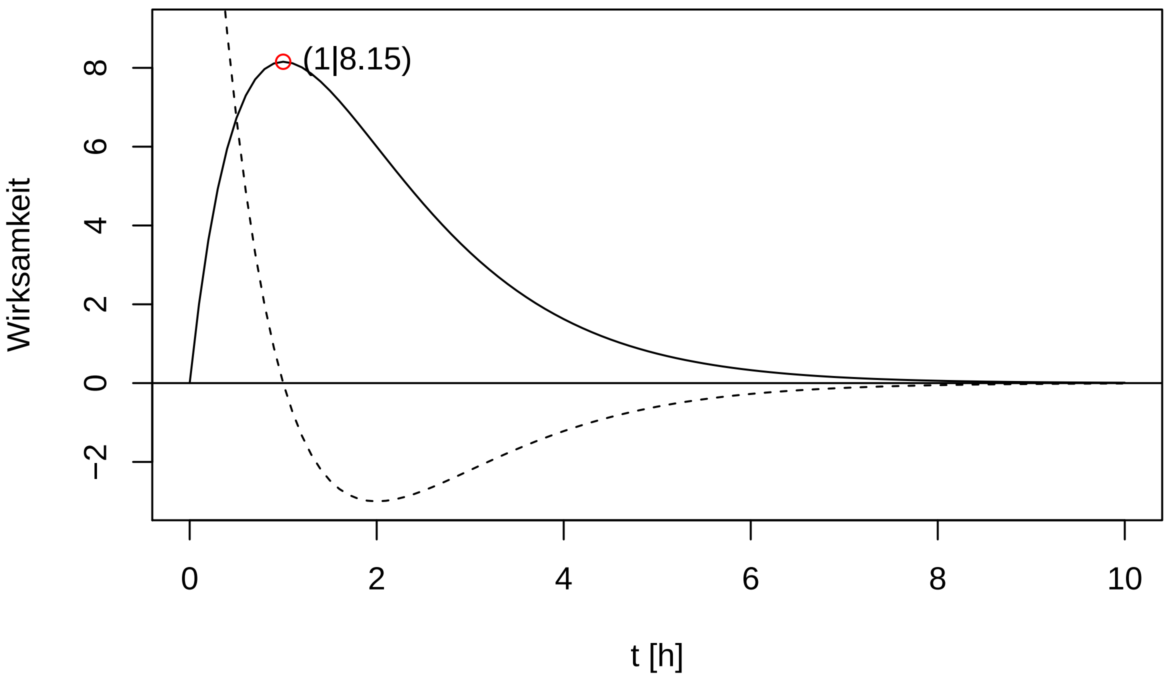
UB1 – Tutorium Mathe A WS19/20

Anton Hanke

Tutorium: 24/10/2019

Aufgabe 1

```
wh <- function(t){3*t*exp(2-t)}
x <- seq(0,10,0.1)
plot(x=x, y=wh(x), ylab= "Wirksamkeit", xlab="t [h]", type = "l", ylim = c(-3, 9))
points(x = 1, y = wh(1), col = "red")
text(x = 1, y = wh(1), labels = paste0("(1|", round(wh(1),2),")"), pos = 4)
dwh <- function(t){(3-3*t)*exp(2-t)}
lines(x = x, y = dwh(x), lty = 2)
abline(h = 0)
```



Aufgab 2

Erste Teilaufgabe

Die Lösung von hermann ein wenig anderst hergeleitet, als es die meisten von euch gemacht haben.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \cdot 1 + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \qquad |AB| = \left(1^2 + \frac{1}{2}^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{1}{4}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$= |AB||AC| \cos\alpha$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 \cos\alpha = \frac{5}{4}\cos\alpha$$

Daraus folgt:

$$\frac{3}{4} = \frac{5}{4}\cos\alpha \quad \Leftrightarrow \quad \cos\alpha = \frac{3}{5}$$

Von euch haben die es einige über den Tangens gelöst mit

$$g_1(x=2) = 1 \quad g_2(x=2) = -1$$

Demnach:

$$\alpha = \sum \left|\arctan\left(\frac{1}{2}\right)\right|, \left|\arctan\left(-\frac{1}{2}\right)\right|$$

Zweite Teilaufgabe

Haben drei Bedingungen:

- Keine Krümmung: $f''(-2) = f''(2) = 0$
- Kein Knick: die Funktion ist bei 2, -2 ableitbar
  - $f(-2) = g_2(-2) = 1$
  - $f(2) = g_1(2) = 1$
- Gleiche Steigung bei -2, 2:
  - $f'(-2) = g_2'(-2) = -1/2$
  - $f'(2) = g_1'(2) = 1/2$

Dritte Teilaufgabe

Relevante Ableitungen:

$$\begin{aligned} &f(x) = ax^4 + bx^2 + c \\ &f'(x) = 4ax^3 + 2bx \\ &f''(x) = 12ax^2 + 2b \end{aligned}$$

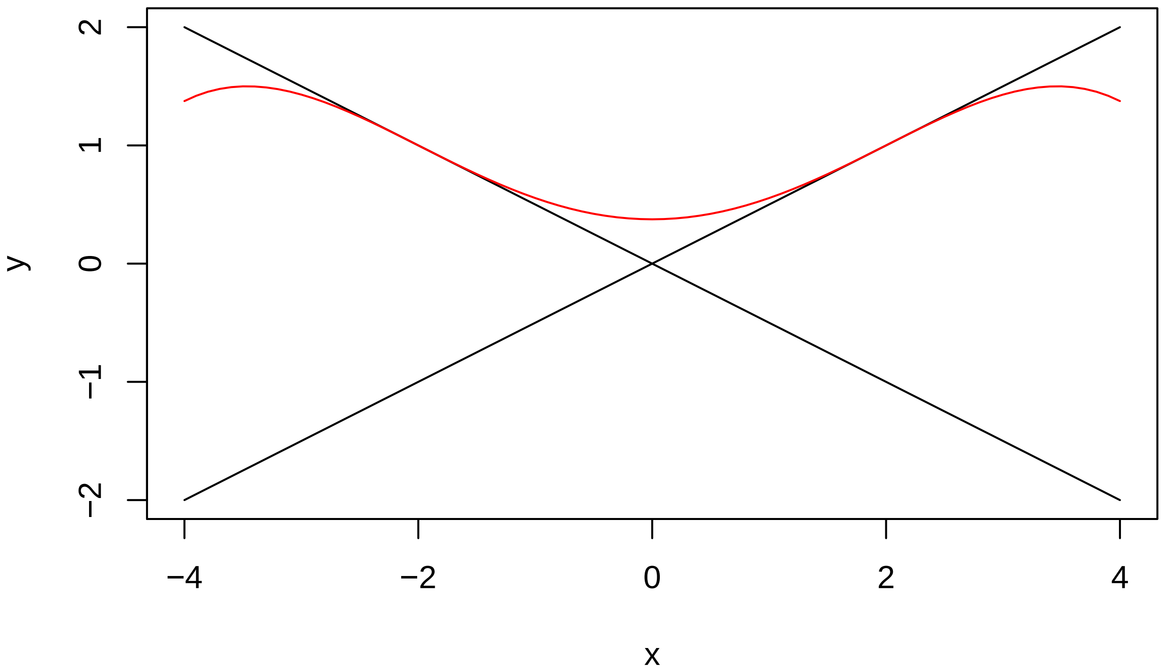
Nach einsetzen von dem jeweiligen x in die Gleichungen erhalten wir folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{cases} 16a + 4b + c & = 1 \quad (1) \\ 32a + 4b & = \frac{1}{2} \quad (2) \\ 48a + 2b & = 0 \quad (3) \end{cases}$$

Somit haben wir 3 Gleichungen die nicht voneinander abhängig sind. (Vektoren sind unabhängig voneinander, $\nexists \lambda \in \mathbb{R} : \lambda v_1 = v_2$)

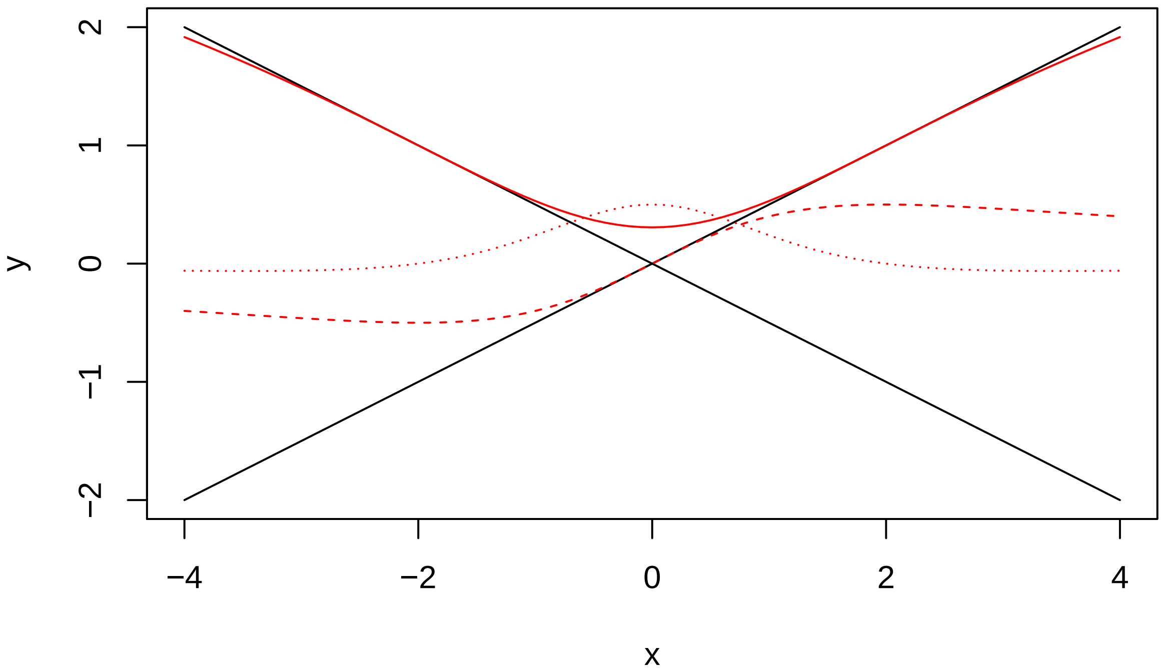
Durch umstellen erhalten wir die Gleichung:

$$f(x) = -\frac{1}{128}x^4 + \frac{3}{16}x^2 + \frac{3}{8}$$



Vierte Teilaufgabe

```
x <- seq(-4,4,0.1)
g1 <- function(x){(1/2)*x}
g2 <- function(x){-(1/2)*x}
f <- function(x){1+log((1/8)*x^2+0.5)}
df <- function(x){(2*x)/(x^2+4)}
ddf <- function(x){(-2*x^2+8)/(x^2+4)^2}
plot(x = x, y = g1(x), type = 'l', ylab = "y")
lines(x = x, y = g2(x))
lines(x = x, y = f(x), col = "red")
lines(x = x, y = df(x), col = "red", lty = 2)
lines(x = x, y = ddf(x), col = "red", lty = 3)
```



1) testen auf symmetry -> setze 2 und -2 ein.
2) ableitungen errechnen

- $h'(x) = \frac{1}{4}x\left(\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{2x}{x^2+4}$
- $h''(x) = \frac{2\left(x^2+4\right)-2x(2x)}{(x^2+4)^2} = \frac{-2x^2+8}{(x^2+4)^2}$

3) Checken das:

- $|h'([2,-2])| = 1/2$ -> selbe steigung
- $h''([-2,2]) = 0$ -> Wendepunkte

Fünfte Teilaufgabe

Suchen eine *symetrische* trigonomische Funktion.

$$t(x) = a + b\cos(ct)$$
$$t'(x) = -cb \cdot \sin(ct)$$
$$t''(x) = -c^2 b\cos(ct)$$

Dabei gilt:

- $a =$ y-achsenabschnitt
- $b =$ amplitude
- $c =$ phasenverschiebung

Bedingungen:

1) $a + b\cos(2c) = 1$
2) $-cb\sin(2c) = \frac{1}{2}$
3) $-c^2 b\cos(2c) = 0$

Auflösen von Bedingung 3. nach c:

$$\cos(2c) = 0 = \cos(\frac{1}{2}\pi) \Rightarrow c = \frac{1}{4}\pi$$

Einsetzen von c in Bedingung 1:

$$a + b\cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) = 1 \Rightarrow a = 1$$

Einsetzen von c in Bedingung 2, umstellen und auflösen:

$$\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right) = -\frac{1}{\frac{1}{2}\pi b} = 1 \Rightarrow b = -\frac{2}{\pi}$$

Es ergibt sich nun nach einsetzen folgende Funktion:

$$f(x) = 1 - \frac{2}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

```
x <- seq(-4,4,0.1)
g1 <- function(x){(1/2)*x}
g2 <- function(x){-(1/2)*x}
f <- function(x){1 - (2/pi) * cos((pi/4)*x)}
plot(x = x, y = g1(x), type = 'l', ylab = "y")
lines(x = x, y = g2(x))
lines(x = x, y = f(x), col = "red")
```