

Eenvoudige rekenregels

Uit $D(f + g) = Df + Dg$ bekom je

Eigenschap. *Onbepaalde integraal van een som :*

$$\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

Uit $D(cf) = cDf$ (c is een getal) bekom je

Eigenschap. *Onbepaalde integraal van een functie vermenigvuldigd met een constante :*

$$\int cf(x)dx = c \int f(x)dx$$

Met behulp van deze eigenschappen kun je alle integralen van veeltermfuncties uitrekenen.

Voorbeeld.

$$\begin{aligned} \int (7x^3 - 4x^2 + 9x + 13)dx \\ &= \int 7x^3dx + \int -4x^2dx + \int 9xdx + \int 13dx \text{ (rekenregel som)} \\ &= 7 \int x^3dx - 4 \int x^2dx + 9 \int xdx + 13 \int dx \text{ (rekenregel product met } c) \\ &= \frac{7x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{9x^2}{2} + 13x + C \left(\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \right) \end{aligned}$$

Voorbeeld. *Het eerste voorbeeld uit de Actimath cursus uit 1.4.1*

Algemener kun je onbepaalde integralen uitrekenen van de vorm zoals in het volgende voorbeeld.

Voorbeeld.

$$\begin{aligned}\int (7\sqrt[3]{x^5} + \frac{2}{\sqrt[5]{x}} - \frac{3}{x})dx \\&= \int (7x^{5/3} + 2x^{-1/5} - \frac{3}{x})dx \\&= 7 \int x^{5/3} dx + 2 \int x^{-1/5} dx - 3 \int \frac{dx}{x} \\&= \frac{7x^{8/3}}{8/3} + \frac{2x^{4/5}}{4/5} - 3 \ln|x| + C \\&= \frac{21\sqrt[3]{x^8}}{8} + \frac{5\sqrt[5]{x^4}}{2} - 3 \ln|x| + C\end{aligned}$$

Sommige sommen zie je direct zoals in volgend voorbeeld

Voorbeeld. 2-de voorbeeld uit de cursus Actimath in 1.4.1 blz 6

Andere sommen zie je niet zo direct zoals in volgend voorbeeld

Voorbeeld.

$$\begin{aligned}\int \tan^2 x dx \\&= \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx \\&= \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx \text{ (hoofdformule van goniometrie)} \\&= \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx \\&= \int \frac{1}{\cos^2 x} - \int dx \\&= \tan x - x + C\end{aligned}$$