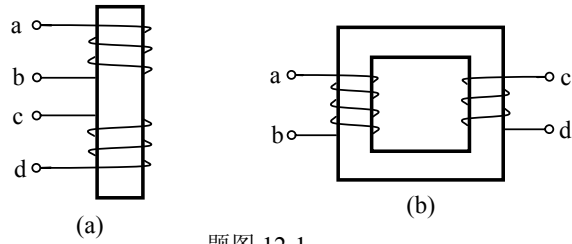


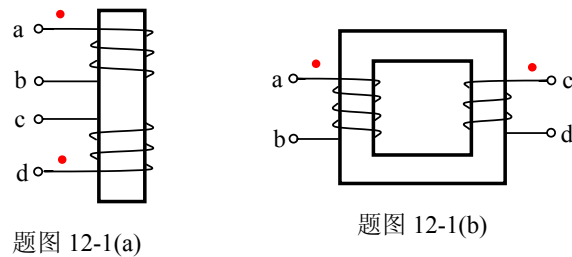
第 12 章 有互感的电路

12-1 标出题图 12-1 中互感线圈的同名端。



题图 12-1

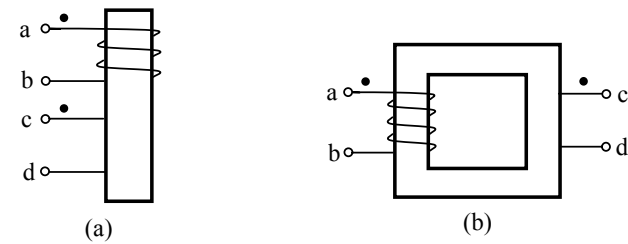
解 根据同名端定义，题图 12-1(a)和题图 12-1(b)所示互感线圈的同名端分别如题图 12-1(c)和题图 12-1(d)所示。



题图 12-1(a)

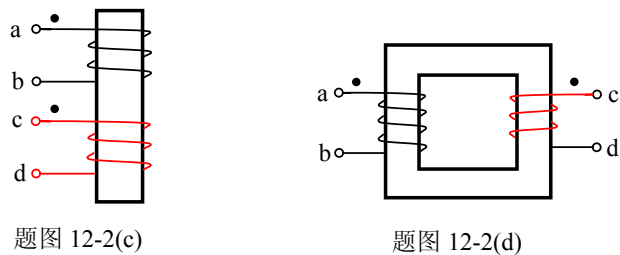
题图 12-1(b)

12-2 题图 12-2 中，互感线圈的同名端已标出，试确定线圈的绕向。



题图 12-2

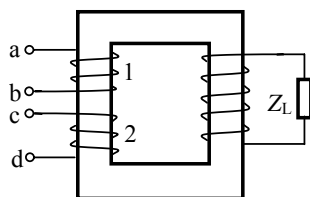
解 根据同名端定义，题图 12-2(a)和题图 12-2(b)所示互感线圈的绕向分别如题图 12-2(c)和题图 12-2(d)所示。



题图 12-2(c)

题图 12-2(d)

12-3 电路如题图 12-3 所示。线圈 1、2 的额定电压均为 110V。在外加正弦电压分别为 110V 和 220V 两种情况下，线圈 1、2 的四个端子应如何联接？



题图 12-3

解 当外加正弦电压为 110V 时，线圈 1、2 应并联，即将端子 a、d 和端子 b、c 分别接在一起，再分别接电源；当外加正弦电压为 220V 时，线圈 1、2 应串联，即将端子 b、d 连接，端子 a、c 接电源。

删除的内容: 串

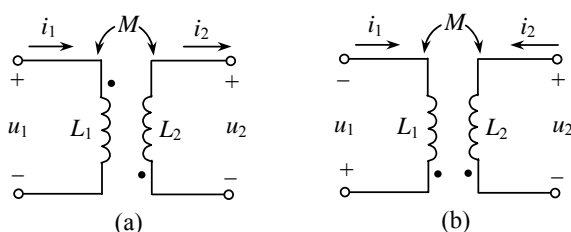
删除的内容: 即将端子 b、d 连接，端子 a、c 接电源；

删除的内容: 1

删除的内容: 并

删除的内容: 即将端子 a、d 和端子 b、c 分别接在一起，再分别接电源。

12-4 互感线圈如题图 12-4 所示。按图中标明的参考方向写出电压、电流的关系式。



题图 12-4

解 电压、电流关系分别为

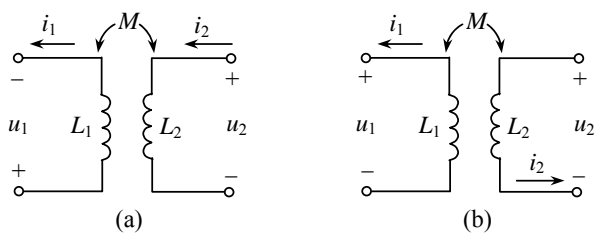
$$(a) \begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} u_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

12-5 电路如题图 12-5 所示，按给定的电压、电流的参考方向及关系式，标出互感线圈的同名端：

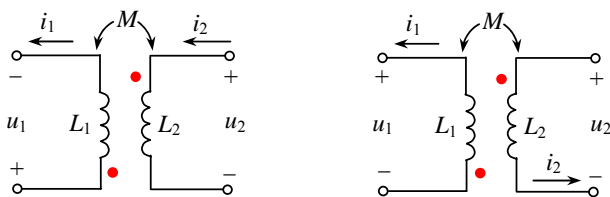
(1) 图(a)中， $u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$ ， $u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$ ；(2) 图(b)中，

$u_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$ ， $u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$ 。



题图 12-5

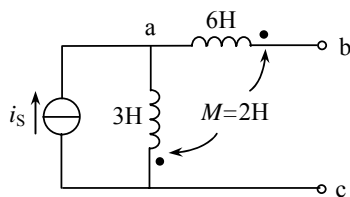
解 根据题中给出的电压、电流的参考方向及关系式，题图 12-5(a)和题图 12-5(b)所示互感线圈的同名端分别如，题图 12-5(c)和，题图 12-5(d)所示。



题图 12-5(c)

题图 12-5(d)

12-6 求题图 12-6 所示电路中的电压 u_{ab} ， u_{ac} 和 u_{bc} 。其中 $i_S = 2e^{-4t}A$ 。



题图 12-6

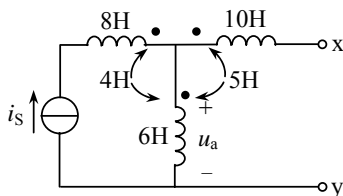
解 各电压分别为

$$u_{ab} = 2 \frac{di_S}{dt} = 2 \frac{d}{dt}(2e^{-4t}) = -16e^{-4t}V$$

$$u_{ac} = 3 \frac{di_S}{dt} = -24e^{-4t}V$$

$$u_{bc} = -u_{ab} + u_{ac} = 16e^{-4t} - 24e^{-4t} = -8e^{-4t}V$$

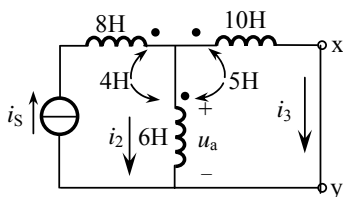
12-7 电路如题图 12-7 所示，电路中 $i_S = 2\sin 100tA$ 。求电压 u_a 。假定 xy 端：(a) 开路；(b) 短路。



题图 12-7

解法 1 时域直接求解。

当 xy 端短路时，如题图 12-7(a)所示。



题图 12-7(a)

$$(a) \quad u_a = 6 \frac{di_s}{dt} - 4 \frac{di_s}{dt} = 2 \frac{di_s}{dt} = 400 \cos 100t \text{ V}$$

(b)

$$\begin{cases} i_s = i_1 + i_2 \\ 6 \frac{di_2}{dt} - 4 \frac{di_s}{dt} + 5 \frac{di_3}{dt} = 5 \frac{di_2}{dt} + 10 \frac{di_3}{dt} \end{cases}$$

整理得

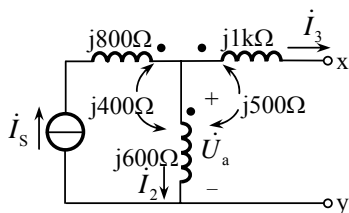
$$\begin{cases} \frac{di_2}{dt} = 1.5 \frac{di_s}{dt} \\ \frac{di_3}{dt} = -0.5 \frac{di_s}{dt} \end{cases}$$

所以

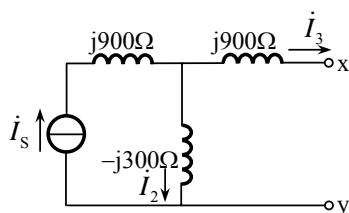
$$u_a = 6 \frac{di_2}{dt} - 4 \frac{di_s}{dt} + 5 \frac{di_3}{dt} = 5 \frac{di_2}{dt} + 10 \frac{di_3}{dt} = 2.5 \frac{di_s}{dt} = 500 \cos 100t \text{ V}$$

解法 2 用相量模型求解。相量模型如题图 12-7(b)所示，其去耦等效电路如题图 12-7(c)

所示。



题图 12-7(b)



题图 12-7(c)

(a) 当端口 xy 开路时，有

$$i_2 = i_s, \quad i_3 = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= j600 \dot{i}_2 - j400 \dot{i}_s + j500 \dot{i}_3 = j200 \dot{i}_s \\ &= j200 \times \sqrt{2} \angle 0^\circ = 200\sqrt{2} \angle 90^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

所以

$$u_a = 400 \sin 100(t + 90^\circ) \text{ V}$$

(b) 当端口 xy 短路时, 由去耦等效后的相量模型可得

$$\dot{I}_2 = \frac{j900}{j900 - j300} \dot{I}_s = 1.5 \dot{I}_s, \quad \dot{I}_3 = \frac{-j300}{j900 - j300} \dot{I}_s = -0.5 \dot{I}_s$$

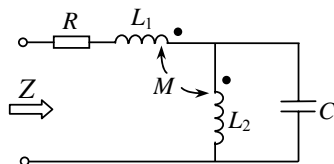
求 \dot{U}_a 应回到去耦等效前的相量模型, 有

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= j600 \dot{I}_2 - j400 \dot{I}_s + j500 \dot{I}_3 = j250 \dot{I}_s \\ &= j250 \times \sqrt{2} \angle 0^\circ = 250\sqrt{2} \angle 90^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

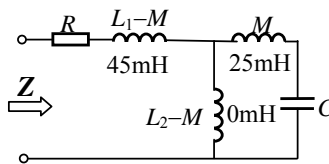
所以

$$u_a = 500 \sin 100(t + 90^\circ) \text{ V}$$

12-8 题图 12-8 所示电路中, $R=50\Omega$, $L_1=70\text{mH}$, $L_2=25\text{mH}$, $M=25\text{mH}$, $C=1\mu\text{F}$, $\omega=10^4\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 。求此电路的入端阻抗 Z 。



题图 12-8

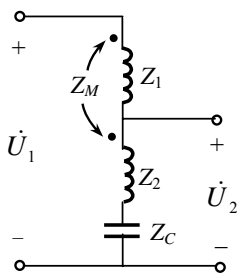


题图 12-8(a)

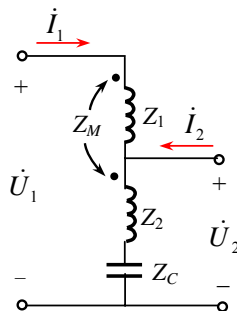
解 作去耦等效电路如题图 12-8(a)所示。由等效电路可得

$$Z = R + j\omega(L_1 - M) = 50 + j450\Omega$$

12-9 题图 12-9 所示电路为一用于电信技术中的带有电容的自耦变压器, 它接在架空线与电缆联接处。试决定此二端口网络的传输参数 \mathbf{T} 。已知 $Z_1=Z_2=10+j100\Omega$, $Z_C=-j180\Omega$, $Z_M=j90\Omega$ 。



题图 12-9



题图 12-9(a)

解 参考方向如题图 12-9(a)所示, 列写端口电压、电流关系方程有

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_1 \dot{I}_1 + Z_M (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + Z_2 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + Z_M \dot{I}_1 + Z_C (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \\ \dot{U}_2 = Z_2 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + Z_M \dot{I}_1 + Z_C (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \end{cases}$$

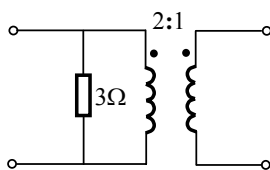
代入参数，整理得

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = 14.2 \angle 39.3^\circ \dot{U}_2 - 1145.4 \angle -44.3^\circ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = 0.0707 \angle -45^\circ \dot{U}_2 - 5.70 \angle -127.9^\circ \dot{I}_2 \end{cases}$$

所以 T 参数矩阵为

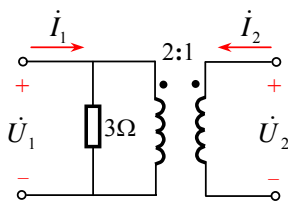
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 14.2 \angle 39.3^\circ & 1145.4 \angle -44.3^\circ \Omega \\ 0.0707 \angle -45^\circ \text{S} & 5.70 \angle -127.9^\circ \end{bmatrix}$$

12-10 求题图 12-10 所示电路的 H 参数。



题图12-10

解 参考方向如题图 12-10(a)所示。



题图12-10(a)

列写端口电压、电流关系方程如下：

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = 2\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{3} - \frac{1}{2}\dot{I}_2 \end{cases}$$

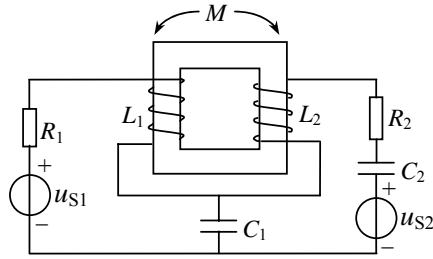
整理得

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = 2\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = -2\dot{I}_1 + \frac{4}{3}\dot{U}_2 \end{cases}$$

所以 H 参数为

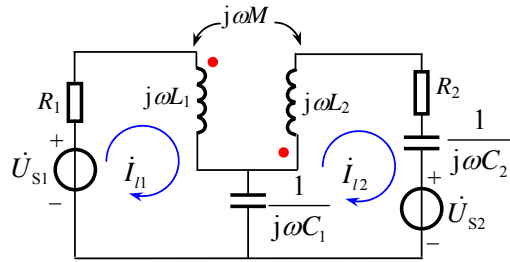
$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

12-11 题图 12-11 所示电路中含有一互感线圈，线圈的绕向已知，电源为正弦交流电压源，角频率为 ω 。用回路电流法列写相量形式的方程式，画出该电路的去耦等效电路。



题图 12-11

解 题图 12-11 所示电路中互感线圈用元件符号表示，并变为相量模型如题图 12-11(a)所示。

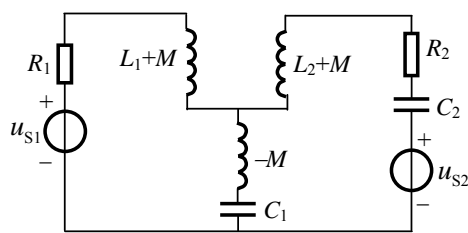


题图 12-11(a)

回路电流参考方向如题图 12-11(a)中所示，则相量形式的回路电流法方程式为

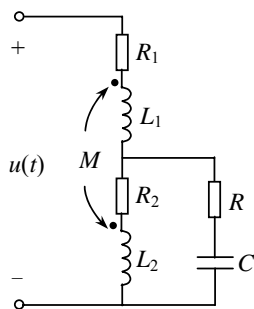
$$\begin{cases} \left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) \dot{I}_{11} + j\omega M \dot{I}_{11} - \frac{1}{j\omega C_1} \dot{I}_{12} = \dot{U}_{S1} \\ \left(R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} \right) \dot{I}_{12} + j\omega M \dot{I}_{12} - \frac{1}{j\omega C_1} \dot{I}_{11} = -\dot{U}_{S2} \end{cases}$$

题图 12-11 所示电路的去耦等效电路如题图 12-11(b)所示。



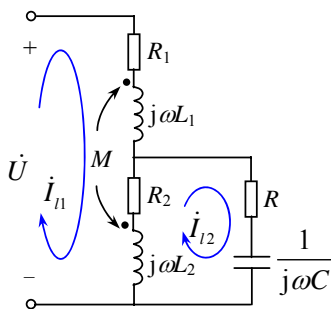
题图 12-11(b)

12-12 题图 12-12 所示电路为一自耦变压器等效电路， R 、 C 为负载。用回路电流法列写电路的相量方程式。



题图 12-12

解 题图 12-12 所示电路的相量模型及回路电流参考方向如题图 12-12(a)所示。

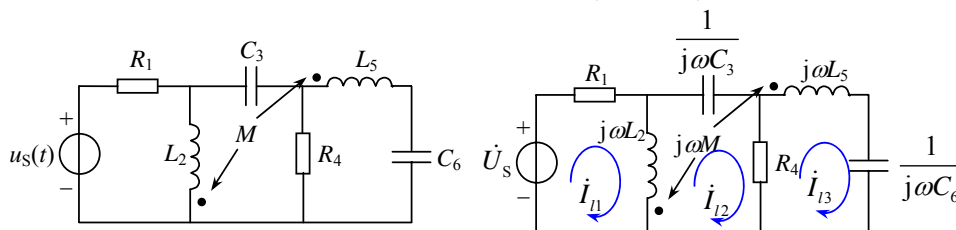


题图 12-12(a)

回路电流方程列写如下：

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + j\omega L_1 + j\omega L_2) \dot{I}_{11} + j\omega M (\dot{I}_{11} - \dot{I}_{12}) + j\omega M \dot{I}_{11} - (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_{12} = \dot{U} \\ \left(R_2 + j\omega L_2 + R + \frac{1}{j\omega C} \right) \dot{I}_{12} - j\omega M \dot{I}_{11} = 0 \end{cases}$$

12-13 列出题图 12-13 所示电路的回路电流方程式(相量形式)。



题图 12-13

题图 12-13(a)

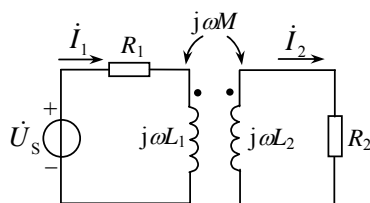
解 原电路所对应的相量模型及回路电流参考方向如题图 12-13(a)所示。回路电流方程为

$$\begin{cases} R_1 \dot{I}_{l1} + [j\omega L_2(\dot{I}_{l1} - \dot{I}_{l2}) - j\omega M \dot{I}_{l3}] = \dot{U}_s \\ [j\omega L_2(\dot{I}_{l2} - \dot{I}_{l1}) + j\omega M \dot{I}_{l3}] + \frac{1}{j\omega C_3} \dot{I}_{l2} + R_4(\dot{I}_{l2} - \dot{I}_{l3}) = 0 \\ R_4(\dot{I}_{l3} - \dot{I}_{l2}) + [j\omega L_5 \dot{I}_{l3} - j\omega M(\dot{I}_{l1} - \dot{I}_{l2})] + \frac{1}{j\omega C_6} \dot{I}_{l3} = 0 \end{cases}$$

整理为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_2 & -j\omega L_2 & -j\omega M \\ -j\omega L_2 & R_4 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_3} & -R_4 + j\omega M \\ -j\omega M & -R_4 + j\omega M & R_4 + j\omega L_5 - j\frac{1}{\omega C_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{l1} \\ \dot{I}_{l2} \\ \dot{I}_{l3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

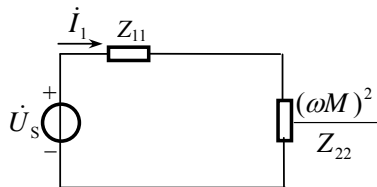
12-14 题图 12-14 所示为一空心变压器电路。已知 $R_1=10\Omega$, $\omega L_1=25\Omega$, $R_2=20\Omega$, $\omega L_2=40\Omega$, $\omega M=30\Omega$, $U_s=220V$ 。求两线圈中电流 \dot{I}_1 , \dot{I}_2 及电源供给的功率。



题图 12-14

解法 1 用空心变压器原、副边等效电路求解。

原边等效电路如题图 12-14(a)所示。



题图 12-14(a)

令 $\dot{U}_s = 220\angle 0^\circ V$ 。则有

$$Z_{11} = R_1 + j\omega L_1 = 10 + j25\Omega, \quad Z_{22} = R_2 + j\omega L_2 = 20 + j40\Omega$$

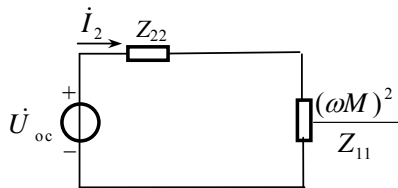
$$Z_l = \frac{\omega^2 M^2}{Z_{22}} = \frac{30^2}{20 + j40} = 9 - j18\Omega = 20.12\angle -63.43^\circ\Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{Z_{11} + Z_l} = \frac{220\angle 0^\circ}{10 + j25 + 9 - j18} = 10.9\angle -20.2^\circ A$$

所以, 电源供给的功率为

$$\bar{S}_{\text{发}} = \dot{U}_s \dot{I}_1^* = 220 \angle 0^\circ \times 10.9 \angle 20.2^\circ = 2250 + j828 \text{ VA}$$

副边等效电路如题图 12-14(b)所示。



题图 12-14(b)

则有

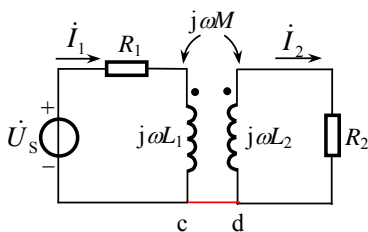
$$\frac{(\omega M)^2}{Z_{11}} = \frac{900}{10 + j25} = 12.4 - j31.0 = 33.42 \angle -68.2^\circ \Omega$$

$$\dot{U}_{\text{oc}} = \frac{\dot{U}_s}{R_1 + j\omega L_1} \times j\omega M = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 + j25} \times j30 = 245.1 \angle 21.8^\circ \text{ V}$$

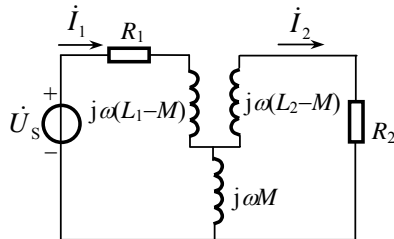
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{\text{oc}}}{20 + j40 + 12.4 - j31} = 7.25 + j0.8 \text{ A} = 7.29 \angle 6.28^\circ \text{ A}$$

解法 2 可用去耦等效电路求。

c, d 之间连一根线不影响原电路的解, 如题图 12-14(c)所示, 其去耦等效电路如题图 12-14(d)所示。



题图 12-14(c)



题图 12-14(d)

由去耦等效电路得

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{R_1 + j\omega(L_1 - M) + j\omega M // [R_1 + j\omega(L_1 - M)]} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 - j5 + j30 // (20 + j10)} = 10.9 \angle -20.2^\circ \text{ A}$$

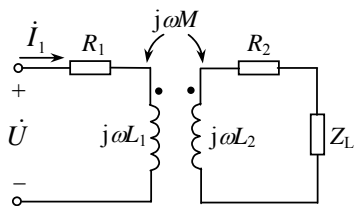
$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega M}{j\omega M + R_2 + j\omega(L_2 - M)} \dot{I}_1 = \frac{j30}{j30 + 20 + j10} \times 10.9 \angle -20.2^\circ = 7.31 \angle 6.37^\circ \text{ A}$$

则电源供给的复功率为

$$\bar{S}_{\text{发}} = \dot{U}_s \dot{I}_1^* = 220 \angle 0^\circ \times 10.9 \angle 20.2^\circ = 2250 + j828 \text{ VA}$$

12-15 电路如题图 12-15 所示。已知 $u = 100\sqrt{2} \sin 2000\pi t$ V, $R_1 = 3.14\Omega$, $R_2 = 4.71\Omega$,

$L_1 = 5\text{mH}$, $L_2 = 7.5\text{mH}$, $M = 1\text{mH}$, $Z_L = 100 + j50\Omega$ 。求电流 \dot{I}_1 。

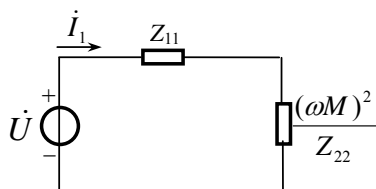


题图 12-15

解 在相量模型中, 有

$$\omega L_1 = 2000\pi \times 5 \times 10^{-3} = 31.42\Omega, \quad \omega L_2 = 47.12\Omega, \quad \omega M = 6.283\Omega$$

原边等效电路如题图 12-15(a)所示。



题图 12-15(a)

其中,

$$Z_{11} = R_1 + j\omega L_1 = 3.14 + j31.42 \Omega$$

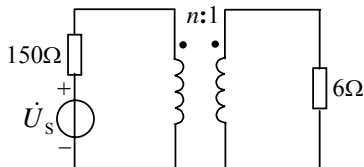
$$Z_{22} = R_2 + j\omega L_2 + Z_L = 104.71 + j97.12\Omega$$

$$\frac{(\omega M)^2}{Z_{22}} = 0.2764 \angle -42.85^\circ \Omega$$

由等效电路可求得

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{3.14 + j31.42 + 0.2764 \angle -42.85^\circ} = 3.18 \angle -83.9^\circ \text{ A}$$

12-16 题图 12-16 所示电路中, $U_S = 10\text{V}$, 理想变压器变比 n 为多大时, 6Ω 负载电阻获得最大功率? 此最大功率是多少?



题图 12-16

解法 1 利用理想变压器阻抗变换特性, 将 6Ω 电阻变换到原边。
利用最大功率匹配条件:

$$6n^2 = 150, \quad n^2 = \frac{150}{60} = 25, \quad n = 5$$

此时最大功率为

$$P_{\max} = \frac{10^2}{4 \times 150} = \frac{1}{6} = 0.167\text{W}$$

解法 2 也可求电阻以左电路的戴维南等效电路。

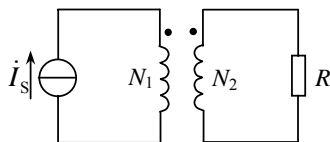
$$Z_1 = \frac{150}{n^2}$$

$$\dot{U}_{\text{OC}} = \frac{10\angle 0^\circ}{n} \quad (\text{副边开路时 } \dot{I}_2 = 0, \text{ 则 } \dot{I}_1 = 0, \dot{U}_1 = 10\angle 0^\circ\text{V})$$

$$Z_1 = 6, \quad \frac{150}{n^2} = 6, \quad n = 5, \quad \dot{U}_{\text{OC}} = 2\angle 0^\circ\text{V}$$

$$P_{\max} = \frac{2^2}{4 \times 6} = \frac{1}{6} = 0.167\text{W}$$

12-17 题图 12-17 所示电路中, 理想变压器原边线圈匝数为 N_1 , 副边线圈匝数为 N_2 , 原边接一电流源 \dot{I}_S , 副边接一电阻 R 。若使副边输出功率增加, 则副边线圈匝数增加还是减少? 若将电流源 \dot{I}_S 换成电压源 \dot{U}_S , 重答上问。



题图 12-17

解 (1) 原边接电流源 \dot{I}_S , 则副边线圈电流为 $\frac{N_1}{N_2} \dot{I}_S$ 。

副边电阻 R 上的功率为

$$P_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} I_S \right)^2 R$$

可见若使 P_2 增加, 则需 N_2 减小。

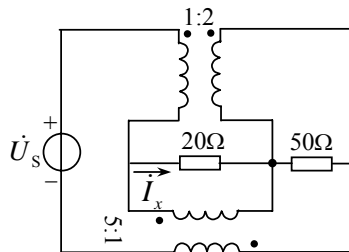
(2) 原边接电流源 \dot{U}_S , 则副边线圈电压为 $\frac{N_2}{N_1} \dot{U}_S$ 。

副边电阻 R 上的功率为

$$P_2 = \frac{\left(\frac{N_2}{N_1} U_s\right)^2}{R}$$

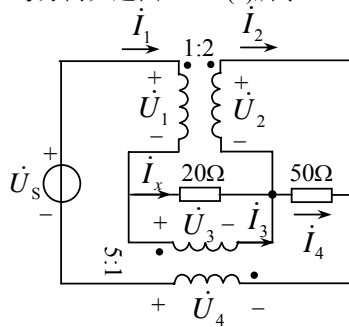
可见，若使 P_2 增加，则需 N_2 应该增加。

12-18 题图 12-18 所示电路中含有两个理想变压器，已知 $\dot{U}_s = 200\angle 0^\circ \text{V}$ 。求电流 \dot{I}_x 。



题图 12-18

解 各支路电压、电流参考方向如题图 12-18(a)所示。



题图 12-18(a)

由题图 12-18(a)所示电路，列写电路方程如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 + \dot{U}_3 + 50\dot{I}_4 - \dot{U}_4 = \dot{U}_s \\ \dot{U}_2 + 50\dot{I}_4 = 0 \\ \dot{U}_3 - 20\dot{I}_x = 0 \end{array} \right\} \text{KVL}$$

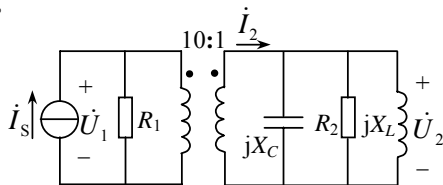
$$\left\{ \begin{array}{l} -\dot{I}_1 + \dot{I}_x + \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_4 = 0 \end{array} \right\} \text{KCL}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = 0.5\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = 2\dot{I}_2 \\ \dot{U}_3 = -5\dot{U}_4 \\ \dot{I}_1 = -5\dot{I}_3 \end{array} \right\} \text{理想变压器特性}$$

解得 $\dot{I}_x = 5.81\angle 0^\circ \text{A}$ 。

说明: (1) 为使列出分方程更简洁, 可将理想变压器的电压、电流关系在图中先应用;
(2) 本题也可用戴维南定理求解。

12-19 电路如题图 12-19 所示。已知 $\dot{I}_S = 10\angle 0^\circ \text{ A}$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $X_C = -2\Omega$, $X_L = 1\Omega$ 。求 \dot{U}_1 、 \dot{U}_2 和 \dot{I}_2 。



题图 12-19

解 副边总导纳为

$$Y_2 = \frac{1}{jX_C} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{jX_L} = j0.5 + 1 - j1 = 1 - j0.5 \text{ S}$$

折算至原边为

$$Y_2' = \frac{1}{10^2} Y_2 = 0.01 - j0.005 \text{ S}$$

则从原边电源看入的总导纳为

$$Y = \frac{1}{R_1} + Y_2' = 0.11 - j0.005 \text{ S}$$

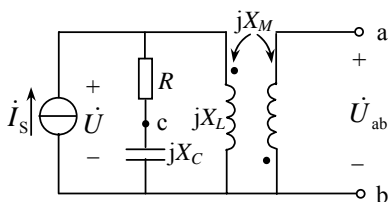
可求得

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{I}_S}{Y} = \frac{10\angle 0^\circ}{0.11 - j0.005} = 90.8\angle 2.60^\circ \text{ V}$$

根据变压器特性, 有

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{10} \dot{U}_1 = 9.08\angle 2.60^\circ \text{ V}, \quad \dot{I}_2 = Y_2 \dot{U}_2 = 10.2\angle -24.0^\circ \text{ A}$$

12-20 题图 12-20 所示电路为一空心变压器电路, 其副边开路。已知 $X_L = 5\Omega$, $X_M = 2\Omega$, $X_C = -2\Omega$, $R = 4\Omega$ 。现测得 a、b 间开路电压 $U_{ab} = 4\text{ V}$ 。试求 \dot{U} 、 \dot{I}_S 和 \dot{U}_{ac} 。



题图 12-20

解 令 $\dot{U}_{ab} = 4\angle 0^\circ \text{ V}$, 空心变压器原边电流为 $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{jX_L}$ 。

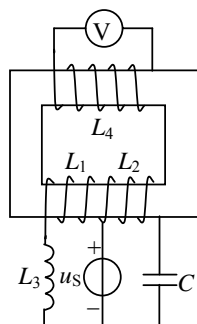
由空心变压器特性有 $\dot{U}_{ab} = -jX_M \dot{I}_1$ ，求得 $\dot{I}_1 = 2\angle 90^\circ \text{ A}$ 。所以有

$$\dot{U} = jX_L \dot{I}_1 = 10\angle 180^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{ac} = \dot{U}_{ab} - \frac{jX_C}{R + jX_C} \dot{U} = 4\angle 0^\circ - \frac{-j2}{4 - j2} \times 10\angle 180^\circ = 7.21\angle -33.7^\circ \text{ V}$$

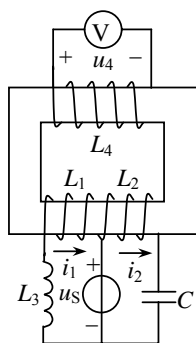
$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \frac{\dot{U}}{R + jX_C} = 2\angle 90^\circ + \frac{10\angle 180^\circ}{4 - j2} = 2.24\angle 153^\circ \text{ A}$$

12-21 电路如题图 12-21 所示。电压源 u_S 的有效值为 120V，角频率 $\omega = 1000 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ， $L_1 = 0.05\text{H}$ ， $L_2 = 0.04\text{H}$ ， $L_3 = 0.01\text{H}$ ， $M_{12} = 0.01\text{H}$ ， $M_{14} = 0.08\text{H}$ ， $M_{24} = 0.06\text{H}$ ， $C = 10\mu\text{F}$ 。求电压表 V 的读数(有效值)。



题图 12-21

解 各电压、电流的参考方向如题图 12-21(a)所示。



题图 12-21(a)

令 $\dot{U}_S = 120\angle 0^\circ \text{ V}$ ，由题图 12-21(a)所示电路的相量模型可列写相量形式的方程如下：

$$\begin{cases} (j\omega L_1 + j\omega L_3) \dot{I}_1 + j\omega M_{12} \dot{I}_2 = -\dot{U}_S \\ j\omega M_{12} \dot{I}_1 + \left(j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C} \right) \dot{I}_2 = \dot{U}_S \end{cases}$$

代入参数，有

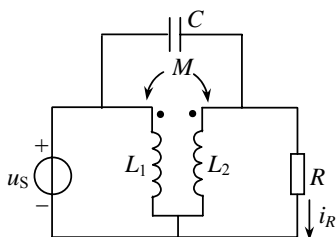
$$\begin{cases} j60\dot{I}_1 + j10\dot{I}_2 = -120\angle 0^\circ \\ j10\dot{I}_1 - j60\dot{I}_2 = 120\angle 0^\circ \end{cases}$$

解得 $\dot{I}_1 = 1.62\angle 90^\circ \text{ A}$, $\dot{I}_2 = 2.27\angle 90^\circ \text{ A}$ 。则

$$\begin{aligned} \dot{U}_4 &= j\omega M_{14}\dot{I}_1 + j\omega M_{24}\dot{I}_2 \\ &= j80 \times 1.62\angle 90^\circ + j60 \times 2.27\angle 90^\circ \\ &= 266\angle 180^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

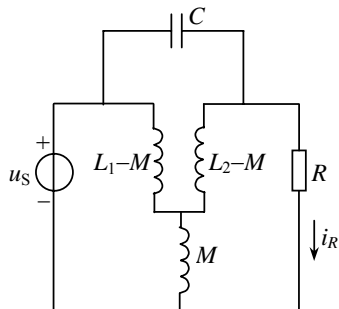
即电压表 V 的读数为 266V。

12-22 题图 12-22 所示电路中, $u_s = \sqrt{2} \sin 2000\pi t \text{ V}$, $R=50\pi\Omega$, $M=10\text{mH}$, $L_1=30\text{mH}$, $L_2=20\text{mH}$, $C=25/\pi^2\mu\text{F}$ 。试用戴维南定理求电流 i_R 。



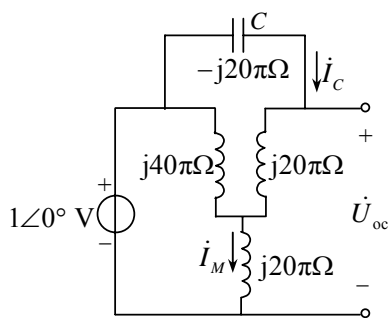
题图 12-22

解 该电路的去耦等效电路如题图 12-22(a)所示。

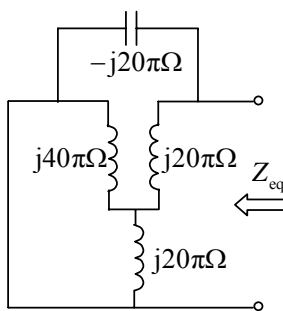


题图 12-22(a)

对题图 12-22(a)所示电路的相量模型应用戴维南定理, 由题图 12-22(b)和题图 12-22(c)可分别求开路电压和等效阻抗。



题图 12-22(b)



题图 12-22(c)

由题图 12-22(b)可得

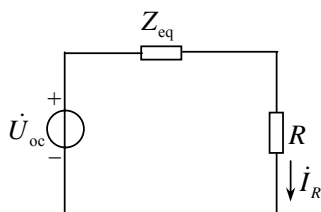
$$\dot{I}_C = \dot{I}_M = \frac{1\angle 0^\circ}{j20\pi} = 15.9\angle -90^\circ \text{ mA}$$

$$\dot{U}_{oc} = j20\pi\dot{I}_C + j20\pi\dot{I}_M = 2\angle 0^\circ \text{ V}$$

由题图 12-22(c)可得

$$Z_{eq} = (-j20\pi)/(j20\pi + j40\pi/j20\pi) = -j157.5\Omega$$

戴维南等效电路如题图 12-22(d)所示。



题图 12-22(d)

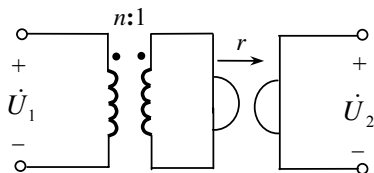
由等效电路得

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{oc}}{Z_{eq} + R} = \frac{2\angle 0^\circ}{-j157.5 + 50\pi} = 8.99\angle 45.1^\circ \text{ A}$$

瞬时值表达式为

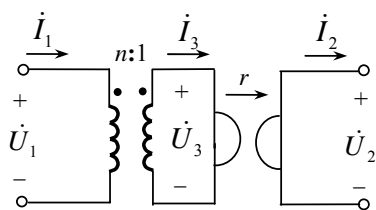
$$i_R(t) = 12.7 \sin(2000\pi t + 45.1^\circ) \text{ mA}$$

12-23 用适当参数矩阵表示题图 12-23 所示的二端口网络。



题图 12-23

解 这是理想变压器和回转器级联构成的二端口网络。各电压、电流参考方向如题图 12-23(a)所示。



题图 12-23(a)

由理想变压器的方程，有

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = n\dot{U}_3 \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{n}\dot{I}_3 \end{cases}$$

由回转器的方程有

$$\begin{cases} \dot{U}_3 = r\dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 = \frac{1}{r}\dot{U}_2 \end{cases}$$

所以二端口网络的传输参数为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & r \\ \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & nr \\ \frac{1}{nr} & 0 \end{bmatrix}$$

第 12 章 有互感的电路

12-3 220V 时 b 与 d 相联, 电压加在 a、c 两端。

$$12-4 \quad (a) \begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \end{cases}; (b) \begin{cases} u_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

12-6 $u_{ab} = -16e^{-4t}V$, $u_{ac} = -24e^{-4t}V$, $u_{bc} = -8e^{-4t}V$

12-7 x - y 短路: $u_a = 500\cos 100t V$; x - y 开路: $u_a = 400\cos 100t V$

12-8 $Z = 50 + j450\Omega$

12-9 $A = 14.2\angle 39.2^\circ$, $B = 1145.6\angle -44.3^\circ\Omega$, $C = 0.0707\angle -45^\circ S$, $D = 5.7\angle -127.9^\circ$

12-10 $H_{11} = 0$, $H_{12} = 2$, $H_{21} = -2$, $H_{22} = 4/3\Omega$

12-14 $\dot{I}_1 = 10.86\angle -20.3^\circ A$, $\dot{I}_2 = 7.29\angle 6.3^\circ A$, $P_{\text{发}} = 2241W$

12-15 $\dot{I}_1 = 3.187\angle -84.1^\circ A$

12-16 $n = 5$, $P_{\text{max}} = 0.167W$

12-18 $\dot{I}_x = 5.81\angle 0^\circ A$

12-19 $\dot{U}_1 = 90.8\angle 2.60^\circ V$, $\dot{U}_2 = 9.08\angle 2.60^\circ V$, $\dot{I}_2 = 10.2\angle -24.0^\circ A$

12-20 $\dot{U} = 10\angle 180^\circ V$, $\dot{I}_S = 2.24\angle 153^\circ A$, $\dot{U}_{ac} = 7.21\angle -33.7^\circ V$

12-21 $U = 266V$

12-22 $i_R = 12.74\sin(2000\pi t + 45^\circ) mA$

12-23 $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & rn \\ 1/rn & 0 \end{bmatrix}$