Reporte PDE

Hannah Borrego

Abril 2021

1 Introducción

Este reporte final es acerca de los últimos 3 trabajos realizados, las actividades 10, 11 y 12. Practicamente es la resolución de ecuaciones diferenciales parciales aplicados a problemas físicos de gran importancia en la ciencia.Este trabajo es un resumen de lo que son las actividades ya mencionadas, con un orogreso notorio en comparación a los primeros trabajos.

1.1 Desarrollo

Una ecuación diferencial parcial se define como aquella ecuación diferencial cuyas incógnitas son funciones de diversas variables independientes. En la ecuación no solo figuran las propias funciones sino tambien sus derivadas.Las ecuaciones en derivadas parciales se emplean en la formulación matemática de procesos de la física y otras ciencias que suelen estar distribuidos en el espacio y el tiempo.

Existe tres grandes familias de ecuaciones diferenciales parciales:

Ecuación diferencial parabólica: es un tipo de ecuación diferencial parcial que se utilizan para describir una amplia variedad de fenómenos dependiendes del tiempo. Este tipo de ecuaciones permite resolver los denominados problemas de propagación, sujeta a condiciones iniciales y de frontera prescrita, como la conducción de calor, la difusión de partículas y el precio de los instrumentos de inversión derivados.

Ecuación diferencial elíptica: Las ecuaciones elípticas no tienen curvas características reales , curvas a lo largo de las cuales no es posible eliminar al menos una segunda derivada. Este tipo de ecuaciones permite resolver los llamados problemas de equilibrio, que son problemas donde se busca la solución de una ecuación diferencial dada, en un dominio cerrado, sujeta a condiciones de frontera prescritas. Es decir que los problemas de equilibrio son problemas de condiciones de frontera. Los ejemplos más comunes de tales problemas incluyen a distribuciones estacionarias de temperatura, flujo de fluidos incompresibles no viscosos, distribución de tensiones en sólidos en equilibrio, el campo eléctrico en una región que contenga una densidad de carga dada, y en general problemas donde el objetivo sea determinar un potencial.

Ecuación diferencial hiperbólica: puede resolverse localmente para datos iniciales arbitrarios a lo largo de cualquier hipersuperficie no característica . Las ecuaciones hiperbólicas también tratan con problemas de propagación, como por ejemplo la ecuación de onda, pero con la distinción de que aparece una segunda derivada respecto del tiempo. En consecuencia la solución consiste en distintos estados característicos con los cuales oscila el sistema. Es el caso de problemas de vibraciones, ondas de un fluido, transmisión de señales acústicas y eléctricas.

Tres tipos de condiciones de frontera:

Dirichlet: es un tipo de condición de frontera o contorno. Cuando en una ecuación diferencial ordinaria o una en derivadas parciales, se le especifican los valores de la solución que necesita la frontera del dominio. La cuestión de hallar las soluciones a esas ecuaciones con esta condición se le conoce como problema de Dirichlet.

Neumann: es un tipo de condición de frontera o contorno. Se presenta cuando a una ecuación diferencial ordinaria o en derivadas parciales, se le especifican los valores de la derivada de una solución tomada sobre la frontera o contorno del dominio.

Robin: la condición de frontera de Robin (o de tercer tipo) es un tipo de condición de frontera o contorno. Cuando en una ecuación diferencial ordinaria o en una derivadas parciales, se le específica una combinación lineal de los valores de una función y y los valores de su derivada sobre la frontera del dominio.

Diferencias finitas: son una clase de técnicas numéricas para resolver ecuaciones diferenciales mediante la aproximación de derivadas con diferencias finitas. Tanto el dominio espacial como el intervalo de tiempo (si corresponde) se discretizan o se dividen en un número finito de pasos, y el valor de la solución en estos puntos discretos se aproxima resolviendo ecuaciones algebraicas que contienen diferencias finitas y valores de puntos cercanos.

Solución de la Ecuación del Calor:

Definición:

La ecuación del calor es una importante ecuación diferencial en derivadas parciales del tipo parabólica que describe la distribución del calor (o variaciones de la temperatura) en una región a lo largo del transcurso del tiempo.

Código:

Para la resolusión de este problema primero definimos la expresión de diferencias finitas centradas de segundo orden, ponemos las condiciones a la frontera tipo dirichlet, después la constante de difucsión del calor. Calculamos la temperatura en los puntos interiores 1 a N-1.Intervalo en x, tiempo inicial y tiempo final. Escribimos lo números de untos en la dirección x y el tamaño del delta x. Después los puntos en el dominio x y anotamos la condición inicial. Escribimos lo spuntos de integración, por último usamos scipy.integrate.odeint y graficamos.

https://github.com/Hannahborrego17/Fisicacomputacional1/blob/master/Actividad
Solución de la ecuación de onda:

Definición:

La ecuación de onda es una importante ecuación diferencial en derivadas parciales lineal de segundo orden que describe la propagación de una variedad de ondas, como las ondas sonoras, las ondas de luz y las ondas en el agua.

Código:

Primero definimos una ecuación que define la función de onda, con todas las variables a utilizar como I, V, f, c, L, Nx, C, T. Se definen un par de if para f y V. Un for para cargar la condición inicial, se escribe la fórmula del primer paso, redefinimos variables, se actualizan los valores en el tiempo, definimos la condición a la frontera, se redefinen variables nuevamente. Se plantea el caso de una cuerda vibrante, procedemos a decribir cada una de las variables para saber exactamente que significan. Graficamos la solución.

https://github.com/Hannahborrego17/Fisicacomputacional1/blob/master/Actividad2011/
Solución de la ecuación de Poisson:

Definición:

es una ecuación en derivadas parciales con un amplio uso en electrostática, ingeniería mecánica y física teórica.
Código:

Se definen las g, la condición inicial, las f. Después se definen las condiciones a la frontera, son en total 4 condiciones, se calcula el valor de g, todas las condiciones iniciales. Dentro de ese proceso se usa la función "kron" para multiplicar dos matrices. Se defienn los arreglos para x1 y y1. También la generación de la parte izquierda y la matriz en el caso de m=50, es un cuadrado unitario que va entre 0 y 1, tanto en x como en y. Con 50 puntos.La parte derecha de la ecuación llama a la función "rhs" que son las f más las condiciones a la frontera y eso luego genra a la matriz. Va a resolver la ecuación AX=B. Obtiene la solución de la matriz, la hace traspuesta. Después llena las condiciones de frontera. Por último viene la graficación.

https://github.com/Hannahborrego17/Fisicacomputacional1/blob/master/Actividad

1.2 Resumen y conclusiones

En resumen estas tres actividad guardan una relación muy interesante en cuanto a la resolución de ecuaciones diferenciales parciales ya llevadas al ámbito de la aplicación de las mismas. Son tres ecuaciones con grandes repercusiones en la física, saber aplicarlas en un lenguaje tan común hoy en día como el phyton, es fundamental para acelerar el proceso del cálculo, la graficación y demás.Para definir las ecuaciones de calor, poisson y de onda estuve leyendo las definiciones y las agregué al trabajo porque me pareció importante definirlas teoricamente.

1.3 Bibliografía

UGR (Universidad de Granada). (2021). Solución numérica de ecuaciones en derivadas parciales. www.UGR.com. https://www.ugr.es/ prodelas/ftp/ETSICCP/Resoluci

https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci

https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci

https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci

https://en.wikipedia.org/wiki/Partial$_{d}ifferential_{e}quation$