frac{\dot U_1}{\dot I_1}=\frac{2\dot U_3}{-0.5\dot I_3}=\frac{2\times \mathrm{j}20(-\dot I_3)}{-0.5\dot I_3}=\mathrm{j}80\Omega$$