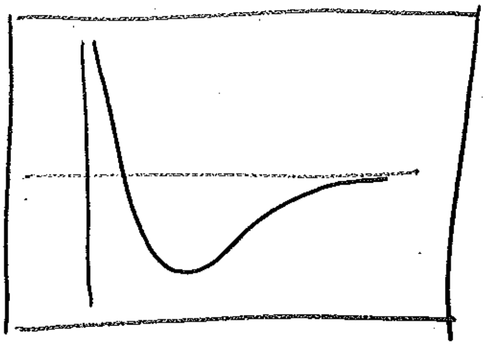
$\boxed{\text{Aufgabe 1}}$



Änderungsrate der Konzentration

Konzentration $\propto$ Wirksamkeit.

1) Zunahme der Wirksamkeit $\Leftrightarrow$ Änderungsrate > 0

$t \in [0, 1]$

Abnahme $\Leftrightarrow$ Änderungsrate $< 0 \Leftrightarrow t > 1$.

2) Größte Abnahme der Konzentration

$\Leftrightarrow$ Minimum der Änderungsrate : $t = 2$

3) Wirksamkeit : $f(t) = 3t\, e^{2-t}$

$$f'(t) = (3 - 3t)\, e^{2-t}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 3 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Extremum; aber Minimum oder Maximum?

2 mögliche Begründungen:

1. <u>mathematisch</u>:

$$f''(t) = (-3 - 3 + 3t)e^{2-t} \Leftrightarrow (3t-6)e^{2-t}$$

$$f''(1) = -3e < 0$$ also <u>Maximum</u>!

2. „logisch":

Konzentration nimmt bis $t=1$ zu (siehe 1)), daher kann bei $t=1$ nur ein Maximum erreicht sein!

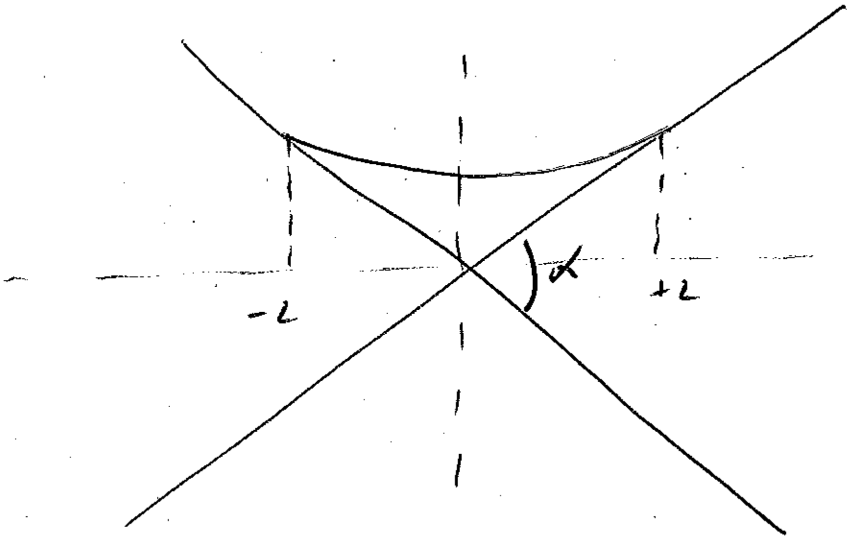
4) $f'(t) = (3-3t)e^{2-t}$

positiv für $t \in [0,1]$

negativ für $t > 1$.

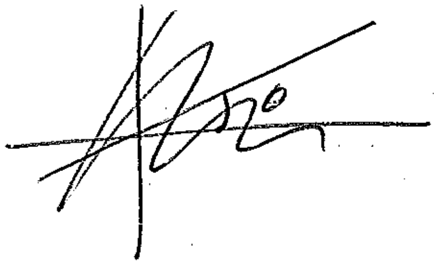
Da Wirksamkeit $\propto$ Konzentration erklärt es den Verlauf!

Aufgabe 2

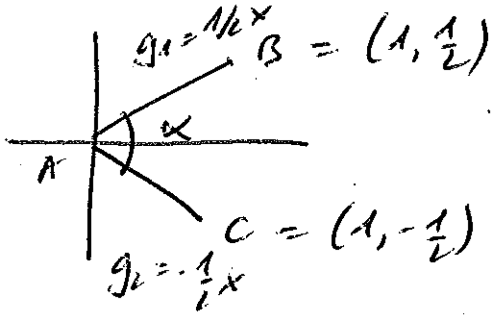


$\alpha \sim 53°$

1) $g_1 = \frac{1}{2}x$



Winkel θ ?



$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \cdot 1 + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \qquad |AB| = \left(1 + \frac{1}{4}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$= |AB||AC| \cos\alpha$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 \cos\alpha = \frac{5}{4}\cos\alpha.$$

also: $\frac{3}{4} = \frac{5}{4}\cos\alpha \iff \cos\alpha = \frac{3}{5}$

$\mathrm{acos}\left(\frac{3}{5}\right) = 53{,}13°.$

Keine Krümmungssprünge $\Leftrightarrow$ $f''(-2) = f''(2) = 0$.

Kein Knick $\Leftrightarrow$ f muß bei -2 und 2 ableitbar sein!

Zusätzlich muß gelten: $\left| \begin{array}{l} f(-2) = g_2(-2) = 1 \\ f(+2) = g_1(+2) = 1 \end{array} \right.$

und gleiche Steigung bei $+/- 2$

$$\left| \begin{array}{l} f'(-2) = g_2'(-2) = -\frac{1}{2} \\ f'(+2) = g_1'(+2) = +\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

symmetrisch!

$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$

$f'(x) = 4ax^3 + 2bx$

$f''(x) = 12ax^2 + 2b$

$f(-2) = \boxed{16a + 4b + c = 1}$ (1)

$f(2) = 16a + 4b + c = 1$.

$f'(-2) = -32a - 4b = -\frac{1}{2}$

$f'(2) = \boxed{32a + 4b = \frac{1}{2}}$ (2)

$f''(-2) = 0 \Leftrightarrow \boxed{48a + 2b = 0}$ (3)

3 Gleichungen mit 3 Unbekannten

sind <u>NICHT</u> linear abhängig

daher eindeutige Lösung.

5

$$\begin{cases} 16a + 4b + c = 1 & (1) \\ 32a + 4b = \frac{1}{2} & (2) \\ 48a + 2b = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(2) - 2(3) \iff (32 - 96)a = \frac{1}{2} \iff \boxed{a = \frac{-1}{128}}$$

$$(3) : b = -24a = -24\left(-\frac{1}{128}\right) = \frac{3}{16}$$

$$C = 1 - 4b - 16a$$

$$= 1 - 4\left(\frac{3}{16}\right) - 16\left(-\frac{1}{128}\right)$$

$$= \frac{8 - 6 + 1}{8} = \frac{3}{8}.$$

$$\boxed{f(x) = -\frac{1}{128}x^4 + \frac{3}{16}x^2 + \frac{3}{8}}$$

2) $h(x) = 1 + \ln\left(\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}\right)$

$$h'(x) = \frac{1}{4}x\left(\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{2x}{x^2 + 4}.$$

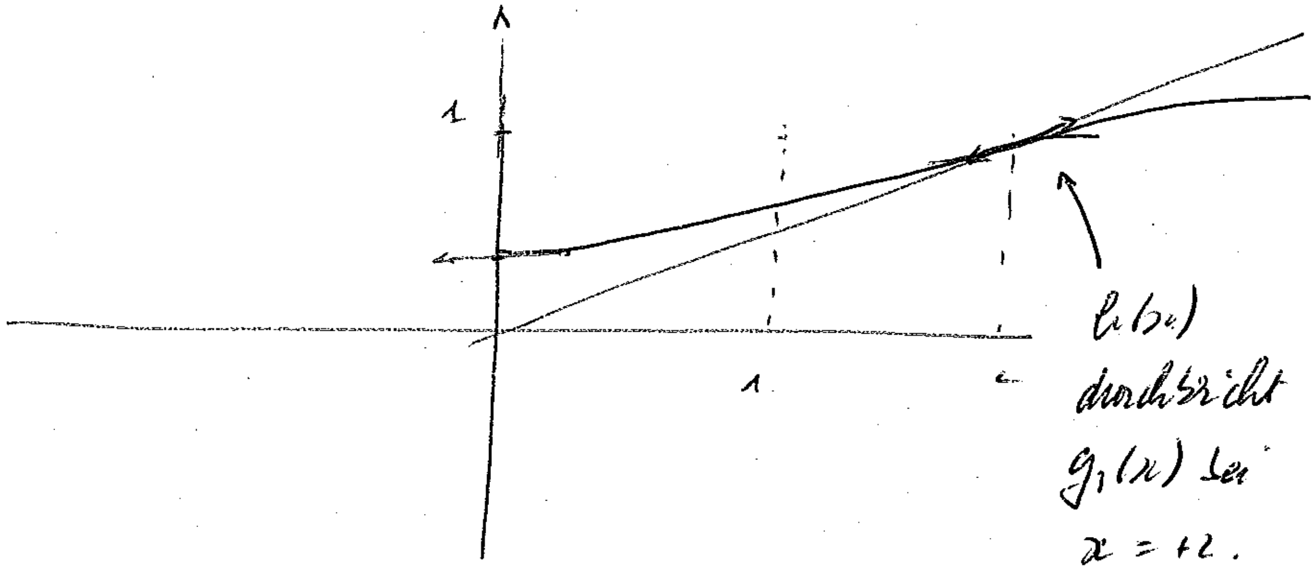
$$h''(x) = \frac{2(x^2+4) - 2x(2x)}{(x^2+4)^2} = \frac{-2x^2+8}{(x^2+4)^2}$$

$h(x)$ ist symmetrisch. ✓

$h'(2)$ $h'(2) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ✓

$h'(-2) = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$ ✓

$h''(2) = 0 \qquad h''(-2) = 0.$ ✓



$h(x)$ durchbricht $g_1(x)$ bei $x = +2$.

$h(0) = 1 + \ln\left(\frac{1}{2}\right) = 0,3 \qquad h'(0) = 0.$

$h(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} +\infty$

$h(x) \xrightarrow[x \to -\infty]{} +\infty$

3. trigonometrische Funktion

muß symmetrisch sein

$t(x) = a + b\cos(ct)$

$t'(x) = -cb\sin(ct)$

$t''(x) = -c^2 b\cos(ct)$.

$t(2) = \boxed{a + b\cos(2c) = 1}$ (1)

~~max~~

$t'(2) = \frac{1}{2}$ $\boxed{-cb\sin(2c) = \frac{1}{2}}$ (2)

$t''(2) = \boxed{-c^2 b\cos(2c) = 0}$ (3)

(3): $\cos(2c) = 0 \Leftarrow 2c = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$k = 0 \Leftrightarrow \boxed{c = \frac{\pi}{4}}$

(1): $a = 1$.

(2): $\sin(2c) = -\frac{1}{2cb} \Leftrightarrow$

~~da $\cos(2c) = 0 \Leftrightarrow \sin(2c) = \pm 1$.~~

$$2cb = -1$$

$$\Leftrightarrow b = -\frac{1}{\pi/2} = -\frac{2}{\pi}$$

$$\boxed{t(x) = 1 - \frac{2}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)}$$