UB8 – Tutorium Mathe A WS19/20

Anton Hanke

Tutorium: 19/12/2019

Aufgabe 1

Wir erinnern uns an das letzte Mathetutorium.

$$
\begin{aligned}
A &= \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{pmatrix} \\
\det|A - \lambda I| &= 0 \\
\Rightarrow \begin{vmatrix} \alpha_1 - \lambda & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 - \lambda \end{vmatrix} &= 0 \\
\xrightarrow{\text{Lap. Entwicklungssatz}} &\begin{cases} (\alpha_1 - \lambda)(\alpha_4 - \lambda) - \alpha_2 \alpha_3 = 0 \\ \lambda = \left\{ \mu \in \mathbb{R} \,|\, \alpha_1 \alpha_4 + \lambda^2 - \lambda (\alpha_1 + \alpha_4) - \alpha_2, \alpha_3 = 0 \right\} \end{cases}
\end{aligned}
$$

Ebenso erinnern wir uns: $X :\Leftrightarrow \{x | \lambda_i \in \{\lambda\} : (A - \lambda_i I)x = 0\}$

(a)

Hier ergibt sich die Menge der Eigenwerte wie folgt:

$$
\det \left| \begin{pmatrix} \frac{13}{8} & \frac{3\sqrt{3}}{8} \\ \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{7}{8} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| \stackrel{!}{=} \begin{cases} \left(\frac{13}{8} - \lambda\right)\left(\frac{7}{8} - \lambda\right) - \left(\frac{3\sqrt{3}}{8}\right)^2 = 0 \\ \lambda = \left\{ \lambda \in \mathbb{R} \,\middle|\, \lambda^2 - \frac{5}{2} \cdot \lambda + \underbrace{\frac{13 \cdot 7}{8^2} - \left(\frac{3\sqrt{3}}{8}\right)^2}_{=1} = 0 \right\} \end{cases}
$$

Diese Gleichung folgt aus der oben erwähnten charakteristischen Gleichung.

(b)

Für dir folgende Menge soll überprüft werden, ob die Werte Eigenwerte der Matrix sind:

$$\lambda = \{0.5, 2\}$$

Hierfür müssen wir einfach nur in die in (a) bestimmte Gleichung einsetzen.

- $f(0.5) = 0$
- $f(2) = 0$

(c)