

# Logika Predikat

S1 Ilmu Komputer  
Jurusan Ilmu Komputer  
FMIPA Unila

1

## Referensi

- Ratna Wardani, 2007,  
[http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/Logika\\_P4-Konsep%20Logika.pdf](http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/Logika_P4-Konsep%20Logika.pdf)
- Rinaldi Munir, 2003,  
[http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Buku/Matematika%20Diskrit/Bab-01%20Logika\\_edisi%203.pdf](http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Buku/Matematika%20Diskrit/Bab-01%20Logika_edisi%203.pdf)
- Yunus M. 2007. Logika: Suatu Pengantar. Graha ilmu. Yogyakarta.

2

## Logika Predikat

- Outline:
  - Istilah dan Simbol Logika Predikat
  - Variabel dan Formula
  - Inferensi dengan kuantor Universal
  - Inferensi dengan Kuantor Eksistensial
  - Pergantian Kuantor

3

## Logika Predikat

masih banyak argumentasi -terutama dalam percakapan sehari-hari- yang belum tercakup oleh aturan inferensi yang telah dibahas.

Contoh:

bagaimana menurunkan kesimpulan menggunakan logika proporsional dari argumen berikut:

- semua laki-laki adalah makhluk hidup
- socrates adalah laki-laki
- oleh karena itu, socrates adalah makhluk hidup

4

Jadi kita perlu logika predikat yang memungkinkan manipulasi pernyataan tentang semua atau sesuatu.

Logika predikat memperhatikan struktur pernyataan atomik, yakni memperhatikan subyek dan predikat dari suatu kalimat.

First order logic  $\rightarrow$  subyek kalimat berupa obyek tunggal

contoh: Socrates adalah laki-laki

Second order logic  $\rightarrow$  subyek kalimat berupa predikat lain

contoh: Sebagai laki-laki sangat membanggakan

5

Contoh:

Semua laki-laki adalah mahluk hidup.

Dengan logika proposisi diubah menjadi  $\rightarrow$  untuk semua  $x$ , jika  $x$  adalah laki-laki maka  $x$  adalah mahluk hidup.

Ada masalah?

6

Dengan logika predikat

“x adalah laki-laki” dipecah menjadi →

subyek = x → disebut term, dilambangkan dengan huruf kecil

predikat = adalah laki-laki → dilambangkan dengan huruf besar (misalnya L)

Contoh penulisan:  $Lx$  (predikat dulu sebelum term)

Penyebutan: x adalah laki-laki

7

selanjutnya:

jika M menyatakan “adalah mahluk hidup”;

Maka  $Mx$  menyatakan simbol untuk “x adalah mahluk hidup”

Dengan demikian, pernyataan:

Jika x adalah laki-laki maka x adalah mahluk hidup,

ditulis sebagai  $Lx \rightarrow Mx$

8

Sehingga untuk menuliskan secara simbolik :  
 Untuk semua x, Jika x adalah laki-laki maka x  
 adalah makhluk hidup

$$\forall x [Lx \rightarrow Mx]$$

Simbol  $\forall$  disebut Kuantor (quantifier), dibaca  
 untuk semua atau untuk setiap.

9

Nyatakan argumentasi berikut dalam  
 bentuk simbolik.

- semua laki-laki adalah makhluk hidup
- socrates adalah laki-laki
- oleh karena itu, socrates adalah makhluk hidup

$$\forall x [Lx \rightarrow Mx]$$

Ls

$\therefore Ms$

10

Jika suatu bilangan lebih besar dari 1 maka bilangan tersebut lebih besar dari 0

Penyelesaian:

Penyataan tersebut berlaku untuk semua bilangan, maka perlu ditulis kembali menggunakan kuantor universal:

untuk semua  $x$ , Jika  $x$  adalah bilangan dan  $x$  lebih besar dari 1 maka  $x$  lebih besar dari 0.

Misalnya  $B$  menyatakan “adalah bilangan”, maka pernyataan di atas dapat disimbolkan menjadi:

$$\forall x [(Bx \wedge (x > 1)) \rightarrow (x > 0)]$$

11

### Macam-macam Kuantor

- Untuk setiap  $x$ ,  $P(x)$   
disebut kuantor universal  
Simbol:  $\forall$
- Untuk beberapa  $x$ ,  $P(x)$   
disebut kuantor eksistensial  
Simbol:  $\exists$

#### Contoh:

Misalkan  $x$  himpunan warga negara Indonesia,  
 $P$  predikat membayar pajak,  $R$  predikat membeli Ms Word,

12

**Maka:**

1.  $\forall x, P(x)$

**artinya:** semua warga negara membayar pajak

2.  $\exists x, R(x), P(x)$

**artinya:** ada beberapa warga negara membeli Ms word membayar pajak

3.  $\forall x, R(x) \rightarrow P(x)$

**artinya:** semua warga negara jika membeli ms word maka membayar pajak

4.  $\exists x, R(x) \wedge \overline{P(x)}$

**artinya:** ada warga negara membeli ms word dan tidak membayar pajak

13

## Universal Quantor

- Misalkan P adalah fungsi proposisi dengan daerah asal D.
- $\forall x, P(x)$  dibaca “untuk setiap x, P(x)”
- $\forall$  merupakan kuantor universal, dan dibaca “untuk setiap” atau “untuk semua”
- Pernyataan  $\forall x, P(x)$  bernilai BENAR jika berlaku untuk semua x pada domain D.
- Pernyataan  $\forall x, P(x)$  bernilai SALAH jika berlaku hanya pada sebagian x pada domain D.

14

## Universal Quantor

- Contoh 1:  
Tulislah pernyataan berikut dengan simbol universal quantor: "Untuk setiap  $x$ ,  $x^2 \geq 0$ "  
Jawab:  
 $P(x) : x^2 \geq 0$ , maka:

$$\forall x, x^2 \geq 0$$

15

## Universal Quantor

- Contoh 2:  
Tulislah pernyataan berikut dengan simbol universal quantor: "Untuk semua  $x$ , jika  $x > 1$ , maka  $x^2 > 1$ "  
Jawab:  
 $P(x) : x > 1 \rightarrow x^2 > 1$ , maka:

$$\forall x, x > 1 \rightarrow x^2 > 1$$

16



## Universal Quantor

- Contoh 3:

Misal  $P(x): x + 1 > x$

Bagaimana nilai kebenaran dari  $\forall x, P(x)$  dimana domainnya adalah semua bilangan real?

Jawab:

$D =$  himp. Bil real. Karena  $P(x)$  benar untuk semua bilangan real  $x$ , maka  $\forall x, P(x)$  bernilai BENAR

17

## Universal Quantor

- Contoh 4:

Misal  $P(x): x < 2$ . Bagaimana nilai kebenaran dari  $\forall x, P(x)$  untuk domain semua bilangan real?

Jawab:

$P(x)$  tidak benar untuk setiap bilangan real  $x$ , karena (misal) untuk  $x=3$ , maka  $P(x)$  SALAH. Sehingga  $\forall x, P(x)$  bernilai **SALAH**

18

## Existential Quantor

- Misalkan P adalah fungsi proposisi dengan daerah asal D.
- $\exists x, P(x)$  dibaca “untuk beberapa x, P(x)”
- $\exists$  merupakan kuantor eksistensial, dan dibaca “untuk beberapa”, “ada”, atau “setidaknya ada”.
- Pernyataan  $\exists x, P(x)$  bernilai BENAR jika berlaku untuk setidaknya salah satu x dari domain D.
- Pernyataan  $\exists x, P(x)$  bernilai SALAH jika tidak ada yg berlaku dari domain D.

19

## Existential Quantor

- Contoh 1:  
Tuliskan pernyataan berikut dengan simbol kuantor eksistensial: “Untuk beberapa x,  $x^2 \geq 0$ ”  
Jawab:  
P(x):  $x^2 \geq 0$ , maka  $\exists x, x^2 \geq 0$

20

## Existential Quantor

- Contoh 2:

Tuliskan pernyataan berikut dengan simbol kuantor eksistensial: “Untuk setidaknya satu  $x$ , jika  $x > 1$ , maka  $x^2 > 1$ ”

Jawab:

$P(x): x > 1 \rightarrow x^2 > 1$ , maka:  $\exists x, x > 1 \rightarrow x^2 > 1$

21

## Existential Quantor

- Contoh 3:

Misal  $P(x): x > 3$ . Bagaimana nilai kebenaran  $\exists x, P(x)$  pada domain semua bilangan real?

Jawab:

$P(x)$  bernilai benar untuk beberapa nilai  $x$ , misal 4 dan 5. Sehingga  $\exists x, P(x)$  bernilai BENAR

22

## Existential Quantor

- Contoh 4:

Misal  $P(x): x^2 < 0$ . Bagaimana nilai kebenaran  $\exists x, P(x)$  untuk domain semua bilangan real?

JAWAB:

Pernyataan tersebut SALAH, karena untuk semua  $x$ , adalah salah bahwa kuadrat  $x$  bernilai negatif.

23

## Negasi Kuantor

$$\sim \forall x = \exists x$$

$$\sim \exists x = \forall x$$

Sehingga:

$$\sim(\forall x, P(x)) = \exists x, \overline{P(x)}$$

$$\sim(\exists x, P(x)) = \forall x, \overline{P(x)}$$

$$\begin{aligned} \sim(\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)) &= \exists x, \overline{P(x) \rightarrow Q(x)} \\ &= \exists x, P(x) \wedge \sim Q(x) \end{aligned}$$

24

## Negasi dari Quantor

- $\sim(\forall x, P(x)) \equiv \exists x, \sim P(x)$
- $\sim(\exists x, P(x)) \equiv \forall x, \sim P(x)$

Contoh:

- Tentukan negasi dari: "Semua manusia memiliki orangtua"
- Tentukan negasi dari: "Ada orang Indonesia yang tidak suka gado-gado"

10/26/2020

25