Studiengang Molekulare Biotechnologie
Mathematik A
Wintersemester 2019/2020
Carl Herrmann

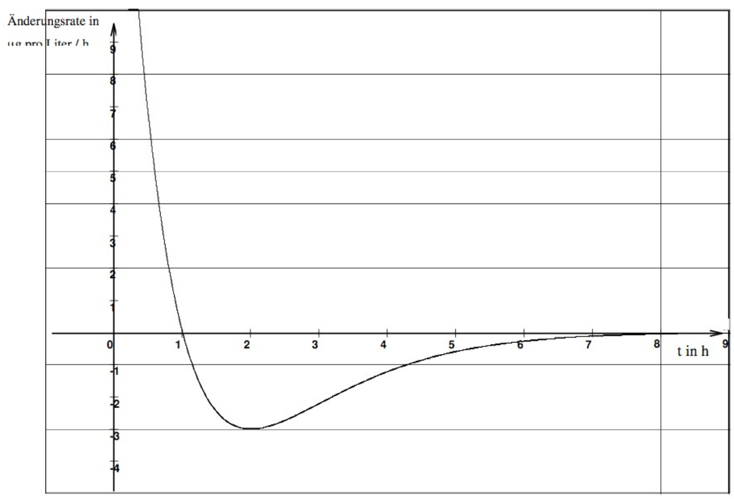
– Übungsblatt 1 – Wiederholungen
Untersuchung einer Funktion

Lernziele:

1. Besprechung einer Funktion: Definitionsmenge, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte
2. Anwendung der Ableitung in Textaufgaben

Aufgabe 1

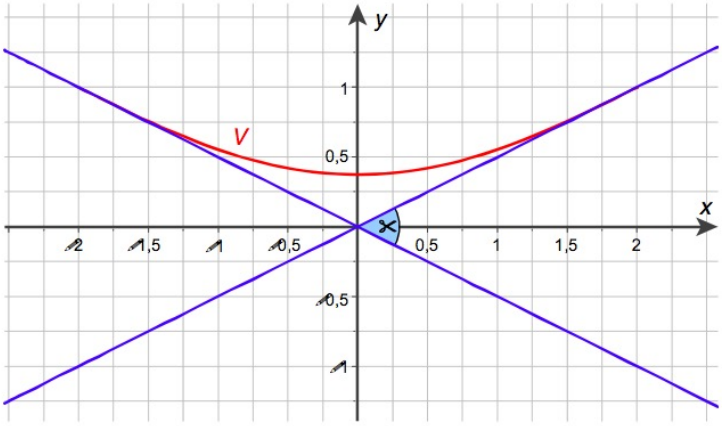
Bei einer Arznei, z.B. einer Tablette, steht die Wirkung (z.B. Schmerzlinderung o.ä.) in direktem Zusammenhang mit der Konzentration des in der Arznei enthaltenen Wirkstoffes im Blut, d.h., bei hoher Konzentration des Wirkstoffes verspürt der Patient eine intensive Wirkung. Die Konzentration des Wirkstoffes im Blut wird in μg pro Liter angegeben. Die nachfolgende Graphik zeigt die Änderungsrate der Konzentration in μg pro Liter je Stunde in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden. Dabei ist t die Zeit in Stunden seit Beginn der Einnahme ($t = 0$).



1. Geben Sie die Zeitintervalle an, in denen die Wirksamkeit zunimmt und die Zeitintervalle, in denen die Wirksamkeit abnimmt. Begründen Sie Ihre Aussagen.
2. Bestimmen Sie, zu welchem Zeitpunkt die Abnahme der Konzentration am größten ist und begründen Sie Ihr Ergebnis.
3. Die Wirksamkeit der Arznei wird durch die Funktion f mit der Funktionsgleichung
$$f(t) = 3te^{2-t}$$
Bestimmen Sie den Zeitpunkt der größten Wirksamkeit. Begrüngen Sie, warum es sich an dem Zeitpunkt um die größte Wirksamkeit handelt !
4. Begründen Sie, dass das Vorzeichen von f' durch den Term 3–$3t$ bestimmt wird, und erklären Sie mit Hilfe dieser Aussage nachträglich den Verlauf des abgebildeten Graphen.

Aufgabe 2

Zwei geradlinig verlaufende Straßen bilden an ihrer Kreuzung einen Winkel α von etwa 53 Grad. Diese Kreuzung soll durch ein zusätzliches Straßenstück entlastet werden. Die Situation kann in einem geeigneten Koordinatensystem durch zwei Geraden und eine Verbindungskurve V dargestellt werden. (Siehe Skizze, Maßstab: 1 Einheit entspricht 1 km.) Dabei soll die Verbindungskurve V durch den Graphen einer Funktion f beschrieben werden. V mündet an den Stellen –2 und 2 ohne Knick und ohne Krümmungssprung in die Geraden ein und endet dort.
Hinweis: Ohne Krümmungssprung bedeutet, dass die Bedingungen $f''(-2) = f''(2) = 0$ gelten.



1. Zeigen Sie, dass man fur die beiden Geraden der Straßenkreuzung die beiden Funktionen $g_1(x) = \frac{1}{2}x$ und $g_2(x) = -\frac{1}{2}x$ verwenden kann.

2. Welchen Bedingungen muss die Funktion f erfüllen, damit gewährleistet ist, dass die Verbindungskurve V ohne Knick und ohne Krümmungssprung in die Geraden g_1 und g_2 übergeht? Erläutern Sie Ihre Ansätze.

3. Zeigen Sie nun, dass $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ einen möglichen Ansatz darstellt, wenn alle eben geforderten Bedingungen erfüllt sein sollen, und bestimmen Sie a, b, c fur den vorliegenden Fall.

4. Ein weiterer Vorschlag sieht als Verbindungskurve den Graphen der Funktion $h(x) = 1+\ln(\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{2})$. Prüfen Sie, ob diese Verbindungsfunktion h ebenfalls die Bedingungen aus Aufgabenteil 1) erfüllt. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion h als Verbindungskurve und die Geraden g_1 und g_2 aus dem Aufgabenteil 1) in dem Bereich $x \in [-3, +3]$.

5. Erstellen Sie einen dritten Vorschlag für eine Verbindungsfunktion t auf der Grundlage einer trigonometrischen Funktion *(Benutzen Sie dabei die Eigenschaft, dass t symmetrisch sein muß!)*.