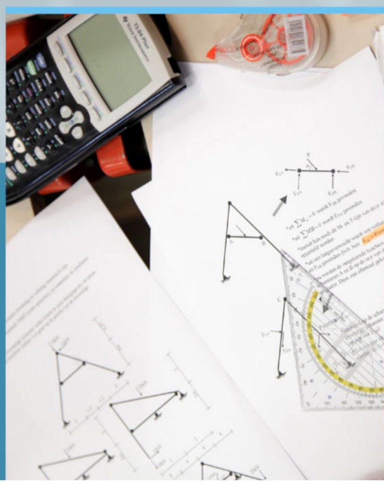
KU LEUVEN

MASSIVE OPEN ONLINE COURSE

BASISWISKUNDE VOOR (STARTENDE) STUDENTEN

www.iiw.kuleuven.be/mooc-wiskunde



Inhoudsopgave

Module 2

Elementaire rekenvaardigheden B

0 Intro

Zie filmpje MOOC.

1 Functies

1.1 Eerste- en tweedegraadsfuncties

Constante functies

Definitie Functievoorschrift: $f(x) = a$ met $a \in \mathbb{R}$

Grafische voorstelling van de constante functie met vergelijking $f(x) = a$ is een horizontale rechte, waarbij de y-as wordt gesneden in het punt $(0, a)$.

Tekenverloop:

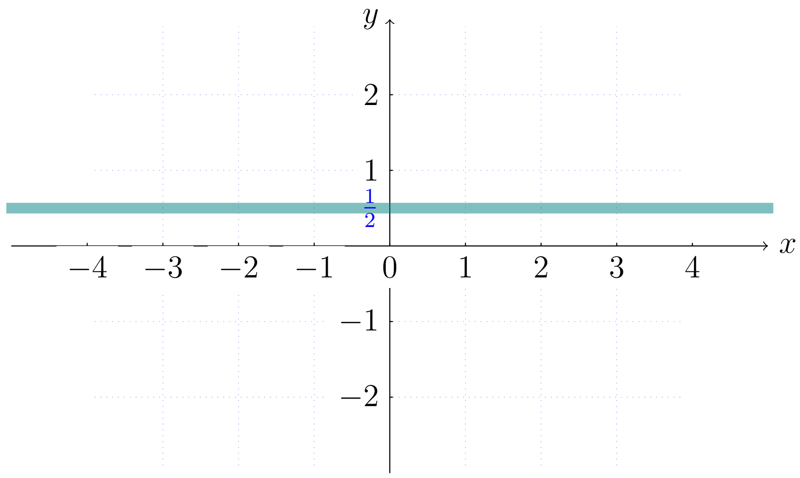
x	
$f(x)$	teken van a

Tabel 1. Tekenverloop van een constante functie

Voorbeeld 1 Gegeven de functie: $f(x) = \frac{1}{2}$.

Grafische voorstelling:

- het domein van de constante functie is altijd: $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$



Figuur .1: Voorbeeld constante functie

- het beeld van deze constante functie is: bld$f = \frac{1}{2}$

Tekenverloop

x	
$f(x)$	+

Eerstegraadsfuncties of lineaire functies

Definitie Functievoorschrift: $f(x) = ax + b$ met $a \in \mathbb{R}_0$ en $b \in \mathbb{R}$.

Voorbeeld 2 $f(x) = 10x + 1$, $f(x) = 8 - 5x$, $f(x) = 3x$

Grafische voorstelling van de lineaire functie is een rechte.

- Het domein van elke lineaire functie is: dom$f = \mathbb{R}$.
- Het beeld van deze lineaire functie is: bld$f = \mathbb{R}$.

De rechte wordt bepaald door de **richtingscoëfficiënt** (de **rico**) 'a' en de intercept 'b'. De rico bepaalt de helling van de rechte. Als x met 1 eenheid toeneemt, dan neemt y met a eenheden toe. Hoe groter de absolute waarde van de rico a, hoe steiler de rechte.

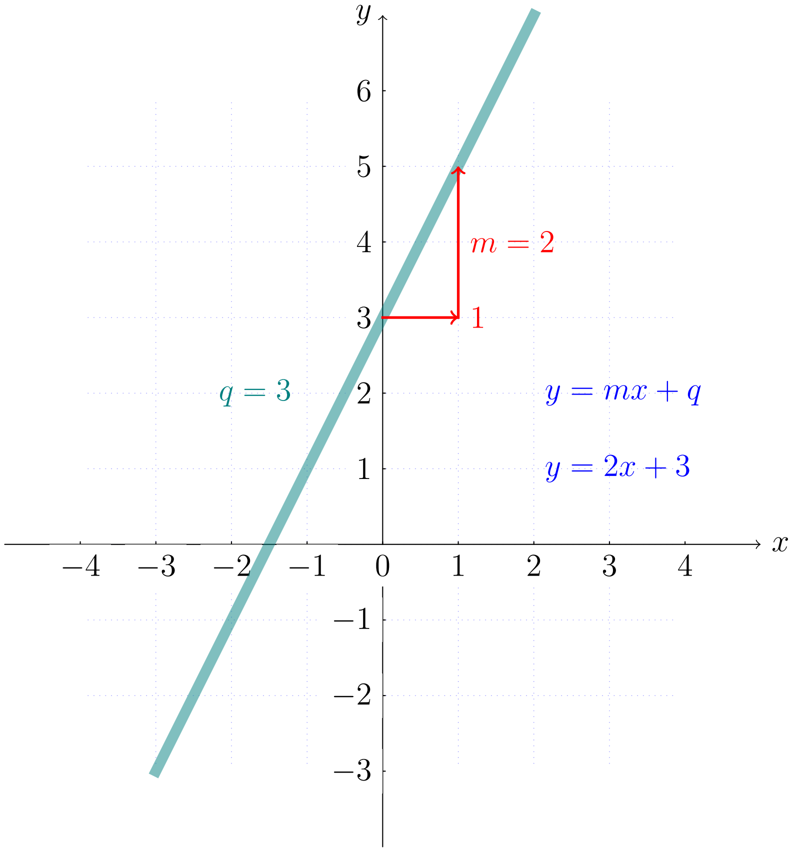
- een positieve rico hoort bij een stijgende rechte
- een negatieve rico hoort bij een dalende rechte

Een rechte evenwijdig met de x-as heeft een rico gelijk aan 0. Dit is in feite de constante functie $f(x) = b$.

Een rechte evenwijdig met de y-as heeft geen rico (in dit geval zou $m = \infty$ moeten zijn).

Nulpunten: het snijpunt met de x-as is het punt $(-\frac{b}{a}, 0)$.

Tekenverloop:



Figuur .2: Voorbeeld van een eerstegraadsfunctie

x		$-\frac{b}{a}$	
$f(x)$	-	0	$+$

Tabel 2. Tekenverloop voor $a > 0$

x		$-\frac{b}{a}$	
$f(x)$	$+$	0	-

Tabel 3. Tekenverloop voor $a < 0$.

Voorbeeld 3 Gegeven de functie: $f(x) = -2x + 3$.

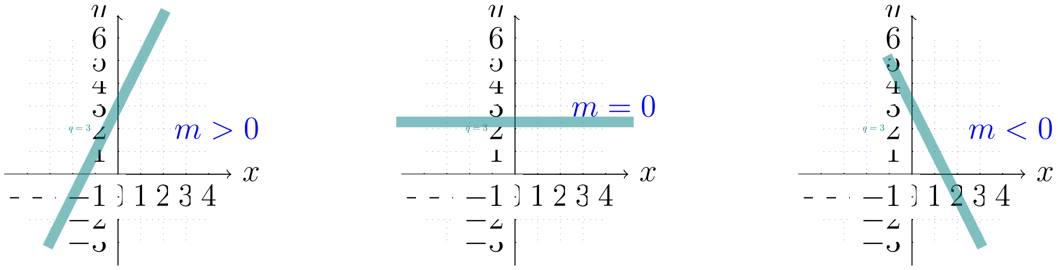
Grafische voorstelling:

- het domein van elke lineaire functie is: $\text{dom} f = \mathbb{R}$
- het beeld van deze lineaire functie is: $\text{bld} f = \mathbb{R}$

Nulpunten:

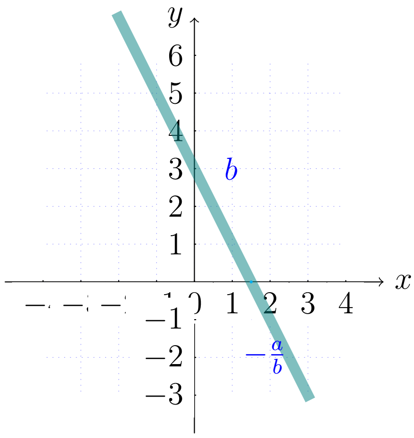
We lossen de vergelijking $y = f(x) = -2x + 3 = 0$ op en vinden: $x = \frac{3}{2}$. Het snijpunt met de x-as is het punt $(\frac{3}{2}, 0)$.

Tekenverloop: zie Tabel 4.



(a) (b) (c)

Figuur .3: Het teken van de richtingscoëfficiënt bepaalt of de rechte stijgt, constant is of daalt.



Figuur .4: Voorbeeld van de grafische voorstelling van een eerstegraadsfunctie

x		$\frac{3}{2}$	
$f(x)$	$+$	0	$-$

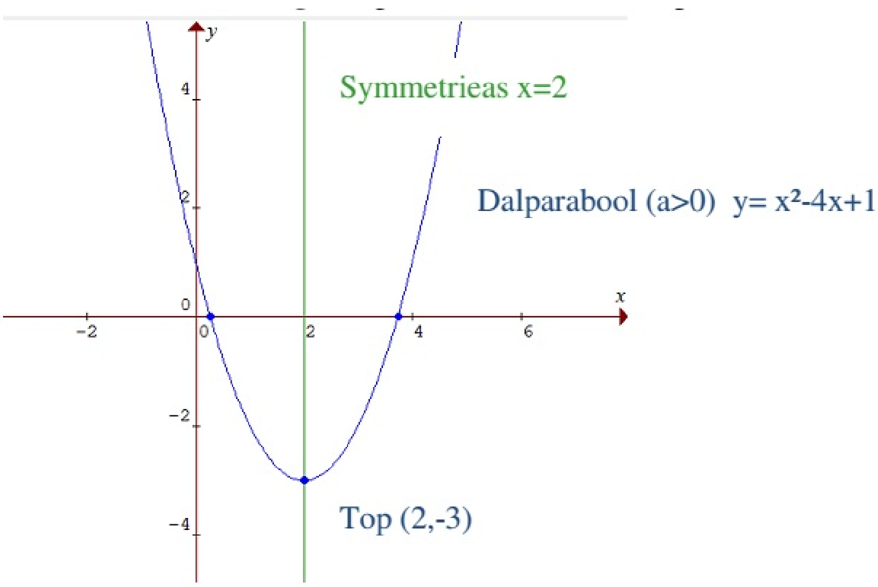
Tabel 4. Voorbeeld eerstegraadsfunctie: tekenverloop

Tweedegraadsfuncties of kwadratische functies

Definitie Functievoorschrift: $f(x) = ax^2 + bx + c$ met $a \in \mathbb{R}_0$ en $b, c \in \mathbb{R}$

Voorbeeld 4 $f(x) = 3x^2 + 10x + 1$, $f(x) = -2x^2 + 5$, $f(x) = x^2$

Grafische voorstelling van de kwadratische functie is een parabool.



- als $a > 0$ is de top van de **dalparabool** het minimum
- als $a < 0$ is de top van de **bergparabool** het maximum

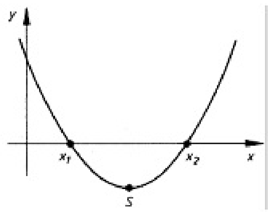
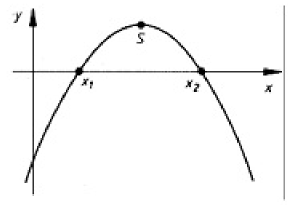
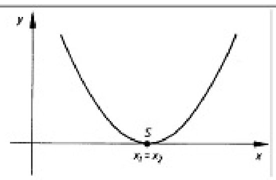
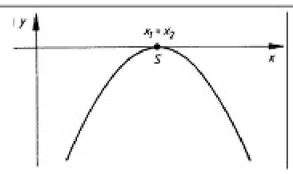
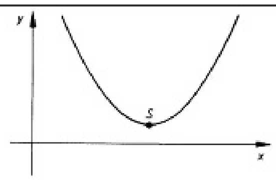
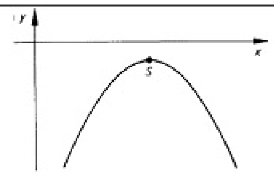
Hoe groter de absolute waarde van a, hoe smaller de opening van de parabool is.

De verticale lijn door de top is de **symmetrieas**. De vergelijking van de symmetrieas is: $x = -\frac{b}{2a}$

Het laagste punt van een dalparabool of het hoogste punt van een bergparabool heet de **top** van de parabool. De top is het snijpunt van de parabool met de verticale symmetrieas. De coördinaten van de top zijn dus $(-\frac{b}{2a}, y)$. De y-waarde vinden we door de gevonden x-waarde in het functievoorschrift $f(x)$ in te vullen, dus $y = f(-\frac{b}{2a})$.

Nulpunten: stellen we $y = f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ (in dat geval spreken we van de **vierkantsvergelijking**), dan vinden we de snijpunten met de x-as. Hiervoor moeten we dus de (vierkants)vergelijking $ax^2 + bx + c = 0$ oplossen. Daarvoor bepaal je best eerst de **discriminant** $D = b^2 - 4ac$ (van de abc formule). Met de discriminant bepaal je het aantal snijpunten van de kwadratische functie met de x-as.

- als $D > 0$, dan heeft de vergelijking twee oplossing: $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ en $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$. De parabool snijdt de x-as op twee plaatsen.
- als $D = 0$, dan heeft de vergelijking één oplossing: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$. De parabool raakt met zijn top de x-as in één punt.
- als $D < 0$, dan heeft de vergelijking geen reële oplossingen. De parabool ligt ofwel boven ofwel onder de x-as.

$D = b^2 - 4ac$	$a > 0$ top onderaan	$a < 0$ top bovenaan
$D > 0$		
$D = 0$		
$D < 0$		

Tekenverloop:

- Als $D > 0$

x		x_1		x_2	
$f(x)$	teken van a	0	tegengesteld teken van a	0	teken van a

- Als $D = 0$

x		$x_1 = x_2$	
$f(x)$	teken van a	0	teken van a

- Als $D < 0$

x	
$f(x)$	teken van a

Voorbeeld 5 Gegeven de functie f met voorschrift: $f(x) = -x^2 - 5x + 6$

Grafische voorstelling:

- het domein van elke kwadratische functie is: dom$f = \mathbb{R}$
- $a = -1 < 0$ dus het is een bergparabool
- de symmetrieas ligt bij $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2.(-1)} = -\frac{5}{2} = -2,5$
- de top heeft de coördinaten $(x, y) = (-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a})) = (-2,5; 12,25)$
- de top van deze bergparabool ligt op $y = 12,25$. Dit is dus de grootste waarde die y kan bereiken. Het beeld van deze kwadratische functie is daarom: bld$f =]-\infty; 12,25]$

Nulpunten:

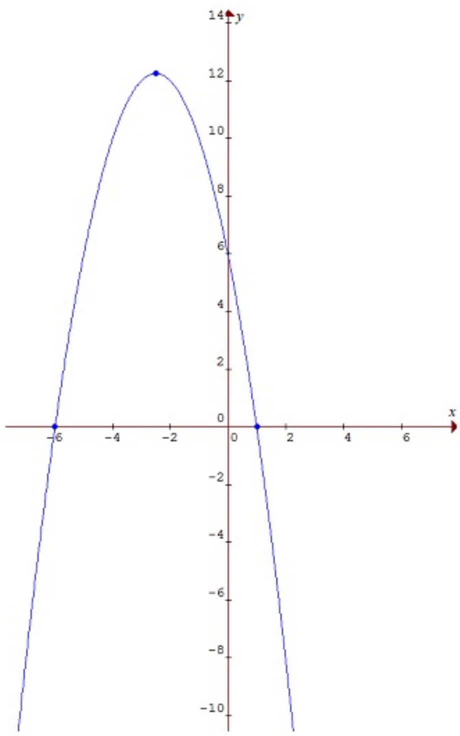
We lossen de vergelijking $y = f(x) = -x^2 - 5x + 6 = 0$ op d.m.v. de abc formule. We berekenen daarvoor eerst de discriminant D:

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.(-1).6 = 25 + 24 = 49$$

Omdat $D > 0$ zijn er 2 reële oplossingen, dus 2 snijpunten met de x-as. Deze zijn:

- $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)+\sqrt{49}}{2.(-1)} = -6$
- $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)-\sqrt{49}}{2.(-1)} = 1$

De parabool snijdt de horizontale as in de koppels (-6,0) en (1,0) en de top ligt boven de x-as (want het is een bergparabool).



Tekenverloop:

x		-6		1	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Tabel 5. Voorbeeld tweedegraadsfuncties: tekenverloop

1.2 Tweedegraadsvergelijking - voorbeeld 1

Zie filmpje MOOC.

1.3 Tweedegraadsvergelijking - voorbeeld 2

Zie filmpje MOOC.

2 Limieten

Oplossingen van de oefeningen zonder *

Oplossingen van alle oefeningen

We kunnen (en willen) er niet rond: wiskunde speelt een sleutelrol in veel opleidingen. Bij een groot aantal vakken vormt wiskunde vaak de taal om complexe fenomenen te omschrijven. Ben je wat bezorgd over je parate wiskunde kennis? Dan is deze Massive Open Online Course (MOOC) Basiswiskunde voor (startende) studenten zeker iets voor jou.

Deze MOOC is een online leeromgeving waarmee je zelfstandig je wiskundekennis kan opfrissen of bijspijkeren. Deelname is volledig gratis.

Je neemt op eigen tempo verschillende modules rond een wiskundig thema door. Een module neemt ongeveer 3 uur in beslag en bestaat uit verschillende onderdelen. Elk onderdeel bestaat uit theorie, video's en voorbeeldoefeningen. Na elke module kun je een test afleggen om te zien of je alles onder de knie hebt.

Voor wie?

Studenten in de laatste jaren van het secundair onderwijs die zich willen voorbereiden op het hoger onderwijs, professionele bachelor studenten die eraan denken om te schakelen, eerstejaarsstudenten die nog wat extra oefening willen.

www.iiw.kuleuven.be/mooc-wiskunde