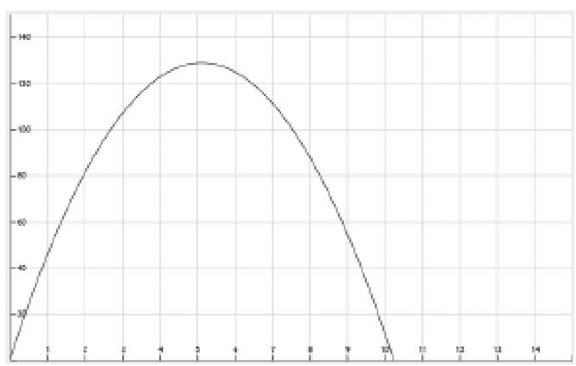
Algemene definities

In de algemene definities is $y = f(x)$ het voorschrift van een functie f en $a \in \mathrm{dom}(f)$ zodat f continu is op een omgeving van a. Intuïtief betekent dit dat een open interval $I \subset \mathrm{dom}(f)$ bestaat dat a bevat en zodat de grafiek van f boven het interval I geen "sprongen" vertoont.

Voorbeeld. *In het inleidende voorbeeld is* $f(x) = 1,5 + 50x - 4,9x^2$, $\mathrm{dom}(f) = \mathbb{R}$ *en* $a = 2$. *Deze functie is continu in 2. Je ziet hieronder de grafiek van de functie.*



Naar analogie met dit inleidende voorbeeld introduceren we de volgende definitie.

Definitie. *Als de limietwaarde van* $\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$ *voor* $\Delta x = 0$ *een reëel getal is dan heet dat reëel getal de. afgeleide van* f *in* a. *In dat geval zeg je dat* f *afleidbaar is in* a

Notatie. *Als* $y = f(x)$ *afleidbaar is in* a *dan zijn volgende notaties toegelaten om de afgeleide van* f *in* a *aan te duiden (zie Actimath cursus blz 4)*

Voorbeeld. *In het inleidend voorbeeld heb je voor de functie* $f(x) = 1,5 + 50x - 4,9x^2$ *gevonden dat deze afleidbaar is in 2 en voor de afgeleide in 2 heb je gevonden dat* $Df(2) = 30,4$.

Vanuit het inleidende voorbeeld ken je een betekenis voor de afgeleide van een functie f in a.

> De afgeleide van f in a is de snelheid waarmee de functiewaarde $f(x)$ verandert als x verandert vertrekkende met de waarde $x = a$

De afgeleide heeft ook een belangrijke meetkundige betekenis.

> De afgeleide van f in a is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in het punt $P(a, f(a))$.

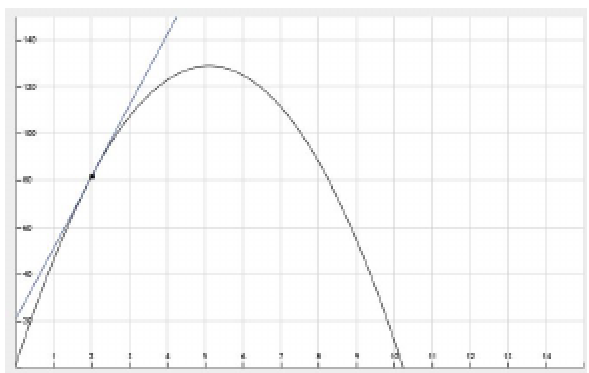
De verklaring hiervan zie je in het filmpje na deze bladzijde.

Voorbeeld. *Voor de functie $f(x) = 1,5 + 50x - 4,9x^2$ uit het inleidend voorbeeld berekende je dat $Df(2) = 30,4$. Het punt op de grafiek bij $x = 2$ is het punt met coördinaten $P(2; 81,9)$. De vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van f in P is*

$$y - 81,9 = 30,4(x - 2)$$

of nog

$$y = 30,4x + 21,1$$



Definitie. *Als je a laat variëren in de punten waarin een functie f afleidbaar is dan verandert $Df(a)$ (meestal) ook. Je bekomt dan de afgeleide functie van f.*

Notatie. *Voor het aanduiden van de afgeleide functie van een functie $y = f(x)$ mag je de volgende notaties gebruiken (actimath cursus blz 7)*